



Title	The McKay numbers of a subgroup of $GL(n, q)$ containing $SL(n, q)$
Author(s)	鋤崎, 英記
Citation	大阪大学, 1999, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/41596
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed 大阪大学の博士論文について

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	すき 鋤	さき 崎	ひで 英	き 記
博士の専攻分野の名称	博	士	(理	学)
学位記番号	第	1 4 3 5 9	号	
学位授与年月日	平成	11	年	3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当			
	理学研究科数学専攻			
学位論文名	The McKay numbers of a subgroup of $GL(n,q)$ containing $SL(n,q)$ (特殊線形群のマッカイ数について)			
論文審査委員	(主査)			
	教授 川中 宣明			
	(副査)			
	教授 山本 芳彦 教授 日比 孝之 助教授 宇野 勝博			

論文内容の要旨

有限群 G , 素数 p , 非負整数 k に対し, G の複素既約指標でその次数が p でちょうど k 回割り切れるものの数を $m_p(k, G)$ とする。この数は G のマッカイ数と呼ばれている。

マッカイ数に関する予想 (マッカイ予想 (1972)) がある。

「 G の Sylow p -部分群 S に対して, $m_p(0, G) = m_p(0, N_G(S))$ が成り立つ。」

さらに, このマッカイ予想を p -ブロックという既約指標の同値類を用いて精密化したアルペリン-マッカイ予想 (Alperin, 1976) がある。またマッカイ数は, デイド予想 (1992)などを検証する上でも必要となる数である。

有限体 $GF(q)$ の乗法群の位数 h の部分群を U_h とする。有限体 $GF(q)$ 上次数 n の行列で, 行列式の値が U_h の要素となる行列全体がなす群 $L_h(n, q)$ を考える。また, $L_h(n, q)$ の中心による剩余群 $PL_h(n, q)$ も考える。一般に, $L_h(n, q)$ は $GL(n, q) \triangleright L_h(n, q) \triangleright SL(n, q)$ を満たす。特に, $L_{q-1}(n, q)$ は一般線型群 $GL(n, q)$, $L_1(n, q)$ は特殊線型群 $SL(n, q)$ である。さらに $PL_1(n, q)$ は単純群である射影特殊線型群 $PSL(n, q)$ である。

本論文では, $q = p^e$ の場合のマッカイ数 $m_p(k, L_h(n, q))$, $m_p(k, PL_h(n, q))$ を具体的に求めた。

$q = p^e$ の場合の $GL(n, q)$ のマッカイ数 $m_p(k, GL(n, q))$ は中村 (1964) やオルソン・宇野 (1996) によって求められている。本論文では, Green (1955) による $GL(n, q)$ の既約指標のパラメトリズムを使い p べき成分により分類して数えるというオルソン・宇野の方法に加え, $GL(n, q)$ の既約指標を $L_h(n, q)$ に制限したときの既約分解を調べるレアラー (1973, 1975) の方法を用いて制限時の既約成分の個数で分類して数えることで, $L_h(n, q)$ のマッカイ数を求めた。さらに, Green のパラメトリズムを用いて, 中心へ制限した時の既約成分で $GL(n, q)$ の既約指標を分類して数えることができるので, これを使って $m_p(k, PL_h(n, q))$ を具体的に求めた。

また, 本論文では $L_h(n, q)$ 及び $PL_h(n, q)$ に対するアルペリン-マッカイ予想を証明した。

$GL(n, q)$ の場合はアルペリン (1976) により, 中心が連結なシュバレー群の場合はグリーン・レアラー・ルスティック (1976) の結果より求められている。本論文では $L_h(n, q)$ について, アルペリンの証明方法をレアラーの方法で拡張することによってアルペリン-マッカイ予想の証明を行った。また, マッカイ数の時と同様, 中心へ制限した時の既約成分を見ることで, $PL(n, q)$ でもアルペリン-マッカイ予想が成り立つことが分かる。

論文審査の結果の要旨

鋤崎君はこの論文において、標数 p の有限体上の特殊線形群の素数 p に関するすべてのマッカイ数を決定し、その応用として、この群と素数 p に対するアルペリン・マッカイ予想を証明した。これは有限群の表現論における顕著な貢献である。よって、博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。