



Title	非線形常微分方程式系の解の漸近挙動
Author(s)	長瀬, 裕
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/40996">https://hdl.handle.net/11094/40996</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	なが 長	ぶち 湊	ゆたか 裕
博士の専攻分野の名称	博 士 (工 学)		
学 位 記 番 号	第 1 3 3 6 1 号		
学 位 授 与 年 月 日	平 成 9 年 7 月 7 日		
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 2 項該当		
学 位 論 文 名	非線形常微分方程式系の解の漸近挙動		
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 八木 厚志 (副査) 教 授 増原 宏      教 授 志水 隆一      教 授 河田 聡 教 授 中島 信一      教 授 樹下 行三      教 授 伊東 一良 教 授 石井 博昭      教 授 川上 則雄      教 授 後藤 誠一 教 授 岩崎 裕      教 授 豊田 順一      教 授 一岡 芳樹 教 授 萩行 正憲		

## 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、非線形常微分方程式系の解の漸近挙動について定性理論の立場からの研究をまとめたものであり、以下の 7 章より構成されている。

序章では、本研究の背景と目的、および本論文の構成について述べている。

第 1 章では、一般化された Emden-Fowler 方程式の解の振動性について考察している。Emden-Fowler 方程式は、天体物理学に現れる単独 2 階の方程式であり、その解の零点の分布を調べるのが重要な問題である。本論文では、この方程式をダンピング項を付ける形で一般化し、適当な仮定の下に解の零点が無限個存在することを示している。

第 2 章では、摂動項を付けた Liénard 方程式の解の振動性について考察している。Liénard 方程式は、非線形振動の研究において典型的な例として知られる van der Pol 方程式をその特別な形として含む、単独 2 階の自励系方程式である。本論文では、この方程式に摂動項を付けて一般化し、適当な仮定の下に解の振動性が保たれることを示している。

第 3 章では、一般化された Thomas-Fermi 方程式の解の単調性について考察している。Thomas-Fermi 方程式は、原子物理学に現れる単独 2 階の変数係数方程式であり、その解の正值性や単調性を調べるのが重要である。本論文では、Thomas-Fermi 方程式に現れる係数を一般の関数に置き換え、解の有界性、正值性、単調性を導く結果を示している。

第 4 章では、生態学で研究されている走化性に関する方程式系の解の漸近挙動を考察している。走化性の数学モデルは、強い相互作用をもつ反応拡散方程式として Keller-Segel により提出され、生体の集合体形成に対応する解について調べるのが重要な問題となっている。しかし強い非線形性のために十分な数学的解析がまだ行われていない。そこで本論文では、一つの仮定の下に Keller-Segel 方程式を連立 1 階常微分方程式系に単純化する近似モデルを提案している。その 1 階方程式系に対して、相空間解析の手法により平衡点の存在を示すとともにその安定・不安定性について調べている。

第 5 章では、経済学で研究されている労働力移動と経済成長に関する方程式系の解の漸近挙動を考察している。こ

のような数理経済モデルでは、労働力移動と経済成長がどのように関連しあっているかを数学的に明らかにすることが課題である。本論文では、都市部と農村部の2つの経済区域に限定したモデルを提案し、それを記述する連立1階常微分方程式系の導出を行っている。この方程式系に対し、相空間解析の手法により一意的な平衡点の存在およびその大域的な安定性を示している。

第6章では、本研究の総括を行うとともに、今後の課題について述べている。

## 論文審査の結果の要旨

本論文は、各学問分野に現れる非線形常微分方程式系の解の漸近挙動について定性理論の立場から研究したもので、その主な成果を要約すると次の通りである。

- (1) ダンピング項を付けた Emden-Fowler 方程式について、ダンピング項がある形の積分条件を満たせば、元の Emden-Fowler 方程式と同様に解は無数個の零点を持つことを証明している。
- (2) 摂動項を付けた Liénard 方程式について、摂動項がある形の評価式を満たせば、元の Liénard 方程式と同様に解は振動することを半不変集合を用いて証明している。
- (3) 係数関数を一般的な関数に置き換えた Thomas-Fermi 方程式について、係数関数がある形の積分条件を満たせば、元の Thomas-Fermi 方程式と同様に解は有界性、正值性、単調性の各性質を有することを証明している。
- (4) 単純化した走化性モデルを提案し、それを記述する1階常微分方程式系を導出している。その方程式系の解の漸近挙動について、相空間解析の手法により平衡点の存在とそれの安定・不安定性を明らかにするとともに、走化性係数が十分大きければ生体の集合体形成に対応する解が実際に現れることを証明している。
- (5) 労働力移動を伴う経済成長に関して、都市部と農村部の2つの経済区域に限定したモデルを提案しそれを記述する1階常微分方程式系を導出している。その方程式系の解の漸近挙動について、相空間解析の手法により一意的な平衡点の存在とその大域的安定性を示すとともに、労働力移動の要因として非経済的要因をモデルに組み込む場合と無視する場合とでは解の挙動において質的な差が生ずることを指摘している。

以上のように、本論文では各研究領域に現れる非線形常微分方程式系の解の漸近挙動について各方程式に特有な定性的性質を理論的に示すことを行っており、応用物理学、特に非線形常微分方程式論とその応用に寄与するところが大きい。よって、本論文は博士論文として価値あるものと認める。