



Title	Theoretical Study of Low-Dimensional Systems by Numerical Renormalization Groups
Author(s)	奥西, 巧一
Citation	大阪大学, 1999, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/41568
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	奥 西 巧 一
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 4 3 6 4 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 11 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科物理学専攻
学 位 論 文 名	Theoretical Study of Low-Dimensional Systems by Numerical Renormalization Groups (数値繰り込み群による低次元系の理論的研究)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 阿久津泰弘 (副査) 教 授 赤井 久純 教 授 宮下 精二 助教授 菊池 誠 助教授 松川 宏

論 文 内 容 の 要 旨

1次元量子系及び2次元古典系の振る舞いを理論的に解明する重要性は、近年の実験技術の発展や関連する数学的背景の進歩もあいまって、増すばかりである。本論文の前半では、これらの低次元系を研究するための数値的な手法の開発と、その原理的な背景を述べる。また、後半では、それらの手法を、具体的に1次元量子スピン鎖の磁化過程に適応し、得られた結果について述べる。

2次元古典格子系を取り扱う有効な手法として転送行列がある。系の熱力学的極限を引き出すには、転送行列の最大固有値を計算すればよいが、1941年に、Kramers-Wannier は、2次元イジング模型に対し、そのプログラムを変分法を用いて実行し、優れた結果を出した。その後、1968年に、転送行列に対する変分法は、行列積型の試行関数と、格子の対称性を取り入れた角転送行列 (CTM) を取り入れ、R.J.Baxter により任意精度に一般化された。このCTMを用いると、実空間繰り込み群的な観点から、逐次的に変分を実行するアルゴリズムを構成できる事が知られており、本研究ではこのCTM を、近年の急速に発展した計算機を用いての数値計算の手法として、初めて大規模に活用した。

一方、近年、S.R.White により考案された密度行列繰り込み群法 (DMRG) が、1次元量子系の基底状態を効率よく計算する方法として注目され、実際に広く応用されている。しかし、DMRG がなぜうまく行くのかという原理的な探求は、これまでなかった。本研究では、まず、DMRG を2次元古典系に焼き直すことで、DMRG は、Baxter の CTM の方法と同じ行列積型波動関数に対する変分法であることを示した。さらに、CTM や行列積変分の利点を取り入れ、新しい数値繰り込み群法—角転送行列繰り込み群法 (CTMRG) 、積波動関数繰り込み群法 (PWFRG)—を開発した。これにより、これまでに計算の難しかった模型などの解析も可能となった。また、CTM 自体は、厳密解の手法としても知られ、その固有値の漸近形を厳密に評価した。さらに、数値計算も組み合わせ、CTM 固有値の漸近形は、ユニバーサリティーを持つことを示した。これにより数値繰り込みの精度の指標を、初めて与えることができた。

具体的な応用としては、近年、実験的にも理論的にも注目を集めているスピン鎖の磁化過程を取り扱った。スピン鎖の磁化過程の理論的な解析は、非線型 σ 模型、 δ 関数ボース気体模型など、低エネルギー有効理論を用いて議論されてきた。これらは、定性的な説明には良いが、定量的な裏付けは、既存の数値的な手法をもってしても、与えることが難しかった。本研究では、絶対0度には我々の開発したPWFRG が、有限温度には拡張された DMRG が、有効であることを示し、 δ 関数ボース気体の現象論的パラメータを定量的に決定した。具体的には、磁化過程の飽和磁

化近傍では、 S 行列を用いて対応づけた δ 関数ボース気体で、立ち上がり近傍では現象論的な δ 関数ボース気体で記述できることを示した。さらに、非フェルミ流体的な振舞いの磁化過程や、カuspを持つ磁化過程を存在することを発見した。

数値繰り込み群、行列積変分法、CTM というキーワードにより、1次元量子系、2次元古典系の世界を、1941年の Kramers-Wannier から、磁化過程における最新の結果まで、統一的に理解することが可能となった。

論文審査の結果の要旨

奥西巧一氏は、新しい数値繰り込みアルゴリズムとして角転送行列繰り込み群法および積波動関数繰り込み群法を開発した。また、これらの手法を具体的に反強磁性量子スピン鎖の磁化過程やその有限温度効果の問題に適用し、低エネルギー有効模型の妥当性に対する定量的評価を与えた。さらに、密度行列繰り込み群法類の数値手法の基礎として重要な密度行列固有値の漸近分布を理論的に導出し、その普遍性も確認した。これらの成果は、強相関係の研究にとって重要な意義をもつものであり、博士（理学）の学位論文として十分価値のあるものと認める。