

Title	Bifurcated Periodic Solutions for Delay Differential Equations
Author(s)	村上, 公一
Citation	大阪大学, 1999, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/41096">https://hdl.handle.net/11094/41096</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏 名	むら 村 かみ 上 こう 公 いち 一
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 4 3 0 4 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 11 年 2 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学 位 論 文 名	Bifurcated Periodic Solutions for Delay Differential Equations (時間遅れのある微分方程式の分岐周期解)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 亀高 惟倫 (副査) 教 授 稲垣 宣生 教 授 長井 英生 教 授 中村 佳正 大阪府立大学教授 原 惟行

## 論 文 内 容 の 要 旨

本論文では、時間遅れのある高次元の微分方程式の分岐周期解を考察する。方法的には、考える微分方程式の特性方程式を解析し、平衡点から周期解が分岐する条件を求めている。そして、関数空間の分解と Hopf 分岐理論により、発生する分岐周期解の表現を具体的に与えている。

第 1 章では、本論文の以下の章で用いる関数空間の分解理論をまとめている。

第 2 章では、 $n$  次元線形系  $\dot{x}(t) = Ax(t - \tau)$  を考察している。ここでは、平衡点が安定限界となるパラメタ値の場合に、無限次元の解空間を分解する一般化固有空間を詳細に調べ、射影作用素を用いて分岐周期解の表現を具体的に与えている。この結果と、Hara and Sugie (1996) の結果を併せることにより、 $n$  次元線形系  $\dot{x}(t) = Ax(t - \tau)$  の解の漸近挙動を完全に分類できた。

第 3 章では、Cooke and Yorke (1973) により研究された伝染病の時間遅れのある伝播モデルを高次元へ拡張した方程式系について調べ、漸近平衡点と分岐周期解の発生条件およびその具体的表現を与えている。特に、1 次元方程式では分岐周期解は存在しなかったが、高次元系では分岐周期解が存在可能であることが分かった。

第 4 章では、第 3 章の結果を 2 つの遅れのある場合に拡張した結果を与えている。

第 5 章では、時間遅れのある非線形微分方程式の Hopf 分岐による周期解について、簡単化された近似計算公式を与えている。

第 6 章では、時間遅れのある van der Pol 方程式を考察している。第 2 章の線形系の結果を利用して、Hopf 分岐による分岐周期解の発生条件を求め、さらに、中心多様体上の力学系の解析により、分岐周期解の具体的な近似表現を与えている。

第 7 章では、第 6 章の結果を Lienard 方程式系に拡張している。時間遅れのない多項式 Lienard 系では、Limit cycle が存在するためには 3 次以上の非線形性が必要であったが、時間遅れがあれば 2 次の非線形性だけでも Limit cycle が存在可能であることが示された。

## 論文審査の結果の要旨

本論文は、線形および非線形の時間遅れ微分方程式の解の挙動にかんする数学的研究をまとめたものである。定数の時間遅れをもついくつかの線形系と非線形系が扱われている。いずれも工学等に登場する重要例を含んでいる。まず線形系に対しては(1) $n$ 次元線形系の解の漸近安定性を調べた。特にパラメータが臨界値をとる場合を詳しく調べ、固有値と固有ベクトルを分類した。また分岐周期解を具体的に与えた。すでにある結果と合わせることにより高次元線形系について解の漸近挙動の分類を完成させた。(2)伝染病の伝播方程式の高次元化について漸近平衡点と分岐周期解の発生条件をあたえ、その具体的表現も与えた。スカラー系では周期解は存在しないが、高次元系では分岐周期解が存在可能であることを示した。(3)上の結果を2つの遅れがある場合にも拡張した。

非線形系に対しては(1)ホップ分岐の計算公式を改善し、数式処理システムで使いやすい簡単なアルゴリズムを考案した。(2)遅れをもつファンデアポール方程式について、ホップ分岐によりリミットサイクルが発生する条件を求めた。(3)2次の非線形性をもつリエナール方程式についても、同様の条件を求めた。さらに分岐周期解の具体的な近似表現も与えた。

以上のように本論文は時間遅れ微分方程式の解の挙動についての数学的研究を行い、ある範囲の方程式については最終的な結論を得たものであり、博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。