【2】

氏　　　　　名	奥　村　昌　司（おく　むら　しょう　じ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　14356　号
学 位 授 与 年 月 日	平成11年3月25日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	The Self-Dual Einstein-Weyl Metric and Classical Solution of Painlevé VI （自己双対アインシュタイン・ワイル計量とパンルベVI型方程式の古典解）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教 授　西谷　達雄 （副査） 教 授　藤木　明　　教 授　小磯　憲史　　講 師　大山　陽介

論 文 内 容 の 要 旨

一般に，SU(2) 対称性をもつ4次元リーマン多様体の自己双対計量はパンルベ方程式の解を用いて表される。この論文ではパンルベ方程式の古典解を幾何学的に意味付けした。

1．パンルベ方程式とその古典解

パンルベ方程式とは，新しい超越関数を発見することを目的の一つとして研究された2階非線型常微分方程式であって，一般にその解は超越的である。しかし，方程式が特別なパラメータを持つ場合には古典解と呼ばれる特殊解の族を持つことがある。ここで，古典解とは1階の方程式によって定められる特殊解であって，線形方程式の解を用いて表すことができる。ところで，パンルベ方程式はフックス型方程式がモノドロミー保存変形を持つ条件として書くことができる。ここでフックス型方程式が可約であるとき，対応するパンルベ方程式の解は古典解になるが，逆は成り立たない。

2．自己双対方程式とパンルベ方程式

4次元リーマン計量についての自己双対方程式は偏微分方程式であるが，SU(2) による3次元の対称性を仮定すると，常微分方程式に帰着してパンルベVI型方程式に書けることが知られている。この対応は次のように自然に得られる：SU(2) の作用を自己双対空間に対応するツイスター空間に持ち上げると，複素化によって SL(2, C) の擬等質な作用が得られる。この無限小作用が定める SL(2, C) 接続は平坦であり，各ツイスター直線上では特異点を4つ持つフックス型方程式になる。従ってツイスター直線を動かすことによってパンルベVI型方程式が定まる。

特に，このモノドロミーが可約であるとき対応するパンルベ方程式の解は古典解になるが，このとき対応する計量を調べることは興味深い問題である。

3．アインシュタイン・ワイル計量と古典解

自己双対計量に対応するパンルベVI型方程式は常に少なくとも3個の古典解の族を持ち，それらの古典解は対応する計量を退化させることを示した。また逆に計量が退化する場合，古典解が対応する。ところで，パンルベVI型方程式はパラメータがある条件を満たすとき最大4個の古典解の族を持つ。4個の古典解を持つとき，計量を退化させな

い古典解が存在し，完全楕円積分もしくは有理関数で表示されることを示した。

特に，この古典解が可約なモノドロミーを定めるとき，対応する計量は適当な共形変換によってリッチ曲率が零になるか，非自明なアインシュタイン・ワイル構造を定めることを示した。前者は古典解が完全楕円積分である場合であり，後者は有利関数の場合である。ここではリッチ曲率が零になるための共形変換も決定した。またここで得られた自己双対アインシュタイン・ワイルの構造はこれまで知られていなかったものである。

また逆に適当な共形変換で Ricci 曲率が零になるとき，もしくは非自明なアインシュタイン・ワイルの構造を仮定すると，対応するパンルベVI型方程式の解は可約なモノドロミーに対応する古典解になることを示した。

計量に対応する一般の古典解は，可約なモノドロミーに対応する古典解からバックルンド変換によって得られる。

論文審査の結果の要旨

一般に SU(2)対称性をもつ4次元リーマン多様体の自己双対計量はパンルベ方程式の解を用いて表わされる。本研究はパンルベVI型方程式が古典解をもつときの対応する計量を調べたものであり，4個の古典解の族が存在するときには，計量を退化させない古典解が存在し，完全楕円積分もしくは有理関数で表示されることを示した。特に古典解が可約なモノドロミーを定めるとき，対応する計量は適当な共形変換によってリッチ曲率が零になるか，非自明なアインシュタイン・ワイル構造をもつことを示した。ここで得られた自己双対アインシュタイン・ワイルの構造はこれまで知られていなかったものである。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。