3値論理関数の構成
に関する基礎的研究

昭和60年 6 月

今　西　　　茂

3値論理関数の構成
に関する基礎的研究

昭和60年6月

今西　　茂

内　容　梗　概

本論文は，３値論理回路を実現するために有用と考えられる３値論理系を提案すると共に，これらの３値論理系において与えられる３値論理関数の簡単化について行った研究及び主項生成の際の効率化を図るために行った研究の成果をまとめたもので，全編は６章より成っている。

第１章では，緒論を述べている。

すなわち，多値論理とその応用に関して行われてきた研究とその現況を概観すると共に，以下の各章で述べる本研究を開始するに至った目的とその意義を明らかにしている。

第２章では，３値論理とその簡単化の一手法について述べている。

すなわち，３値論理回路を実現するために有用と考えられる否定，２重否定，論理積及び論理和を基本演算子として用いた３値論理系を提案している。

まず，本論理系における論理関数の展開式を得て，これらの論理関数を簡単化する手法について述べている。ついで，簡単化の例題として３値加算器の論理関数を採り挙げている。

しかしながら，論理和の否定及び論理積の２重否定で表される論理関数が論理積の論理和，あるいは論理和の論理積として表される関数形に分解できないことから，これらの関数形が論理関数の展開式の中に含まれる場合には，簡単化を進展させることが困難となる。

このために，上記の簡単化を推し進めるために有用な反転を準基本演算子として採用し，関数形の分解を行った後に，準基本演算子を含んだ関数形の簡単化を進めている。そして，最終的には準基本演算子を消去することによって本論理系の簡単化を発展させている。又，例題として，上記の３値加算器の論理関数を採り挙げ，本手法を適用して簡単化した表現式を得ている。

第３章では，３値 NOR/NAND 型論理関数について述べている。

すなわち，第２章で述べた論理系を実現する基本演算子論理回路と同程度の回路構成が可能な３値 NOR/NAND 型基本演算子回路が提案されている。従って，基本演算子の少ない３値 NOR/NAND 型論理回路を実現することは回路構成上有利であると考えられ，本論理回路の論理設計が重要となっている。

このために，３値 NOR/NAND 型基本演算子を用いる３値論理系を提案し，その簡

単化の手法について検討している。

まず，３値 NOR／NAND 型基本演算子を定義して，これにより表される３値 NOR／NAND 型標準形を与えている。次に，標準形を用いて展開される３値 NOR／NAND 型論理関数の一般形を示して，これらの一般形を簡単化する手法について述べている。更に，３値加算器の NOR／NAND 型論理関数に本手法を適用して，それぞれの簡単形を得ている。

第４章では，３値 NOR／NAND 型論理関数における NPN 同値類の代表関数について述べている。すなわち，第３章において３値 NOR／NAND 型論理関数の簡単化の手法を検討したが，簡単化の手順を３値 NOR／NAND 型論理関数の一般形から推し進めるとき，必ずしも最適な結果が得られるとは限らず，得られた結果をそれ以上に進展させる適当な手段が現在のところ見付かっていない。

このために，２値論理関数における NPN 同値関係を発展させて，３値 NOR／NAND 型基本演算子の特徴を生かした３値 NPN 同値関係を導入している。すなわち，すべての論理関数を個別的に簡単化するのではなく，同値関係により，３値論理関数が幾つかの同値類に分類できることに着目して，19，683 個の３値２変数関数のすべてを 420 個の同値類に分類している。又，それぞれの同値類の代表関数は最大12文字数の簡単形で表現されることを明らかにして，それぞれの同値類の代表関数の簡単形について述べている。これより，それぞれの同値類に属するすべての論理関数を簡単化したことになる。すなわち，３値２変数関数のすべての簡単形が代表関数の簡単形を下にして求められることになるから，その具体的な導出方法について述べている。

本論文の手法は，３値２変数関数の約47分の１の簡単形からすべての関数の簡単形が効率良く得られることを示しており，３値論理回路の構成において有効に利用されている。

第５章では，３値論理関数の主項生成への節展開法の適用について述べている。

すなわち，第２章，第３章及び第４章では，３値論理回路を構成する際に有用であると考えられる基本演算子を採用して，それらの３値論理系における３値論理関数の簡単化を回路構成に役立てる立場から検討を加えてきた。

しかしながら，ここでは，実現する３値論理系の基本演算子（論理積及び論理和演算子は採用するので除く）に関係なく，一般的な主項を求めた後に，所望の３値論理系に採用される３値基本演算子と結び付いた最小表現，あるいはその３値論理系を実現する

上で有用な表現となる主項の組合せの選択を行えばよい，と考える立場から3値論理関数の一般的な主項生成の効率化を図ることが重要であると考えられる。

従ってここでは，2値論理関数の主項生成に有用であるSlagleらの方法を発展させた上林らの節展開法が提案されているので，この手法を拡張して3値論理関数の主項生成に適用している。

まず，与えられた3値論理関数を一致関数により和積標準形で表現する。ついで，この標準形を構成する論理和項に含まれている文字による節の集合を節点とし，木探索を実施すると，これより主項が2型項と1型項とに分離されて生成されるので，更に三根らの多値コンセンサス法を適用して，3値論理関数の主項を求めている。従って，この方法は必ずしも十分であるとは言い難たい。

このために，節の集合を構成する論理和項に含まれる文字の表現に改良を加えて，木探索を実行する改善法を提案することによって，3値論理関数の主項が統一した手法によって生成されることを示している。

第6章では，本研究によって得られた成果について要約し，これからの発展課題に言及して，結論としている。

むすびでは，謝辞を述べている。

終りに，本論文に関わる発表論文をまとめている。

目　　次

3値論理関数の構成に関する基礎的研究

第1章　緒　　論 …… 1

第2章　3値論理とその簡単化の一手法 …… 11
　2.1　緒　　言 …… 11
　2.2　基本演算子 …… 12
　2.3　3値論理関数の一般形 …… 14
　　2.3.1　特殊乗法標準形を用いた一般形 …… 14
　　2.3.2　特殊加法標準形を用いた一般形 …… 14
　2.4　一般形の簡単化 …… 15
　　2.4.1　特殊乗法標準形を用いた一般形の簡単化 …… 15
　　2.4.2　特殊加法標準形を用いた一般形の簡単化 …… 17
　2.5　3値加算器に対する簡単化 …… 19
　　2.5.1　特殊乗法標準形を用いた3値半加算器に対する簡単化 …… 19
　　2.5.2　特殊乗法標準形を用いた3値全加算器に対する簡単化 …… 20
　　2.5.3　特殊加法標準形を用いた3値半加算器に対する簡単化 …… 21
　　2.5.4　特殊加法標準形を用いた3値全加算器に対する簡単化 …… 23
　2.6　準基本演算子を用いた簡単化 …… 24
　　2.6.1　準基本演算子 …… 24
　　2.6.2　準基本演算子を用いた簡単化の発展 …… 27
　2.7　3値加算器に対する簡単化の発展 …… 28
　2.8　信学論(D)における紙上討論 …… 30
　2.9　結　　言 …… 33
　2.10　参考文献 …… 34

第3章　3値NOR/NAND型論理関数とその簡単化の一手法 …… 37
　3.1　緒　　言 …… 37

3.2　3値 NOR/NAND 型論理関数 …… 38
3.2.1　3値 NOR/NAND 型基本演算子 …… 38
3.2.2　基本 D−NOR/NAND 演算子 …… 39
3.2.3　NOR 型標準形による一般形 …… 40
3.2.4　NAND 型標準形による一般形 …… 41
3.3　一般形の簡単化 …… 42
3.3.1　NOR 型一般形の簡単化 …… 42
3.3.2　NAND 型一般形の簡単化 …… 43
3.4　3値加算器への適用 …… 44
3.4.1　NOR 型3値半加算器の簡単形 …… 45
3.4.2　NAND 型3値半加算器の簡単形 …… 46
3.4.3　NOR 型3値全加算器の簡単形 …… 47
3.4.4　NAND 型3値全加算器の簡単形 …… 49
3.5　結　　言 …… 51
3.6　参考文献 …… 52

第4章　3値 NOR/NAND 型論理関数における NPN 同値類の代表関数 …… 53
4.1　緒　　言 …… 53
4.2　3値 NPN 同値関係 …… 54
4.2.1　3値 N 同値関係 …… 54
4.2.2　3値 P 同値関係 …… 55
4.2.3　3値 N_f 同値関係（関数の否定，あるいは二重否定） …… 55
4.3　3値 NPN 同値類 …… 56
4.4　同値類の代表関数の簡単化 …… 58
4.4.1　NOR 型代表関数の簡単化 …… 58
4.4.2　NAND 型代表関数の簡単化 …… 60
4.5　NOR 型代表関数の簡単形 …… 62
4.5.1　NOR 型5文字数グループ以下の簡単形 …… 63
4.5.2　NOR 型6文字数グループ以上の簡単形 …… 64
4.5.3　NOR 型2変数関数の簡単形 …… 66

4.5.4　所望 NOR 型 2 変数関数の簡単形 …… 67
4.5.5　検　　討 …… 79
4.6　NAND 型代表関数の簡単形 …… 79
4.7　結　　言 …… 90
4.8　参考文献 …… 91
第 5 章　3 値論理関数の主項生成への節展開法の適用 …… 93
5.1　緒　　言 …… 93
5.2　3 値節展開法 …… 94
5.3　3 値節展開法のアルゴリズム …… 95
5.3.1　3 値節展開法のアルゴリズム …… 95
5.3.2　3 値節展開法の適用 －例 5.1 …… 96
5.3.3　多値コンセンサス法 …… 99
5.3.3.1　多値コンセンサス法による主項の生成 …… 99
5.3.3.2　多値コンセンサス法の適用 －例 5.2 …… 100
5.4　3 値節展開法の改善法 …… 100
5.4.1　3 値節展開法の改善法 1 …… 100
5.4.1.1　改善法 1 のアルゴリズム …… 101
5.4.1.2　改善法 1 の適用 －例 5.3 …… 102
5.4.2　3 値節展開法の改善法 2 …… 105
5.4.2.1　改善法 2 のアルゴリズム …… 105
5.4.2.2　改善法 2 の適用 －例 5.4 …… 105
5.5　検　　討 …… 107
5.6　結　　言 …… 109
5.7　参考文献 …… 110

第 6 章　結　　論 …… 113

謝　　辞 …… 115

発表文献 …… 117

第1章　緒　　論

多値論理に関する研究は，基礎論理から応用まで幅広く行われるようになってきてはいるが，しかし，工学的立場から見ると当初は背景となる回路技術が十分でなく，トランジスタなどの個別素子に基づくシステム構成に依存していたために，回路実現の困難さ，論理設計の複雑さ，などのためにその応用面における大きな発展はみられなかった。このため，多値論理システムの特長は十分に生かされず，この時期の研究はディジタルシステムの分野に有効に利用されるまでには至らなかった。

しかるに，最近の集積化技術の進歩により多値集積回路の実現が可能となるに従って，それまで指摘されていた算術演算上の優れた性質が現実に生かされるような種々の試みがなされるようになってきており，3値論理回路の実現についても実際的な検討が行われるような機運になりつつあり，基礎論理から応用まで幅広く行われるようになってきた。

すなわち，現在LSI, VLSIで問題となっているピン数制限や，チップ面積の増大を解決する一つの方法として多値論理システムへの関心が急速に高まっている。実際に米国半導体メーカによる多値論理集積回路の試作，実用化がつぎつぎと行われるようになってきた。このような状況を背景として，IEEE Computer Societyでは，工学的観点から多値論理に関する特集号を既に1974年，1977年，1981年に刊行している。更に，本年(昭和58年5月，1983)第13回多値論理国際シンポジウムが京都で開催されて，活発な討論が行われ，将来への発展が確かめられている。

多値論理に関する研究は，束演算系(Post[1.1]など)及びしきい値演算系(Hanson[1.5]など)に大別されるが，本論文で述べる3値論理関数の簡単化に関する研究における3値論理系は束演算系に含まれている。

3値論理の束演算系におけるサイクリック論理(Cyclic Logic)に関しては，Post[1.1]に始まって，以来数多くの研究が報告されている。

我が国でも既に，昭和31年(1956)年に後藤が3値論理代数及び多値論理代数を考察しており，これを実現する論理回路の有用性を指摘している[1.2, 1.3]。

3進法は奇数進法の基本であり，その算術演算の簡明さと，能率の良さは2進法の場合に劣らないと考えられ，算術演算上の優れた性質が知られている。

すなわち，2進数の場合と3進数の場合を単純に比較すれば，

〔i〕情報量は1桁当り37％（$\log 2/\log 3 = 0.6309$）増加する。

〔ii〕又，加算時間は1桁当り58％（$\log 3/\log 2 = 1.586$）早くなる。

〔iii〕更に，乗算時間は1桁当り150％（$(\log 3/\log 2)^2 = 2.512$）早くなると考えてよい。

このように，多値論理の特長は，加減算器や乗除算器などの演算システムに特に現れる。これらのことから，

〔iv〕より高速演算が可能になる。

〔v〕情報伝送の効率がよく，伝送コストを下げる。

などの有利な点を生かすことが重要である。その上に，高速のスイッチ素子が使用できれば，演算速度は倍加される。このために，ダイナミック方式によるトンネルダイオードの双対的単安定回路を用いた3値論理単位回路が提案されている。これよりインバータ，サイクリングゲート，Mod。3加算器，キャリィ回路，一致検出回路，情報記憶回路としての3値RSフリップフロップなどが構成されている[1.7]。又，エサキダイオード2個を基本素子として使用する3値論理回路も提案されており，工学上及び数学的性質上から便利な，かつ完全性を満たす10個の3値1変数基本演算子及び2変数基本演算子が規定されて，Modulo 3加算器，非同期情報伝送路，非同期2値加算器などの回路の実現性が確認されている[1.12]。更に，3値論理単位回路のIC化が検討されている。そこでは，従来のバイポーラTTLと両立性のあるトランジスターとダイオードを使用した3値基本回路が提案され，基本演算子，フリップフロップ，2値/3値変換回路，加算器，カウンタなどの応用回路についての構成法が報告されている[1.19]。

又，

〔vi〕潜在的に記憶密度が高くなる。

〔vii〕ICの端子当りの情報量が増すので，より高密度化が可能となる。

（最近ICの集積化能力は，入出力端子数で制限されることが多いとも言われている）

〔viii〕内部配線の複雑さが減少する。従ってチップ面積が減少する。

など，の点で有用性があると考えられる[1.8, 1.10, 1.14]。

すなわち，

素子のIC化，大容量3値記憶装置の開発，系統的な設計法の確立，3値関連技術の

開発などが必要であるが，大容量3値記憶装置については磁性薄膜による3値メモリ素子が実現されており，2値の場合と同じ技術で制御の仕方を変えるだけで達成されている[1.6]。

ピン数によって制御されたLSIにおける情報量の増大や，従来の2進法にとらわれず，直接10進法によって処理する演算の有用性などが議論されている。又，多値論理の概念を多方面に応用する動きもみられる。これらの研究を進める上では，簡単で信頼性の高い多値論理回路の開発が基本的に必要である[1.18]。

ここ数年，多値論理の集積回路実現に関する研究発表の件数が増加している。すなわち，1977年I^2Lによる4値の論理ICが発表され，多値論理素子のI^2Lによる具体的実現がICメーカにより，相次いで公表された。続いて1980年INTEL社は4値ROMの実用化に成功した。このように具体的な多値実現回路や多値集積回路ファミリーが発表されてきており，半導体，回路機構，精密加工技術の発展に伴うS/N比の向上によって信号を多値化することが可能になってきた現在，配線数の削減，演算桁数の減少などを通じ，集積度の実質的増大を実現する一つの手段として，従来の2値論理に代って，多値論理が部分的にせよ実用化される可能性が強まってくるものと考えられる[1.21〜1.27, 1.29]。

2値論理システムに3値論理システムの持つ冗長性などの特長を生かした試みも行われている。すなわち，

〔ix〕故障検出の簡単化とフェイルセイフ化の実現

が検討されている。

最近のようにシステムの大型化，複雑化が進んでくると，系に生起するある種の障害が非常に大きい損害を与えることも少なくない。その対策としては，いままでにも故障の生起をとらえて対処する信頼性理論が存在するが，障害が起っても，あらかじめ指定された安全側にあるシステム，すなわち，ある論理系において障害が生じても，誤り（故障）出力があらかじめ定められた許容故障状態出力（安全側：safety−sideにある故障状態（出力））に限られるとき，この論理系は“Fail−Safe”であるといわれる。これを実現する3値論理パラメトロン回路を用いた準Fail−Safe系が報告されている。

更に，ハードウェアとしては，ほとんどが2値論理素子を用いているから，多値論理関数を2値論理で実現するm値m線式がフェイルセイフの条件を満たしており，誤りの検出も容易であることが指摘されている。これをもとにして，3値論理関数を2値非対称誤り素子及び入力を用いて，フェイルセイフに実現するシステムの構成法も提案され

ている[1.13]。又，電源配線などによる機能制御方式の複合3値系への適用が提案され，複合素子及び系の多重性，特徴を利用し，かつ故障検出簡単化を主目的にした具体的な各種変換方法が組織的に考察され，その分類と変換則が明らかにされている[1.15]。

〔x〕濃淡画像処理やパターン認識への応用

など，にも関心が向けられている。

濃淡画像などにおいては，画像情報が直接多値に対応していることに着目し，多値論理関数を用いたしきい値処理，反転，巡回，論理積，論理話，論理差，マスキング，平均などの意味を持った処理を行うことにより，符号化と復号化の手順の減少を図る新しい処理方式に基づく多値画像専用プロセッサーが提案されている。そこでは，3値システムの算術演算上の優れた性質と2値システムとのコンパチビリティを生かした4値論理システムとして構成されている[1.16, 1.17, 1.28, 1.30~1.32]。

〔xi〕冗長2進表現を使用したVLSI向きの高速乗算器の構成

2値システムにおいても，3値処理を行うのに適した分野が考えられ，高速乗算器などのサブシステムの実現が図られている[1.33]。例えば，内部計算には冗長2進表現を利用した冗長2進加算木を用いる高速乗算器が提案されている。すなわち，3進数の冗長性を利用すると，並列加算が桁数に関係なく一定時間で実行できる。ここでの冗長2進表現に対して，3値論理の有効な利用を図ることにより，VLSI向きの高速乗算器が効率よく実現できることが指摘されている。

〔xii〕多値アナログ－ディジタル変換器

現在あらゆる分野において，アナログ－ディジタル（A－D）変換技術の重要性が増加しつつある。これに伴って多くの機能を更に有効に働かせるため多値の情報を取扱う多値A－D変換器が必要になってきている。更に，A－D変換器の高速化を図る一手法としての多値化も重要となっている[1.20]。

以上述べてきたように，多値情報処理は多くの点で優れているから，ソフトウエアの開発が重要であり，そのためにも，より一層ハードウエアの基盤が大切な役目を果すものと考えられている。

このため本論文では，上記の事柄に関連して行ってきた研究の成果についてまとめている。

与えられた論理系における論理関数を表現するときには，まず，その論理系で採用する基本演算子と呼ばれる基本関数を定義しなければならない。このとき，幾つかの論理

関数を基本にすることによって，他のすべての論理関数が合成できる場合には，この関数集合は完全系（functionally complete）であるという。

一般に，m値n変数論理関数の個数は m^{m^n} で与えられるから，mが大きくなるとその数は急激に増加する。すなわち，3値1変数関数の数は27個，2変数関数で19,683個，3変数関数では，7,625,597,484,987個となり，7兆を超えることになる。

従って，どのような基本関数の集合が完全であるか，という問題は3値論理系においては非常に複雑である (1.11)。

このために，ここではまず，3値論理回路を構成する際に有用であることに主眼をおいた基本演算子を採用して，3値論理系における3値論理関数の簡単化を回路構成に役立る立場から考察している。すなわち，

〔xiii〕3値論理回路を実現する上で有用であると考えられる否定，二重否定，論理積及び論理和を基本演算子として採用した3値論理系を提案し，本3値論理系論理関数の簡単化を図っている。

一方，完全系に関しての個々の例は数多くあがっており，そのなかには，重要で興味あるものも少なくない。その一つにPolypheckがある。Polypheckとは，それ自体で完全系をなす論理関数のことであって，この名称はBlumによって与えられた (1.4)。

3値Polypheckの個数は，3値論理関数全体の個数の30%程度を占めており，2変数関数で3,774個，3変数関数では，2,110,663,244,298個となり，2兆を超える。それ故，採用した3値Polypheckによって3値論理関数の標準展開や合成方法が簡単で利用し易い性質を持っていること，高速，安定，高信頼度で，かつ簡単な回路で実現できること，などが望ましい条件である (1.11)。

従って本論文においては，上記の条件を満たすものと考えられる3値Polypheckとしての3値NOR/NAND型基本演算子を採用している。すなわち，

〔xiv〕その回路実現が基本演算子回路と同程度に構成できる3値NOR/NAND型論理系を提案し，3値NOR/NAND型論理関数の簡単化を図っている。

〔xv〕更に，3値NPN同値関係を導入することにより，3値NOR/NAND型論理関数の簡単化も行っている。

一方，論理積及び論理和を基本演算子として含む3値論理系の一般的な論理主項がどのようなものであるか，などについて行われた研究は現在のところ見られない。

しかしながら，3値論理関数の簡単化を行うに際して，与えられた3値論理関数の一

般的な論理主項が幾つ存在するのか，それらがどのような形の論理項であるのか，などを考察しておくことは非常に重要な事柄である。このために，

〔XVi〕3値展開法を用いた3値論理主項生成法を提案し，検討を加えている。

以上が本論文で述べている研究成果であるが，更に，多変数関数に対する効率化を図るためには，前処理法などを導入した3値節展開法が有効になるので，これらについては現在検討している。

なお，4値以上の多値論理系に対しても，本論文において述べた手法を発展させて，適用することができるが，これらがこれからの課題である。

参考文献

(1.1) Post, E. L. : "Introduction to a general theory of elementary propositions", American Journal of Mathematics, 43, pp. 163−185 (1921).

(1.2) 後藤："3値論理代数"，電試彙，24, 2, pp. 81(昭31−02).

(1.3) 後藤："多値論理代数"，電試彙，24, 9, pp. 671(昭31−09).

(1.4) Blum, M. : "Properties of a neuron with many inputs", Principles of Self−Organization, 9, Pergamon Press (1962).

(1.5) Hanson, W. H. : "Ternary threshold logic", IEEE Trans. Comput., EC−12, pp. 191−197 (June 1963).

(1.6) Santos, J. and Arango, H. : "On the analysis and synthesis of three-valued digital system", Proc. of AFIPS Conf. 25, pp. 463 (1964).

(1.7) 長谷川，長岡，手塚，笠原："トンネルダイオードを用いた三値論理回路"，信学誌，47, 10, pp. 1512−1518 (昭39−10)。

(1.8) Halpern, I. and Yoeli : "Ternary arithmetic unit", Proc, IEE, 115, 10, pp. 1385 (1968).

(1.9) 平山，渡辺，浦野："Fail−Safe 論理系の構成理論"，信学論 (C)，52−C, 1, pp. 33−40 (昭44−01)。

(1.10) Porat, D. I. : "Three−valued digital systems", Proc, IEEE, 116, 6, pp. 947 (1969)。

(1.11) 田中，田原："三値論理関数の完全性と Polypheck"，信学論 (C)，53−C, 2, pp. 111−118 (昭45−02)。

(1.12) 喜多村，寺田，武井："エサキダイオードを用いた三値論理回路"，信学論 (C)，53−C, 11, pp. 807−814 (昭45−02).

(1.13) 高岡："多値論理に対するフェイルセイフシステムの構成"，信学論 (C)，54−C, 1, pp. 41−49 (昭46−01).

(1.14) Computer. IEEE Computer Society, 7, pp. 18 (1974).

(1.15) 中道，竹村："複合3値論理系の電源配線制御による故障検出簡単化"，信学論 (D)，58−D, 3, pp. 113−120 (昭50−03).

(1.16) Rine, D. : "Associative and Multi−valued logic, Proc. 6th International Symposium Multiple−Valued Logic, pp. 146 (1975−05).

(1.17) Kohout, L. : "Application of multi-valued logics to the study of human movement control and of movement disorders", ibid., pp. 224。
(1.18) Chilansky, R., Jacobson, B。and Michalski, R。S。 : "An application of variable-valued logic to inductive learning of plant disease diagonistic rule", ibid., pp。234。
(1.19) 高垣："三値論理回路とその応用"，電子科学11月号，pp. 49−56（昭49−11).
(1.20) 今西："電圧制御形負性抵抗特性回路列多値アナログーディジタル変換器"，信学論（D)，58−D，9, pp。538−545（昭50−09)。
(1.21) Dao, T。T。 : "Threshold I^2L and its application to binary symmetric function and multi-valued logic", IEEE J。Solid-State Circuits, SC−12, 5, pp. 463 (1977)。
(1.22) Friedman, N。, Salama, C. A. T。, Holmes, F. E. and Thomps on, P. M. "Realization of a multivalued integrated injection logic (MI^2L) full adder", IEEE J. Solid-State Circuits, SC−12, 5, pp. 532 (1977).
(1.23) Dao, T. T。, McClusky, E. J。and Russell, l。k。 : "Multi-valued integrated injection logic", IEEE Trans。Comput。, C−26, 12, pp. 1233 (1977)。
(1.24) Lineback, J. R. : "Four-state cell called density key", Electronics, Jun. 30, pp. 81−82 (1979)。
(1.25) Posa, J. G. : "Ternary gate support three logic state", Electronics, Nov. 8, pp. 39−40 (1979).
(1.26) Posa, J. G. : "Four-state cell doubles ROM bit capacity", Electronics, Oct. 9, pp. 39 (1980).
(1.27) Stark, M. : "Two bits per cell ROM", Proc, of COMPCON-Spring, IEEE 81−CH 1626 (1981).
(1.28) Rine, D. C。 : "Picture processing using multiple-valued logic", Proc. of 11th ISMVL, IEEE Computer Society, pp. 73 (1981−05).
(1.29) Lineback, J。R。 : "Four-state cell called density", Electronics, Jun. 30, pp。81−82 (1982).
(1.30) 亀山，樋口："多値論理を用いた画像処理専用プロセッサーの構成"，京都大学数理解析研究所講究録，No. 455「多値論理およびその応用」pp. 191−206

(昭57−03).
(1.31) Kameyama, M. and Higuchi, T.：" A new digital image processor us using multiple−valued logic", Proc. 12th ISMVL, pp. 8−16 (May 1982).
(1.32) 樋口：" 多値論理とそのディジタル信号処理への応用"，信学技報，IT 82−34 (昭57−10)。
(1.33) 高木，安浦，矢島："冗長2進加算木を用いたVLSI向き高速乗算器"，信学論 (D), J 66−D, 6, pp. 683−690 (昭58−06)。

第2章　3値論理とその簡単化の一手法

2.1　緒　言

3値論理におけるサイクリック論理に関して，Post以来数多くの研究が報告されているが(2.1~2.13)，3値論理回路を実現するには，なお困難さが伴うようである。

このため本章では，3値論理回路を実現する上で有用であると考えられる否定(順方向サイクリング)，二重否定(逆方向サイクリング)，論理積及び論理和を基本演算子とする3値論理系を提案している。

まず，肯定，否定及び二重否定の変数からなる3値基本和の論理積として与えられる特殊乗法標準形を用いて展開した本3値論理系における論理関数の一般形を示している。又，同様に，3値基本積の論理和として与えられる特殊加法標準形を用いて展開した本3値論理系における論理関数の一般形も示している。

次に，これら一般形で示されたそれぞれの論理関数を簡単化する手法を述べて，3値半加算器及び3値全加算器の論理関数に適用し，それぞれの表示式を求めている。

しかしながら，論理和の否定及び論理積の二重否定で表される論理関数が論理積の論理和，あるいは論理和の論理積として表される関数形に分解できないことから，これらの関数形が論理関数の中に含まれる場合には，これらの関数形の簡単化を発展させることが困難となる。又，本3値論理系に対する標準展開とその簡単化についても報告されているが，なお十分とは言い難い(2.16)。

このため本章では，上記の関数形に分解を可能にする反転を準基本演算子として本3値論理系に加え，準基本演算子を含んだ関数形の簡単化を進め，最終的には準基本演算子を消去する手法によって本3値論理系の簡単化を発展させている。最後に，例題として上記の3値加算器を採り挙げ，これらの論理関数に本手法を適用して簡単化した表現式を求めている。

更に，本章で述べた論理系に対する種々の貴重な紙上討論を頂いたので，これらについても述べている(2.17, 2.20)。

2.2　基本演算子 [2.14, 2.15]

サイクリック3値論理関数を表現し，論理回路を実現する上で，同等に有用な1変数基本演算子として否定（not, $\rightsquigarrow$）及び二重否定（double-not, $\leftsquigarrow$）を**表 2.1** に定義する。

表 2.1　1変数基本演算子の真理値表

x	$\rightsquigarrow x$	$\leftsquigarrow x$
0	1	2
1	2	0
2	0	1

表 2.2　2変数基本演算子の真理値表

$x \vee y$		y 0	y 1	y 2	$x \cdot y$		y 0	y 1	y 2
x	0	0	1	2	x	0	0	0	0
	1	1	1	2		1	0	1	1
	2	2	2	2		2	0	1	2

同様に，2変数基本演算子として論理積（and, •, 混同する恐れのないときは省略する）及び論理和（or, v）を**表 2.2** に定義する。又，3値 n 変数関数は 3^{3^n} 個存在するから，1変数関数としては，**表 2.3** のように基本演算子を用いて展開することができる。

なお，本3値論理系の交換律，結合律，分配律，吸収律及びべき等律は次式のように2値論理系の場合と同様の表現式となる。

$$\left.\begin{array}{ll}
x \vee y = y \vee x, \quad x \cdot y = y \cdot x & \text{：交換律} \\
\left.\begin{array}{l} x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z \\ x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z \end{array}\right\} & \text{：結合律} \\
\left.\begin{array}{l} x \vee (y \cdot z) = (x \vee y)(x \vee z) \\ x \cdot (y \vee z) = x \cdot y \vee x \cdot z \end{array}\right\} & \text{：分配律} \\
x \vee x \cdot y = x, \quad x \cdot (x \vee y) = x & \text{：吸収律} \\
x \cdot x \cdot x = x & \text{：べき等律}
\end{array}\right\} \qquad (2.1)$$

又，次の表現式が成立する。

$$\left.\begin{array}{l}
x \cdot 0 = 0, \qquad x \vee 0 = x, \\
x \cdot 2 = x, \qquad x \vee 2 = 2, \\
x \rightsquigarrow x \leftsquigarrow x = 0, \quad x \vee \rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x = 2, \\
x \rightsquigarrow x \vee \rightsquigarrow x \leftsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x x = 1, \\
(x \vee \rightsquigarrow x)(\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x)(\leftsquigarrow x \vee x) = 1, \\
\rightsquigarrow\rightsquigarrow x = \leftsquigarrow x, \qquad \leftsquigarrow\leftsquigarrow x = \rightsquigarrow x, \\
x = \leftsquigarrow\rightsquigarrow x = \rightsquigarrow\leftsquigarrow x = \rightsquigarrow\rightsquigarrow\rightsquigarrow x = \leftsquigarrow\leftsquigarrow\leftsquigarrow x,
\end{array}\right.$$

表 2.3　基本演算子による3値1変数関数

x	0 1 2	展　　開　　式
f_{012}	0 1 2	x
f_{120}	1 2 0	$\rightsquigarrow x$
f_{201}	2 0 1	$\leftsquigarrow x$
f_{001}	0 0 1	$\leftsquigarrow xx$
f_{010}	0 1 0	$\rightsquigarrow xx$
f_{100}	1 0 0	$\rightsquigarrow x \leftsquigarrow x$
f_{122}	1 2 2	$x \vee \rightsquigarrow x$
f_{212}	2 1 2	$\leftsquigarrow x \vee x$
f_{221}	2 2 1	$\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x$
f_{011}	0 1 1	$\leftsquigarrow (x \vee \rightsquigarrow x),\ x(\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x)$
f_{101}	1 0 1	$\leftsquigarrow (\leftsquigarrow x \vee x),\ \leftsquigarrow x(x \vee \rightsquigarrow x)$
f_{110}	1 1 0	$\leftsquigarrow (\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x),\ \rightsquigarrow x(\leftsquigarrow x \vee x)$
f_{112}	1 1 2	$\rightsquigarrow (\leftsquigarrow xx),\ x \vee \rightsquigarrow x \leftsquigarrow x$
f_{121}	1 2 1	$\rightsquigarrow (\rightsquigarrow xx), \rightsquigarrow x \vee \rightsquigarrow xx$
f_{211}	2 1 1	$\rightsquigarrow (\rightsquigarrow x \leftsquigarrow x),\ \leftsquigarrow x \vee \rightsquigarrow xx$
f_{002}	0 0 2	$\rightsquigarrow (\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x)$
f_{020}	0 2 0	$\rightsquigarrow (\leftsquigarrow x \vee x)$
f_{200}	2 0 0	$\rightsquigarrow (x \vee \rightsquigarrow x)$
f_{022}	0 2 2	$\leftsquigarrow (\rightsquigarrow x \leftsquigarrow x)$
f_{202}	2 0 2	$\leftsquigarrow (\rightsquigarrow xx)$
f_{220}	2 2 0	$\leftsquigarrow (\leftsquigarrow xx)$
f_{000}	0 0 0	$\rightsquigarrow xx \leftsquigarrow x$
f_{222}	2 2 2	$x \vee \rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x$
f_{111}	1 1 1	$\rightsquigarrow (x \rightsquigarrow x \leftsquigarrow x),\ \leftsquigarrow (x \vee \rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x)$
f_{021}	0 2 1	$\rightsquigarrow (\leftsquigarrow x \vee x) \vee \leftsquigarrow xx,\ (\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x) \leftsquigarrow (\rightsquigarrow x \leftsquigarrow x)$
f_{102}	1 0 2	$\rightsquigarrow (\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x) \vee \rightsquigarrow x \leftsquigarrow x,\ (x \vee \rightsquigarrow x) \leftsquigarrow (\rightsquigarrow xx)$
f_{210}	2 1 0	$\rightsquigarrow (x \vee \rightsquigarrow x) \vee \rightsquigarrow xx,\ (\leftsquigarrow x \vee x) \leftsquigarrow (\leftsquigarrow xx)$

$$
\left.\begin{aligned}
&{\sim\!\urcorner}(xy) = {\sim\!\urcorner}x y \vee x {\sim\!\urcorner}y \vee {\sim\!\urcorner}x {\sim\!\urcorner}y\,,\\
&{\ulcorner\!\sim}(xy) = {\ulcorner\!\sim}\{xy({\sim\!\urcorner}x \vee {\sim\!\urcorner}y)\}({\ulcorner\!\sim}x \vee {\ulcorner\!\sim}y)\,,\\
&{\sim\!\urcorner}(x \vee y) = {\sim\!\urcorner}(x \vee y \vee {\ulcorner\!\sim}x {\ulcorner\!\sim}y) \vee {\sim\!\urcorner}x {\sim\!\urcorner}y\,,\\
&{\ulcorner\!\sim}(x \vee y) = {\ulcorner\!\sim}xx \vee {\ulcorner\!\sim}yy \vee {\ulcorner\!\sim}x {\ulcorner\!\sim}y\,,\\
&{\sim\!\urcorner}(xy){\ulcorner\!\sim}(xy) = {\sim\!\urcorner}x \vee {\ulcorner\!\sim}x \vee {\sim\!\urcorner}y \vee {\ulcorner\!\sim}y\,,\\
&{\sim\!\urcorner}(x \vee y){\sim\!\urcorner}(x \vee y) = {\sim\!\urcorner}x {\ulcorner\!\sim}x {\sim\!\urcorner}y {\ulcorner\!\sim}y\,,\\
&{\sim\!\urcorner}(xy) \vee {\ulcorner\!\sim}(xy) = {\sim\!\urcorner}x {\ulcorner\!\sim}x \vee {\sim\!\urcorner}y {\ulcorner\!\sim}y\,,\\
&{\sim\!\urcorner}(x \vee y) \vee {\sim\!\urcorner}(x \vee y)\\
&\qquad = {\sim\!\urcorner}x {\sim\!\urcorner}y \vee {\ulcorner\!\sim}x {\sim\!\urcorner}y \vee {\sim\!\urcorner}x {\ulcorner\!\sim}y \vee {\ulcorner\!\sim}x {\ulcorner\!\sim}y
\end{aligned}\right\}
\tag{2.2}
$$

2.3　3値論理関数の一般形

2.3.1　特殊乗法標準形を用いた一般形(2.14, 2.18, 2.22)

任意の3値 n 変数関数 $f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$（以下 f と略記する）の一般形は，f の"0"（以下" "内は真理値を表す）の項に対する基本和（f のうち"0"を代入した変数にはそのまま肯定をとり，"1"を代入した変数には二重否定をとり，"1"を代入した変数には否定をとった n 変数の論理和）の論理積として展開した特殊乗法標準形 $f_0(x_1, x_2, \cdots, x_n)$（以下 f_0 と略記する）と f の"2"の項のみを"0"の項にして f_0 と同様に展開した特殊乗法標準形 $f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n)$（以下 f_2 と略記する）とを用いることにより，**表 2.4** から次式で与えられる。

$$
f = {\ulcorner\!\sim}(f_0 \vee {\sim\!\urcorner}f_0) \vee {\sim\!\urcorner}(f_2 \vee {\sim\!\urcorner}f_2) \tag{2.3}
$$

表 2.4　特殊乗法標準形を用いる一般形

f	f_0	${\ulcorner\!\sim}(f_0 \vee {\sim\!\urcorner}f_0)$	f_2	${\sim\!\urcorner}(f_2 \vee {\sim\!\urcorner}f_2)$	${\ulcorner\!\sim}(f_0 \vee {\sim\!\urcorner}f_0) \vee {\sim\!\urcorner}(f_2 \vee {\sim\!\urcorner}f_2)$
0	0	0	k_3	0	0
1	k_1	1	k_4	0	1
2	k_2	1	0	2	2

ここで，$k_i = 1, 2$

2.3.2　特殊加法標準形を用いた一般形(2.14, 2.21, 2.22)

任意の3値 n 変数関数 f の一般形は，f の"2"の項に対する基本積（f のうち"0"を

代入した変数には二重否定をとり，"1"を代入した変数には否定をとり，"2"を代入した変数には，そのまま肯定をとった n 変数の論理積）の論理和として展開した特殊乗法標準形 $f_2'(x_1, x_2, \cdots, x_n)$（以下 f_2' と略記する）と f の "0" の項のみを "2"の項にして f_2' と同様に展開した特殊加法標準形 $f_0'(x_1, x_2, \cdots, x_n)$（以下 f_0' と略記する）とを用いることにより，**表 2.5** から次式で与えられる。

$$f = \rightsquigarrow(\leftsquigarrow f_2' f_2')\leftsquigarrow(\leftsquigarrow f_0' f_0') \tag{2.4}$$

表 2.5　特殊加法標準形を用いる一般形

f	f_2'	$\rightsquigarrow(\leftsquigarrow f_2' f_2')$	f_0'	$\leftsquigarrow(\leftsquigarrow f_0' f_0')$	$\rightsquigarrow(\leftsquigarrow f_2' f_2')\leftsquigarrow(\leftsquigarrow f_0' f_0')$
0	k_1'	1	2	0	0
1	k_2'	1	k_3'	2	1
2	2	2	k_4'	2	2

ここで，$k_i' = 0, 1$

2.4　一般形の簡単化

2.4.1　特殊乗法標準形を用いた一般形の簡単化 (2.18, 2.22)

以下，式 (2.3) で与えられる一般形 f の簡単化について述べる。

〔1〕 f が "2"をとらないとき，f は式 (2.3) の第 1 項のみで与えられる。

〔2〕 f が "1"をとらないとき，f は式 (2.3) の第 2 項のみで与えられる。

〔3〕 f が "0"をとらないとき，式 (2.3) の f_0 は f_2 となり，**表 2.4** 及び **表 2.6** から，f は次式で与えられる。

$$f = \leftsquigarrow f_2 \vee f_2 \rightsquigarrow f_2 \tag{2.5}$$

表 2.6　特殊乗法標準形を用いる一般形の簡単化

f_0, f_2	$\leftsquigarrow(f_0 \vee \rightsquigarrow f_0)$	$\rightsquigarrow(f_2 \vee \rightsquigarrow f_2)$	$\leftsquigarrow f_2$	$\leftsquigarrow f_2 \vee f_2 \rightsquigarrow f_2$	$\leftsquigarrow f_2 \vee f_2$
0	0	2	2	2	2
1	1	0	0	1	1
2	1	0	1	1	2

〔4〕 更に，式 (2.3) の f_0 及び f_2 が "2" をとるかどうか，とってもどの場所にあるかを調べることによって，次の〔5〕～〔9〕の簡単化を行うことができる。

〔5〕表 2.6 から f_0 が "2" をとらないとき，式(2.3)の第1項は f_0 で与えられる。

〔6〕表 2.4 及び表 2.6 から f_0 が "2" をとっても，f の "2" と重なるとき，式(2.3)の第1項は f_0 で与えられる。

〔7〕表 2.6 から f_2 が "2" をとらないとき，式(2.3)の第2項は $\leftharpoondown f_2$ で与えられる。

〔8〕表 2.4 及び表 2.6 から f_2 が "2" をとっても，f の "1" と重なるとき，式(2.3)の第2項は $\leftharpoondown f_2$ で与えられる。

〔9〕表 2.6 から〔3〕が成立して，しかも f_2 が "2" をとらないとき，f は次式で与えられる。

$$f = \leftharpoondown f_2 \vee f_2 \tag{2.6}$$

上記〔4〕について，2変数 x, y の場合を調べる。

表 2.7 基本和の真理値表

f の番号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
x	x_0			x_1			x_2		
y	y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2
$x \vee y$	0	1	2	1	1	2	2	2	2
$x \vee \leftharpoondown y$	2	0	1	2	1	1	2	2	2
$x \vee \rightharpoondown y$	1	2	0	1	2	1	2	2	2
$\leftharpoondown x \vee y$	2	2	2	0	1	2	1	1	2
$\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y$	2	2	2	2	0	1	2	1	1
$\leftharpoondown x \vee \rightharpoondown y$	2	2	2	1	2	0	1	2	1
$\rightharpoondown x \vee y$	1	1	2	2	2	2	0	1	2
$\rightharpoondown x \vee \leftharpoondown y$	2	1	1	2	2	2	2	0	1
$\rightharpoondown x \vee \rightharpoondown y$	1	2	1	2	2	2	1	2	0

表 2.8 表 2.7 の簡単化

基本和と番号		x_0	x_1	x_2
①	$x \vee y$	2	2	—
②	$x \vee \leftharpoondown y$	0	0	—
③	$x \vee \rightharpoondown y$	1	1	—
④	$\leftharpoondown x \vee y$	—	2	2
⑤	$\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y$	—	0	0
⑥	$\leftharpoondown x \vee \rightharpoondown y$	—	1	1
⑦	$\rightharpoondown x \vee y$	2	—	2
⑧	$\rightharpoondown x \vee \leftharpoondown y$	0	—	0
⑨	$\rightharpoondown x \vee \rightharpoondown y$	1	—	1

ここで，「—」は y_0, y_1, y_2 のすべてが "2" であることを示す。

表 2.7 から，基本和の組合せは 3^2 通りあり，真理値の組合せも 3^2 通りある。x の "0，1，2" によって x_0, x_1, x_2 の 3 通りに，y の "0，1，2" によって各々を更に y_0, y_1, y_2 の 3 通りに分けることができる。**表 2.7** の x_0, x_1, x_2 を "2" である y_0, y_1, y_2 の y の添字で表したものを**表 2.8** に示す。これにより x_0, x_1, x_2 のそれぞれに対して，y の添字の間には次の関係式が成立する。

$$\left.\begin{array}{l} i \cdot i = i, \quad i \cdot - = i, \quad - \cdot - = -, \\ i \cdot j = *, \quad i \neq j, \quad\quad i, j = 0, 1, 2 \end{array}\right\} \tag{2.7}$$

ここで＊は，"2" をとらないことを示す。

f_0 及び f_2 に対して**表 2.8** の x_0, x_1, x_2 のそれぞれで，f が "0" 及び "2" となる f の番号（**表 2.7** 参照）と同じ基本和の番号（**表 2.8** 参照）の y の添字の積をとり，式 (2.7) の関係を調べる。このとき，x_0, x_1, $x_2 = *, *, *$ の関係が成立すれば，f_0 及び f_2 はそれぞれ "2" とらない。又，"2" とっても，どの場所にあるかがわかる。

2.4.2 特殊加法標準形を用いた一般形の簡単化[2.21, 2.22]

以下，式 (2.4) で与えられる一般形 f の簡単化について述べる。

〔10〕 f が "0" をとらないとき，f は式 (2.4) の第 1 項のみで与えられる。

〔11〕 f が "1" をとらないとき，f は式 (2.4) の第 2 項のみで与えられる。

〔12〕 f が "2" をとらないとき，式 (2.4) の f_2' は f_0' となり，**表 2.5** 及び**表 2.9** から，f は次式で与えられる。

$$f = \rightharpoondown f_0'(\leftharpoondown f_0' \vee f_0') \tag{2.8}$$

表 2.9 特殊加法標準形を用いた一般形の簡単化

f_2', f_0'	$\rightarrow(\leftarrow f_2' f_2')$	$\leftarrow(\leftarrow f_0' f_0')$	$\rightarrow f_0'$	$\rightarrow f_0'(\leftarrow f_0' \vee f_0')$	$f_0' \rightarrow f_0'$
0	1	2	1	1	0
1	1	2	2	1	1
2	2	0	0	0	0

〔13〕 更に，式 (2.4) の f_2' 及び f_0' が，"0" をとるかどうか，とってもどの場所にあるかを調べることによって，次の〔14〕～〔18〕の簡単化を行うことができる。

〔14〕 **表 2.9** から f_2' が "0" をとらないとき，式 (2.4) の第 1 項は f_2' で与えられる。

〔15〕 **表 2.5** 及び**表 2.9** から f_2' が "0" をとっても，f の "0" と重なるとき，式 (2.4) の

第 1 項はf_2'で与えられる。

〔16〕 **表 2.9** からf_0'が "0" をとらないとき，式 (2.4) の第 2 項は$\neg f_0'$で与えられる。

〔17〕 **表 2.5** 及び**表 2.9** からf_0'が "0" をとっても，f の "1" と重なるとき，式 (2.4) の第 2 項は$\neg f_0'$で与えられる。

〔18〕 **表 2.9** から〔12〕が成立して，しかもf_0'が "0" をとらないとき，f は次式で与えられる。

$$f = \neg f_0' f_0' \qquad (2.9)$$

上記〔13〕について，2 変数 x , y の場合を調べる。

表 2.10 から，基本積の組合せは 3^2 通りあり，真理値の組合せも 3^2 通りある。x の "0, 1, 2" によって x_0, x_1, x_2 の 3 通りに，y の "0, 1, 2" によって各々を更に y_0, y_1, y_2 の 3 通りに分けることができる。**表 2.10** の x_0, x_1, x_2 を "0" である y_0, y_1, y_2 の y

表 2.10　基本積の真理値表

fの番号	①′	②′	③′	④′	⑤′	⑥′	⑦′	⑧′	⑨′
x	x_0			x_1			x_2		
y	y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2
←x←y	2	0	1	0	0	0	1	0	1
←x→y	1	2	0	0	0	0	1	1	0
←xy	0	1	2	0	0	0	0	1	1
→x←y	1	0	1	2	0	1	0	0	0
→x→y	1	1	0	1	2	0	0	0	0
→xy	0	1	1	0	1	2	0	0	0
x←y	0	0	0	1	0	1	2	0	1
x→y	0	0	0	1	1	0	1	2	0
xy	0	0	0	0	1	1	0	1	2

表 2.11　表 2.10 の簡単化

基本積と番号		x_0	x_1	x_2
①′	←x←y	1	—	1
②′	←x→y	2	—	2
③′	←xy	0	—	0
④′	→x←y	1	1	—
⑤′	→x→y	2	2	—
⑥′	→xy	0	0	—
⑦′	x←y	—	1	1
⑧′	x→y	—	2	2
⑨′	xy	—	0	0

ここで，「—」は y_0, y_1, y_2 のすべてが "0" であることを示す．

の添字で表したものを**表 2.11** に示す。これにより x_0, x_1, x_2 のそれぞれに対して，y の添字の間には次の関係式が成立する。

$$\left.\begin{array}{lll} i \vee i = i, & i \vee - = i, & - \vee - = -, \\ i \vee j = *, & i \neq j, & i, j = 0, 1, 2 \end{array}\right\} \tag{2.10}$$

ここで＊は，"0"をとらないことを示す。

f_2' 及び f_0' に対して**表 2.11** の x_0, x_1, x_2 のそれぞれで，f が "2" 及び "0" となる f の番号（**表 2.10** 参照）と同じ基本積の番号（**表 2.11** 参照）の y の添字の和をとり，式（2.10）の関係を調べる。このとき，$x_0, x_1, x_2 = *, *, *$ の関係が成立すれば，f_2' 及び f_0' はそれぞれ "0" をとらない。又，"0" とっても，どの場所にあるかがわかる。

2.5　3値加算器に対する簡単化

簡単化の例題として，3値加算器の論理関数を取り挙げ，**2.4** で述べた手法を適用する。

2.5.1　特殊乗法標準形を用いた3値半加算器に対する簡単化[2.18, 2.22]

3値半加算器は，2入力1桁の加算を行うもので，x, y の2変数を入力とし，その和 S_h 及び桁上げ C_h を出力する。

和 S_h は**表 2.12** から "0" 及び "2" をとるので，式（2.3）から次式を得る。

表 2.12　3値半加算器の真理値表

f の番号	x	y	S_h	C_h
①	0	0	0	0
②	0	1	1	0
③	0	2	2	0
④	1	0	1	0
⑤	1	1	2	0
⑥	1	2	0	1
⑦	2	0	2	0
⑧	2	1	0	1
⑨	2	2	1	1

$$S_h = \leftharpoondown\{f_0(x, y) \vee \neg f_0(x, y)\}$$
$$\vee \neg\{f_2(x, y) \vee \neg f_2(x, y)\} \quad (2.11)$$

〔4〕から$f_0(x, y)$については，x_0, x_1, x_2＝①⑥⑧＝＊，＊，＊となり，$f_2(x, y)$についてもx_0, x_1, x_2＝③⑤⑦＝＊，＊，＊となる。従って，$f_0(x, y)$及び$f_2(x, y)$は共に"2"をとらないので，〔5〕及び〔7〕から次式を得る。

$$S_h = f_0(x, y) \vee \leftharpoondown f_2(x, y)$$
$$= (x \vee y)(\leftharpoondown x \vee \neg y)(\neg x \vee \leftharpoondown y)$$
$$\vee \leftharpoondown\{(x \vee \neg y)(\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y)(\neg x \vee y)\} \quad (2.12)$$

次に，桁上げC_hは表2.12から，"2"をとらないので，〔1〕より次式を得る。

$$C_h = \leftharpoondown\{f_0(x, y) \vee \neg f_0(x, y)\} \quad (2.13)$$

更に，〔4〕から，x_0, x_1, x_2＝①②③④⑤⑦＝＊，＊，＊となる。従って，$f_0(x, y)$は"2"をとらないので，〔5〕から次式を得る。

$$C_h = f_0(x, y)$$
$$= (x \vee y)(x \vee \leftharpoondown y)(x \vee \neg y)$$
$$\cdot(\leftharpoondown x \vee y)(\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y)(\neg x \vee y) \quad (2.14)$$

2.5.2 特殊乗法標準形を用いた3値全加算器に対する簡単化[2.22]

3値全加算器は，3入力1桁の加算を行うもので，x, y及び桁上げC_iの3変数を入力とし，その和S_f及び桁上げC_fを出力する。

和S_fは表2.13から"0"及び"2"をとるので，式(2.3)から次式を得る。

$$S_f = \leftharpoondown\{f_0(x, y, C_i) \vee \neg f_0(x, y, C_i)\}$$
$$\vee \neg\{f_2(x, y, C_i) \vee \neg f_2(x, y, C_i)\} \quad (2.15)$$

更に，〔4〕及び表2.14から，$f_0(x, y, C_i)$については，x_0, x_1, x_2＝①⑧⑭⑯⑳㉒＝＊，＊，＊，＊，＊，＊，＊，＊，＊となり，$f_2(x, y, C_i)$についても，x_0, x_1, x_2＝⑤⑦⑪⑬⑲㉖＝＊，＊，＊，＊，＊，＊，＊，＊，＊となる。従って，$f_0(x, y, C_i)$及び$f_2(x, y, C_i)$は共に"2"をとらないので，〔5〕及び〔7〕から次式を得る。

$$S_f = f_0(x, y, C_i) \vee \leftharpoondown f_2(x, y, C_i)$$
$$= (x \vee y \vee C_i)(x \vee \neg y \vee \leftharpoondown C_i)(\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y \vee \leftharpoondown C_i)$$
$$\cdot(\leftharpoondown x \vee \neg y \vee C_i)(\neg x \vee y \vee \leftharpoondown C_i)(\neg x \vee \leftharpoondown y \vee \leftharpoondown C_i)$$
$$\vee \leftharpoondown\{(x \vee \leftharpoondown y \vee \leftharpoondown C_i)(x \vee \neg y \vee C_i)(\leftharpoondown x \vee y \vee \leftharpoondown C_i)$$

表 2.13　3値全加算器の真理値表

fの番号	x	y	C_i	S_f	C_f
①	0	0	0	0	0
②	0	0	1	1	0
④	0	1	0	1	0
⑤	0	1	1	2	0
⑦	0	2	0	2	0
⑧	0	2	1	0	1
⑩	1	0	0	1	0
⑪	1	0	1	2	0
⑬	1	1	0	2	0
⑭	1	1	1	0	1
⑯	1	2	0	0	1
⑰	1	2	1	1	1
⑲	2	0	0	2	0
⑳	2	0	1	0	1
㉒	2	1	0	0	1
㉓	2	1	1	1	1
㉕	2	2	0	1	1
㉖	2	2	1	2	1

$$\cdot(\llcorner\!\sim x \vee \llcorner\!\sim y \vee C_i)(\sim\!\urcorner x \vee y \vee C_i)(\sim\!\urcorner x \vee \sim\!\urcorner y \vee \llcorner\!\sim C_i)\} \qquad (2.16)$$

次に，桁上げC_fは表 **2.13** から，"2"をとらないので，〔1〕より次式を得る。

$$C_f = \llcorner\!\sim\{f_0(x, y, C_i) \vee \sim\!\urcorner f_0(x, y, C_i)\} \qquad (2.17)$$

更に，〔4〕及び表 **2.14** から x_0, x_1, x_2 = ①②③④⑤⑦⑩⑪⑬⑲ = ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊となる。従って，$f_0(x, y, C_i)$は"2"をとらないので，〔5〕から次式を得る。

$$\begin{aligned} C_f &= f_0(x, y, C_i) \\ &= (x \vee y \vee C_i)(x \vee y \vee \llcorner\!\sim C_i)(x \vee \llcorner\!\sim y \vee C_i) \\ &\quad \cdot(x \vee \llcorner\!\sim y \vee \llcorner\!\sim C_i)(x \vee \sim\!\urcorner y \vee C_i)(\llcorner\!\sim x \vee y \vee C_i) \\ &\quad \cdot(\llcorner\!\sim x \vee y \vee \llcorner\!\sim C_i)(\llcorner\!\sim x \vee \llcorner\!\sim y \vee C_i)(\sim\!\urcorner x \vee y \vee C_i) \end{aligned} \qquad (2.18)$$

2.5.3　特殊加法標準形を用いた3値半加算器に対する簡単化

和S_hは表 **2.12** から"0"及び"2"をとるので，式(2.4)から次式を得る。

表 2.14　表 2.8 の 3 変数への拡張

基本和と番号		x_0			x_1			x_2		
		y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2
①	$x \vee y \vee C_i$	2	2	—	2	2	—	—	—	—
②	$x \vee y \vee \leftharpoonup C_i$	0	0	—	0	0	—	—	—	—
④	$x \vee \leftharpoonup y \vee C_i$	—	2	2	—	2	2		—	—
⑤	$x \vee \leftharpoonup y \vee \leftharpoonup C_i$	—	0	0	—	0	0	—	—	—
⑦	$x \vee \rightharpoondown y \vee C_i$	2	—	2	2	—	2	—	—	—
⑧	$x \vee \rightharpoondown y \vee \leftharpoonup C_i$	0	—	0	0	—	0	—	—	—
⑩	$\leftharpoonup x \vee y \vee C_i$	—	—	—	2	2	—	2	2	—
⑪	$\leftharpoonup x \vee y \vee \leftharpoonup C_i$	—	—	—	0	0	—	0	0	—
⑬	$\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup y \vee C_i$	—	—	—	—	2	2	—	2	2
⑭	$\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup y \vee \leftharpoonup C_i$	—	—	—	—	0	0	—	0	0
⑯	$\leftharpoonup x \vee \rightharpoondown y \vee C_i$	—	—	—	2	—	2	2	—	2
⑰	$\leftharpoonup x \vee \rightharpoondown y \vee \leftharpoonup C_i$	—	—	—	0	—	0	0	—	0
⑲	$\rightharpoondown x \vee y \vee C_i$	2	2	—	—	—	—	2	2	—
⑳	$\rightharpoondown x \vee y \vee \leftharpoonup C_i$	0	0	—	—	—	—	0	0	—
㉒	$\rightharpoondown x \vee \leftharpoonup y \vee C_i$	—	2	2	—	—	—	—	2	2
㉓	$\rightharpoondown x \vee \leftharpoonup y \vee \leftharpoonup C_i$	—	0	0	—	—	—	—	0	0
㉕	$\rightharpoondown x \vee \rightharpoondown y \vee C_i$	2	—	2	—	—	—	2	—	2
㉖	$\rightharpoondown x \vee \rightharpoondown y \vee \leftharpoonup C_i$	0	—	0	—	—	—	0	—	0

C_i が 2 をとる場所の C_i の添字を示す。
「—」はすべて 2 であることを示す。

$$S_h = \rightharpoondown\{\leftharpoonup f_2'(x, y) f_2'(x, y)\} \cdot \leftharpoonup\{\leftharpoonup f_0'(x, y) f_0'(x, y)\} \tag{2.19}$$

更に，〔13〕から f_2'（x, y）については，x_0, x_1, x_2 = ③' ⑤' ⑦' = ＊，＊，＊となり，$f_0'(x, y)$ についても x_0, x_1, x_2 = ①'⑥'⑧' = ＊，＊，＊となる。従って，$f_2'(x, y)$ 及び $f_0'(x, y)$ は共に "0" をとらないので，〔14〕及び〔16〕から次式を得る。

$$\begin{aligned} S_h &= f_2'(x, y) \rightharpoondown f_0'(x, y) \\ &= (\leftharpoonup xy \vee \rightharpoondown x \rightharpoondown y \vee x \leftharpoonup y) \rightharpoondown (\leftharpoonup x \leftharpoonup y \vee \rightharpoondown xy \vee x \rightharpoondown y) \end{aligned} \tag{2.20}$$

次に，桁上げ C_h は表 2.12 から，"2" をとらないので，〔12〕より次式を得る。

$$C_h = \rightharpoondown f_0'(x, y)\{\leftharpoonup f_0'(x, y) \vee f_0'(x, y)\} \tag{2.21}$$

更に，〔12〕から，x_0, x_1, x_2 = ①' ②' ③' ④' ⑤' ⑦' = ＊,＊,＊となる。従って，

$f_0'(x, y)$ は"0"をとらないので，〔18〕から次式を得る。

$$C_h = {\sim\!\neg} f_0'(x, y) f_0'(x, y)$$
$$= {\sim\!\neg}({\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y \vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y \vee {\llcorner\!\sim}xy \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y \vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y \vee x{\llcorner\!\sim}y)$$
$$\bullet({\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y \vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y \vee {\llcorner\!\sim}xy \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y \vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y \vee x{\llcorner\!\sim}y) \qquad (2.22)$$

2.5.4 特殊加法標準形を用いた3値全加算器に対する簡単化

和 S_f は表 2.13 から"0"及び"2"をとるので，式 (2.4) から次式を得る。

$$S_f = {\sim\!\neg}\{{\llcorner\!\sim}f_2'(x, y, C_i) f_2'(x, y, C_i)\}$$
$$\bullet {\llcorner\!\sim}\{{\llcorner\!\sim}f_0'(x, y, C_i) f_0'(x, y, C_i)\} \qquad (2.23)$$

更に，〔13〕及び表 2.15 から，$f_2'(x, y, C_i)$ については，x_0, x_1, x_2 = ⑤' ⑦' ⑪' ⑬' ⑲' ㉒' = ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊となり，$f_0'(x, y, C_i)$ についても，x_0, x_1, x_2 = ①' ⑧' ⑭' ⑯' ⑳' ㉖' = ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊, ＊となる。従って，$f_2'(x, y, C_i)$ 及び $f_0'(x, y, C_i)$ は共に"2"をとらないので，〔14〕及び〔16〕から次式を得る。

$$S_f = f_2'(x, y, C_i) {\sim\!\neg} f_0'(x, y, C_i)$$
$$= ({\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\llcorner\!\sim}xy{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i$$
$$\vee x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee xy{\sim\!\neg}C_i) \bullet {\sim\!\neg}({\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\llcorner\!\sim}xy{\sim\!\neg}C_i$$
$$\vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\sim\!\neg}xy{\llcorner\!\sim}C_i \vee x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i \vee x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i) \qquad (2.24)$$

次に，桁上げ C_f は表 2.13 から，"2"をとらないので，〔12〕の式 (2.8) から次式を得る。

$$C_f = {\sim\!\neg} f_0'(x, y, C_i)\{{\llcorner\!\sim}f_0'(x, y, C_i) \vee f_0'(x, y, C_i)\}$$
$$= {\sim\!\neg}({\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\sim\!\neg}C_i$$
$$\vee {\llcorner\!\sim}xy{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i$$
$$\vee x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i)\{{\llcorner\!\sim}({\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i$$
$$\vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\llcorner\!\sim}xy{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i$$
$$\vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i) \vee {\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i$$
$$\vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\llcorner\!\sim}x{\sim\!\neg}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\llcorner\!\sim}xy{\llcorner\!\sim}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i$$
$$\vee {\sim\!\neg}x{\llcorner\!\sim}y{\sim\!\neg}C_i \vee {\sim\!\neg}x{\sim\!\neg}y{\llcorner\!\sim}C_i \vee x{\llcorner\!\sim}y{\llcorner\!\sim}C_i\} \qquad (2.25)$$

なお，〔13〕及び**表 2.15** から x_0, x_1, x_2 = ①②③④⑤⑦⑩⑪⑬⑲ = ＊, ＊, ＊, ＊, 1, ＊, ＊, ＊, ＊となる。従って，$f_0'(x, y, C_i)$ は "0" をとるので，式 (2.25) は，これ以上に簡単化を進展させることが困難である。

表 2.15　表 2.11 の 3 変数への拡張

基本和と番号		x_0			x_1			x_2		
		y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2	y_0	y_1	y_2
①'	⌐x⌐y⌐C_i	1	−	1	−	−	−	1	−	1
②'	⌐x⌐y¬C_i	2	−	2	−	−	−	2	−	2
④'	⌐x¬y⌐C_i	1	1	−	−	−	−	1	1	−
⑤'	⌐x¬y¬C_i	2	2	−	−	−	−	2	2	−
⑦'	⌐xy⌐C_i	−	1	1	−	−	−	−	1	1
⑧'	⌐xy¬C_i	−	2	2	−	−	−	−	2	2
⑩'	¬x⌐y⌐C_i	1	−	1	1	−	1	−	−	−
⑪'	¬x⌐y¬C_i	2	−	2	2	−	2	−	−	−
⑬'	¬x¬y⌐C_i	1	1	−	1	1	−	−	−	−
⑭'	¬x¬y¬C_i	2	2	−	2	2	−	−	−	−
⑯'	¬xy⌐C_i	−	1	1	−	1	1	−	−	−
⑰'	¬xy¬C_i	−	2	2	−	2	2	−	−	−
⑲'	x⌐y⌐C_i	−	−	−	1	−	1	1	−	1
⑳'	x⌐y¬C_i	−	−	−	2	−	2	2	−	2
㉒'	x¬y⌐C_i	−	−	−	1	1	−	1	1	−
㉓'	x¬y¬C_i	−	−	−	2	2	−	2	2	−
㉕'	xy⌐C_i	−	−	−	−	1	1	−	1	1
㉖'	xy¬C_i	−	−	−	−	2	2	−	2	2

C_i が 0 とる場所の C_i の添字を示す。「−」はすべて 0 であることを示す。

2.6 準基本演算子を用いた簡単化 (2.22)

2.6.1 準基本演算子

論理和の否定及び論理積の二重否定で表される論理関数が論理積の論理和，あるいは論理和の論理積として表される論理関数形に分解できないことから，これらの関数形を分解する演算子として**表 2.16** に定義される反転 (inverse, —) を採用し，これを準基本

表 2.16　準基本演算子（反転）の真理値表

x	$\bar{x}$
0	2
1	1
2	0

演算子として本論理系に加えている。従って，基本演算子に準基本演算子を加えた 1 変数関数は，**表 2.17** に示すように展開される。ここで，次の表現式が成立する。

$$
\left.\begin{array}{l}
\rightsquigarrow\bar{x} = \leftsquigarrow\bar{x}, \quad \leftsquigarrow\bar{x} = \rightsquigarrow\bar{x}, \quad x = \bar{\bar{x}}, \\
\bar{x} \vee \bar{y} = \overline{x}\,\overline{y}, \quad \overline{x}\,\overline{y} = \bar{x} \vee \bar{y} \\
\rightsquigarrow (x \vee y) = \rightsquigarrow\bar{x} \vee \bar{x}\rightsquigarrow y \vee \rightsquigarrow x \rightsquigarrow y \\
\leftsquigarrow (xy) = \leftsquigarrow x\ \bar{x} \vee \leftsquigarrow y\ \bar{y} \vee \leftsquigarrow x \leftsquigarrow y
\end{array}\right\} \quad (2.26)
$$

表 2.17　準基本演算子を含む 3 値 1 変数関数

x	0	1	2	展　開　式
f'_{012}	0	1	2	x
f'_{120}	1	2	0	$\rightsquigarrow x$
f'_{201}	2	0	1	$\leftsquigarrow x$
f'_{210}	2	1	0	$\bar{x}$
f'_{021}	0	2	1	$\rightsquigarrow \bar{x}$
f'_{102}	1	0	2	$\leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{001}	0	0	1	$\leftsquigarrow x \rightsquigarrow \bar{x}$, $\rightsquigarrow \bar{x} \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{010}	0	1	0	$x\bar{x}$, $\bar{x} \rightsquigarrow \bar{x}$
f'_{100}	1	0	0	$\rightsquigarrow x \leftsquigarrow \bar{x}$, $\bar{x} \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{122}	1	2	2	$\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow \bar{x}$, $\rightsquigarrow \bar{x} \vee \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{212}	2	1	2	$x \vee \bar{x}$, $\bar{x} \vee \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{221}	2	2	1	$\leftsquigarrow x \vee \rightsquigarrow \bar{x}$, $\bar{x} \vee \rightsquigarrow \bar{x}$
f'_{011}	0	1	1	$x \rightsquigarrow \bar{x}$
f'_{101}	1	0	1	$\leftsquigarrow x \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{110}	1	1	0	$\rightsquigarrow x\bar{x}$
f'_{112}	1	1	2	$x \vee \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{121}	1	2	1	$\rightsquigarrow x \vee \rightsquigarrow \bar{x}$
f'_{211}	2	1	1	$\leftsquigarrow x \vee \bar{x}$
f'_{002}	0	0	2	$x \leftsquigarrow x$
f'_{020}	0	2	0	$\rightsquigarrow x \rightsquigarrow \bar{x}$
f'_{200}	2	0	0	$\leftsquigarrow x\bar{x}$
f'_{022}	0	2	2	$x \vee \rightsquigarrow x$
f'_{202}	2	0	2	$\leftsquigarrow x \vee \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{220}	2	2	0	$\rightsquigarrow x \vee \bar{x}$
f'_{000}	0	0	0	$x \rightsquigarrow x \leftsquigarrow \bar{x}$, $x\bar{x} \leftsquigarrow x$, $\rightsquigarrow \bar{x} \rightsquigarrow x \leftsquigarrow x$, $x\bar{x} \leftsquigarrow \bar{x}$
				$\rightsquigarrow \bar{x} \rightsquigarrow x \leftsquigarrow \bar{x}$, $\rightsquigarrow \bar{x}\bar{x} \leftsquigarrow x$, $\rightsquigarrow \bar{x}\ \bar{x} \leftsquigarrow \bar{x}$
f'_{222}	2	2	2	$x \vee \rightsquigarrow x \vee \bar{x}$, $x \vee \rightsquigarrow \bar{x} \vee \leftsquigarrow x$, $\leftsquigarrow \bar{x} \vee \rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow x$
				$x \vee \rightsquigarrow \bar{x} \vee \bar{x}$, $\leftsquigarrow \bar{x} \vee \rightsquigarrow x \vee \bar{x}$, $\leftsquigarrow \bar{x} \vee \rightsquigarrow \bar{x} \vee \leftsquigarrow x$
				$\leftsquigarrow \bar{x} \vee \rightsquigarrow \bar{x} \vee \bar{x}$, $\leftsquigarrow \bar{x}x \vee \rightsquigarrow x \rightsquigarrow \bar{x} \vee \leftsquigarrow x\bar{x}$
f'_{111}	1	1	1	$\rightsquigarrow x \leftsquigarrow x \vee x \rightsquigarrow \bar{x}$, $(\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow \bar{x})(\leftsquigarrow x \vee \bar{x})$

2.6.2　準基本演算子を用いた簡単化の発展(2.22)

本節では，本論理系における論理回路を実現する上で有用な論理関数の表現式，すなわち，

(i)否定及び二重否定の基本演算子数を少なくすることに重点を置いて，

(ii)これらの演算子数が同じ場合には，文字数の少ない表現式を得ること，

を考慮する簡単化の手法について考察する。

2.4 において得られた論理関数は，必要に応じ準基本演算子を援用することによって，論理積項の加法形として表現される。この加法形を基にして，以下に述べる手順により求められる簡単化された論理積項の適当な組合せから，準基本演算子を最終的には消去して，しかも簡単化の条件を満足するような論理関数の表現式を求める。ここで，簡単化の手順において用いる用語を説明する。

(i) **表 2.3** に示される f_{001}, f_{010} 及び f_{100} の "2" をとらない展開式を x に関する第 1 種積形項とする。

(ii) **表 2.17** に示される f'_{002}, f'_{020} 及び f'_{200} の "1" をとらない展開式を x に関する第 2 種積形項とする。

(iii) 一つの項を構成している変数が，第 1 種積形項か，第 2 種積形項か，あるいは文字数 1 のいずれかの形で，その項に含まれており，少なくとも 1 個の変数については，第 1 種積形項か，あるいは第 2 種積形項の形で含まれている項を α 形項とする。

例； $\leftharpoonup x\bar{x}\leftharpoonup yy$, $\leftharpoonup x\rightharpoondown x\leftharpoonup yy$, $\leftharpoonup x\leftharpoonup \bar{y}y$

(iv) α 形項において，第 1 種積形項を含まない形の項を β 形項とする。従って，β 形項は α 形項の 1 種である。

例； $\leftharpoonup x\bar{x}\leftharpoonup \bar{y}y$, $\leftharpoonup x\leftharpoonup \bar{y}y$

(v) α 形項において，第 2 種積形項を含まない形の項を γ 形項とする。従って，γ 形項は α 形項の 1 種である。

例； $\leftharpoonup x\rightharpoondown x\leftharpoonup yy$, $\leftharpoonup x\leftharpoonup yy$

以下，簡単化を発展させる手順について述べる。なお，必要に応じて，**2.2** 及び **2.6.1** で述べた関係式を用いることにする。

① **2.4** において得られた論理関数 f を次式の加法形で表す。

$$f = A_1 \vee A_2 \vee \cdots\cdots \vee A_m \qquad (2.27)$$

ここで，$A_i (i = 1, 2, \cdots, m)$ は文字数 1 の変数を含まない項であって，β 形項

か，あるいはγ形項かのいずれか一方の項である。右辺における任意のA_iを除いた関数は，もはやfを表さない。A_iを集合s_0の元とする。

② β形項（$\in s_j$）の第2種積形項の部分を，その変数に対応する第1種積形項を次のように変換することによって，新たなγ形項を作り，s_jの元に加える。

$$f'_{002} \rightarrow f_{001}, \quad f'_{020} \rightarrow f_{010}, \quad f'_{200} \rightarrow f_{100}$$

③ $l \leftarrow 0$

④ $j \leftarrow l$, check $\leftarrow 0$

⑤ γ形項（$\in s_j$）は "2" をとらないから，次式の関係を用いて，新たなα形項を作り，s_jの元に加える。

$$pq = p \rightharpoondown \overline{q} \quad (p \neq 2\,;\ p,\ q \text{ は文字}) \tag{2.28}$$

⑥ $l \leftarrow j+1$

⑦ s_jの元を組合せて，次式の関係式が適用できる場合には，これを適用して，より文字数の少ない項を作る。この項をs_jの元に加えると共に，check $\leftarrow 1$とする。

$$qf_{222} = qf'_{222} = q \tag{2.29}$$

⑧ s_jの元を組合せて，次式の関係式が適用できる場合には，これを適用して，より文字数の少ない項を作る。この項をs_jの元に加えると共に，check $\leftarrow 1$とする。

$$\rightharpoondown qq \vee \leftharpoonup \overline{q}q = q \tag{2.30}$$

⑨ check $= 1$であれば，④に戻る。check $= 0$であれば，⑩に移る。

⑩ s_k（$k = 0, 1, \cdots\cdots, l$）の元から，準基本演算子を消去すると共に，簡単化の条件を満足するような論理関数の表現式を求める。

2.7 3値加算器に対する簡単化の発展[2.22]

2.6.2で述べた簡単化の手順を3値半加算器の和S_hに適用する。

① 式（2.12）から次式が得られる。

$$\begin{aligned} S_h = &\underbrace{\leftharpoonup x\overline{x} \leftharpoonup \overline{y}y}_{A_1} \vee \underbrace{\leftharpoonup \overline{x}x \leftharpoonup \overline{y}y}_{A_2} \vee \underbrace{\rightharpoondown x \rightharpoondown \overline{x} \rightharpoondown y \rightharpoondown \overline{y}}_{A_3} \\ &\vee \underbrace{\leftharpoonup xx \leftharpoonup yy}_{A_4} \vee \underbrace{\rightharpoondown xx \leftharpoonup y \rightharpoondown y}_{A_5} \vee \underbrace{\leftharpoonup x \rightharpoondown x \rightharpoondown yy}_{A_6} \end{aligned} \tag{2.31}$$

② β形項の一つであるA_1より次式のγ形項が得られる。

$$A'_1 = \rightharpoondown x \leftharpoonup xy \leftharpoonup y \quad \in s_0 \tag{2.32}$$

他の β 形項 A_2 及び A_3 からも同様に γ 形項が得られる。以下同様とする。

③ $l \leftarrow 0$

④ $j \leftarrow 0$, check $\leftarrow 0$

⑤ γ 形項の一つである A_1' から次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} A_1' &= \neg\!\sim x \backsim xy \backsim y \\ &= \neg\!\sim x \backsim xy \backsim \overline{y} = \backsim x\overline{x}y \backsim y \end{aligned}\right\} \in s_0 \tag{2.33}$$

以後，少なくとも一つの＜＞の記号内からは準基本演算子を含まない文字を選ぶことにして，式 (2.33) を次式のように書き表すことにする。なお，A_1' は α 形項となる。

$$A_1' = \backsim x < \neg\!\sim x, \overline{x} > y < \backsim y, \sim\overline{y} > \tag{2.34}$$

⑥ $l \leftarrow 1$

⑦ 実施できないから， check $=0$ のまま⑧に移る。

⑧ 例えば，次式が得られる。

$$\begin{aligned} A_1 \vee A_4 &= \backsim x\overline{x} \backsim \overline{y}y \vee x < \backsim x, \overline{x} > y < \backsim y, \sim\overline{y} > \\ &= (\backsim x\ \overline{x} \vee \backsim xx) \backsim \overline{y}y \\ &= \backsim x \backsim \overline{y}y = B_1' \quad \in s_1 \qquad (\beta\text{形項}) \end{aligned} \tag{2.35}$$

この関係を表 **2.18** に示す。又，次式が得られる。

$$\begin{aligned} A_1' \vee A_4 &= \backsim x < \neg\!\sim x, \overline{x} > y < \backsim y, \backsim \overline{y} > \vee\, x < \backsim x, \backsim \overline{x} > y < \backsim y, \backsim \overline{y} > \\ &= \backsim x \backsim yy = B_1' \quad \in s_1 \qquad (\gamma\text{ 形項}) \end{aligned} \tag{2.36}$$

この関係を表 **2.18** に示す。check $\leftarrow 1$ とする。

表 2.18 A_i と B_i , B_i' との関係

		β形項 A_1	β形項 A_2	β形項 A_3	γ形項 A_4	γ形項 A_5	γ形項 A_6
β 形項	$B_1 = \backsim x \backsim \bar{y}y$	○			○		
	$B_2 = \backsim x\bar{x}y$	○					○
	$B_3 = \backsim \bar{x}x \backsim y$		○		○		
	$B_4 = x \backsim y\bar{y}$		○			○	
	$B_5 = \sim x \sim \bar{x} \sim y$			○		○	
	$B_6 = \sim x \sim y \sim \bar{y}$			○			○
γ 形項	$B_1' = [\backsim x, \backsim \bar{x}] \backsim yy$	△			○		
	$B_2' = \sim x \backsim x[y, \sim \bar{y}]$	△					○
	$B_3' = \backsim xx[\backsim y, \backsim \bar{y}]$		△		○		
	$B_4' = [x, \sim \bar{x}] \sim y \backsim y$		△			○	
	$B_5' = \sim xx[\sim y, \bar{y}]$			△		○	
	$B_6' = [\sim x, \bar{x}] \sim yy$			△			○

⑨　check ＝ 1 であるから，④に戻る。

④　$j \leftarrow 1$，check $\leftarrow 0$

⑤　γ 形項の一つである B_1' から次式が得られる。

$$B_1' = \llcorner\!\sim x \llcorner\!\sim yy = \llcorner\!\sim \overline{x} \llcorner\!\sim yy \quad \in s_1 \tag{2.37}$$

以後，式（2.37）を次式のように書き表すことにする。

$$B_1' = [\llcorner\!\sim x, \llcorner\!\sim \overline{x}] \llcorner\!\sim yy \tag{2.38}$$

この関係を**表 2.18** に示す。従って，**表 2.18**を完成することができる。

⑥　$l \leftarrow 2$

⑦及び⑧は実施できないから，check ＝ 0 のまま⑨に移る。⑨においては，check ＝ 0 であるから⑩に移る。

⑩　**表 2.18**から，次式を得る。

$$\begin{aligned} S_h &= B_2 \vee B_1' \vee B_4 \vee B_3' \vee A_3 \\ &= (x \vee y) \llcorner\!\sim (xy) \vee \sim\!\neg x \sim\!\neg \overline{x} \sim\!\neg y \sim\!\neg \overline{y} \\ &= (x \vee y) \llcorner\!\sim (xy) \vee \sim\!\neg \{x \vee y \vee \llcorner\!\sim (xy)\} \end{aligned} \tag{2.39}$$

以上と同様にして，式（2.14），式（2.16）及び式（2.18）から，3 値半加算器の桁上げ C_h，全加算器の和 S_f 及び桁上げ C_f は，それぞれ次式のように与えられる。

$$\left.\begin{aligned} C_h &= xy \llcorner\!\sim (x \vee y) \\ C_f &= (xy \vee C_i)(xyC_i \vee \llcorner\!\sim xx \vee \llcorner\!\sim yy) \\ S_f &= \llcorner\!\sim C_i [(x \vee y) \llcorner\!\sim (xy) \vee \sim\!\neg \{x \vee y \vee \llcorner\!\sim (xy)\}] \\ &\quad \vee \sim\!\neg (\llcorner\!\sim C_i \vee C_i)\{\sim\!\neg (x \vee y) \vee xy\} \llcorner\!\sim \{\sim\!\neg (x \vee y) xy\} \end{aligned}\right\} \tag{2.40}$$

2.8　信学論（D）における紙上討論

3 値論理回路を実現する上で，有用である 3 値論理系の解析法及び構成法として提案されているＭ方式 (2.6, 2.11) 及びＩ方式 (2.14, 2.15) の 2 種の 3 値論理系における各々の特徴が明らかにされ，次のような項目についての相違点と問題点が指摘されている (2.17)。

（ｉ）　3 進数の表示方法

3 進数の表示方法として，数字 0, 1, 2 を用いるＭ3方式と，数字 −1, 0, ＋1 を用いる ST 方式がある。加減算器を構成するにはＭ3 方式が優れている。乗除算器を構成するには ST 方式が優れている。

（ⅱ） 真理値と物理量の対応

表 2.19　対応表

M方式			I方式		
高	中	低	高	中	低
+	0	−	+	0	−
0	1	2	2	1	0

（ⅲ） 1変数基本演算子

M方式とI方式における1変数基本演算子の対応表が示されている。

（ⅳ） 2変数基本演算子

M方式とI方式における2変数基本演算子の対応表が示され，2変数基本演算子は，同意の演算子であることが確かめられている。

（ⅴ） 3値1変数関数

M方式とI方式における3値1変数関数の相互変換式が示されている。

（ⅵ） 一般式の表現法

I方式では，特殊加法と特殊乗法標準形しか示されていないので，一般形を導くのが困難である。

（ⅶ） M3方式加算回路の展開式

M方式で加算回路を構成すると，必要なブロック数は19個となり，I方式では，17個である。しかしながら，それぞれの回路構成法などによる安定度や信頼性を含めて総合的に比較する必要がある。

（ⅷ） 乗除算に対する考慮

ST方式はM3方式に比較して能率的であり，M方式はST方式を用いることを明らかにしている。I方式では，この点が明らかでない。

又，文献(2.18)については，次のような私見が寄せられている(2.20)。

（ⅸ） 「特殊乗（加）法標準形」について

文献(2.14)における特殊乗法標準形と，文献(2.18)で定義されている特殊乗法標準形とでは，その内容が異なるのではないか。

（ⅹ） 記述の訂正と追加

項目(2)の記述を「fが"0"をとらないとき，fは$1 \vee \neg(f_2 \vee \neg f_2)$」と訂正し，

「fが"1"をとらないとき，fは式(1)の第2項のみで与えられる」を挿入すべきである。

(xi) 論理関数の簡単化について

文献[2.18]における簡単化の方法は，いわゆる"don't care"を考慮しないため，一般の論理関数の簡単化は非常に困難である。論理積及び論理和を用いたサイクリック演算による3値論理関数の簡単化には，文献[2.16]に挙げられている法則，公式を用いればよい。

以下，上記項目(i)～(xi)を順に検討する。

(i) 加減算器を構成するにはM3方式が優れており，乗除算器を構成するにはST方式が優れていると考えられるが，なお，符号判定，10進数などとの相互変換などの容易さ，直観性など種々の点からも検討すべきであり，簡単に結論できない[2.19]。

(ii) $0 \leftrightarrow 0$，$+ \leftrightarrow 1$，$- \leftrightarrow 2$ などの対応も考えられる[2.19]。

(iii)～(v) 指摘の通りである。

(vi) 2.3で述べたように一般形が導かれる[2.18, 2.21, 2.22]。

(vii) 指摘の通りである。

(viii) I方式では，この点が明らかでない。今後検討すべき課題である。

(ix) 見解が異なるだけである。

(x) 項目(2)の記述を「fが"1"をとらないとき，fは式(1)の第2項のみで与えられる」と訂正し，文献[2.21]の項目(8)及び(9)を挿入する。

(xi) 文献[2.16, 2.20]に示された法則及び公式は，文献[2.14]の表4(表2.3と同一)から容易に導出できる。

2.9 結　言

否定，二重否定，論理積及び論理和を基本演算子とする3値論理系における論理関数を表現する一般形を与えている。ついで，一般形を簡単化する手法を述べて，例題として3値加算器の論理関数を採り挙げ，それぞれの関数に本手法を適用している。

しかしながら，論理関数の表現式の中に論理和の否定及び論理積の二重否定の関数形が含まれている場合には，簡単化の発展が困難となる。このため，これらの関数形を分解し，簡単化を推し進めるために反転を準基本演算子として本論理系に加えている。そして，準基本演算子を加えた本論理系の簡単化を進めて，最終的には準基本演算子を消去する簡単化の手順を述べている。更に，例題として上記加算器の論理関数の簡単化した表現式を求め，本手法の有用性を確かめている。

なお，ここでは準基本演算子として反転を用いているが，**表 2.17** に示されている次式の1変数関数を採用することも可能である。

$$\left.\begin{aligned} f'_{021} &= \sim\!\!\neg\,\overline{x} \\ f'_{102} &= \leftharpoondown\!\!\sim\overline{x} \end{aligned}\right\} \qquad (2.41)$$

2.7 では，準基本演算子を含んだ加法形の簡単化を行っているが，なお更に，準基本演算子を含んだ乗法形の簡単化の発展，又，準基本演算子として採用した演算子をも基本演算子として含めた3値論理系を検討することが必要であると考えられる。

本章で述べた3値論理系とその簡単化の手法は，3値論理回路を実現する上で十分有用であると考えられる。

終りに，本章の内容の元になった文献(2.14, 2.15, 2.18)に対し，貴重な紙上討論(2.17, 2.19, 2.20)を頂いた各位に厚く御礼申し上げる。

2.10 参考文献

(2.1) Post, E. L. : "Introduction to a general theory of elementary propositions", American Journal of Mathematics, 43, pp. 163-185 (1921).

(2.2) Lee, C. Y. and Chen, W. H. : "Several-valued combinational switching circuits", AIEE Trans., 75, part I, pp. 278-283 (July 1956).

(2.3) Berlin, R.D. : "Synthesis of n-valued switching circuits", IRE Trans., EC-7, pp. 52-56 (March 1958).

(2.4) Hallworth, R.P. and Heath, F.G. : "Semiconductor circuits for ternary logic", Proc. IEE, 109-C, pp. 219-225 (1962).

(2.5) Santos, J. and Arango, H. : "On the analysis and synthesis of three-valued digital systems", Proc. AFIPS Conf., 25, pp. 463-475 (1964).

(2.6) 三根，長谷川，池田，新谷 : "3 値論理回路の一構成", 信学論 (C), 51-C, 12, pp. 573-580 (昭和 43 - 12).

(2.7) 三根，藤田 : "3 値論理における Modular 系と自己双対関数", 信学論 (C), 52-C, 11, pp. 752-753 (昭和 44-11).

(2.8) 田中，田原 : "3 値論理関数の完全性と Polypheck", 信学論 (C), 53-C, 2, pp. 111-118 (昭和 45-02).

(2.9) Santos, J., Arango, H., Pascual, M. and Roing, G. : "A cyclic algebra for the synthesis of ternary digital system", IEEE Trans., EC-19, pp. 651-653 (July 1970).

(2.10) Vranesic, Z. G., Lee, E. S. and Smith, K.C. : "A many-valued algebra for switching systems", IEEE Trans., EC-19, pp. 964-971 (Oct. 1970).

(2.11) 三根，長谷川，島田 : "3 進 4 則演算方式について", 信学論 (C), 54-C, 1, pp. 66-73 (昭和 46-01).

(2.12) Vranesic, Z. G. and Walizzaman M. : "Functional transformation in simplification of multi-valued switching functions", IEEE Trans., EC-21, pp. 102-105 (Jan. 1972)。

(2.13) Lee, S.C. and Lee, E.T. : "On multivalued symmetric functions", IEEE Trans., EC-21, pp. 312-317 (March 1972).

(2.14) 今西，村中 : "3 値論理の一手法", 信学論 (D), 55-D, 7, pp。482-483 (昭和

47-07).

(2.15) 今西，村中：”3値半加算器及び全加算器の構成”，信学論(D), 55-D, 7, pp. 484-485 (昭和 47-07).

(2.16) 奥村：”サイクリック演算による標準展開とその簡単化”，信学論(D), 56-D, 6, pp. 387-389 (昭和 48-06).

(2.17) 村田，里，滑川：”三根氏及び今西氏の提案になる3値論理系への私見”，信学論(D), 56-D, 8, pp. 483-484 (昭和 48-08).

(2.18) 今西，村中：”村田正，里治則，滑川敏彦氏の意見に対する回答”，信学論(D), 56-D, 8, pp. 485-486 (昭和 48-08).

(2.19) 長谷川，島田，三根：”「三根氏及び今西氏の提案になる3値論理系への私見」にに対する見解”，信学論(D), 56-D, 8, pp. 486 (昭和 48-08)。

(2.20) 奥村：”今西，村中両氏の「村田正，里治則，滑川敏彦氏の意見に対する回答」に対する意見”，信学論(D), 57-D, 4, pp. 246-247 (昭和 49-04).

(2.21) 今西，村中：”「奥村氏の意見」に対する見解”，信学論(D), 57-D, 4, pp. 247-248 (昭和 49-04).

(2.22) 今西，村中：”3値論理とその簡単化の一手法”，信学論(D), J 59-D, 5, pp. 315-322 (昭和 51-05)。

第３章　３値NOR/NAND型論理関数とその簡単化の一手法

3.1 緒　言

３値論理に関しては数多くの研究がなされており，３値論理回路についても実際的な検討が行われるような機運になりつつある[3.2, 3.3, 3.5～3.8]。又，３値論理回路を実現する上で有用であると考えられている否定，二重否定，論理積及び論理和を基本演算子として用いる３値論理系が提案され[3.1]，これらを実現する論理回路と同程度に回路構成が可能な３値NOR（論理和の否定）/NAND（論理積の否定）型基本演算子回路が報告されている[3.5]。従って，基本演算子数の少ない３値NOR/NAND型論理回路を実現する際の論理設計が重要な課題となっている。

このために本章では，３値NOR/NAND型基本演算子を用いる３値論理系を提案し，その簡単化の手法について検討している。

まず，３値NOR/NAND型基本演算子を定義して，これにより表される３値NOR/NAND型標準形を与えている。次に，これらの標準形を用いて展開される３値NOR/NAND型論理関数の一般形を示している。更に，これらの一般形を簡単化すると共に，例題として３値加算器の和及び桁上げ論理関数を採り挙げて本手法を適用し，それぞれの表現式を求めている。

3.2　3値NOR/NAND型論理関数

3.2.1　3値NOR/NAND型基本演算子[3.6, 3.9]

3値NOR型論理関数に用いる基本演算子には，3値NOR（論理和の否定）及び3値D-NOR（論理和の二重否定）の2種類があり[3.5]，2変数の場合の真理値表を**表 3.1** に示す。

表 3.1　NOR型基本演算子の真理値表

x	y	NOR $\sim(x \vee y)$	D-NOR $\sim(x \vee y)$
0	0	1	2
0	1	2	0
0	2	0	1
1	0	2	0
1	1	2	0
1	2	0	1
2	0	0	1
2	1	0	1
2	2	0	1

表 3.2　NAND型基本演算子の真理値表

x	y	NAND $\sim(xy)$	D-NAND $\sim(xy)$
0	0	1	2
0	1	1	2
0	2	1	2
1	0	1	2
1	1	2	0
1	2	2	0
2	0	1	2
2	1	2	0
2	2	0	1

なお，又，NOT（否定）及びD-NOT（二重否定）は[3.1]，NOR及びD-NORを用いてそれぞれ次式のように表現できる。

$$\left.\begin{aligned} \sim\!\!\neg\, x &= \sim\!\!\neg\,(x \vee x) = \sim\!\!\neg\,(x \vee 0) \\ \llcorner\!\!\sim x &= \llcorner\!\!\sim(x \vee x) = \llcorner\!\!\sim(x \vee 0) \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

又，3値NAND型論理関数に用いる基本演算子には，3値NAND（論理積の否定）及び3値D−NAND（論理積の二重否定）の2種類があり(3.5)，2変数の場合の真理値表を表3.2に示す。

なお，NOT（否定）及びD−NOT（二重否定）は(3.1)，NOR及びD−NORを用いてそれぞれ次式のように表現できる。

$$\left.\begin{aligned} \sim\!\!\neg\, x &= \sim\!\!\neg\,(xx) = \sim\!\!\neg\,(x \cdot 2) \\ \llcorner\!\!\sim x &= \llcorner\!\!\sim(x \vee x) = \llcorner\!\!\sim(x \cdot 2) \end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

3.2.2 基本D−NOR/NAND演算子(3.9)

表3.3は3値n変数基本D−NORを表したもので3^n個ある。ここで，行番号kの基本D−NORは，D_k^nで表され，その行の真理値"0"をとる変数はそのまま肯定をとり，"1"をとる変数は二重否定をとり，"2"をとる変数は否定をとったn変数をD−NORしたものである。従って，$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$が$k$で示される行の真理値をとる場合のみ2となる。

表3.3　n変数基本D−NOR表

行番号 k	$x_1\, x_2 \cdots x_n$	基本D-NOR	D_k^n
0	0 0 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(x_1 \vee x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_0^n
1	1 0 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(\llcorner\!\!\sim x_1 \vee x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_1^n
2	2 0 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(\sim\!\!\neg\, x_1 \vee x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_2^n
3	0 1 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(x_1 \vee \llcorner\!\!\sim x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_3^n
4	1 1 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(\llcorner\!\!\sim x_1 \vee \llcorner\!\!\sim x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_4^n
5	2 1 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(\sim\!\!\neg\, x_1 \vee \llcorner\!\!\sim x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_5^n
6	0 2 ⋯ 0	$\llcorner\!\!\sim(x_1 \vee \sim\!\!\neg\, x_2 \vee \cdots \vee x_n)$	D_6^n
⋮	⋮ ⋮ ⋱ ⋮	⋮ ⋮ ⋱ ⋮	⋮
3^n-1	2 2 ⋯ 2	$\llcorner\!\!\sim(\sim\!\!\neg\, x_1 \vee \sim\!\!\neg\, x_2 \vee \cdots \vee \sim\!\!\neg\, x_n)$	$D_{3^n-1}^n$

又，**表3.4**は3値n変数基本NANDを表したもので3^n個ある。ここで，行番号kの基本NANDは，N_k^nで表され，その行の真理値"0"をとる変数は二重否定をとり，"1"をとる変数は否定をとり，"2"をとる変数はそのまま肯定否定をとったn変数をNAND

したものである。従って，$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n$ が k で示される行の真理値をとる場合のみ 0 となる。

表 3.4　n 変数基本 NAND 表

行番号 k	$x_1 x_2 \cdots x_n$	基本NAND	N_k^n
0	0 0 ⋯ 0	$\sim(\sim x_1 \sim x_2 \cdots \sim x_n)$	N_0^n
1	1 0 ⋯ 0	$\sim(\sim x_1 \sim x_2 \cdots \sim x_n)$	N_1^n
2	2 0 ⋯ 0	$\sim(\ x_1 \sim x_2 \cdots \sim x_n)$	N_2^n
3	0 1 ⋯ 0	$\sim(\sim x_1 \sim x_2 \cdots \sim x_n)$	N_3^n
4	1 1 ⋯ 0	$\sim(\sim x_1 \sim x_2 \cdots \sim x_n)$	N_4^n
5	2 1 ⋯ 0	$\sim(\ x_1 \sim x_2 \cdots \sim x_n)$	N_5^n
6	0 2 ⋯ 0	$\sim(\sim x_1\ \ x_2 \cdots \sim x_n)$	N_6^n
⋮	⋮ ⋮ ⋱ ⋮	⋮ ⋮ ⋱ ⋮	⋮
3^n-1	2 2 ⋯ 2	$\sim(\ x_1\ \ x_2 \cdots\ \ x_n)$	$N_{3^n-1}^n$

3.2.3 NOR 型標準形による一般形 (3.6, 3.9)

D－NOR 型標準形 $f_i(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$（$f_i$ と略記する）は，i が 0, 1, 2 のいずれかをとり，求める任意の 3 値 n 変数関数 $f(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$（$f$ と略記する）が i をとらない行をまとめて k とするとき，

$$D_k^n = D^n{}_{(k_1, k_2, k_3, \cdots, k_s)}$$
$$= D_{k_1}^n \vee D_{k_2}^n \vee D_{k_3}^n \vee \cdots \vee D_{k_s}^n$$

を用いて，次式のように定義できる。

(i) すべての入力組合せについて D_k^n を調べたとき，D_k^n の 0 をとるところがある場合には，

$$f_i = \sim(D_k^n \vee 1) \tag{3.3}$$

(ii) すべての入力組合せについて D_k を調べたとき，D_k の 0 をとるところがない場合には，

$$f_i = \sim D_k^n \tag{3.4}$$

従って，f_i は 2 をとらない。ここで定数 1 は次式で与えられる。

$$1 = \sim(x_j \vee \neg x_j \vee \sim x_j),\ j = 1, 2, \cdots, n \tag{3.5}$$

以上から，f の一般形は**表 3.5** から f_i を用いて次式で与えられる。

$$f = \neg(\backsim f_0 \vee f_1) = \backsim(\backsim f_1 \vee f_2) = \backsim f_2 \vee f_0 \tag{3.6}$$

表 3.5　NOR 型標準形を用いた一般形

f	$\backsim f_0$	f_1	$\backsim f_0 \vee f_1$	$\backsim f_1$	f_2	$\backsim f_1 \vee f_2$	$\backsim f_2$	f_0	$\backsim f_2 \vee f_0$
0	2	1	2	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	2	1	2	0	1	1
2	0	1	1	0	0	0	2	1	2

ここで，式 (3.6) の第 3 式は次式のように NOR 型論理関数で表現できるから，否定及び二重否定演算子を省略して OR 型論理関数形に留めている。以下同様とする。

$$\left.\begin{aligned} A \vee B &= \neg\{\backsim(A \vee B)\} \\ &= \backsim\{\neg(A \vee B)\} \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

3.2.4　NAND 型標準形による一般形[3.9]

NAND 型標準形 $f_i'(x_1, x_2, \cdots, x_n)$（$f_i'$ と略記する）は，i が 0, 1, 2 のいずれかをとり，求める n 変数関数 f が i をとらない行をまとめて k とするとき，

$$\begin{aligned} N_k^n &= N^n{}_{(k_1, k_2, k_3, \cdots, k_s)} \\ &= N_{k_1}^n \vee N_{k_2}^n \vee N_{k_3}^n \vee \cdots \vee N_{k_s}^n \end{aligned}$$

を用いて，次式のように定義できる。

(iii) すべての入力組合せについて N_k^n を調べたとき，N_k^n の 2 をとるところがある場合には，

$$f_i' = \neg(N_k^n \cdot 1) \tag{3.8}$$

(iv) すべての入力組合せについて N_k^n を調べたとき，N_k^n の 2 をとるところがない場合には，

$$f_i' = \neg N_k^n \tag{3.9}$$

従って，f_i' は 0 をとらない。ここで定数 1 は次式で与えられる。

$$1 = \neg(x_j \neg x_j \backsim x_j),\ j = 1, 2, \cdots, n \tag{3.10}$$

以上から，f の一般形は**表 3.6** から f_i を用いて次式で与えられる。

$$f = \neg f_0' f_1' = \neg(\neg f_1' f_2') = \backsim(\neg f_2' f_1') \tag{3.11}$$

表 3.6　NAND 型標準形を用いた一般形

f	$\sim f_0'$	f_2'	$\sim f_0'f_2'$	$\sim f_1'$	f_0'	$\sim f_1'f_0'$	$\sim f_2'$	f_1'	$\sim f_2'f_1'$
0	0	1	0	2	2	2	2	1	1
1	2	1	1	0	1	0	2	2	2
2	2	2	2	2	1	1	0	1	0

ここで，式（3.11）の第 1 式は次式のように NAND型論理関数で表現できるから，否定及び二重否定演算子を省略して AND 型論理関数形に留めている。以下同様とする。

$$\left.\begin{aligned} AB &= \rightharpoondown\{\leftharpoondown(AB)\} \\ &= \leftharpoondown\{\rightharpoondown(AB)\} \end{aligned}\right\} \qquad (3.12)$$

3.3　一般形の簡単化

3.3.1　NOR 型一般形の簡単化 (3.9)

式（3.6）で与えられる NOR 型一般形の簡単化についてのべる。

(a)　f が i をとらないとき，$\leftharpoondown f_i$ は 0 となり，f は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} f &= \rightharpoondown f_1, & i &= 0 \\ &= \leftharpoondown f_2, & i &= 1 \\ &= f_0\,, & i &= 2 \end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

(b)　式（3.6）の $f_{\rightharpoondown i}$（添字 $\rightharpoondown i$ は i の否定したもの）は，**表 3.5** の破線で囲んだように次の簡単化ができる。

（b－i）　f の 0 をとるところにおいては，$\leftharpoondown f_0$ が 2 となり，$f_{\rightharpoondown i}$ すなわち f_1 は 1 となる。従って f_1 が $\leftharpoondown f_0$ に含まれ，f_1 の D_k^n において，f の 0 に対応する項を省くことができる。

（b－ii）　f の 1 をとるところにおいては，$\leftharpoondown f_1$ が 2 となり，$f_{\rightharpoondown i}$ すなわち f_2 は 1 となる。従って f_2 が $\leftharpoondown f_1$ に含まれ，f_2 の D_k^n において，f の 1 に対応する項を省くことができる。

（b－iii）　f の 2 をとるところにおいては，$\leftharpoondown f_2$ が 2 となり，$f_{\rightharpoondown i}$ すなわち f_0 は 1 となる。従って f_0 が $\leftharpoondown f_2$ に含まれ，f_0 の D_k^n において，f の 2 に対応する項を省くことができる。

ここで，簡単化された新しい D_k^n が 0 をとる場合であっても，$f_{\neg i}=2$ であるから，この 2 と f のとる i とが**表 3.7** の破線で囲んだように一致するときには，新しい $f_{\neg i}$ は式 (3.4) で与えられる。

(c) 更に，$f_{\neg i}$ の 2 と f の i が完全に一致するときには，**表 3.7** から，f は式 (3.13) で与えられる。

(d) 又，次の表現式が成立し，D_k^2 の簡単化に役立つ。これらは D_k^n に拡張できる。

$$D^2_{(6,7,8)} = x \vee 1 \tag{3.14}$$

$$D^2_{(1,3,4)} = \neg(x \vee y) \vee 1 \tag{3.15}$$

$$1_{(1,2,3,4,5,6,7,8)} = \backsim(\neg x \vee x) \tag{3.16}$$

ここで，$1_{(p)}$ は添字 p の行の入力組合せに対して 1 となり，p 以外の行の入力組合せに対して 0 となる関数である。

表 3.7 NOR 型一般形の簡単化

$i=0$			$i=1$			$i=2$		
f	f_1	$\sim f_0 \vee f_1$	f	f_2	$\sim f_1 \vee f_2$	f	f_0	$\sim f_2 \vee f_0$
0	2	2	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	2	2	1	1	1
2	1	1	2	0	0	2	2	2

3.3.2 NAND 型一般形の簡単化 [3.9]

式 (3.11) で与えられる NAND 型一般形の簡単化について述べる。

(e) f が i をとらないとき，$\neg f_i'$ は 2 となり，f は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} f &= f_2', & i &= 0 \\ &= \neg f_0', & i &= 1 \\ &= \backsim f_1', & i &= 2 \end{aligned}\right\} \tag{3.17}$$

(f) 式 (3.11) の $f_{\backsim i}'$（添字 $\backsim i$ の二重否定したもの）は，**表 3.6** の破線で囲んだように次の簡単化ができる。

(f‐i) f の 0 をとるところにおいては，$\neg f_0'$ が 0 となり，$f_{\backsim i}'$ すなわち f_2' は 1 となる。従って f_2' が $\neg f_0'$ に含まれ，f_1' の N_k^n において，f の 0 に対応する項を省くことができる。

(f‐ii) f の 1 をとるところにおいては，$\neg f_1'$ が 0 となり，$f_{\backsim i}'$ すなわち f_0' は 1

となる。従ってf_0'が$\neg f_1'$に含まれ，f_0'のN_k^nにおいて，fの 1 に対応する項を省くことができる。

（f-iii） fの 2 をとるところにおいては，$\neg f_2'$が 0 となり，$f_{\sim i}'$ すなわちf_1'は 1 となる。従ってf_1'が$\neg f_2'$に含まれ，f_1'のN_k^nにおいて，fの 2 に対応する項を省くことができる。

ここで簡単化された新しいN_k^nが 2 をとる場合であっても，$f_{\sim i}'=2$であるから，この 0 とfのとるiとが**表 3.8** の破線で囲んだように一致するときには，新しい$f_{\sim i}'$は式 (3.9) で与えられる。

(g) 更に，$f_{\sim i}'$の 0 とfのiが完全に一致するときには，**表 3.8** から，fは式 (3.17) で与えられる。

表 3.8 NAND 型一般形の簡単化

$i=0$			$i=1$			$i=2$		
f	f_2'	$\sim f_0'f_2'$	f	f_0'	$\sim f_1'f_0'$	f	f_1'	$\sim f_2'f_1'$
0	0	0	0	2	2	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	2	2
2	2	2	2	1	1	2	0	0

(h) 又，次の表現式が成立し，N_k^nの簡単化に役立つ。これらはN_k^nに拡張できる。

$$N^2_{(0,1,2)} = x\cdot 1 \tag{3.18}$$

$$N^2_{(4,5,7)} = \backsim(xy)\cdot 1 \tag{3.19}$$

$$1'_{(0,1,2,3,4,5)} = \neg(x \backsim x) \tag{3.20}$$

ここで，$1'_{(p)}$は添字pの行の入力組合せに対して 1 となり，p以外の行の入力組合せに対して 2 となる関数である。

3.4 3 値加算器への適用

簡単化の例題として，**3.3** で述べた手法を**表 3.9** で与えられる 3 値加算器の論理関数に適用する。

表 3.9　3 値加算器の真理値表

行番号	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
C_i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
x	0	0	0	1	1	1	2	2	2	0	0	0	1	1	1	2	2	2
y	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
S_h	0	1	2	1	2	0	2	0	1									
C_h	0	0	0	0	0	1	0	1	1									
S_f	0	1	2	1	2	0	2	0	1	1	2	0	2	0	1	0	1	2
C_f	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1

3.4.1　NOR型 3 値半加算器の簡単形[3.9]

S_hは表 **3.9** から 0, 1, 2 をとるので，ここでは式 (3.6) の第 2 式を用いると，f_1及びf_2の D_k^2 はいずれも 0 をとらないので，式 (3.4) から次式を得る。

$$S_h = \leftsquigarrow(\leftsquigarrow f_1 \vee f_2)$$

$$= \leftsquigarrow\{\rightsquigarrow D^2_{(0,2,4,5,6,7)} \vee \leftsquigarrow D^2_{(0,1,3,5,7,8)}\} \tag{3.21}$$

ついで，(b-ⅱ) からf_2のうちfが 1 をとる$D^2_{(1,3,8)}$を省くことができ，次式を得る。

$$S_h = \leftsquigarrow\{\rightsquigarrow D^2_{(0,2,4,5,6,7)} \vee \leftsquigarrow D^2_{(0,5,7)}\} \tag{3.22}$$

次に，$D^2_{(0,2,4,5,6,7)}$ を簡単化する。いま，式 (3.15) において，yを$\leftsquigarrow y$とすれば，次式を得る。

$$D^2_{(2,4,5)} = \rightsquigarrow(x \vee \leftsquigarrow y) \vee 1 \tag{3.23}$$

又，xを$\leftsquigarrow x$とすれば，次式を得る。

$$D^2_{(4,6,7)} = \rightsquigarrow(\leftsquigarrow x \vee y) \vee 1 \tag{3.24}$$

以上より次式を得る。

$$D^2_{(0,2,4,5,6,7)} = D^2_{(0)} \vee D^2_{(2,4,5)} \vee D^2_{(4,6,7)}$$

$$= \leftsquigarrow(x \vee y) \vee \rightsquigarrow(x \vee \leftsquigarrow y) \vee 1 \vee \rightsquigarrow(\leftsquigarrow x \vee y) \vee 1 \tag{3.25}$$

更に，変数式は 0 をとらないから，次式を得る。

$$D^2_{(0,2,4,5,6,7)} = \leftsquigarrow(x \vee y) \vee \rightsquigarrow(x \vee \leftsquigarrow y) \vee \rightsquigarrow(\leftsquigarrow x \vee y) \tag{3.26}$$

従って，式 (3.22) 及び式 (3.26) から次式の簡単形を得る。

$$S_h = \leftsquigarrow[\rightsquigarrow\{\leftsquigarrow(x \vee y) \vee \rightsquigarrow(x \vee \leftsquigarrow y) \vee \rightsquigarrow(\leftsquigarrow x \vee y)\}$$

$$\vee \leftsquigarrow\{\leftsquigarrow(x \vee y) \vee \leftsquigarrow(\leftsquigarrow x \vee \rightsquigarrow y) \vee \leftsquigarrow(\rightsquigarrow x \vee \leftsquigarrow y)\}] \tag{3.27}$$

C_h は表 **3.9** から 2 をとらないので，(a)及び f_0の D_k^2 が 0 をとらないことから，式 (3.4)

より次式を得る。

$$C_h = f_0 = \leftharpoondown D^2_{(5,7,8)} \tag{3.28}$$

いま，式（3.15）において x を $\leftharpoondown x$，y を $\leftharpoondown y$ とすれば，次式を得る。

$$D^2_{(5,7,8)} = \rightharpoondown(\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y) \vee 1 \tag{3.29}$$

従って，式（3.5）及び式（3.29）から次式の簡単形を得る。

$$C_h = \leftharpoondown\{\rightharpoondown(\leftharpoondown x \vee \leftharpoondown y) \vee \leftharpoondown(x \vee \rightharpoondown x \vee \leftharpoondown x)\} \tag{3.30}$$

3.4.2 NAND 型 3 値半加算器の簡単形 (3.9)

S_h は表 **3.9** から 0, 1, 2 をとるので，ここでは式（3.11）の第 2 式を用いると，f_1' 及び f_0' の N^2_k はいずれも 2 をとらないので，式（3.9）から次式を得る。

$$\begin{aligned} S_h &= \rightharpoondown(\rightharpoondown f_1' f_0') \\ &= \rightharpoondown\{\leftharpoondown N^2_{(0,2,4,5,6,7)} \rightharpoondown N^2_{(1,2,3,4,6,8)}\} \end{aligned} \tag{3.31}$$

ついで，（f－ⅱ）から f_0' のうち f が 1 をとる $N^2_{(1,3,8)}$ を省くことができ，次式を得る。

$$S_h = \rightharpoondown\{\leftharpoondown N^2_{(0,2,4,5,6,7)} \rightharpoondown N^2_{(2,4,8)}\} \tag{3.32}$$

次に，$N^2_{(0,2,4,5,6,7)}$ を簡単化する。いま，式（3.19）において，x を $\leftharpoondown x$，y を $\leftharpoondown y$ とすれば，次式を得る。

$$N^2_{(0,2,5)} = \leftharpoondown(\leftharpoondown x \rightharpoondown y) \cdot 1 \tag{3.33}$$

又，x を $\leftharpoondown x$，y を $\leftharpoondown y$ とすれば，次式を得る。

$$N^2_{(0,6,7)} = \leftharpoondown(\rightharpoondown x \leftharpoondown y) \cdot 1 \tag{3.34}$$

以上より次式を得る。

$$\begin{aligned} N^2_{(0,2,4,5,6,7)} &= N^2_{(4)}\, N^2_{(0,2,5)}\, N^2_{(0,6,7)} \\ &= \rightharpoondown(\rightharpoondown x \rightharpoondown y) \rightharpoondown(\leftharpoondown x \rightharpoondown y) \cdot 1 \cdot \leftharpoondown(\rightharpoondown x \leftharpoondown y) \cdot 1 \end{aligned} \tag{3.35}$$

更に，変数式は 2 をとらないから，次式を得る。

$$N^2_{(0,2,4,5,6,7)} = \rightharpoondown(\rightharpoondown x \rightharpoondown y) \leftharpoondown(\leftharpoondown x \rightharpoondown y) \leftharpoondown(\rightharpoondown x \leftharpoondown y) \tag{3.36}$$

従って，式（3.32）及び式（3.36）から次式の簡単形を得る。

$$\begin{aligned} S_h = \rightharpoondown[&\leftharpoondown\{\rightharpoondown(\rightharpoondown x \rightharpoondown y) \leftharpoondown(\leftharpoondown x \rightharpoondown y) \leftharpoondown(\rightharpoondown x \leftharpoondown y)\} \\ &\cdot \rightharpoondown\{\rightharpoondown(\rightharpoondown x \rightharpoondown y) \rightharpoondown(\leftharpoondown x y) \rightharpoondown(x \leftharpoondown y)\}] \end{aligned} \tag{3.37}$$

C_h は表 **3.9** から 2 をとらないので，(e)及び f_1' の N^2_k が 2 をとらないことより，式（3.9）より次式を得る。

$$C_h = \leftharpoondown f_1' = N^2_{(0,1,2,3,4,6)} \tag{3.38}$$

いま，式（3.18）において x を y とすれば，次式を得る。

$$N^2_{(0,3,6)} = y \cdot 1 \tag{3.39}$$

従って，式（3.18）及び式（3.39）から次式を得る。

$$\begin{aligned} N^2_{(0,1,2,3,4,6)} &= N^2_{(0,1,2)}\ N^2_{(0,3,6)}\ N^2_{(4)} \\ &= x \cdot 1 \cdot y \cdot 1 \cdot \rightharpoondown(\rightharpoondown x \rightharpoondown y) \end{aligned} \tag{3.40}$$

ここで，変数式は 2 をとらないから，次式の簡単形を得る。

$$C_h = xy \rightharpoondown(\rightharpoondown x \rightharpoondown y) \tag{3.41}$$

3.4.3　NOR 型 3 値全加算器の簡単形

S_f は表 **3.9** から 0，1，2 をとるので，ここでは式（3.6）の第 1 式を用いると，f_0 及び f_1 の D^3_k はいずれも 0 をとらないので，式（3.4）から次式を得る。

$$\begin{aligned} S_f &= \rightharpoondown(\leftharpoonup f_0 \vee f_1) \\ &= \rightharpoondown\{\rightharpoondown D^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)} \vee \leftharpoonup D^3_{(0,2,4,5,6,7,10,11,12,13,15,17)}\} \end{aligned} \tag{3.42}$$

ついで，（b－ⅰ）から，f_1 のうち f が 0 をとる $D^3_{(0,5,7,11,13,15)}$ を省くことができ，次式を得る。

$$\begin{aligned} f_1 &= \leftharpoonup D^3_{(2,4,6,10,12,13,17)} \\ &= \leftharpoonup\{\leftharpoonup(x \vee \rightharpoondown y \vee C_i) \vee \leftharpoonup\{\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup y \vee C_i) \\ &\qquad \vee \leftharpoonup(\rightharpoondown x \vee y \vee C_i) \vee \leftharpoonup(x \vee \leftharpoonup y \vee \leftharpoonup C_i) \\ &\qquad \vee \leftharpoonup(\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup y \vee \leftharpoonup C_i) \vee \leftharpoonup(\rightharpoondown x \vee \rightharpoondown y \vee \leftharpoonup C_i)\} \end{aligned} \tag{3.43}$$

次に，$D^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)}$ を簡単化する。いま，式（3.15）を 3 変数に拡張すると次式を得る。

$$D^3_{(1,3,4,10,12,13,19,21,22)} = \rightharpoondown(x \vee y) \vee 1 \tag{3.44}$$

$$D^3_{(1,3,4,9,10,12,13)} = \rightharpoondown(x \vee y \vee z) \vee 1 \tag{3.45}$$

式（3.45）において，z を $\rightharpoondown(\leftharpoonup z \vee z)$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(1,3,4,19,21,22)} = \rightharpoondown\{x \vee y \vee \rightharpoondown(\leftharpoonup z \vee z)\} \vee 1 \tag{3.46}$$

又，式（3.45）において，x を $\leftharpoonup x$，y を $\rightharpoondown y$，z を $\rightharpoondown(\leftharpoonup z \vee z)$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(3,6,8,21,24,26)} = \rightharpoondown\{\leftharpoonup x \vee \rightharpoondown y \vee \rightharpoondown(\leftharpoonup z \vee z)\} \vee 1 \tag{3.47}$$

又，式（3.45）において，x を $\leftharpoonup x$，y を $\leftharpoonup y$，z を $\leftharpoonup z$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(14,16,17,22,23,25,26)} = \rightharpoondown(\leftharpoonup x \vee \rightharpoondown y \vee \leftharpoonup z) \vee 1 \tag{3.48}$$

又，式（3.45）において，y を $\leftharpoonup y$，z を $\leftharpoonup z$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(8,12,14,18,20,21,23)} = \neg(x \vee \neg y \vee \backsim z) \vee 1 \tag{3.49}$$

従って，式（3.46）〜式（3.49）から z を C_i に置換えて，次式を得る。

$$\begin{aligned} D^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)} &= D^3_{(2)} \vee D^3_{(1,3,4)} \\ &\quad \vee D^3_{(3,6,8)} \vee D^3_{(10)} \vee D^3_{(14,16,17)} \vee D^3_{(9,12,14)} \\ &= \backsim(x \vee y \vee C_i) \vee \neg\{x \vee y \vee \neg(\backsim C_i \vee C_i)\} \vee 1 \\ &\quad \vee \neg\{x \vee y \vee \neg(\backsim C_i \vee C_i)\} \vee 1 \vee \backsim(x \vee \backsim y \vee \backsim C_i) \end{aligned} \tag{3.50}$$

ここで，変数式は 0 をとらないから次式を得る。

$$\begin{aligned} &D^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)} \\ &= \backsim(x \vee y \vee C_i) \vee \neg\{x \vee y \vee \neg(\backsim C_i \vee C_i)\} \\ &\quad \vee \neg\{x \vee y \vee \neg(\backsim C_i \vee C_i)\} \vee \backsim(x \vee \backsim y \vee \backsim C_i) \\ &\quad \vee \neg(\backsim x \vee \backsim y \vee \backsim C_i) \vee \neg(x \vee \neg y \vee \backsim C_i) \end{aligned} \tag{3.51}$$

以上の式（3.43）及び式（3.51）より次式の簡単形を得る。

$$\begin{aligned} S_f = \neg\Big[&\neg\big(\backsim(x \vee y \vee C_i) \vee \neg\{x \vee y \vee \neg(\backsim C_i \vee C_i)\} \\ &\vee \neg\{x \vee y \vee \neg(\backsim C_i \vee C_i)\} \vee \backsim(x \vee \backsim y \vee \backsim C_i) \\ &\vee \neg(\backsim x \vee \backsim y \vee \backsim C_i) \vee \neg(x \vee \neg y \vee \backsim C_i)\big) \\ &\vee \backsim\{\backsim(x \vee \neg y \vee C_i) \vee \backsim\{\backsim x \vee \backsim y \vee C_i) \\ &\vee \backsim(\neg x \vee y \vee C_i) \vee \backsim(x \vee \backsim y \vee \backsim C_i) \\ &\vee \backsim(\backsim x \vee \backsim y \vee \backsim z) \vee \backsim(\neg x \vee \neg y \vee \backsim z)\}\Big] \end{aligned} \tag{3.52}$$

C_f は表 **3.9** から 2 をとらないので，(a)及び f_0 の D^3_k が 0 をとらないことから，式 (3.4) より次式を得る。

$$C_f = f_0 = \backsim D^3_{(5,7,8,11,13,14,15,16,17)} \tag{3.53}$$

いま，式（3.44）において，x を $\backsim x$，y を $\backsim z$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(15,16,17,21,22,23,24,25,26)} = \neg(\backsim x \vee \backsim z) \vee 1 \tag{3.54}$$

又，式（3.44）において，x を $\backsim z$，y を $\backsim y$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(11,14,17,19,20,22,23,25,26)} = \neg(\backsim z \vee \backsim y) \vee 1 \tag{3.55}$$

更に，式（3.45）において，x を $\backsim x$，y を $\backsim y$ とすれば，次式を得る。

$$D^3_{(5,7,8,13,14,16,17)} = \neg(\backsim x \vee \backsim y \vee z) \vee 1 \tag{3.56}$$

従って，式（3.53）〜式（3.54）から z を C_i に置換えて，次式を得る。

$$\begin{aligned} D^3_{(5,7,8,11,13,14,15,16,17)} &= D^3_{(15,16,17)} \vee D^3_{(11,14,17)} \vee D^3_{(5,7,8,13,14,16,17)} \\ &= \neg(\backsim x \vee \backsim C_i) \vee 1 \vee \neg(\backsim C_i \vee \backsim y) \vee 1 \end{aligned}$$

$$\vee \rightharpoondown(\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup y \vee C_i) \vee 1 \tag{3.57}$$

ここで，変数式は 0 をとらないことを考慮して，式（3.53）及び式（3.57）より次式の簡単形を得る。

$$\begin{aligned} C_f = \leftharpoonup \{ & \rightharpoondown(\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup C_i) \vee \rightharpoondown(\leftharpoonup y \vee \leftharpoonup C_i) \\ & \vee \rightharpoondown(\leftharpoonup x \vee \leftharpoonup y \vee C_i) \vee \leftharpoonup(x \vee \rightharpoondown x \vee \leftharpoonup x)\} \end{aligned} \tag{3.58}$$

3.4.4　NAND型 3 値全加算器の簡単形

S_f は，ここでは式（3.11）の第 1 式を用いることにすると，f_0' 及び f_2' の N_k^3 はいずれも 2 をとらないので，式（3.9）から次式を得る。

$$\begin{aligned} S_f &= \rightharpoondown f_0' f_2' \\ &= \rightharpoondown\{\leftharpoonup N^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)}\} \\ &\quad \cdot \rightharpoondown N^3_{(0,1,3,5,7,8,9,11,13,14,15,16)} \end{aligned} \tag{3.59}$$

次に，（f－ⅰ）から f_2' のうち f が 0 をとる $N^3_{(0,5,7,11,13,15)}$ を省くことができ，次式を得る。

$$\begin{aligned} f_2' &= \rightharpoondown N^3_{(1,3,8,9,14,16)} \\ &= \rightharpoondown\{\rightharpoondown(\leftharpoonup x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i) \rightharpoondown(\rightharpoondown x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \rightharpoondown(xy \leftharpoonup C_i) \\ &\quad \cdot \rightharpoondown(\leftharpoonup x \leftharpoonup y \rightharpoondown C_i) \rightharpoondown(\rightharpoondown xy \rightharpoondown C_i) \rightharpoondown(x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i)\} \end{aligned} \tag{3.60}$$

次に，$N^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)}$ を簡単化する。いま，式（3.15）を 3 変数に拡張すると次式を得る。

$$N^3_{(4,5,7,13,14,16,22,23,25)} = \leftharpoonup(xy) \cdot 1 \tag{3.61}$$

$$N^3_{(13,14,16,17,22,23,25)} = \leftharpoonup(xyz) \cdot 1 \tag{3.62}$$

式（3.62）において，y を $\leftharpoonup y$，z を $\leftharpoonup z$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(3,4,6,21,22,24,25)} = \leftharpoonup(x \leftharpoonup y \leftharpoonup z) \cdot 1 \tag{3.63}$$

又，式（3.62）において，x を $\leftharpoonup x$，y を $\leftharpoonup y$，z を $\leftharpoonup z$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(2,6,8,18,20,24,26)} = \leftharpoonup(\leftharpoonup x \leftharpoonup y \leftharpoonup z) \cdot 1 \tag{3.64}$$

又，式（3.62）において，x を $\leftharpoonup x$，z を $\leftharpoonup(\leftharpoonup zz)$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(10,16,17,19,25,26)} = \leftharpoonup\{\leftharpoonup xy \leftharpoonup(\leftharpoonup zz)\} \cdot 1 \tag{3.65}$$

又，式（3.62）において，x を $\rightharpoondown x$，y を $\rightharpoondown y$，z を $\leftharpoonup(\leftharpoonup zz)$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(8,10,12,18,19,21)} = \leftharpoonup(\rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup(\leftharpoonup zz)) \cdot 1 \tag{3.66}$$

従って，式（3.63）～式（3.66）から z を C_i に置換えて，次式を得る。

$$N^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)} = N^3_{(1)} N^3_{(3,4,6)} N^3_{(2,6,8)} \cdot N^3_{(9,10,12)} N^3_{(10,16,17)}$$

$$= \rightharpoondown(\leftharpoonup x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \cdot 1 \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \cdot 1$$

$$\cdot \leftharpoonup (\leftharpoonup xy \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i C_i) \cdot 1 \leftharpoonup (\rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i C_i) \cdot 1 \tag{3.67}$$

ここで，変数式は 2 をとらないことから次式を得る。

$$N^3_{(1,2,3,4,6,8,9,10,12,14,16,17)} = \rightharpoondown(\leftharpoonup x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i)$$

$$\cdot \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup (\leftharpoonup xy \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i C_i) \leftharpoonup (\rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i C_i)) \tag{3.68}$$

以上の式 (3.59) 及び式 (3.68) より次式の簡単形を得る。

$$S_f = \rightharpoondown \leftharpoonup [\rightharpoondown \{ \leftharpoonup \{ \rightharpoondown (\leftharpoonup x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i)$$

$$\cdot \leftharpoonup (\leftharpoonup xy \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i C_i) \leftharpoonup (\rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i C_i))\}]$$

$$\cdot \rightharpoondown \{ \rightharpoondown (\leftharpoonup x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i) \rightharpoondown (\rightharpoondown x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \rightharpoondown (xy \leftharpoonup C_i)$$

$$\cdot \rightharpoondown (\leftharpoonup x \leftharpoonup y \rightharpoondown C_i) \rightharpoondown (\rightharpoondown xy \rightharpoondown C_i) \rightharpoondown (x \rightharpoondown y \leftharpoonup C_i)\}] \tag{3.69}$$

C_f は，(e)及び f_0 の N^3_k が 2 をとらないことから，式 (3.17) より次式を得る。

$$C_f = \leftharpoonup f_1' = N^3_{(0,1,2,3,4,6,9,10,12)} \tag{3.70}$$

いま，式 (3.61) において，x を $\rightharpoondown x$，y を $\leftharpoonup z$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(0,1,2,18,19,20,21,22,23)} = \leftharpoonup (\rightharpoondown x \leftharpoonup z) \cdot 1 \tag{3.71}$$

又，式 (3.62) において，y を $\leftharpoonup y$，z を $\leftharpoonup z$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(3,4,6,21,22,24,25)} = \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup z) \cdot 1 \tag{3.72}$$

更に，式 (3.62) において，x を $\rightharpoondown x$，y を $\rightharpoondown y$，z を $\leftharpoonup(\leftharpoonup z \rightharpoondown z)$ とすれば，次式を得る。

$$N^3_{(9,10,12,18,19,21)} = \leftharpoonup \{ \rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup (\leftharpoonup z \rightharpoondown z)\} \cdot 1 \tag{3.73}$$

従って，式 (3.71) ～式 (3.73) から z を C_i に置換えて，次式を得る。

$$N^3_{(0,1,2,3,4,6,9,10,12)} = N^3_{(0,1,2)} N^3_{(3,4,6)} N^3_{(9,10,12)}$$

$$= \leftharpoonup (\rightharpoondown x \leftharpoonup C_i) \cdot 1 \cdot \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \cdot 1$$

$$\cdot \leftharpoonup \{ \rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i \rightharpoondown C_i)\} \cdot 1 \tag{3.74}$$

ここで，変数式は 2 をとらないから，次式の簡単形を得る。

$$C_f = \leftharpoonup \rightharpoondown [\leftharpoonup (\rightharpoondown x \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup (x \leftharpoonup y \leftharpoonup C_i) \leftharpoonup \{ \rightharpoondown x \rightharpoondown y \leftharpoonup (\leftharpoonup C_i \rightharpoondown C_i)\}$$

$$\cdot \rightharpoondown (x \rightharpoondown x \leftharpoonup x)] \tag{3.75}$$

3.5 結　　言

3値NOR/NAND型基本演算子を用いる3値論理系を提案している。

まず，3値NOR/NAND型基本演算子を定義して，これにより表される3値NOR/NAND型標準形を与えている。ついで，これらの標準形を用いて展開される3値NOR/NAND型論理関数の一般形を示している。次に，これらの一般形を簡単化する手法を述べている。

更に，例題として3値加算器の和及び桁上げ論理関数を採り挙げて本手法を適用し，それぞれの表現式を求めている。

しかしながら，本章の一般形に展開した3値NOR/NAND型論理関数の簡単化を進展させることは，必ずしも容易であるとは言い難い。このために，本章の手法を更に発展させる手法の検討が残された課題である。

3.6 参考文献

(3.1) 今西，村中："3値論理とその簡単化の一手法"，信学論 (D), J 59-D, 5, pp。315-322 (昭和51-05).

(3.2) Mouftah, H. T. and Jordan, I.B.: "Design of ternary COS/MOS memory and sequential circuit", IEEE Trans. Comput., C-26, 3, pp. 281-288 (March 1977).

(3.3) Etiemble, D. and Israel, M.: "Implementation of ternary circuits with binary integrated circuits", IEEE Trans. Comput., C-26, 12, pp。1222-1233 (Dec. 1977).

(3.4) Muroga, S. : "Logic design and switching theory", pp. 327-336, John Willy & Sons (1977).

(3.5) 村中，今西："CMOSを用いた3値論理回路の構成"，信学論 (D), J 63-D, 8, pp. 666-667 (昭55-08).

(3.6) 村中，今西："3値NOR型論理関数の簡単化"，昭55関西連大，G8-45.

(3.7) 村中，今西："CMOSを用いた3値3安定フリップフロップ回路"，信学論 (D), J 64-D, 5, pp. 445-446 (昭56-05).

(3.8) 村中，今西："3値順序回路の構成"，信学論 (D), J 64-D, 7, pp. 645-646 (昭56-07).

(3.9) 今西，村中："3値NOR/NAND型論理関数とその簡単化の一手法"，信学論 (D), J 65-D, 7, pp。890-897 (昭57-07).

第4章　3値NOR/NAND型論理関数における NPN同値類の代表関数

4.1　緒　言

第3章では，3値NOR/NAND型基本演算子を用いた3値論理系が提案され，その簡単化の手法が検討されている(4.4,4.7)。しかしながら，3値NOR/NAND型論理関数の一般形から簡単化を発展させることは困難であり，いまのところ，他に有効な手法が見つかっていない。

一方，2値論理関数におけるNPN同値関係が考察されている(4.2)。

このために，本章では3値NOR/NAND型論理関数の簡単化の進展のため，2値論理関数におけるNPN同値関係を発展させて，3値NOR/NAND型演算子の特徴を生かした3値NPN同値関係（以下，同値関係と略記する）の導入を試みている(4.7)。

すなわち，すべての論理関数を個別的に簡単化するのではなく，同値関係により，3値論理関数が幾つかの同値類に分類されることに着目している。これより，19,683個の3値2変数関数のすべてが420個の同値類に分類される。

又，それぞれの同値類の代表関数は最大12文字数の簡単形で表現され，11文字数の簡単形は存在しないこと，などが明らかにされている。しかしながら，実際的な導出手法については第3章で十分に述べられていないから，これを利用する際には不便である。

従って，本章では利用の便宜を図るために，3値NOR/NAND型論理関数におけるそれぞれの同値類の代表関数の簡単形（以下，代表関数の簡単形と略記する）を得る実際的な導出手法を述べている。このとき，それぞれの簡単形は1文字数～12文字数で表現されるから，それぞれの文字数グループに含まれる簡単形の個数と，得られた簡単形を示している。これらより，それぞれの同値類に属するすべての論理関数を簡単化することができる。すなわち，3値NOR型2変数関数のすべての簡単形が代表関数の簡単形を下にして求められることになるから，その具体的な導出方法についても述べる。

更に，導出した幾つかの代表的な関数形を例示している。

4.2　3値NPN同値関係

3値2変数関数は，19,683（3^{3^n}；$n=2$）個あり，すべての関数について単独に簡単化することが困難である。このため，2値NPN同値関係[4.4]を拡張した3値NPN同値関係を導入して，3値NPN同値類の代表関数の簡単化を行う。

fが与えられたとき，fから次の3項目の演算の組合せによって（これらの演算のうちどれかを含まない組合せも考える），求めることができるすべての関数は，fと3値NPN同値（以下，NPN同値と略記する）であると言う。

(イ)　fの幾つかの変数の否定，あるいは二重否定（N, Negation）

(ロ)　幾つかの変数の置換（P, Permutation）

(ハ)　fの否定，あるいは二重否定（N_f, Negation of function）

以下，項目別に述べる。

4.2.1　3値N同値関係

表4.1で与えられる$f(x, y)$の真理値表は，**表4.2**及び**表4.3**に示すように破線で囲んだブロックに分けることができる。

これより，次の(i)〜(iii)のN同値関係が存在する。

(i)　$f(x, y)$の変数を否定することにより，その変数のブロックごとに添字の否定したブロックに変換する。例えば，$f(\neg x, y)$は**表4.4**のようになる。

(ii)　$f(x, y)$の変数を二重否定することにより，その変数のブロックごとに添字の二重否定したブロックに変換する。例えば，$f(x, \sim y)$は**表4.5**のようになる。

(iii)　(i)及び(ii)を組合せることにより，ブロックに変換する。例えば，$f(\neg x, \sim y)$は**表4.6**のようになる。なお，ブロックの順序は他の変数によって変化してもよい。

従って，N同値関係は，xについて，3通り$(x, \neg x, \sim x)$，yについても3通り$(y,$ $(y, \neg y, \sim y)$で合計9通りである。

表4.1　$f(x, y)$の真理値表

$x \backslash y$	0	1	2
0	a_0	a_1	a_2
1	a_3	a_4	a_5
2	a_6	a_7	a_8

表4.2　Xブロック

a_0	a_1	a_2	X_0
a_3	a_4	a_5	X_1
a_6	a_7	a_8	X_2

$[a_0 \sim a_8 : 0, 1, 2]$

表4.3　Yブロック

a_0	a_1	a_2
a_3	a_4	a_5
a_6	a_7	a_8
Y_0	Y_1	Y_2

表 4.4 $f(\neg x, y)$ の真理値表

a_3	a_4	a_5	X_1
a_6	a_7	a_8	X_2
a_0	a_1	a_2	X_0

表 4.5 $f(x, \sim y)$ の真理値表

a_2	a_0	a_1
a_5	a_3	a_4
a_8	a_6	a_7
Y_2	Y_0	Y_1

表 4.6 $f(\neg x, \sim y)$ の真理値表

a_5	a_3	a_4	X_1
a_8	a_6	a_7	X_2
a_2	a_0	a_1	X_0
Y_2	Y_0	Y_1	

4.2.2　3値P同値関係 (4.7)

次のP同値関係が存在する。

(iv)　$f(x, y)$ の変数 x と y を置換することにより，x と y のブロックを対称的に置換する。例えば，$f(y, x)$ は**表 4.7**のようになる。

従って，P同値関係の数は2通りある。

表 4.7 $f(y, x)$ の真理値表

a_0	a_3	a_6	Y_0
a_1	a_4	a_7	Y_1
a_2	a_5	a_8	Y_2
X_0	X_1	X_2	

4.2.3　3値 N_f 同値関係（関数の否定，あるいは二重否定）(4.7)

次の N_f 同値関係が存在する。

$f(x, y)$ を否定及び二重否定することにより，すなわち，

(v)　$f(x, y)$ の全体を否定することにより，真理値 a_k (k=0, 1,……, 8) のそれぞれを否定する。例えば，　$f(x, y)$ は**表 4.8**のようになる。

(vi)　$f(x, y)$ の全体を二重否定することにより，真理値 a_k (k=0, 1,……, 8) のそれぞを二重否定する。例えば，　$f(x, y)$ は**表 4.9**のようになる。

従って，N_f 同値関数の数は3通り ($f(x, y)$, $\neg f(x, y)$, $\sim f(x, y)$) ある。

表 4.8　$\sim f(x, y)$ の真理値表

$\sim a_0$	$\sim a_1$	$\sim a_2$
$\sim a_3$	$\sim a_4$	$\sim a_5$
$\sim a_6$	$\sim a_7$	$\sim a_8$

表 4.9　$\sim f(x, y)$ の真理値表

$\sim a_0$	$\sim a_1$	$\sim a_2$
$\sim a_3$	$\sim a_4$	$\sim a_5$
$\sim a_6$	$\sim a_7$	$\sim a_8$

以上3項目の(i)〜(vi)を用いたNPN同値関係の数は9・2・3＝54通りある。

4.3　3値NPN同値類 (4.7)

4.2より，1個の関数から最高54個の関数が求まる。これらを一つのNPN同値類（以下，同値類と略記する）とし，そのうちの真理値ベクトル（例えば**表 4.10**に示すような関数値を表す）に相当する10進数表示の最小のものを同値類の代表関数値とする。

表 4.11は同値類の分類G1〜G4を示したものである。ここで，対称な関数は**表4.12**に示すように3個所が必然的に決り，729($3^{(9-3)}$)個ある。**表 4.11**より次式を解くと，xは76となる。

3通り・(3＋6)個＋9通り・(2＋x)個＝729個

又，非対称な関数は18,954(3^9-3^6)個ある。**表 4.11**より次式を解くと，yは322個となる。

63通り・(3＋6)個＋18通り・(76＋8)個＋54通り・y個＝18,954個

従って，全体で420個の同値類に分類することができる。

表 4.10　3値半加算器の真理値表

行番号	0 1 2 3 4 5 6 7 8	10進数	代表関数値
x	0 0 0 1 1 1 2 2 2	377	377
y	0 1 2 0 1 2 0 1 2	3785	377
S_h	0 1 2 1 2 0 2 0 1	4069	4069
C_h	0 0 0 0 0 1 0 1 1	31	31

表 4.11　同値類の分類

分類	同値類内で異なった真理値をもつ関数
G_1	$f(x,y)$, $\sim^{\nearrow} f(x,y)$, $\sim^{\swarrow} f(x,y)$
G_2	$f(x,y)$, $f(x,\sim^{\nearrow} y)$, $f(x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\nearrow} f(x,y)$, $\sim^{\nearrow} f(x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\nearrow} f(x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\swarrow} f(x,y)$, $\sim^{\swarrow} f(x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\swarrow} f(x,\sim^{\swarrow} y)$
G_3	$f(x,y)$, $f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\nearrow} f(x,y)$, $\sim^{\nearrow} f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\nearrow} f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\swarrow} f(x,y)$, $\sim^{\swarrow} f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\swarrow} f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
G_4	$f(x,y)$, $f(x,\sim^{\nearrow} y)$, $f(x,\sim^{\swarrow} y)$
	$f(\sim^{\nearrow} x,y)$, $f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$f(\sim^{\swarrow} x,y)$, $f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\nearrow} f(x,y)$, $\sim^{\nearrow} f(x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\nearrow} f(x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\nearrow} f(\sim^{\nearrow} x,y)$, $\sim^{\nearrow} f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\nearrow} f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\nearrow} f(\sim^{\swarrow} x,y)$, $\sim^{\nearrow} f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\nearrow} f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\swarrow} f(x,y)$, $\sim^{\swarrow} f(x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\swarrow} f(x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\swarrow} f(\sim^{\nearrow} x,y)$, $\sim^{\swarrow} f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\swarrow} f(\sim^{\nearrow} x,\sim^{\swarrow} y)$
	$\sim^{\swarrow} f(\sim^{\swarrow} x,y)$, $\sim^{\swarrow} f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\nearrow} y)$, $\sim^{\swarrow} f(\sim^{\swarrow} x,\sim^{\swarrow} y)$

分類	例	同値類の数	対称(通り)	非対称(通り)	例	同値類の数	非対称(通り)
G_1	000 000 000	3	3	0	000 111 222	3	6
G_2	100 010 001	6	3	6	001 001 001	8	18
G_3	001 010 100	2	9	0	—	0	0
G_4	000 000 001	x	9	18	000 000 011	y	54

表 4.12　対称的な関数の真理値表

$$\begin{matrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_1 & a_4 & a_5 \\ a_2 & a_5 & a_8 \end{matrix}$$

4.4 同値類の代表関数の簡単化

4.3で求めた420個の同値類の代表関数（以下，代表関数と略記する）について簡単化を行えば，すべての関数について簡単化を行ったことになる。簡単化に際しては，文字数の少ない表現式から求めており，文字数が同じ場合には，基本演算子の少ない表現式を得るように考慮している。

なお，ここでは以下に用いる記号・用語を説明する。

$\nsim$：肯定，否定及び二重否定演算子

～：否定及び二重否定演算子

l_1：変数 x 及び y

$\left.\begin{matrix} l_1 \\ l_1 \end{matrix}\right\}$ ：文字と呼ぶ（文字として R, S, T, U, V 及び W を用いる場合がある）

l_i： i 文字数の論理和関数

l_1'： i 文字の論理和関数

F_i ： i 文字数の OR，あるいは NOR 型論理関数

F_i'： i 文字数の AND，あるいは NAND 型論理関数

4.4.1 NOR型代表関数の簡単化[4.7]

n 文字数の NOR 型論理関数は，より少ない文字数の OR，あるいは NOR 型論理関数を組合わせて，次のいずれかの形で表現できる。

$\nsim(F_1 \vee F_{n-1})$, $\nsim(F_2 \vee F_{n-2})$, ……, $\nsim(F_i \vee F_{n-i})$, ……,

$\nsim(F_{n/2} \vee F_{n/2})$ ； n 偶数

（$\nsim(F_{(n-1)/2} \vee F_{(n-1)/2})$ ； n 奇数）

n 文字数の NOR 型代表関数の簡単形は，上記の形で表現されるすべての論理関数に対する10進数表示を求め，これらと n 文字数以上の NOR 型代表関数値（（$n-1$）文字数以下の NOR 型代表関数値は除かれている）とを比較して求める。

(1) NOR 型 1 文字数グループ

NOR 型 1 文字数代表関数は，文字数が 1 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim l_1$

従って，NOR 型 1 文字数代表関数は 1 個で，その簡単形は x である。又，代表関数値は 377 であり，NOR 型 1 文字数論理関数（同値類）には， $x, \neg x, \sim x, y,$

$\sim\!\urcorner y, \ulcorner\!\sim y$ の 6 個が存在する。

(2) NOR 型 2 文字数グループ

NOR 型 2 文字数代表関数は，文字数が 2 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_1)$

(3) NOR 型 3 文字数グループ

NOR 型 3 文字数代表関数は，文字数が 3 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_2)$

(4) NOR 型 4 文字数グループ

NOR 型 4 文字数代表関数は，文字数が 4 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_3)$, $\nsim(\sim l_2 \vee \sim l_2)$

(5) NOR 型 5 文字数グループ

NOR 型 5 文字数代表関数は，文字数が 5 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_4)$, $\nsim(\sim l_2 \vee \sim l_3)$

(6) NOR 型 6 文字数グループ

NOR 型 6 文字数代表関数は，文字数が 6 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_5)$, $\nsim(\sim l_2 \vee \nsim l_4)$, $\nsim(\sim l_3 \vee \sim l_3)$

NOR 型 6 文字数グループでは，その分類の数が多くなるために，F_i の論理関数はそのままとし，F_{n-i} の論理関数のみ(i)～(iv)の変換を行って，まず10進数表示を求める。それを代表関数値に直して，6 文字以上の代表関数値と比較し，NOR 型 6 文字数代表関数値を求めて，その代表関数の簡単な表現式を求める。

以下同様とする。

(7) NOR 7 文字数グループ

NOR 7 文字数代表関数は，文字数が 7 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_6)$, $\nsim(\sim l_2 \vee \nsim l_5)$, $\nsim(\sim l_3 \vee \sim l_4)$

(8) NOR 8 文字数グループ

NOR 型 8 文字数代表関数は，文字数が 8 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_7)$, $\nsim(\sim l_2 \vee \nsim l_6)$, $\nsim(\sim l_3 \vee \sim l_5)$, $\nsim(\sim l_4 \vee \sim l_4)$

(9) NOR 型 9 文字数グループ

NOR 型 9 文字数代表関数は，文字数が 9 の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l_1 \vee \nsim l_8)$, $\nsim(\sim l_2 \vee \nsim l_7)$, $\nsim(\sim l_3 \vee \sim l_6)$, $\nsim(\sim l_4 \vee \sim l_5)$

(10) NOR 型10文字数グループ

NOR 型10文字数代表関数は，文字数が10の関数であり，次の形で表される。

$\not\sim(\sim l_1 \vee \not\sim l_9)$, $\not\sim(\sim l_2 \vee \not\sim l_8)$, $\not\sim(\sim l_3 \vee \not\sim l_7)$, $\not\sim(\sim l_4 \vee \sim l_6)$

(11) NOR 型11文字グループ

NOR 型11文字数代表関数は，文字数が11の関数であり，次の形で表される。

$\not\sim(\sim l_1 \vee \not\sim l_{10})$, $\not\sim(\sim l_2 \vee \not\sim l_9)$, $\not\sim(\sim l_3 \vee \not\sim l_8)$, $\not\sim(\sim l_4 \vee \sim l_7)$,

$\not\sim(\sim l_5 \vee \sim l_6)$

(12) NOR 型12文字数グループ

NOR 12文字数代表関数は，文字数が12の関数であり，次の形で表される。

$\not\sim(\sim l_2 \vee \not\sim l_{10})$, $\not\sim(\sim l_3 \vee \not\sim l_9)$, $\not\sim(\sim l_4 \vee \not\sim l_8)$, $\not\sim(\sim l_5 \vee \sim l_7)$,

$\not\sim(\sim l_6 \vee \sim l_6)$

以上のようにして，420個の NOR 型代表関数の簡単形を求めることができる。

4.4.2 NAND型代表関数の簡単化[4.7]

n 文字数の NAND 型論理関数は，より少ない文字数の AND, あるいは NAND型論理関数を組合せて，次のいずれかの形で表現できる。

$(F'_1\ F'_{n-1})$, $(F'_2\ F'_{n-2})$, ……, $(F'_i\ F'_{n-i})$, ……,

$(F'_{n/2}\ F'_{n/2})$; n 偶数

($(F'_{(n-1)/2}\ F'_{(n-1)/2})$; n 奇数)

n 文字数の NAND 型代表関数の簡単形は，上記の形で表現されるすべての論理関数に対する10進数表示を求め，これらと n 文字数以上の NAND 型代表関数値（$(n-1)$文字数以下の NAND 型代表関数値は除かれている）と比較して求める。

(13) NAND 型 1 文字数グループ

NAND 型 1 文字数代表関数は，文字数が 1 の関数であり，次の形で表される。

l'_1

従って，NAND 型 1 文字数代表関数は 1 個で，その簡単形は x である。すなわち，NOR 型 1 文字数代表関数と全く同じである。

(14) NAND 型 2 文字数グループ

NAND 型 2 文字数代表関数は，文字数が 2 の関数であり，次の形で表される。

$\not\sim(\sim l'_1 \not\sim l'_1)$

(15) NAND型3文字数グループ

NAND型3文字数代表関数は，文字数が3の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_2)$

(16) NAND型4文字数グループ

NAND型4文字数代表関数は，文字数が4の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_3)$，$\nsim(\sim l'_2 \sim l'_2)$

(17) NAND型5文字数グループ

NAND型5文字数代表関数は，文字数が5の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_4)$，$\nsim(\sim l'_2 \sim l'_3)$

(18) NAND型6文字数グループ

NAND型6文字数代表関数は，文字数が6の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_5)$，$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_4)$，$\nsim(\sim l'_3 \sim l'_3)$

(19) NAND型7文字数グループ

NAND型7文字数代表関数は，文字数が7の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_6)$，$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_5)$，$\nsim(\sim l'_3 \sim l'_4)$

(20) NAND型8文字数グループ

NAND型8文字数代表関数は，文字数が8の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_7)$，$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_6)$，$\nsim(\sim l'_3 \sim l'_5)$，$\nsim(\sim l'_4 \sim l'_4)$

(21) NAND型9文字数グループ

NAND型9文字数代表関数は，文字数が9の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_8)$，$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_7)$，$\nsim(\sim l'_3 \sim l'_6)$，$\nsim(\sim l'_4 \sim l'_5)$

(22) NAND型10文字グループ

NAND型10文字数代表関数は，文字数が10の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_9)$，$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_8)$，$\nsim(\sim l'_3 \nsim l'_7)$，$\nsim(\sim l'_4 \sim l'_6)$，

$\nsim(\sim l'_5 \sim l'_5)$

(23) NAND 11文字数グループ

NAND型11文字数代表関数は，文字数が11の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_1 \nsim l'_{10})$，$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_9)$，$\nsim(\sim l'_3 \nsim l'_8)$，$\nsim(\sim l'_4 \sim l'_7)$，

$\nsim(\sim l'_5 \sim l'_6)$

(24) NAND型12文字数代表関数は，文字数が12の関数であり，次の形で表される。

$\nsim(\sim l'_2 \nsim l'_{10})$, $\nsim(\sim l'_3 \nsim l'_9)$, $\nsim(\sim l'_4 \nsim l'_8)$, $\nsim(\sim l'_5 \sim l'_7)$,

$\nsim(\sim l'_6 \sim l'_6)$

以上のようにして，420個のNAND型代表関数の簡単形を求めることができる。

4.5 NOR型代表関数の簡単形

4.4では，一つの同値類に含まれる関数の真理値ベクトル（3値2変数入力ベクトルに対する9個の出力関数値を1個の3進数表示と見なした関数値ベクトル）に相当する10進数表示の最小のものをその同値類の代表関数値とし，この代表関数値で表される簡単形を導出する手法が示されている。

従ってここでは，それぞれの同値類を代表する簡単形を得る実際的な手法と，これにより求めた簡単形を示す。なお，以下で使用する記号及び用語は次の通りである。

$\nsim$：変数x及びy

$\sim$：否定及び二重否定演算子

l_1：i文字数の論理和関数

$\nsim l_1$：文字と呼ぶ（文字としてR, S, T, U, V及びWを用いる場合がある）

l_i：i文字数の論理和関数

F_i：i文字数のORあるいはNOR型論理関数

P_t：肯定，否定及び二重否定演算子による演算操作

i－j：文字数グループの組合せ

B_t：代表関数値

b_t：**表4.13**に示すNPN同値変換関係を関係付ける関数形を指示する変換値

$[\{(B_2, b_2)+(B_3, b_3), b_1\}, b_0]=(B_4, b_0)$：変換式

ここで，＋は論理和記号を示し，交換式内の（B_t，b_t）は，B_tをb_tによって変換した関数形を示す。$t=0\sim4$

$\nsim f(\nsim X, \nsim Y)$：NPN同値変換関数

$G(X, Y)$：所望関数の簡単形

表 4.13　NPN 同値変換表

bt	f(X,Y)	bt	f(X,Y)	bt	f(X,Y)
0	f(X,Y)	9	∼f(X,Y)	18	≁f(X,Y)
1	f(X,∼Y)	10	∼f(X,∼Y)	19	≁f(X,∼Y)
2	f(X,≁Y)	11	∼f(X,≁Y)	20	≁f(X,≁Y)
3	f(∼X,Y)	12	∼f(∼X,Y)	21	≁f(∼X,Y)
4	f(∼X,∼Y)	13	∼f(∼X,∼Y)	22	≁f(∼X,∼Y)
5	f(∼X,≁Y)	14	∼f(∼X,≁Y)	23	≁f(∼X,≁Y)
6	f(≁X,Y)	15	∼f(≁X,Y)	24	≁f(≁X,Y)
7	f(≁X,∼Y)	16	∼f(≁X,∼Y)	25	≁f(≁X,∼Y)
8	f(≁X,≁Y)	17	∼f(≁X,≁Y)	26	≁f(≁X,≁Y)

bt	f(X,Y)	bt	f(X,Y)	bt	f(X,Y)
27	f(Y,X)	36	∼f(Y,X)	45	≁f(Y,X)
28	f(Y,∼X)	37	∼f(Y,∼X)	46	≁f(Y,∼X)
29	f(Y,≁X)	38	∼f(Y,≁X)	47	≁f(Y,≁X)
30	f(∼Y,X)	39	∼f(∼Y,X)	48	≁f(∼Y,X)
31	f(∼Y,∼X)	40	∼f(∼Y,∼X)	49	≁f(∼Y,∼X)
32	f(∼Y,≁X)	41	∼f(∼Y,≁X)	50	≁f(∼Y,≁X)
33	f(≁Y,X)	42	∼f(≁Y,X)	51	≁f(≁Y,X)
34	f(≁Y,∼X)	43	∼f(≁Y,∼X)	52	≁f(≁Y,∼X)
35	f(≁Y,≁X)	44	∼f(≁Y,≁X)	53	≁f(≁Y,≁X)

表 4.14 では；

＊＊＊ (j), m＊＊＊

No. n, B_t, $= F\ (X, Y)$

j ： j 文字数グループ

m ： j 文字数グループ内の簡単形の個数

n ：通し番号

$F(X, Y)$ ：簡単形

4.5.1　NOR 型 5 文字数グループ以下の簡単形 (4.9)

5 文字数グループまでの NOR 型代表関数の簡単形を得る手法のうち，具体例として NOR 型 3 文字数グループについて述べる。このグループは≁$(F_1 \vee F_2)$ として表され

る[4,7]。従って，次式が得られる。

$$\nsim(F_1 \vee F_2) = \underset{\llcorner\!\rightarrow P1}{\nsim}(R \vee \underset{\llcorner\!\rightarrow P2}{\nsim}(S \vee T)) \qquad (4.1)$$

この形式で表される簡単形を得る処理手順を述べる。

手順 1　$\nsim$ を P_t に，1 及び 2 文字数グループを除く 3 文字数グループ以上の 417 個の代表関数値を B_t に，それぞれ読込む。

手順 2　T, S, R, P_2 及び P_1 のそれぞれの内容の一つの組合せに対して，x と y に入力ベクトルとしての真理値 0, 1, 2 を与えて，式(4. 1)を演算する。
（このとき，S と T が同一になる場合は 1 文字減少するので素通りする)。

手順 3　式(4. 1)で求めた真理値ベクトル(10進数表示に変換してある）と代表関数値との間に一致するものが見付かれば，このときの T, S, R, P_2 及び P_1 のそれぞれの内容から，この代表関数値に対する関数形(簡単形)を決定する。一致するものが見付からなければ，手順 2 に戻り，T, S, R, P_2 及び P_1 の内容を次に進めて，これらすべての組合せについて繰返し行う。

これより，例えば 0 を代表関数値とする変換式の次の値が得られる。ただし，変換値は $b_0 = 0$ であるから，b_0 は省略してある。

$i - j$: $B_4\{(B_2, b_2) + (B_3, b_3), b_1\}$

1 − 2 : 0 { (377, 0) + (26, 18), 9 }

すなわち，次の簡単形を得る。

(377, 0) → x

(26, 0) → $\rightharpoondown(\rightharpoondown x \vee \leftharpoondown x)$

(26, 18) → $\leftharpoondown\rightharpoondown(\rightharpoondown x \vee \leftharpoondown x) = \rightharpoondown x \vee \leftharpoondown x$

{ (377, 0) + (26, 18), 9 } → $\rightharpoondown(x \vee \rightharpoondown x \vee \leftharpoondown x)$

以上に得られた 3 文字数グループの代表関数値及びそれらの簡単形を**表 4.14** に示す。

加えて**表 4.14** には，NOR 型 5 文字数グループ以下の代表関数値とそれらの簡単形を文字数の少ないグループ順に，又，代表関数値の小さい順に示してある。

4. 5. 2　NOR 型 6 文字数グループ以上の簡単形[4.9]

具体例として NOR 型 6 文字数グループを採り上げる。6 文字数グループの NOR 代表関数の簡単形を得る場合には，次のように $\nsim(F_i \vee F_{n-i})$ の類型数が多くなる。

$\nsim(F_1 \vee F_5)$

$$= \nsim(R \vee \nsim(S \vee \nsim(T \vee \nsim(U \vee \nsim(V \vee W))))) \qquad (4.2.1)$$

$$= \nsim(R \vee \nsim(S \vee \nsim(\sim(T \vee U) \vee \sim(V \vee W)))) \qquad (4.2.2)$$

$$= \nsim(R \vee \nsim(\sim(S \vee T) \vee \sim(U \vee \nsim(V \vee W)))) \qquad (4.2.3)$$

$\nsim(F_2 \vee F_4)$

$$= \nsim(\sim(R \vee S) \vee \nsim(T \vee \nsim(U \vee \nsim(V \vee W)))) \qquad (4.3.1)$$

$$= \nsim(\sim(R \vee S) \vee \nsim(\sim(T \vee U) \vee \sim(V \vee W))) \qquad (4.3.2)$$

$\nsim(F_3 \vee F_3)$

$$= \nsim(\sim(R \vee \nsim(S \vee T)) \vee \sim(U \vee \nsim(V \vee W))) \qquad (4.4)$$

従って，これらの形式を下にして，5文字数グループまでの簡単形を求めたのと同様の方法を採用することは，文字数が多いので処理が非常に繁雑になり，余り得策とは言えない。

このためここでは，簡単形を得る次の処理手順を用いる。すなわち，これまでに得られた**表4.14**の5文字数グループ以下の簡単形を下に，これらを組合せて6文字グループの簡単形を得ている[5,7]。

手順4　$\nsim$をP_1に，6文字数グループ以上の290個の代表関数値をB_4に読込む。

手順5　次式について次の処理を行う。

$$\nsim(F_1 \vee F_5) \qquad (4.5)$$

$\longrightarrow P_1$

F_5，F_1及びP_1のそれぞれの内容の一つの組合せに対して，x及びyに入力ベクトルとしての真理値0, 1, 2を与えて，式(5.5)を演算する。

手順6　この求めた真理値ベクトル(10進数表示に変換してある)と代表関数値との間に一致するものが見付かれば，このときのF_5, F_1及びP_1のそれぞれの内容から，この代表関数値に対する関数形(簡単形)を決定する。

一致するものが見付からなければ，手順5に戻り，F_5，F_1及びP_1の内容を次に進めて，これらのすべての組合せについて繰返し行う。

これより7, 126, 209を代表開数値とする変換式の次の値が得られる。

1－5：

$(377,\ 0) \rightarrow x$

$(377,\ 9) \rightarrow \leadsto x$

$(38,\ 0) \rightarrow \llcorner\!\sim[\llcorner\!\sim(\llcorner\!\sim x \vee \sim\!\urcorner y) \vee \llcorner\!\sim\{\sim\!\urcorner x \vee \llcorner\!\sim(y \vee \sim\!\urcorner y)\}]$

$(38, 18) \rightarrow \sim\!\urcorner[\llcorner\!\sim(\llcorner\!\sim x \vee \sim\!\urcorner y) \vee \llcorner\!\sim\{\sim\!\urcorner x \vee \llcorner\!\sim(y \vee \sim\!\urcorner y)\}]$

7 { (377, 9) + (38, 18), 10}

$\rightarrow \sim\!\urcorner[\sim\!\urcorner x \vee \sim\!\urcorner[\llcorner\!\sim(\llcorner\!\sim x \vee \llcorner\!\sim y) \vee \llcorner\!\sim\{\sim\!\urcorner x \vee \llcorner\!\sim(\sim\!\urcorner y \vee \llcorner\!\sim y)\}]]$

1－5 ： 126 { (377, 9) + (78, 6), 14 }

1－5 ： 209 { (377, 9) + (73, 27), 13 }

手順7　手順5に戻り，同様に以下$\nsim(F_2 \vee F_4)$及び$\nsim(F_3 \vee F_3)$の組合せについて実施すると次の値が得られる。ただし，代表関数値が，7, 126, 209の3個以外の同時に得られる124個については省いてある。

2－4 ：　7 { (26, 0) + (14, 47), 42 }

2－4 ： 126 { (26, 9) + (134, 37), 51 }

2－4 ： 209 { (143, 9) + (483, 6), 43 } ＊

3－3 ：　7 { (8, 9) + (353, 0), 18 } ＊

3－3 ： 126 { (8, 0) + (353, 51), 43 } ＊

手順8　これらの結果に幾つか同じ代表関数値の簡単形がある場合には，より演算子数の少ない簡単形(＊印)を1個選定する。

表4.14に，ここで得た6文字数グループの127個の簡単形を示す。加えて，以上と同様の手法を用いて得たNOR型7文字数グループ以上の代表関数値とそれらの簡単形を示す。

なお，10文字グループ以下では419個の簡単形を得る。残る1個の簡単形は12文字数グループとなる。この関数形の代表関数値は$5681(021210102)_3$である。これは文献(4.1)に準基本演算子として採用されている反転(inverse)を含む関数形を表すもので，本NOR型論理関数の中では最も文字数の多い表現式なることが理解できる。

又，11文字数グループの簡単形が存在しない（11文字数グループの簡単形は10文字数グループ以下の簡単形で表されている）と言う特徴を持つことが明らかになった。

4.5.3　NOR型2変数関数の簡単形(4.9)

すべての2変数関数の真理値ベクトルは，**4.5.1**及び**4.5.2**に述べた手法により得られた簡単形のどれかに分類されるから，それぞれの変換式の各値が次式のように求められ，

$$[\{((B_2, b_2)+(B_3, b_3), b_1\}, b_0] \qquad (4.6)$$

更に，データベースとして次式のように格納されている。

$$(B_4, b_0) \qquad (4.7)$$

4.5.4 所望NOR型2変数関数の簡単形

真理値表で与えられる所望関数の簡単形は，**4.5.3**で作成されたデータベースから次の手順に従って**例4.1**のように求める。

手順9　与えられた関数の真理値ベクトルをaに入力する。

手順10　aを10進数表示Aに変換する。

手順11　データベースから式(4.7)の変換式の各値を索引して，**表4.14**の簡単形B_4及びb_0を得る。

手順12　更に，このB_4をb_0により変換して，最終結果としての所望関数の簡単形を得て，終了する。

手順9～手順12を実施して得た幾つかの適用例を**例4.1**に示す。3値半加算器の桁上げ及び和関数の簡単形は，それぞれ(1)及び(2)に示される。又，4文字数～9文字数で与えられる関数の簡単形は，それぞれ(3)～(8)に示される。

表 4.14　3 値 NOR 型代表関数の簡単形

```
 ***   (  1), 1   ***
NO.  1, 377,=X
 ***   (  2), 2   ***
NO.  2,  26,=~1(~1X∨~2X)
NO.  3, 143,=~1(~2X∨~2Y)
 ***   (  3), 10  ***
NO.  4,   0,=~1(X∨~1X∨~2X)
NO.  5,   8,=~1(~1X∨~2X∨~2Y)
NO.  6,  13,=~1(~1X∨~1(X∨~1X))
NO.  7,  40,=~2(X∨~2(~2X∨~1Y))
NO.  8,  53,=~1(~2X∨~1(X∨Y))
NO.  9, 116,=~1(~2X∨~1(Y∨~1Y))
NO. 10, 141,=~1(~2X∨~1(~2X∨~1Y))
NO. 11, 161,=~1(~2X∨~2(~2X∨Y))
NO. 12, 353,=~2(~1X∨~2(~1Y∨~2Y))
NO. 13, 359,=~1(~2X∨~1(~1X∨~1Y))
 ***   (  4), 35  ***
NO. 14,   1,=~2(~2(X∨~2X)∨~2(~1X∨~1Y))
NO. 15,   2,=~1(~1X∨~2X∨~1Y∨~2Y)
NO. 16,   5,=~1(~1X∨~2Y∨~1(X∨~1X))
NO. 17,  14,=~1(~1X∨~1(~1X∨~1(~2X∨Y)))
NO. 18,  32,=~1(~1(X∨Y)∨~1(~1X∨~1Y))
NO. 19,  35,=~1(~2X∨~1(Y∨~2(~1X∨~2Y)))
NO. 20,  36,=~2(~2(~1X∨Y)∨~2(~2X∨~1Y))
NO. 21,  46,=~1(~1Y∨~1(X∨~2(~2X∨~1Y)))
NO. 22,  47,=~1(~2X∨~1Y∨~1(X∨Y))
NO. 23,  49,=~2(~1(~2X∨~2Y)∨~2(~1X∨~2X))
NO. 24,  62,=~1(~2X∨~2Y∨~1(X∨Y))
NO. 25,  74,=~1(~2X∨~1Y∨~2(~2X∨Y))
NO. 26,  80,=~1(~2X∨~2(~2X∨~1(~1Y∨~2Y)))
NO. 27, 112,=~1(~1(X∨~1X)∨~1(Y∨~1Y))
NO. 28, 114,=~1(~1(~1X∨~2Y)∨~1(Y∨~1Y))
NO. 29, 121,=~2(X∨~1(X∨~1(~2X∨~1Y)))
NO. 30, 122,=~2(~1(~2X∨Y)∨~2(~2X∨~1Y))
NO. 31, 134,=~1(~2X∨~1(X∨Y∨~1Y))
NO. 32, 147,=~2(~1(~2X∨Y)∨~2(X∨~2X))
NO. 33, 148,=~2(~1(~1X∨~2X)∨~2(~2X∨~2Y))
NO. 34, 149,=~1(~1(X∨~1X)∨~2(~2X∨Y))
NO. 35, 159,=~1(~2X∨~1(~2X∨~1(~2X∨Y)))
NO. 36, 222,=~1(~2X∨~2Y∨~2(~1X∨~1Y))
NO. 37, 224,=~1(~2X∨~2Y∨~2(X∨~1X))
NO. 38, 242,=~1(~2X∨~2(~2X∨~1(X∨~2Y)))
NO. 39, 386,=~1(~2X∨~1(~1Y∨~1(X∨Y)))
NO. 40, 395,=(~1(~2X∨~2Y)∨~2(X∨~1X))
NO. 41, 402,=~1(~1(~1X∨~2Y)∨~2(X∨Y))
NO. 42, 476,=~1(~1(X∨~1X)∨~2(Y∨~1Y))
NO. 43, 477,=~1(~2X∨~1(~2X∨~1(Y∨~1Y)))
NO. 44, 483,=~1(~2X∨~2(~1Y∨~1(X∨~2Y)))
NO. 45, 715,=(~1(X∨~2X)∨~2(X∨~1X))
```

NO. 46,1152,=~(~(~X∨Y)∨~(≈X∨≈Y))
NO. 47,1343,=(~(≈X∨~Y)∨≈(~X∨Y))
NO. 48,1882,=~(~(~X∨Y)∨≈(≈X∨~Y))
*** (5), 82 ***
NO. 49, 4,=~(~X∨~(X∨~X)∨~(Y∨~Y))
NO. 50, 17,=~(~X∨~(~X∨~(≈X∨Y∨~Y)))
NO. 51, 30,=≈(≈(~X∨≈Y)∨≈(~Y∨~(~X∨≈Y)))
NO. 52, 31,=≈(~(≈X∨≈Y)∨≈(X∨~X∨≈X))
NO. 53, 33,=~(~(X∨Y)∨~(~X∨≈(Y∨≈Y)))
NO. 54, 37,=~(~(X∨≈X)∨≈(Y∨≈(~X∨Y)))
NO. 55, 38,=≈(≈(≈X∨~Y)∨≈(~X∨≈(Y∨~Y)))
NO. 56, 39,=≈(≈(≈X∨~Y)∨≈(~X∨~(≈Y∨~Y)))
NO. 57, 41,=~(~(X∨Y)∨~(~X∨~(≈X∨Y)))
NO. 58, 42,=~(~(X∨Y)∨~(~X∨≈(~X∨Y)))
NO. 59, 43,=~(~(X∨Y)∨~(~X∨~(≈X∨~Y)))
NO. 60, 45,=≈(≈(≈X∨~Y)∨≈(~X∨≈X∨Y))
NO. 61, 50,=~(~(X∨Y)∨~(~X∨~(Y∨≈Y)))
NO. 62, 51,=~(≈X∨~(X∨Y)∨~(~X∨≈Y))
NO. 63, 52,=≈(≈(~X∨≈X)∨~(≈X∨~Y∨≈Y))
NO. 64, 60,=~(≈X∨~(X∨Y)∨~(≈X∨~Y))
NO. 65, 66,=≈(≈(X∨≈X)∨~(≈X∨~(~Y∨≈Y)))
NO. 66, 67,=≈(~(~X∨≈X)∨≈(≈X∨~Y∨≈Y))
NO. 67, 68,=~(~(X∨~X)∨≈(≈X∨~(~Y∨≈Y)))
NO. 68, 69,=~(≈(~X∨~Y)∨~(X∨≈(≈X∨~Y)))
NO. 69, 71,=~(≈(Y∨~Y)∨~(X∨≈(≈X∨~Y)))
NO. 70, 72,=~(≈X∨~Y∨~(≈X∨~(≈X∨Y)))
NO. 71, 73,=~(~Y∨~(~(~X∨≈X)∨≈(≈X∨≈Y)))
NO. 72, 77,=~(≈(Y∨≈Y)∨~(X∨≈(≈X∨~Y)))
NO. 73, 78,=~(≈X∨~(X∨Y)∨≈(~X∨~Y))
NO. 74, 113,=~(~(X∨~X)∨~(~Y∨~(X∨≈Y)))
NO. 75, 115,=≈(≈(≈X∨≈Y)∨~(≈X∨~Y∨≈Y))
NO. 76, 119,=≈(≈(≈X∨~Y)∨~(≈X∨~(≈X∨≈Y)))
NO. 77, 123,=~(~(~X∨≈Y)∨~(X∨Y∨~Y))
NO. 78, 127,=≈(≈(~X∨~Y)∨~(X∨~(≈X∨~Y)))
NO. 79, 128,=~(≈X∨~(Y∨~(≈X∨~(≈X∨≈Y))))
NO. 80, 130,=≈(~(≈X∨≈Y)∨≈(≈X∨~(X∨~Y)))
NO. 81, 132,=~(≈X∨~(~(X∨≈Y)∨≈(~X∨Y)))
NO. 82, 144,=≈(≈(X∨≈X)∨~(≈X∨~(≈X∨≈Y)))
NO. 83, 150,=~(~(~X∨≈Y)∨~(~Y∨~(~X∨≈X)))
NO. 84, 151,=≈(≈(≈X∨≈Y)∨~(~X∨≈X∨~Y))
NO. 85, 152,=(~(≈X∨≈Y)∨~(~X∨~(X∨~X)))
NO. 86, 153,=~(≈X∨~(≈X∨~(≈X∨~(≈X∨≈Y))))
NO. 87, 155,=~(≈X∨~(~X∨Y)∨≈(≈X∨Y))
NO. 88, 158,=~(~(X∨~X)∨≈(Y∨~(~X∨~Y)))
NO. 89, 195,=≈(≈(Y∨≈Y)∨≈(≈X∨≈(~Y∨≈Y)))
NO. 90, 197,=~(≈X∨~(Y∨~Y)∨≈(X∨~Y))
NO. 91, 215,=~(≈X∨≈(~(Y∨≈Y)∨≈(X∨Y)))
NO. 92, 229,=≈(~(~X∨≈X)∨≈(X∨≈X∨≈Y))
NO. 93, 234,=~(≈X∨~(~(~X∨~Y)∨≈(X∨≈Y)))
NO. 94, 236,=~(≈X∨≈(~X∨≈Y)∨≈(≈X∨Y))
NO. 95, 240,=~(≈X∨≈(~X∨~Y)∨≈(≈X∨Y))

```
NO. 96,  380,=∼(∽X∨∼(∼(X∨Y)∨∽(∼Y∨∽Y)))
NO. 97,  383,=∼(∼(X∨∼X)∨∼(∼Y∨∼(X∨Y)))
NO. 98,  384,=∼(∽X∨∼(∽X∨∼Y∨∼(X∨Y)))
NO. 99,  391,=∽(∼(∼X∨∽X)∨∼(X∨∼(∽X∨∽Y)))
NO.100,  392,=(∽(X∨∼X)∨∼(∽X∨∼Y∨∽Y))
NO.101,  393,=∼(∼(∼X∨∽Y)∨∽(Y∨∽(X∨∼X)))
NO.102,  394,=(∽(X∨∼X)∨∼(∽X∨∼(∽X∨∼Y)))
NO.103,  396,=∼(∽X∨∼(∽X∨∼(Y∨∽(∽Y∨∼X))))
NO.104,  398,=∼(∽X∨∼(∼X∨Y)∨∽(X∨Y))
NO.105,  401,=∼(∼(X∨∼X)∨∽(Y∨∽(∼X∨Y)))
NO.106,  461,=∼(∽(Y∨∼Y)∨∼(∼X∨∽(∼Y∨∽Y)))
NO.107,  465,=∼(∽(Y∨∼Y)∨∼(∼X∨∽(Y∨∽Y)))
NO.108,  467,=∼(∽X∨∼(∼X∨∼Y)∨∽(Y∨∼Y))
NO.109,  468,=∽(∽(X∨∽X)∨∼(∽X∨Y∨∼Y))
NO.110,  472,=(∽(X∨∼X)∨∼(X∨∽X∨∽Y))
NO.111,  473,=∼(∼(X∨∼X)∨∽(Y∨∽(∽X∨∽Y)))
NO.112,  474,=∼(∼(X∨∼X)∨∽(∼Y∨∼(X∨∽Y)))
NO.113,  479,=∼(∽X∨∼(∼X∨Y)∨∽(Y∨∼Y))
NO.114,  829,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(X∨∽X∨∼Y))
NO.115,  852,=∽(∼(X∨∽Y)∨∽(Y∨∼(X∨∼Y)))
NO.116,  857,=∽(∼(X∨∽Y)∨∽(∼X∨∽X∨∼Y))
NO.117,  861,=∽(∼(X∨∽Y)∨∽(∼X∨∽X∨Y))
NO.118,  879,=∽(∽(∽X∨∽Y)∨∼(∼X∨∼(∼X∨Y)))
NO.119,  882,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∽X∨∼(∽X∨Y)))
NO.120,1023,=∽(∽(∽X∨Y)∨∼(∽Y∨∼(∼X∨∽X)))
NO.121,1077,=∽(∽(∽X∨Y)∨∼(X∨∼(X∨∼Y)))
NO.122,1115,=(∼(∽X∨∽Y)∨∽(∼X∨∽(X∨∼Y)))
NO.123,1127,=(∽(∼X∨Y)∨∼(∽X∨∼Y∨∽Y))
NO.124,1144,=∽(∼(∽X∨∼Y)∨∽(X∨∼(∼X∨Y)))
NO.125,1153,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∽X∨∼(∽X∨∼Y)))
NO.126,1159,=∽(∽(∽X∨Y)∨∼(∼X∨∼Y∨∽Y))
NO.127,1179,=∼(∼(∼X∨Y)∨∽(∼Y∨∽(∼X∨∽X)))
NO.128,1206,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∽X∨∼(Y∨∼Y)))
NO.129,1325,=∽(∼(X∨∽Y)∨∽(∽X∨∼(∽X∨Y)))
NO.130,1639,=∼(∼(X∨∼Y)∨∽(∽Y∨∼(X∨∽X)))
 ***    ( 6 ),127   ***
NO.131,     7,=∽(∽(∼X∨∽X∨∽Y)∨∽(∼X∨∽(∼Y∨∽Y)))
NO.132,    34,=∽(∼(∼Y∨∽Y∨∽X)∨∽(∼X∨∽X∨∽Y))
NO.133,    44,=(∼(∼X∨∽X∨∽Y)∨∽(X∨∽(∽X∨∼Y)))
NO.134,    48,=∽(∽(∼X∨∽X∨Y)∨∼(∽X∨∼(∽X∨∼Y)))
NO.135,    63,=∼(∽(∼X∨∽X)∨∼(∽(∼X∨Y)∨∽(∽X∨∼Y)))
NO.136,    64,=∽(∼(∼X∨∽X∨∼Y)∨∽(∼Y∨∽Y∨∽X))
NO.137,    65,=∼(∼(X∨∼X)∨∼(∽Y∨Y)∨∽(Y∨∽X))
NO.138,    70,=∼(∽(∼X∨∽X∨∼Y)∨∼(X∨∽(∽X∨∼Y)))
NO.139,    75,=∼(∽(∽X∨∽Y)∨∼(∼(∽X∨Y)∨∽(X∨∽X)))
NO.140,    76,=∼(∽(∼X∨∽X∨∽Y)∨∼(X∨∽(∽X∨∼Y)))
NO.141,    79,=∼(∽(∼Y∨∽Y∨∼X)∨∼(X∨∽(∽X∨∼Y)))
NO.142,   111,=∼(∼(X∨∼X)∨∼(∽X∨∼Y∨∼(X∨∽Y)))
NO.143,   117,=∽(∽(∽X∨X)∨∼(∽X∨∼(∽X∨∼(Y∨∼Y))))
NO.144,   118,=∼(∼(X∨∼X)∨∼(Y∨∼(Y∨∼(Y∨∼X))))
NO.145,   120,=∽(∽(X∨∼X)∨∼(∽X∨Y)∨∽(∽X∨∼Y))
```

NO.146, 124,=~(~(Y∨~Y∨X)∨~(~X∨~(≈X∨~Y)))
NO.147, 125,=~(~(Y∨~Y∨X)∨~(~X∨~(Y∨~Y)))
NO.148, 126,=~(~(Y∨~Y∨X)∨~(~X∨≈(Y∨~Y)))
NO.149, 131,=≈(~(≈Y∨Y∨≈X)∨≈(≈X∨~(X∨Y)))
NO.150, 133,=≈(~(~Y∨≈Y∨≈X)∨≈(≈X∨~(X∨~Y)))
NO.151, 142,=≈(≈(≈X∨≈Y)∨~(~X∨≈X∨~Y∨≈Y))
NO.152, 145,=≈(≈(≈X∨X)∨~(≈X∨~(≈X∨~(≈X∨~Y))))
NO.153, 146,=≈(≈(~Y∨≈Y∨≈X)∨~(Y∨~(Y∨~X)))
NO.154, 154,=~(~(~X∨Y)∨~(~(~X∨≈X)∨≈(≈X∨≈Y)))
NO.155, 156,=~(≈(≈Y∨Y)∨~(~(≈X∨Y)∨≈(X∨≈X)))
NO.156, 157,=≈(~(~X∨≈X∨≈Y)∨≈(≈X∨≈(≈X∨Y)))
NO.157, 194,=≈(≈(≈X∨≈(~Y∨≈Y))∨≈(≈Y∨≈(~X∨≈X)))
NO.158, 196,=≈(~(~Y∨≈Y∨≈X)∨≈(≈Y∨Y∨≈X))
NO.159, 202,=≈(~(≈X∨~(X∨≈Y))∨≈(≈X∨≈(~Y∨≈Y)))
NO.160, 204,=≈(≈(Y∨~(~Y∨X))∨≈(≈X∨≈(~Y∨≈Y)))
NO.161, 205,=(~(≈Y∨Y∨≈X)∨≈(X∨≈(≈X∨~Y)))
NO.162, 209,=~(≈(~Y∨X)∨~(Y∨≈(≈X∨~(~Y∨X))))
NO.163, 214,=~(≈(~Y∨≈Y)∨~(X∨~(X∨~(≈X∨~Y))))
NO.164, 225,=≈(≈(≈X∨X)∨~(Y∨≈X∨~(≈Y∨Y)))
NO.165, 226,=≈(~(~X∨≈X∨~Y)∨≈(≈X∨X∨≈Y))
NO.166, 228,=≈(~(~X∨≈X∨Y)∨≈(≈X∨X∨≈Y))
NO.167, 230,=~(~(X∨~X)∨≈(≈X∨Y∨~(X∨≈Y)))
NO.168, 231,=~(~(X∨~X)∨≈(~(X∨≈Y)∨~(~X∨Y)))
NO.169, 232,=~(~(X∨~X)∨≈(≈X∨~(≈Y∨≈(~X∨~Y))))
NO.170, 233,=~(~(X∨~X)∨≈(Y∨≈X∨~(≈Y∨Y)))
NO.171, 235,=~(~(X∨~X)∨≈(~(X∨≈Y)∨~(~X∨~Y)))
NO.172, 238,=~(~(~X∨~(≈X∨≈Y))∨≈(≈X∨~(X∨≈Y)))
NO.173, 241,=~(≈(~Y∨≈Y)∨~(~(~X∨≈X)∨≈(≈X∨≈Y)))
NO.174, 381,=~(~(X∨~X)∨~(≈X∨~Y∨~(X∨Y)))
NO.175, 387,=~(~(X∨~X)∨~(≈X∨~(Y∨≈(~X∨≈Y))))
NO.176, 389,=≈(≈(~Y∨≈Y)∨~(~(≈X∨≈Y)∨≈(X∨~X)))
NO.177, 390,=~(~(X∨~X)∨~(~Y∨≈X∨~(Y∨~Y)))
NO.178, 397,=~(~(X∨~X)∨~(~(X∨Y)∨~(~X∨≈Y)))
NO.179, 400,=~(~(X∨~X)∨≈(≈(~X∨Y)∨≈(≈X∨~Y)))
NO.180, 403,=(≈(X∨~X)∨~(≈X∨~(≈X∨~(≈X∨Y))))
NO.181, 464,=(~(≈X∨X∨≈Y)∨≈(~X∨≈(~X∨≈Y)))
NO.182, 469,=≈(≈(≈X∨X)∨~(≈X∨~Y∨~(X∨≈Y)))
NO.183, 470,=≈(~(Y∨~Y∨≈X)∨≈(≈X∨≈(~X∨≈Y)))
NO.184, 471,=~(~(X∨~X)∨~(≈X∨~(Y∨≈(≈Y∨≈X))))
NO.185, 475,=~(~(X∨~X)∨≈(≈X∨~Y∨~(X∨≈Y)))
NO.186, 478,=(~(≈X∨X∨≈Y)∨≈(~X∨≈(~X∨~Y)))
NO.187, 481,=(~(≈X∨X∨≈Y)∨≈(~X∨~(≈X∨≈Y)))
NO.188, 482,=~(~(X∨~X)∨≈(Y∨~(Y∨~(Y∨~X))))
NO.189, 484,=(≈(X∨~X)∨~(≈X∨≈(~Y∨~(X∨≈Y))))
NO.190, 771,=≈(≈(~X∨≈X)∨~(~Y∨~(~Y∨~(~X∨≈X))))
NO.191, 779,=(~(~X∨≈X∨~Y)∨≈(Y∨≈(≈Y∨~X)))
NO.192, 780,=≈(~(~Y∨≈Y∨X)∨≈(~X∨≈X∨Y))
NO.193, 798,=~(≈(~X∨~Y)∨~(X∨Y∨≈(~X∨≈X)))
NO.194, 807,=~(≈(~Y∨~X)∨~(~(~Y∨≈Y)∨≈(~X∨≈X)))
NO.195, 819,=≈(≈(≈X∨≈Y)∨≈(~(≈X∨≈Y)∨~(X∨Y)))
NO.196, 822,=≈(≈(~X∨≈X)∨~(≈X∨Y)∨≈(X∨~Y))

NO.197, 824,=∾(∾(∾Y∨∼X)∨∼(∼(∾Y∨∾X)∨∾(Y∨X)))
NO.198, 825,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∼(∼X∨Y)∨∾(∾X∨∼Y)))
NO.199, 826,=∾(∾(∾X∨∾Y)∨∼(∼(∼X∨Y)∨∾(∾X∨X)))
NO.200, 827,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∼(∾X∨∾Y)∨∾(X∨Y)))
NO.201, 828,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∾X∨∼Y∨∾(∼X∨Y)))
NO.202, 830,=∾(∾(∼X∨∾X∨∼Y)∨∼(X∨∼(X∨∼Y)))
NO.203, 833,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∾Y∨∼(∾Y∨∼(X∨∼X))))
NO.204, 834,=∾(∾(∼X∨∾X∨Y)∨∼(X∨∼(X∨∼Y)))
NO.205, 835,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(∾X∨∼(X∨∼Y)))
NO.206, 849,=∾(∾(∾X∨X)∨∼(∾X∨Y)∨∼(X∨∾Y))
NO.207, 851,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∾X∨Y)∨∼(X∨∾Y))
NO.208, 854,=∾(∼(∾Y∨X)∨∼(Y∨∼(Y∨∼(∼Y∨X))))
NO.209, 855,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∾Y∨X)∨∾(Y∨∼Y))
NO.210, 860,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∾Y∨∾(∼X∨∼(Y∨∾X))))
NO.211, 880,=∾(∾(∾X∨∾Y)∨∼(∼X∨∼Y∨∾(X∨Y)))
NO.212, 881,=(∼(∾X∨∾Y)∨∾(X∨Y∨∾(∾X∨∾Y)))
NO.213, 883,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∾X∨∼Y∨∼(∼X∨∾X)))
NO.214, 884,=∼(∼(Y∨∼X)∨∼(∼(Y∨∾X)∨∼(X∨∼X)))
NO.215, 887,=(∼(∾Y∨∼(X∨∼X))∨∾(Y∨∾(∼X∨∾X)))
NO.216, 888,=∼(∾(∾Y∨X)∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨X))))
NO.217, 889,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(∾X∨∾(∾X∨Y)))
NO.218, 901,=∾(∾(X∨∼(∼X∨Y))∨∼(∾X∨∼(∾Y∨Y)))
NO.219, 909,=∼(∼(∾X∨∾Y)∨∼(∼(X∨∾Y)∨∾(∼X∨∾X)))
NO.220, 910,=∼(∼(Y∨∼X)∨∾(∼(∾Y∨Y)∨∾(∾X∨X)))
NO.221, 963,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∼(∼X∨∼Y)∨∾(X∨∾Y)))
NO.222, 964,=∼(∼(Y∨∼Y∨X)∨∾(∾Y∨∼(∾X∨X)))
NO.223, 965,=∼(∾(X∨∼X)∨∼(Y∨∾(∾X∨∼(∼Y∨X))))
NO.224, 975,=∾(∾(∾X∨Y)∨∾(X∨∼Y)∨∾(∼X∨∾Y))
NO.225, 987,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨∾X))))
NO.226, 996,=∾(∾(Y∨∾X)∨∼(∼(∼Y∨X)∨∼(∼X∨∾X)))
NO.227, 997,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(∾X∨∼(X∨∾Y)))
NO.228, 1005,=∾(∾(Y∨∼(∼Y∨∼X))∨∼(∾Y∨∼(∼X∨∾X)))
NO.229, 1014,=∾(∼(∾Y∨∼(∼X∨∾X))∨∾(Y∨∼(X∨∼X)))
NO.230, 1020,=∾(∾(Y∨∾X)∨∼(∾Y∨∼(∾Y∨∼(∾Y∨X))))
NO.231, 1022,=(∾(Y∨∾(∾Y∨∼X))∨∼(∾X∨∼(∾Y∨Y)))
NO.232, 1060,=∾(∾(∾Y∨∾X)∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨∼(∾X∨X))))
NO.233, 1063,=∾(∼(∾X∨∼Y)∨∾(∼(∼X∨Y)∨∼(∾X∨∼Y)))
NO.234, 1065,=∼(∼(X∨∼X∨Y)∨∼(∼Y∨∾Y∨∾X))
NO.235, 1068,=∾(∾(∼X∨Y)∨∼(∼(∾X∨∾Y)∨∾(∼X∨Y)))
NO.236, 1072,=∼(∼(∼X∨Y)∨∼(∾X∨X∨∼Y∨∾Y))
NO.237, 1074,=∾(∾(Y∨∾X)∨∼(∾Y∨∼(∾Y∨∼(X∨∼X))))
NO.238, 1078,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(∾X∨∼(∼Y∨∾Y)))
NO.239, 1113,=(∾(∼X∨∾(X∨∼Y))∨∼(∾X∨∼(∾X∨∼Y)))
NO.240, 1126,=∼(∼(∼X∨Y)∨∾(∾(∼X∨X)∨∾(∾X∨∼Y)))
NO.241, 1154,=∼(∼(∼X∨Y)∨∾(∼(∼X∨∾X)∨∾(∾X∨∾Y)))
NO.242, 1156,=∾(∾(Y∨∾X)∨∼(∾Y∨∼X∨∾(∾Y∨X)))
NO.243, 1167,=(∼(∾Y∨Y∨∾X)∨∾(∼X∨∾(X∨∼Y)))
NO.244, 1176,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨X)∨∾(Y∨∼(X∨∼X)))
NO.245, 1208,=∼(∼(Y∨∼X)∨∾(∼Y∨X∨∾(∼Y∨∾X)))
NO.246, 1257,=∾(∼(∼X∨∼(∼X∨Y))∨∾(∾X∨∾(∾X∨∾Y)))
NO.247, 1352,=∼(∼(∼X∨Y)∨∾(∼(∾X∨∾Y)∨∾(∾X∨Y)))

NO.248,1355,=(∾(∿Y∨∾(X∨∾X))∨∿(Y∨∿(∿X∨X)))

NO.249,1356,=∾(∾(∾X∨∾(∾Y∨∿Y))∨∾(∿X∨∾(∿Y∨Y)))

NO.250,1357,=(∾(∿Y∨∾(∿Y∨∾X))∨∿(Y∨∿(∿X∨X)))

NO.251,1365,=∿(∾(∾X∨∾(∾X∨Y))∨∿(∿X∨∿(∿Y∨Y)))

NO.252,1373,=(∿(∾X∨Y)∨∾(∾(X∨∾X)∨∿(∿Y∨Y)))

NO.253,1537,=∾(∿(∾X∨∿X)∨∾(∾(∾Y∨∿Y)∨∿(∾X∨∿X)))

NO.254,1618,=∾(∾(∾X∨∾(∾Y∨∿Y))∨∾(∾Y∨∾(∾X∨∿X)))

NO.255,1638,=∾(∾(∿X∨∿Y)∨∾(X∨∾Y)∨∿(X∨∿Y))

NO.256,1807,=(∾(∿X∨∾(∾Y∨∿Y))∨∾(∾X∨∾(∾X∨Y)))

NO.257,1873,=∿(∾(∿X∨∾Y)∨∿(X∨∿Y∨∾(∾X∨Y)))

*** (7), 98 ***

NO.258,129 ,=∿(∿(∾X∨∿X∨Y)∨∾(∿X∨∿Y∨∿(∾X∨∾Y)))

NO.259,160 ,=(∾(∾X∨∿X∨Y)∨∿(∾(∾X∨∿X)∨∿(∿X∨∿Y)))

NO.260,192 ,=∿(∿(∿X∨∿(∾Y∨∿Y))∨∿(∾(∿X∨∾Y)∨∿(∾X ∨∿X)))

NO.261,193 ,=∿(∿(∿X∨X∨∿Y)∨∾(∿X∨∿Y∨∾(X∨Y)))

NO.262,198 ,=∿(∿(∿X∨X)∨∾(∿X∨∾(∾(Y∨∾Y)∨∿(∾Y∨X))))

NO.263,199 ,=∿(∿(∿X∨X∨∿Y)∨∾(∿X∨∾Y∨∿(∿X∨Y)))

NO.264,203 ,=∿(∿(∿X∨∿(∾Y∨∿Y))∨∾(∿X∨Y∨∾(X∨∿Y)))

NO.265,206 ,=(∾(∿Y∨Y∨∿X)∨∿(∾(∿X∨Y)∨∿(∿X∨∾Y)))

NO.266,207 ,=∾(∿X∨∾(∿(∿Y∨X)∨∾(∾Y∨∿(∿X∨∾(∿Y∨X)))))

NO.267,208 ,=∾(∿(∾Y∨∿Y)∨∾(∿(∾X∨∾Y)∨∾(X∨∾(∿X ∨∾Y))))

NO.268,213 ,=∾(∿(∾Y∨∿Y)∨∾(∾X∨∿Y)∨∾(X∨Y∨∾Y))

NO.269,223 ,=∾(∾(X∨∾X)∨∾(Y∨∾Y)∨∿(∾Y∨∾X∨∿X))

NO.270,227 ,=∾(∾(X∨∾X)∨∿(∿X∨Y)∨∿(∾X∨∿(∿Y∨Y)))

NO.271,237 ,=∾(∿(∾X∨∿X∨∿Y)∨∾(∾(∿X∨Y)∨∿(X∨∿X)))

NO.272,239 ,=∾(∾(X∨∾X)∨∿(∿X∨Y)∨∿(∾X∨∿X∨∿Y))

NO.273,379 ,=∾(∾(X∨∾X)∨∾(∿X∨∾(X∨Y)∨∾(∾X∨∿Y)))

NO.274,382 ,=∾(∾(X∨∾X)∨∿(∿(∿X∨∾Y)∨∿(∾X∨∿X∨Y)))

NO.275,385 ,=∿(∿(∿X∨∿Y)∨∾(∿X∨∾(X∨∿Y)∨∾(∿X∨Y)))

NO.276,388 ,=∿(∾(∾X∨∿X∨∾Y)∨∿(∿X∨∾(∿X∨∾(X∨Y))))

NO.277,399 ,=∿(∾(∿Y∨Y∨∿X)∨∿(∾(∾X∨∿Y)∨∿(X∨Y)))

NO.278,460 ,=∿(∿(∿X∨X)∨∾(∿X∨∾(X∨∿Y)∨∾(∿X∨Y)))

NO.279,462 ,=∿(∿(∿X∨X)∨∾(∿X∨Y∨∾(∿X∨∾(∿X∨∿Y))))

NO.280,463 ,=∿(∿(∿X∨X)∨∾(∿X∨∾(X∨∿Y)∨∿(∾X∨Y)))

NO.281,480 ,=∾(∾(X∨∾X)∨∿(∿(∿X∨∾Y)∨∾(∿X∨∾(∿X ∨∿Y))))

NO.282,768 ,=∿(∿(∿X∨X)∨∾(∿(X∨Y)∨∾(∾X∨∾(∾X∨∾Y))))

NO.283,770 ,=∿(∾(∾X∨∿X∨Y)∨∿(∾Y∨∾(∾Y∨∾(∿Y∨X))))

NO.284,773 ,=(∾(∾X∨∿X∨∿Y)∨∿(X∨Y∨∿(∾X∨∿X)))

NO.285,777 ,=∿(∿(∾X∨∿X∨Y)∨∾(∿Y∨∾(∿Y∨∾(∿Y∨X))))

NO.286,800 ,=∾(∾(X∨Y)∨∿(∾(∿X∨∿Y)∨∿(X∨∾X∨Y)))

NO.287,804 ,=∾(∾(Y∨∾(∿Y∨∿X))∨∾(∾Y∨∾(∾Y∨∾(∾Y∨X))))

NO.288,805 ,=∾(∿(∿Y∨∿(∾Y∨∿X))∨∾(Y∨X∨∿(∾Y∨∿Y)))

NO.289,806 ,=(∿(Y∨∿(∿Y∨∾X))∨∾(∿X∨∾Y∨∿(∿X∨Y)))

NO.290,808 ,=(∾(∾X∨∿X∨Y)∨∾(∾Y∨∾(∾Y∨∾(∿Y∨∾X))))

NO.291,820 ,=∾(∾(∿X∨X∨∾Y)∨∾(∾X∨Y∨∾(∿X∨∾Y)))

NO.292,821 ,=∿(∿(∾X∨∿X∨∾Y)∨∾(∾(∿X∨∿Y)∨∿(X∨Y)))

NO.293,831 ,=∾(∾(∼X∨∾X∨Y)∨∼(∾Y∨∼(∾Y∨∼(X∨∼X))))
NO.294,832 ,=∼(∼(∾X∨X∨∼Y)∨∼(∼X∨Y∨∼(∾X∨∾Y)))
NO.295,858 ,=∾(∾(∼X∨∾X∨Y)∨∼(∾Y∨∾(∼X∨∼(Y∨∾X))))
NO.296,885 ,=∼(∼(∾X∨∼(∾X∨Y))∨∼(∼X∨Y∨∼(∾X∨∾Y)))
NO.297,886 ,=∼(∾(∾Y∨∾(∼Y∨∾X))∨∼(Y∨X∨∾(∾Y∨∾X)))
NO.298,907 ,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(Y∨∼(X∨∾(∾Y∨∾X))))
NO.299,911 ,=∼(∾(X∨∼X)∨∼(∼X∨Y)∨∼(X∨∾X∨∼Y))
NO.300,915 ,=∼(∾(∼X∨∼Y)∨∼(∾(∼X∨∾X)∨∼(X∨∼(X∨∼Y)
)))
NO.301,916 ,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(Y∨∾X∨∼(∼Y∨X)))
NO.302,933 ,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨X)∨∾(Y∨∼(X∨∾(∾Y∨∾X))))
NO.303,936 ,=∼(∾(∼Y∨∾(∼X∨∾X))∨∼(Y∨∾(∾X∨∼(∼Y∨X)
)))
NO.304,938 ,=∼(∾(∼Y∨∾Y)∨∼(∼(X∨∾Y)∨∾(∼X∨∾X∨∼Y)))
NO.305,942 ,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨X)∨∾(Y∨∾X∨∼(∼Y∨X)))
NO.306,976 ,=∼(∼(∾X∨X∨∾Y)∨∼(∼X∨Y∨∾(∼X∨∾Y)))
NO.307,977 ,=∾(∾(∼X∨∾Y)∨∼(X∨∼(X∨∼(X∨∼(X∨∾Y)))))
NO.308,978 ,=∾(∾(∾X∨Y)∨∾(∾(X∨∾Y)∨∼(∾X∨∾(∼X∨∾Y)
)))
NO.309,979 ,=∾(∾(∼X∨∾X∨∾Y)∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨∼(∾X∨X))))
NO.310,980 ,=(∼(∼X∨∾X∨∾Y)∨∾(∾(∾X∨Y)∨∾(X∨∼Y)))
NO.311,989 ,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∼Y∨∼(∾Y∨∾X)∨∾(Y∨X)))
NO.312,994 ,=∼(∼(∾X∨X∨∾Y)∨∼(∼X∨Y∨∼(∾X∨∾Y)))
NO.313,1007,=∾(∾(∼X∨∾X∨∾Y)∨∼(X∨∼Y∨∾(X∨Y)))
NO.314,1011,=∾(∾(∼Y∨∾X)∨∼(∾(∾Y∨∾X)∨∼(∼X∨∼(∼Y
∨∾Y))))
NO.315,1013,=(∾(X∨∾(∾X∨Y))∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨∼(∾Y∨X))))
NO.316,1016,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∼Y∨∾(Y∨X)∨∾(∼Y∨∼X)))
NO.317,1038,=∾(∾(∼Y∨X)∨∼(∾(X∨∼X)∨∼(∾Y∨∾(∼X∨∾X)
)))
NO.318,1040,=(∼(∼Y∨∾Y∨∾X)∨∾(Y∨X∨∾(Y∨∾X)))
NO.319,1041,=∼(∾(∼Y∨∾(∼Y∨∾X))∨∼(Y∨X∨∾(Y∨∾X)))
NO.320,1049,=(∾(Y∨∾(Y∨∾X))∨∼(∾Y∨∼(X∨∾(∼Y∨∾X))))
NO.321,1061,=∾(∾(∼X∨∾X∨∾Y)∨∼(X∨∼(X∨∼(X∨Y))))
NO.322,1067,=∾(∾(∼X∨∾Y)∨∼(∼(∾X∨∾Y)∨∾(Y∨∼(∾X
∨∼Y))))
NO.323,1070,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∼(∾X∨∾Y)∨∾(Y∨∼(∾X
∨∼Y))))
NO.324,1073,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∾(∼X∨Y)∨∼(∾X∨∼Y∨∾Y)))
NO.325,1075,=∾(∾(Y∨∾X)∨∼(∾Y∨∾(∼Y∨∾X)∨∾(∾Y∨X)))
NO.326,1076,=∾(∾(∼X∨∾X)∨∼(∾(∼X∨Y)∨∼(∾Y∨∼(X∨∼X)
)))
NO.327,1114,=∾(∼(∼Y∨∾Y∨∼X)∨∾(∾X∨∼(∼Y∨∼(X∨Y))))
NO.328,1131,=∼(∾(X∨∾(∾X∨∼Y))∨∼(∼X∨∼(∼X∨∼(∼X∨Y)
)))
NO.329,1141,=∾(∾(∾Y∨Y)∨∾(∾X∨Y)∨∼(∼X∨∼Y∨∾Y))
NO.330,1155,=∾(∾(∾X∨Y)∨∼(∼X∨∾Y∨∼(∼X∨∼(∼X∨∼Y))))
NO.331,1169,=∼(∾(X∨∾(∾X∨∾Y))∨∼(∼X∨Y∨∾(∼X∨∾Y)))
NO.332,1173,=∾(∼(X∨∼(∾X∨Y))∨∼(∼X∨∼(∼X∨∼(∼Y∨∾Y)
)))
NO.333,1182,=∾(∾(Y∨∾X)∨∼(∾Y∨∼(Y∨X)∨∾(∼Y∨∼X)))

NO.334,1199,=∾(∿(Y∨∿Y∨∾X)∨∾(∿(∿X∨Y)∨∾(X∨∿X)))

NO.335,1200,=∿(∿(X∨∿X∨Y)∨∿(∾X∨∿(Y∨∾(∾Y∨∾X))))

NO.336,1202,=(∾(X∨∿X∨Y)∨∿(∾Y∨∾X∨∾(∾Y∨∿X)))

NO.337,1211,=(∾(Y∨∿X)∨∿(∾Y∨∿(X∨∿X)∨∾(Y∨∿X)))

NO.338,1222,=∿(∿(∿X∨∿(∿Y∨∾Y))∨∿(∾X∨∿(∾X∨∿(Y∨∿Y))))

NO.339,1230,=∿(∾(∿X∨∿Y)∨∿(X∨∾(∾X∨Y)∨∾(X∨∿Y)))

NO.340,1248,=∾(∿(∾Y∨∿(∿X∨∾X))∨∾(Y∨∾X∨∾(Y∨∿X)))

NO.341,1316,=∾(∿(X∨∿(X∨∿Y))∨∾(∾X∨∿Y∨∿(X∨∾Y)))

NO.342,1317,=∾(∾(Y∨∿Y∨∾X)∨∿(∾Y∨∿(∾Y∨∿(X∨∿X))))

NO.343,1354,=∾(∾(∾X∨X)∨∿(∾Y∨∾(∿Y∨∾X)∨∾(∾Y∨X)))

NO.344,1362,=∿(∿(X∨∿X∨Y)∨∿(∿(∿X∨∿Y)∨∿(∾Y∨Y)))

NO.345,1364,=(∾(X∨∿X∨Y)∨∿(∾X∨∿Y∨∾(∿X∨Y)))

NO.346,1367,=(∾(X∨∿X)∨∿(∾X∨∾Y)∨∾(Y∨∾(∾X∨X)))

NO.347,1371,=∾(∿(∾Y∨Y∨∾X)∨∾(∿(∿X∨Y)∨∾(∿X∨∿Y)))

NO.348,1416,=∾(∾(∾X∨∾(∿Y∨∾Y))∨∿(∿X∨∿(∿X∨∿(∿Y∨∾Y))))

NO.349,1589,=∾(∿(∾X∨∿(∾X∨∿Y))∨∾(∿(X∨∿Y)∨∾(X∨∾Y)))

NO.350,1743,=∿(∾(∾X∨∾(∾Y∨Y))∨∿(∿X∨∿(∿X∨∿(∿X∨Y))))

NO.351,1927,=∾(∿(∿X∨∾X∨∿Y)∨∾(∿(Y∨∿X)∨∾(∿Y∨Y)))

NO.352,1951,=∿(∾(∿Y∨∾X)∨∿(Y∨∿(∾Y∨∾X)∨∾(∾X∨X)))

NO.353,1986,=∿(∾(∾X∨∾(∾X∨Y))∨∿(∿X∨∿(∿X∨∿(∿X∨Y))))

NO.354,2040,=∿(∿(X∨∿(X∨Y))∨∿(∿(X∨∾Y)∨∿(∿X∨∿Y)))

NO.355,4069,=∿(∿(∾X∨∿(∾X∨∿Y))∨∿(∿(∾X∨∾Y)∨∿(X∨Y)))

*** (目), 49 ***

NO.356,61 ,=∾(∿(∿X∨∾X∨∿Y∨∾Y)∨∾(∾X∨∾Y∨∿(X∨Y)))

NO.357,200 ,=∿(∿(∾Y∨∾X∨∿(∿Y∨∾Y))∨∿(∿(∾X∨Y)∨∾(∾X∨∿Y)))

NO.358,201 ,=∾(∾(∾X∨X∨∾Y)∨∿(∾X∨∿(X∨Y)∨∾(∿X∨∿Y)))

NO.359,211 ,=(∿(∾X∨X∨∾Y∨Y)∨∾(∿(∾X∨∾Y)∨∾(∿X∨∾X)))

NO.360,212 ,=(∾(X∨∾(∾X∨∿Y))∨∿(∾X∨∿(X∨∿Y)∨∾(∿X∨∾Y)))

NO.361,466 ,=∿(∿(X∨∿X)∨∾(∾(Y∨∿Y∨∿X)∨∿(∾Y∨∾(∿Y∨∿X))))

NO.362,799 ,=∾(∿(∿X∨∾X∨∿Y)∨∾(∾(∿Y∨∿X)∨∿(Y∨∾(∾Y∨∿X))))

NO.363,902 ,=∾(∿(∾Y∨∿(∾X∨∾(∿X∨∾Y)))∨∾(∿(∿Y∨X)∨∾(Y∨∿Y)))

NO.364,908 ,=∾(∿(X∨∾Y∨∿(∾X∨X))∨∾(∿(∿Y∨X)∨∾(Y∨∿Y)))

NO.365,913 ,=∾(∾(Y∨∾X∨∿(∿Y∨X))∨∿(∾Y∨∿X∨∾(∾Y∨X)))

NO.366,930 ,=∾(∾(∾X∨X)∨∿(∾(Y∨X)∨∿(∾Y∨∿(∾Y∨∿(∿X∨∾X)))))

NO.367,932 ,=∿(∾(∾(∿X∨∿Y)∨∾(∾X∨∾Y))∨∿(X∨Y∨∾(∾X∨∾Y)))

NO.368,935 ,=∾(∿(∿Y∨∾Y∨X)∨∾(∾(∿Y∨Y)∨∿(X∨∾(∾X∨∾Y))))

NO.369,941 ,=(≈(Y∨≈(≈Y∨∼X))∨∼(≈X∨∼(X∨∼Y)∨≈(∼X
∨≈Y)))

NO.370,961 ,=(∼(∼X∨∼(∼X∨∼(≈X∨∼Y)))∨∼(X∨∼(Y
∨≈(≈X∨≈Y))))

NO.371,966 ,=∼(≈(∼X∨≈(∼Y∨≈Y))∨∼(≈(∼X∨≈X)∨∼(≈Y
∨≈(∼X∨X))))

NO.372,967 ,=∼(∼(Y∨∼Y∨X)∨≈(≈Y∨∼(≈X∨X)∨≈(Y∨X)))

NO.373,968 ,=∼(≈(∼X∨≈Y∨≈(∼X∨∼Y))∨∼(X∨Y∨≈(≈X
∨≈Y)))

NO.374,986 ,=∼(∼(≈X∨X∨≈Y)∨∼(∼X∨∼(≈X∨Y)∨∼(X∨≈Y)))

NO.375,995 ,=∼(∼(≈X∨X∨≈Y)∨∼(∼X∨∼(≈Y∨∼(∼X∨∼(∼X
∨∼Y)))))

NO.376,1032,=∼(≈(∼Y∨≈(∼Y∨≈X))∨∼(Y∨≈(≈Y∨∼X)∨≈(Y
∨≈X)))

NO.377,1034,=(∼(∼X∨≈X∨≈Y)∨≈(≈(X∨∼Y)∨≈(≈X∨≈(Y
∨∼Y))))

NO.378,1043,=(∼(≈Y∨≈X∨∼(Y∨X))∨≈(Y∨X∨≈(Y∨≈X)))

NO.379,1047,=≈(≈(∼Y∨≈(∼Y∨∼X))∨∼(Y∨∼(Y∨∼(Y∨∼(Y
∨X))))))

NO.380,1048,=∼(∼(≈Y∨Y∨X)∨∼(∼(≈Y∨∼X)∨∼(Y∨≈(Y
∨∼X))))

NO.381,1050,=(∼(∼Y∨X∨∼(Y∨∼Y))∨∼(≈X∨Y∨∼(X∨≈Y)))

NO.382,1051,=≈(∼(∼Y∨≈Y∨∼X)∨≈(≈(X∨Y)∨∼(X∨≈Y∨Y)))

NO.383,1064,=≈(≈(≈X∨∼(≈Y∨≈(∼X∨∼Y)))∨∼(∼(≈X∨≈Y)
∨≈(X∨Y)))

NO.384,1145,=∼(∼(≈X∨∼(≈X∨∼Y))∨∼(∼X∨∼(≈X∨Y)∨∼(X
∨≈Y)))

NO.385,1148,=∼(∼(X∨∼X∨Y)∨≈(≈(≈Y∨≈X)∨≈(∼Y∨≈(∼X
∨≈X))))

NO.386,1157,=(∼(∼X∨≈Y∨∼(X∨∼X))∨∼(∼(∼X∨Y)∨∼(≈X
∨≈Y)))

NO.387,1209,=∼(∼(X∨∼X∨Y)∨≈(≈(≈X∨∼Y)∨∼(≈X∨∼(≈X
∨≈Y))))

NO.388,1221,=∼(≈(X∨∼X)∨∼(≈(∼X∨≈Y)∨≈(≈X∨Y)∨≈(X
∨∼Y)))

NO.389,1259,=(∼(∼X∨≈X∨≈Y)∨≈(≈(∼Y∨≈X)∨∼(∼Y
∨∼(∼Y∨X))))

NO.390,1276,=(∼(≈X∨X∨∼Y)∨≈(∼(∼Y∨≈Y)∨≈(≈Y∨∼X
∨≈X)))

NO.391,1298,=≈(∼(X∨∼(X∨∼Y))∨≈(≈X∨∼(X∨≈Y)∨∼(≈X
∨Y)))

NO.392,1300,=∼(∼(X∨∼X∨Y)∨∼(≈X∨∼(∼(Y∨∼Y)∨≈(∼Y
∨X))))

NO.393,1301,=≈(∼(X∨∼(X∨∼Y))∨≈(≈(∼X∨Y)∨∼(X∨≈(≈X
∨Y))))

NO.394,1303,=≈(∼(∼Y∨≈Y∨∼X)∨≈(≈X∨∼(∼(≈Y∨Y)∨≈(Y
∨X))))

NO.395,1308,=∼(∼(X∨∼X∨Y)∨≈(≈(≈Y∨∼Y)∨≈(≈X∨≈(Y
∨∼Y))))

NO.396,1311,=≈(≈(≈X∨Y∨≈(≈X∨≈Y))∨∼(∼(X∨∼Y)∨≈(∼X
∨≈Y)))

```
NO.397,1319,=(∼(Y∨∼Y∨≈X)∨≈(≈(≈Y∨∼X)∨∼(≈Y∨∼(≈Y
                 ∨≈X))))
NO.398,1361,=(≈(∼X∨Y∨∼(≈X∨∼Y))∨∼(≈X∨∼Y∨≈(∼X∨Y)))
NO.399,1641,=∼(∼(X∨∼Y)∨≈(∼X∨≈(∼Y∨≈Y))∨≈(≈Y∨≈(X
                 ∨∼X)))
NO.400,1745,=≈(∼(Y∨∼Y∨≈X)∨≈(≈(X∨≈X)∨∼(Y∨≈(≈Y
                 ∨∼X))))
NO.401,1780,=(∼(∼Y∨≈Y∨X)∨∼(∼(X∨≈Y)∨∼(∼X∨∼(≈Y
                 ∨∼Y))))
NO.402,1884,=(∼(≈X∨∼(≈X∨≈Y))∨≈(≈(∼X∨≈Y)∨≈(X∨∼X
                 ∨∼Y)))
NO.403,1950,=∼(≈(≈X∨∼(Y∨∼Y))∨∼(∼X∨∼(X∨≈Y)∨≈(≈Y
                 ∨Y)))
NO.404,2037,=∼(∼(∼(∼X∨∼Y)∨∼(≈Y∨Y))∨∼(X∨∼(X
                 ∨∼(∼Y∨≈Y))))
 ***   (  9), 13  ***
NO.405,210 ,=≈(≈(≈X∨Y∨∼(X∨∼Y))∨∼(≈X∨∼(X∨Y)
                 ∨∼(≈X∨∼Y)))
NO.406,905 ,=≈(∼(X∨≈Y∨∼(≈X∨X))∨≈(∼(X∨∼Y)∨≈(∼X
                 ∨≈X∨Y)))
NO.407,912 ,=∼(∼(≈X∨∼(≈X∨Y))∨∼(≈(Y∨≈X)∨∼(≈Y∨∼X
                 ∨≈(≈Y∨X))))
NO.408,914 ,=∼(∼(≈X∨X∨∼Y)∨≈(≈(X∨∼X∨Y)∨∼(≈X
                 ∨≈(∼X∨≈Y))))
NO.409,939 ,=≈(≈(Y∨≈X∨∼(∼Y∨X))∨∼(≈Y∨∼(Y∨X)
                 ∨≈(∼Y∨∼X)))
NO.410,1033,=∼(∼(≈Y∨Y∨X)∨≈(∼(Y∨∼(∼Y∨∼X))∨≈(∼Y
                 ∨∼(≈Y∨∼X))))
NO.411,1232,=(∼(∼X∨≈X∨≈Y)∨≈(≈(Y∨∼Y∨≈X)∨∼(∼Y
                 ∨∼(∼Y∨X))))
NO.412,1307,=≈(≈(≈X∨∼Y∨∼(X∨≈Y))∨∼(∼(≈X∨≈Y)∨≈(Y
                 ∨∼(≈X∨∼X))))
NO.413,1310,=≈(∼(X∨∼(X∨∼Y))∨≈(≈(∼X∨≈X∨Y)∨∼(X
                 ∨≈(≈X∨Y))))
NO.414,1313,=≈(∼(≈Y∨∼(≈Y∨≈X))∨≈(≈(Y∨∼Y∨∼X)
                 ∨∼(∼Y∨∼(∼Y∨≈X))))
NO.415,1391,=≈(∼(∼X∨≈X∨Y)∨≈(≈(≈Y∨X)∨∼(∼(≈Y∨∼X)
                 ∨≈(Y∨≈X))))
NO.416,1587,=∼(≈(≈X∨≈(∼X∨Y))∨∼(≈(≈X∨X)∨∼(≈X∨Y)
                 ∨∼(X∨≈Y)))
NO.417,2145,=≈(∼(∼X∨≈X∨Y)∨≈(≈(∼Y∨≈Y∨≈X)∨∼(∼X
                 ∨≈(X∨∼Y))))
 ***   (10),  2  ***
NO.418,1668,=∼(≈(≈X∨≈Y∨∼(X∨Y))∨∼(≈(≈X∨X)∨∼(≈X
                 ∨Y)∨∼(X∨≈Y)))
NO.419,4173,=∼(∼(∼X∨≈Y∨∼(X∨∼X))∨∼(∼(≈X∨≈Y)
                 ∨∼(∼(≈X∨X)∨≈(X∨∼Y))))
 ***   (12),  1  ***
NO.420,5681,=∼(∼(≈X∨∼(X∨Y)∨∼(≈X∨∼Y))∨≈(≈(X∨∼X
                 ∨Y)∨∼(∼(∼X∨∼Y)∨≈(≈X∨≈Y))))
```

例 4.1　所望 NOR 型 2 変数関数の簡単形

```
(1) a=a0a1...a8=000001011; A=    31
 B4=31   :∿(∾(∿X∨∿Y)∨∿(X∨∾X∨∿X))
 b0= 0   : f(X,Y) --> f(X,Y)
 G(X,Y)  =∿(∾(∿X∨∿Y)∨∿(X∨∾X∨∿X))

(2) a=a0a1...a8=012120201; A= 4069
 B4=4069:∾(∾(∿X∨∾(∿X∨∾Y))∨∾(∾(∿X∨∿Y)∨∾(X
          ∨Y)))
 b0= 0   : f(X,Y) --> f(X,Y)
 G(X,Y)  =∾(∾(∿X∨∾(∿X∨∾Y))∨∾(∾(∿X∨∿Y)∨∾(X
          ∨Y)))

(3) a=a0a1...a8=122220000; A=13041
 B4=483  :∾(∿X∨∿(∾Y∨∾(X∨∿Y)))
 b0= 3   : f(X,Y) --> f(∾X,Y)
 G(X,Y)  =∾(X∨∿(∾Y∨∾(∾X∨∿Y)))

(4) a=a0a1...a8=101102202; A= 7607
 B4=473  :∾(∾(X∨∾X)∨∿(Y∨∿(∿X∨∿Y)))
 b0=33   : f(X,Y) --> f(∿Y,X)
 G(X,Y)  =∾(∾(∿Y∨Y)∨∿(X∨∿(∾Y∨∿X)))

(5) a=a0a1...a8=002002211; A= 1534
 B4=1373:(∿(∾X∨Y)∨∾(∾(X∨∾X)∨∿(∿Y∨Y)))
 b0=14   : f(X,Y) --> ∾f(∾X,∿Y)
 G(X,Y)  =∾(∿(∿X∨∿Y)∨∾(∾(∾X∨∿X)∨∿(∾Y∨∿Y)))

(6) a=a0a1...a8=101120011; A= 7699
 B4=1951:∾(∿(∾Y∨∿X)∨∾(Y∨∾(∿Y∨∿X)∨∿(∿X∨X)))
 b0=40   : f(X,Y) --> ∾f(∾Y,∾X)
 G(X,Y)  =∿(∿(∿X∨Y)∨∾(∾X∨∾(X∨Y)∨∿(Y∨∾Y)))

(7) a=a0a1...a8=011202021; A= 3463
 B4=1319:(∾(Y∨∾Y∨∿X)∨∿(∿(∿Y∨∾X)∨∾(∿Y∨∾(∿Y
          ∨∿X))))
 b0=25   : f(X,Y) --> ∿f(∿X,∾Y)
 G(X,Y)  =∿(∾(∾Y∨∿Y∨∾X)∨∿(∿(Y∨X)∨∾(Y∨∾(Y
          ∨∾X))))

(8) a=a0a1...a8=220122021; A=17962
 B4=210  :∿(∿(∿X∨Y∨∾(X∨∾Y))∨∾(∿X∨∾(X∨Y)
          ∨∾(∿X∨∾Y)))
 b0=53   : f(X,Y) --> ∿f(∿Y,∿X)
 G(X,Y)  =∾(∿(∾Y∨∿X∨∾(∿Y∨X))∨∾(∾Y∨∾(∿Y∨∿X)
          ∨∾(∾Y∨X)))
```

4.5.5 検　　討

4.5.1 の手法においては，少ない文字数グループから，その文字数で表現されるすべての代表関数を，より簡単な類型別順に処理して，代表関数の簡単形を得ている。従って，代表関数の簡単形を得るためには，**4.5.1** の手法を 6 文字数グループ以上にも適用することが望ましい。しかしながら，**4.5.1** の手法を 6 文字数グループ以上に適用すると，$\not\sim(F_i \vee F_{n-i})$ の類型数及び文字数が増加して，処理時間も急激に増え，得策とは言えなくなる。例えば，6 文字数の場合には，6^6(6 文字の組合せ)・〔3^5(式(4.2.1))$+3^3\cdot2^2$(式(4.2.2))$+3^3\cdot2^2$(式(4.2.3))$+3^4\cdot2$(式(4.3.1))$+3^2\cdot2^3$(式(4.3.2))$+3^3\cdot2^2$(式(4.4))〕= 37,371,456(通り)を調べなければならない。

これに対して，**4.5.2** の手法では，3(F_1, F_2, F_3 の N_f 変換数)・54(F_5, F_4, F_3 の NPN 変換数)・{1(F_1 の数)・82(F_5の数)+2(F_2 の数)・35(F_4 の数)+10(F_3 の数)・10(F_3 の数)・10(F_3 の数)} = 40, 824(通り)となり，**4.5.1** の手法に比べて約 900 分の 1 の処理で済むことになる。

これらのことから，代表関数の簡単形を得るには，**4.5.3** の手法が望ましいと言えるが，文字数が多くなると，実際上その使用が困難となる。一方，簡単形は必ずしも保証されないが，処理手順の簡便さからは **4.5.2** の手法が有効である。従って，本章に述べた **4.5.1** 及び **4.5.2** の混用法は有用と考えられる。

4.6　NAND 型代表関数の簡単形

NAND 型代表関数の簡単形も，**4.5** で述べた手法を適用することにより NOR型代表関数と同様に求められる。従ってここでは，NAND 型 NPN 変換表を**表 4.13**(NOR型と同一になる)に，NAND 型代表関数の簡単形を**表 4.15** に，及び幾つかの所望 NAND 型 2 変数関数を**例 4.2** に，それぞれ例示するに留めておく。

4.5 と同様に実施して得た幾つかの所望 NAND 型 2 変数関数の適用例を**例 4.2** に示す。3 値半加算器の桁上げ及び和関数の簡単形は，それぞれ(1)及び(2)に示される。又，4 文字数～ 9 文字数で与えられる関数の簡単形は，それぞれ(3)～(8)に示す。

表 4.15　3 値 NAND 型代表関数の簡単形

```
 ***   (  1 ),  1   ***
NO.  1, 377,=X
 ***   (  2 ),  2   ***
NO.  2,  13,=(X∨X)
NO.  3, 113,=(XY)
 ***   (  3 ), 10   ***
NO.  4,   0,=(X∧X∨X)
NO.  5,   4,=(X∨XY)
NO.  6,  26,=(X∨(X∧X))
NO.  7,  32,=(X∨(X∧Y))
NO.  8,  53,=∨(∧X∧(Y∨Y))
NO.  9, 116,=(X∨(∧Y∨Y))
NO. 10, 121,=(X∧(∧X∨Y))
NO. 11, 134,=(X∨(∧X∧Y))
NO. 12, 161,=∨(∧X∧(∧XY))
NO. 13, 353,=(X∨(∨X∧Y))
 ***   (  4 ), 35   ***
NO. 14,   1,=(X∨XY∨Y)
NO. 15,   2,=∨(∧(XY)∧(∧X∨X))
NO. 16,   5,=(XY∨(X∧X))
NO. 17,  17,=(X∨(X∨(∨XY)))
NO. 18,  31,=(XY∧(∧X∧Y))
NO. 19,  35,=(∨(∧XY)∨(∧Y∨Y))
NO. 20,  37,=(X∨Y∧(∧X∨Y))
NO. 21,  40,=(X∧(∧X∧(X∧Y)))
NO. 22,  41,=(X∨(X∨(Y∨Y)))
NO. 23,  46,=(X∨Y∨(∧X∧Y))
NO. 24,  47,=(X∨(∧Y∧(X∨Y)))
NO. 25,  72,=∨(∧(X∨Y)∧(∧XY))
NO. 26,  80,=∨(∧X∧(∧X∨(X∧Y)))
NO. 27, 111,=(XY∧(XY))
NO. 28, 112,=(XY∧(X∧X))
NO. 29, 114,=(X∨(∨Y∧(∧XY)))
NO. 30, 122,=(X∧(∨Y∧(X∨Y)))
NO. 31, 123,=(X∨(X∨(XY)))
NO. 32, 125,=(∧(∨XY)∨(∧X∧Y))
NO. 33, 131,=(X∧(∨Y∧(X∧X)))
NO. 34, 141,=(∨(∧X∧Y)∨(∨X∨Y))
NO. 35, 148,=(∧(∧X∨Y)∨(∧X∨X))
NO. 36, 224,=(∨(∧X∨X)∨(∧Y∨Y))
NO. 37, 231,=∨(∧(X∨X)∨(XY))
NO. 38, 242,=∨(∧X∧(∧X∨(∧Y∨Y)))
NO. 39, 359,=(X∧(X∧(∨Y∧Y)))
NO. 40, 392,=(∧(Y∨Y)∨(∧X∨X))
NO. 41, 395,=∧(∧(∧X∨X)∨(X∧Y))
NO. 42, 465,=∨(∧(X∧X)∨(XY))
NO. 43, 474,=(∧(XY)∨(∧X∨X))
NO. 44, 483,=∨(∧(X∨Y)∨(XY))
NO. 45, 715,=(∧(X∧X)∨(∧X∨X))
```

```
NO. 46,  879,=(∧(XY)∨(∧X∧Y))
NO. 47,  882,=(∨(∧X∧Y)∨(∨XY))
NO. 48,1589,=(∧(∨X∨Y)∨(∧X∧Y))
 ***    (  5), 82   ***
NO. 49,    8,=(X∨((X∧X)∨(∧Y∨Y)))
NO. 50,   14,=(X∨(X∨(∨XY∨Y)))
NO. 51,   30,=(X∧(XY)∨(X∧Y))
NO. 52,   33,=∨(∧(Y∨Y)∧(X∧(XY)))
NO. 53,   34,=∨(∧(Y∨Y)∧(X∧(Y∧Y)))
NO. 54,   36,=(X∨Y∨(X∨(XY)))
NO. 55,   38,=(X∨(∧(∨X∨Y)∨(Y∨Y)))
NO. 56,   39,=(X∨(∧(∨X∧Y)∨(∧X∨Y)))
NO. 57,   42,=(X∨(X∨(X∨(X∧Y))))
NO. 58,   43,=(∧(Y∧Y)∨(∧X∧(Y∨Y)))
NO. 59,   44,=(X∨(X∨(Y∧(∧X∧Y))))
NO. 60,   45,=∨(∧(X∨Y)∧(X∧XY))
NO. 61,   49,=(∧(∧Y∨Y)∨(∧X∧(Y∨Y)))
NO. 62,   50,=(X∨(X∧Y∨(∨X∨Y)))
NO. 63,   52,=(X∧(∧(X∧X)∨(Y∨Y)))
NO. 64,   60,=∨(∧(X∧Y)∧(∧X∨(X∧Y)))
NO. 65,   67,=∨(∧X∨X)∧(∧X∧(X∧Y))
NO. 66,   68,=∨(∧(X∨X)∨(XY∨Y))
NO. 67,   69,=∨(∧(X∨X)∨(X∨(X∧Y)))
NO. 68,   73,=∨(∧(X∨Y)∧(Y∧(X∧X)))
NO. 69,   74,=∨(∧(X∨Y)∧(Y∧(X∨Y)))
NO. 70,  115,=(∨(∧Y∨Y)∧(∨X∨(X∨Y)))
NO. 71,  117,=(X∧(∧X∨Y)∨(∨XY))
NO. 72,  118,=(X∧(X∧Y)∧(∧X∨Y))
NO. 73,  120,=(X∧(XY)∧(∧X∨Y))
NO. 74,  124,=(X∧(Y∧Y)∨(∧X∧Y))
NO. 75,  126,=(∨(∨XY)∨(∧X∧(XY)))
NO. 76,  127,=(∧(X∧Y)∨(∧X∧(XY)))
NO. 77,  128,=∨(∧(XY)∧(X∧(X∧Y)))
NO. 78,  130,=(X∧(∧Y∨Y)∨(∧X∧Y))
NO. 79,  132,=(X∨(∧(∧XY)∨(∨X∧Y)))
NO. 80,  133,=(X∧(∨X∧Y)∨(∧X∧Y))
NO. 81,  143,=∨(∧(X∧Y)∧(Y∧(X∨Y)))
NO. 82,  144,=(∧(∧X∨Y)∨(∨X∧(X∨Y)))
NO. 83,  149,=(∧(Y∨Y)∨(∧X∧(∧XY)))
NO. 84,  150,=(∧(XY)∨(∧X∧(∧XY)))
NO. 85,  152,=(∨(∧X∧Y)∧(Y∧(∧X∨X)))
NO. 86,  153,=∨(∧(∧XY)∧(X∧(X∧Y)))
NO. 87,  155,=∨(∧(∧XY)∧(X∧(∨X∨Y)))
NO. 88,  158,=(∨(∧X∨X)∧(∨Y∧(X∧X)))
NO. 89,  159,=(∨(∧X∧Y)∨(∨XY∨Y))
NO. 90,  197,=∨(∧(XY)∨(XY∧Y))
NO. 91,  209,=∨(∧(XY)∨(X∨(X∨Y)))
NO. 92,  215,=∨(∧X∧(∧(X∧Y)∨(∧Y∨Y)))
NO. 93,  222,=∨(∨(XY)∧(X∧X∨X))
NO. 94,  225,=∨(∧(X∨X)∨(X∨(∧Y∨Y)))
NO. 95,  229,=∨(∧(X∨X)∨(X∧XY))
```

NO. 96, 234,=w(ㅅ(XwY)ㅅ(ㅅXw(ㅅYwY)))
NO. 97, 380,=w(ㅅ(XㅅX)w(XYwY))
NO. 98, 381,=(ㅅ(YwY)w(wXㅅ(XㅅY)))
NO. 99, 383,=(ㅅ(XwY)w(ㅅXw(XY)))
NO.100, 384,=w(ㅅ(XㅅY)ㅅ(ㅅXㅅ(YwY)))
NO.101, 387,=(ㅅ(YwY)w(wXㅅ(XwY)))
NO.102, 391,=(w(ㅅXwX)ㅅ(ㅅXYwY))
NO.103, 393,=(ㅅ(XY)w(ㅅXw(XwY)))
NO.104, 401,=(w(ㅅXwX)ㅅ(wYㅅ(ㅅXwY)))
NO.105, 461,=(w(wXㅅY)w(ㅅXw(XY)))
NO.106, 467,=w(w(XY)ㅅ(Xㅅ(XwY)))
NO.107, 468,=(ㅅ(XY)w(wXㅅ(XwY)))
NO.108, 472,=(w(ㅅXwX)ㅅ(XㅅXY))
NO.109, 473,=(w(ㅅXwX)ㅅ(Yㅅ(XㅅY)))
NO.110, 476,=ㅅ(ㅅ(ㅅXwX)w(XㅅYwY))
NO.111, 477,=w(ㅅ(XwY)ㅅ(ㅅXㅅ(XY)))
NO.112, 478,=w(ㅅ(XwY)w(Xㅅ(XY)))
NO.113, 484,=ㅅ(ㅅ(ㅅXwX)w(Xw(XY)))
NO.114, 825,=(w(XwY)ㅅ(wXw(YwY)))
NO.115, 826,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(Yw(wXwY)))
NO.116, 852,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(Yw(ㅅXwY)))
NO.117, 854,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(XwXY))
NO.118, 860,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(XwXwY))
NO.119, 883,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(Xㅅ(XY)))
NO.120, 884,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(Xㅅ(YㅅY)))
NO.121, 887,=(w(ㅅXㅅY)ㅅ(wYㅅ(wXY)))
NO.122, 888,=w(ㅅ(ㅅXY)w(wXw(YwY)))
NO.123, 889,=ㅅ(ㅅ(ㅅXㅅY)w(wXYwY))
NO.124, 963,=(w(wXY)w(ㅅXㅅYwY))
NO.125,1022,=(ㅅ(wXwY)w(Yw(XwX)))
NO.126,1078,=(ㅅ(wXㅅY)w(ㅅXw(ㅅXY)))
NO.127,1152,=(w(wXY)w(ㅅXw(ㅅXY)))
NO.128,1352,=w(w(XwY)ㅅ(ㅅXw(ㅅXㅅY)))
NO.129,1355,=(ㅅ(XwY)w(ㅅXwXㅅY))
NO.130,1882,=w(ㅅ(XwY)w(ㅅXw(ㅅXㅅY)))

*** (亼) ,127 ***

NO.131, 7,=(w(wYㅅY)Xw(Xw(wXㅅY)))
NO.132, 51,=(Xw(Xㅅ(ㅅXY)w(wXㅅY)))
NO.133, 62,=(w(wXㅅX)w(ㅅYㅅ(ㅅYw(YㅅX))))
NO.134, 63,=w(ㅅ(XwX)w(w(ㅅXY)w(ㅅYwY)))
NO.135, 64,=(w(ㅅYY)ㅅ(ㅅXwY)w(ㅅXwX))
NO.136, 65,=w(ㅅ(XwXwY)w(YwYX))
NO.137, 66,=w(ㅅ(XwX)w(YXw(YㅅY)))
NO.138, 71,=w(ㅅ(XwX)w(XYㅅ(ㅅXㅅY)))
NO.139, 77,=w(ㅅ(XwX)w(XwYㅅ(ㅅXwY)))
NO.140, 78,=w(ㅅ(XwX)w(Xw(Xw(YwY))))
NO.141, 119,=(Xw(Xw(ㅅ(wXㅅY)w(wYㅅY))))
NO.142, 142,=w(ㅅ(Xㅅ(ㅅYY))ㅅ(Yㅅ(ㅅXX)))
NO.143, 145,=(w(wXㅅX)ㅅ(w(ㅅXY)w(wXwY)))
NO.144, 147,=(w(wXㅅX)ㅅ(w(ㅅXY)w(wXㅅY)))
NO.145, 151,=(w(wXㅅX)ㅅ(ㅅ(ㅅXㅅY)w(wXwY)))

NO.146, 154,=(∨(∧X∧Y)∨(∧(X∨Y)∨(X∧X)))
NO.147, 156,=∨(∧(X∧(∨Y∧Y))∧(Y∧(YX)))
NO.148, 157,=∧(∨(X∨XY)∧(∧X∧(∧XY)))
NO.149, 160,=(∨(∨X∧X)∨(∨(∧X∨Y)∨(∨X∧Y)))
NO.150, 194,=∨(∧(XY)∨(∧XX∧YY))
NO.151, 195,=∨(∧(∧XXY)∨(∧YYX))
NO.152, 196,=∨(∧(Y∨YX)∨(∧YYX))
NO.153, 198,=(∧(X∧Y)∨(∧(X∨X)∨(XY)))
NO.154, 202,=(∧(∧X∧(∨Y∧Y))∨(∧X∨(X∧Y)))
NO.155, 204,=(∧(∧YY)∨(∧(X∨X)∨(XY)))
NO.156, 205,=∨(∨(∧YYX)∧(X∧(∧X∨Y)))
NO.157, 207,=∨(∧(∧XXY)∨(X∨(X∨Y)))
NO.158, 208,=∨(∧(Y∨YX)∨(∧Y∨(∧Y∧X)))
NO.159, 214,=∨(∧(Y∨Y)∨(∧(∧X∨X)∨(X∨Y)))
NO.160, 226,=∨(∧(X∨X∨Y)∨(∧XXY))
NO.161, 228,=∨(∧(X∨X∧Y)∨(∧XXY))
NO.162, 230,=∨(∧(X∨X)∨(YX∧(∧YX)))
NO.163, 232,=(∨(∨X∧X)∨(∨(∧X∨Y)∨(Y∧Y)))
NO.164, 233,=(∨(∨X∧X)∨(∨YX∨(∨YY)))
NO.165, 235,=∨(∧(X∨X)∨(X∨(X∨(XY))))
NO.166, 236,=(∨(∨X∧X)∨(∧Y∨(∧Y∨(∧Y∧X))))
NO.167, 240,=∨(∧(X∨X)∨(X∧(∨Y∧(X∨Y))))
NO.168, 379,=(∧(Y∨Y∧X)∨(∨X∧(XY)))
NO.169, 386,=∨(∧(∧XX)∨(XY∧(∧X∧Y)))
NO.170, 388,=(∧(Y∨Y)∨(∧(X∨Y)∨(X∧X)))
NO.171, 389,=(∧(Y∨Y)∨(∨X∧(X∧(∨X∨Y))))
NO.172, 390,=(∨(∨X∧X)∧(YX∨(Y∧Y)))
NO.173, 394,=∧(∧(∨X∧X)∨(X∧(Y∧(XY))))
NO.174, 396,=∧(∨(∧XX∧Y)∧(∨X∧(X∨Y)))
NO.175, 398,=∨(∧(∧XX)∨(X∨Y∧(∧X∨Y)))
NO.176, 400,=(∨(∨X∧X)∧(∨Y∨(∨Y∨(∨Y∧X))))
NO.177, 402,=(∨(Y∨Y∨X)∨(∧X∨(∨YY)))
NO.178, 403,=∧(∧(∨X∧X)∨(X∨(X∨(X∧Y))))
NO.179, 460,=(∧(∧XXY)∨(∨X∧(XY)))
NO.180, 462,=(∧(∧XXY)∨(∨X∧(X∧Y)))
NO.181, 463,=(∧(X∨(∨XY))∨(∧X∨(XY)))
NO.182, 464,=∨(∨(∧XXY)∧(X∧(X∨Y)))
NO.183, 469,=(∨(∨X∧X)∧(X∨(∨Y∧(∧XY))))
NO.184, 470,=∧(∨(∨Y∧YX)∧(∨X∧(XY)))
NO.185, 471,=(∨(∨X∧X)∧(YX∨(∧Y∨X)))
NO.186, 475,=∧(∧(∨X∧X)∨(X∨Y∧(∧XY)))
NO.187, 479,=∨(∨(∧XXY)∧(X∨(Y∧Y)))
NO.188, 481,=∨(∨(∧XXY)∧(X∧(∨Y∧Y)))
NO.189, 482,=∨(∨(∧XXY)∨(∨X∨(XY)))
NO.190, 768,=∧(∨(X∨X∧Y)∨(Y∨Y∧X))
NO.191, 770,=(∧(X∨X)∨(∧(X∨X)∨(∨YY)))
NO.192, 771,=(∧(XY)∨(∧(Y∨Y)∨(∨XX)))
NO.193, 779,=(∧(∨X∨Y)∨(∧(Y∨Y)∨(∨XX)))
NO.194, 780,=∨(∧(Y∨Y∧X)∨(X∨X∧Y))
NO.195, 798,=(∧(XY)∨(∧X∧Y∧(∧X∨X)))
NO.196, 807,=∨(∧(Y∨Y)∨(X∨(X∨(Y∨Y))))

NO.197, 819,=(∨(X∨Y)∧(∨X∨Y)∨(∨XY))
NO.198, 820,=(∨(∧X∧Y)∧(∨(∧X∧Y)∨(∨X∨Y)))
NO.199, 822,=(∧(∧XX)∨(X∨Y)∨(∧X∧Y))
NO.200, 828,=(∨(∨XY)∨(∧X∧(Y∧(∧XY))))
NO.201, 829,=(∧(X∧Y)∨(∧X∧(Y∧(∧XY))))
NO.202, 832,=(∧(∨Y∧Y)∨(∧X∧(Y∧(∧XY))))
NO.203, 834,=(∨(∧Y∧X)∨(Y∨(Y∨(∨X∧X))))
NO.204, 835,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∧X∧(∧YY)))
NO.205, 849,=(∧(∨X∧X)∧(XY)∨(∧X∧Y))
NO.206, 851,=(∧(X∨X)∧(∨YY)∨(∧Y∧X))
NO.207, 855,=(∧(X∨X)∨(∧X∧Y)∨(∨XY))
NO.208, 857,=(∧(X∨X)∨(∧Y∧(X∧(∧YX))))
NO.209, 858,=(∧(∨X∨Y)∨(∧(∧XY)∨(∨X∧Y)))
NO.210, 861,=(∨(∧Y∧X)∨(Y∨(Y∨(∨Y∧X))))
NO.211, 880,=∧(∧(∧X∧Y)∨(∨X∨Y∧(∨X∨Y)))
NO.212, 881,=(∨(∧X∧Y)∧(XY∧(∧X∧Y)))
NO.213, 885,=(∨(∧Y∧X)∧(∧(Y∨X)∨(Y∧Y)))
NO.214, 886,=∧(∧(∧Y∧X)∨(Y∨X∧(∧Y∨X)))
NO.215, 909,=(∨(∨XY)∨(∧X∨Y∧(∨XY)))
NO.216, 910,=∨(∧(Y∨Y∨X)∨(∧Y∨(∧Y∧X)))
NO.217, 915,=∨(∨(∨X∨(∨YY))∧(∧X∨(X∨Y)))
NO.218, 936,=∨(∧(Y∨Y∧X)∨(∧Y∨(∧Y∧X)))
NO.219, 938,=∨(∧(Y∨Y)∨(X∨(X∨(∧YY))))
NO.220, 964,=(∨(∨Y∧Y∧X)∨(Y∨(X∧X)))
NO.221, 994,=(∨(X∨(∧Y∨Y))∧(∨X∨(∨YY)))
NO.222, 997,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∧X∧(∨Y∧Y)))
NO.223, 1013,=(∨(Y∨(∨XX))∧(∨Y∨(∧YX)))
NO.224, 1020,=(∧(∨Y∨X)∨(Y∨(Y∨(Y∧X))))
NO.225, 1023,=∨(∨(∨X∨(∨YY))∧(∨Y∧(YX)))
NO.226, 1041,=(∧(YX)∨(∧Y∧X∧(∨Y∧X)))
NO.227, 1050,=∨(∨(Y∨(Y∧X))∧(∨Y∧(∨Y∨X)))
NO.228, 1060,=(∧(∧Y∨X)∨(∨Y∨(∨Y∨(∧XX))))
NO.229, 1068,=∧(∨(X∧Y)∨(∨X∧XY∨Y))
NO.230, 1072,=(∧(X∧Y)∨(∧(X∧Y)∨(∨X∨Y)))
NO.231, 1074,=(∧(∨Y∨X)∨(Y∨(Y∨(∨X∧X))))
NO.232, 1075,=(∧(∨Y∧Y)∨(∧X∨(∧X∨(∧X∧Y))))
NO.233, 1077,=(∨(Y∨YX)∧(∨X∨(∨YY)))
NO.234, 1113,=(∨(∧X∨(∨YY))∨(∨X∨(Y∧Y)))
NO.235, 1115,=(∧(X∧(∨Y∧Y))∨(∧X∨(∨YY)))
NO.236, 1126,=∧(∨(X∨(XY))∨(∧X∨(∧X∧Y)))
NO.237, 1127,=(∧(X∧(∧YY))∨(∧X∨(∨YY)))
NO.238, 1131,=∨(∨(X∨(X∧Y))∨(∨X∨(∨YY)))
NO.239, 1144,=(∧(Y∧X)∨(∧(∨YY)∨(∧YX)))
NO.240, 1153,=(∧(X∧Y)∨(∧X∨(∧X∨(∧X∧Y))))
NO.241, 1159,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∧X∧(∧X∧Y)))
NO.242, 1176,=∧(∨(Y∨Y∧X)∨(∧Y∨(∧X∨X)))
NO.243, 1179,=(∨(∨XY)∨(∨(∨X∨Y)∨(Y∧Y)))
NO.244, 1206,=(∨(Y∨X)∨(∨Y∧X∨(∨YY)))
NO.245, 1248,=∨(∧(∧X∨Y)∨(∨(X∧Y)∨(∨YY)))
NO.246, 1325,=(∨(∨X∧Y)∧(∧(∧X∧Y)∨(∧X∨Y)))
NO.247, 1354,=∨(∨(∧XX∨Y)∧(Y∧(∧Y∨X)))

NO.248,1356,=∧(∨(∧X∨(∧X∧Y))∧(∨X∧(X∧Y)))
NO.249,1365,=∧(∨(X∨(X∨Y))∧(∨X∧(Y∨Y)))
NO.250,1367,=∧(∧(∨X∧X)∨(∧(XY)∨(∧X∧Y)))
NO.251,1371,=(∨(Y∨(YX))∧(∨Y∧(∨X∧X)))
NO.252,1373,=(∨(∨X∧X∧Y)∧(∨Y∧(Y∨X)))
NO.253,1618,=∧(∧(∧X∧Y)∨(X∨XY∨Y))
NO.254,1638,=∨(∧(X∨Y)∧(∨(∨X∧Y)∨(X∨Y)))
NO.255,1639,=∨(∧(X∨X)∨(∧(XY)∨(∧X∧Y)))
NO.256,1873,=(∧(∧XY)∨(∨X∧Y∧(X∨Y)))
NO.257,1950,=∨(∧(X∧Y)∧(∧X∨Y)∧(∨XY))
*** (7), 98 ***
NO.258, 48,=(X∨(X∨(X∨(∧(∨X∨Y)∨(Y∨Y)))))
NO.259, 61,=∨(∧(X∧(∧YY))∧(∧(X∧X)∨(X∧Y)))
NO.260, 70,=∧(∨(X∨X∨Y)∧(∧X∧(∧X∨(X∧Y))))
NO.261, 75,=∨(∧(X∨X)∨(X∨(∧(∨X∨Y)∨(Y∨Y))))
NO.262, 76,=∨(∧(X∨X)∨(X∨Y∨(X∨(XY))))
NO.263, 79,=∨(∧(X∨X)∨(X∨(∧(∨X∧Y)∨(∧X∨Y))))
NO.264, 129,=(X∧(∨Y∧(∧XX))∧(X∧(Y∨Y)))
NO.265, 146,=(∧(Y∨Y)∨(∧(∧XY)∧(X∧(∨X∨Y))))
NO.266, 193,=(∧(∧XX)∨(∧(XY)∨(XY∧Y)))
NO.267, 199,=(∨(∨X∧X)∧(∧YX)∧(∧X∧(∧Y∨Y)))
NO.268, 201,=(∧(∧XX∧Y)∨(∧(X∨X)∨(XY)))
NO.269, 203,=(∨(∨X∧X)∧(∧(X∨Y)∨(X∨(X∧Y))))
NO.270, 206,=∨(∨(∧YYX)∧(X∨(X∨(Y∨Y))))
NO.271, 212,=∨(∧(YX)∨(∧Y∧(∧YX)∨(∧Y∧X)))
NO.272, 213,=∨(∧(∧XXY)∨(X∧Y∧(∧X∨Y)))
NO.273, 223,=∨(∧(X∨XY)∨(XY∧(XY)))
NO.274, 227,=∨(∧(X∨X∨Y)∨(YX∧(∧YX)))
NO.275, 238,=∨(∧(X∨X)∨(X∧(∧X∨Y)∨(∨XY)))
NO.276, 239,=(∨(∨X∧X)∧(∧(X∧Y)∧(X∧X∨Y)))
NO.277, 241,=∨(∨(∧XXY)∧(X∨(X∨(∨X∧Y))))
NO.278, 382,=(∨(∨X∧X)∧(X∨Y)∧(X∧XY))
NO.279, 397,=∧(∨(∧XX∧Y)∧(∧(X∨Y)∨(X∧X)))
NO.280, 399,=∧(∨(∧YYX)∧(∧(X∨Y)∨(XY)))
NO.281, 480,=∨(∧(X∧(∨Y∧Y))∨(YX∨(∧Y∨X)))
NO.282, 773,=∧(∨(Y∨Y∧X)∨(X∨(X∨(∨XY))))
NO.283, 777,=(∧(∨Y∨X)∨(∨(∧Y∨X)∧(∧X∨(∧YX))))
NO.284, 799,=(∨(∧X∧Y)∧(∨(∨X∨Y)∧(∧XX∧Y)))
NO.285, 804,=(∨(∧Y∨(∨Y∨X))∨(Y∨(Y∨(Y∧X))))
NO.286, 805,=(∨(∧Y∧X)∧(∧(∧YX)∧(Y∧(∨Y∨X))))
NO.287, 806,=(∧(∨Y∧(Y∨X))∨(∧Y∧X∧(∧Y∨Y)))
NO.288, 808,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∧X∧(∧X∨(X∧Y))))
NO.289, 824,=(∧(Y∨YX)∨(∧X∧(Y∧(∧XY))))
NO.290, 827,=(∧(X∨X)∨(∧Y∧X)∧(Y∧(X∧X)))
NO.291, 830,=(∧(X∧(∧YY))∨(∧X∧(Y∧(∧XY))))
NO.292, 831,=(∧(∨Y∧Y)∨(∧X∧Y)∨(X∨YY))
NO.293, 833,=(∧(X∨X)∨(∨(∨Y∨X)∧(∧YYX)))
NO.294, 901,=(∧(X∧Y)∨(∧(∨XX)∨(∧X∨(∧X∧Y))))
NO.295, 907,=(∧(∧YY)∨(∧X∧(∧X∧Y)∧(∨XY)))
NO.296, 911,=∨(∧(Y∨Y∨X)∨(X∨(X∨(∧YY))))
NO.297, 916,=∨(∧(Y∨Y∨X)∨(∧YX∧(∨Y∧X)))

NO.298, 933,=⩚(⩛(Y⩛Y⩚X)⩛(⩛(⩛YX)⩛(⩚X⩛X)))

NO.299, 942,=⩛(⩚(Y⩛Y⩚X)⩛(⩚YX⩚(⩛Y⩚X)))

NO.300, 961,=⩚(⩛(X⩛X⩛Y)⩚(⩚(Y⩛Y)⩛(YX)))

NO.301, 965,=⩛(⩚(Y⩛Y)⩛(X⩚(X⩚Y)⩚(⩚X⩛Y)))

NO.302, 967,=⩛(⩛(⩚XXY)⩚(⩚(⩚Y⩛Y)⩛(⩚Y⩚X)))

NO.303, 976,=(⩚(⩚X⩚Y)⩛(⩚(X⩚Y)⩛(⩛Y⩛(⩚XX))))

NO.304, 977,=(⩚(X⩛Y)⩛(⩚X⩚(⩚Y⩛Y)⩛(⩛X⩛Y)))

NO.305, 979,=(⩛(Y⩛(⩚Y⩛X))⩛(⩛Y⩛(⩛Y⩛(⩚XX))))

NO.306, 980,=(⩛(Y⩛(⩛XX))⩛(⩛Y⩛(⩛Y⩛(⩚XX))))

NO.307, 987,=(⩚(XY)⩛(⩚X⩚(⩚X⩛Y)⩚(⩛XY)))

NO.308, 995,=(⩚(⩛Y⩛X)⩛(⩛(⩛XX)⩚(⩛Y⩛(YX))))

NO.309, 996,=(⩛(⩛X⩛(⩛X⩚Y))⩛(⩚X⩛(⩚X⩛(⩛Y⩚Y))))

NO.310,1005,=⩛(⩚(⩚X⩚(⩛X⩛Y))⩛(⩚Y⩛(⩚Y⩛(Y⩚X))))

NO.311,1007,=⩛(⩛(X⩛XY)⩚(⩚X⩛Y⩚(⩛X⩛Y)))

NO.312,1011,=⩚(⩛(X⩛X⩚Y)⩛(⩚X⩛Y⩚(⩛X⩛Y)))

NO.313,1014,=⩚(⩛(Y⩛Y⩚X)⩛(X⩚Y⩛(⩚XY)))

NO.314,1016,=(⩚(X⩛XY)⩛(⩚Y⩚X⩚(⩛Y⩚X)))

NO.315,1032,=(⩚(YX)⩛(⩚Y⩚(⩚YX)⩚(⩛Y⩚X)))

NO.316,1038,=(⩚(YX)⩛(⩚(⩛XX)⩛(⩛Y⩚(⩛X⩚X))))

NO.317,1040,=(⩚(Y⩛YX)⩛(⩚Y⩚X⩚(⩛Y⩚X)))

NO.318,1047,=(⩚(⩛Y⩚(⩛Y⩚X))⩛(Y⩛(Y⩛(Y⩚X))))

NO.319,1048,=⩚(⩚(⩚Y⩚(X⩛X))⩛(⩛Y⩛(⩛Y⩛(⩛Y⩛X))))

NO.320,1049,=(⩚(⩛Y⩚(⩛Y⩚X))⩛(Y⩛(X⩚(⩚Y⩚X))))

NO.321,1061,=(⩚(X⩛X)⩛(⩚(X⩚Y)⩛(⩛Y⩛(⩚XX))))

NO.322,1063,=⩚(⩛(⩚XX⩚Y)⩛(⩛X⩛Y⩚(⩛X⩛Y)))

NO.323,1065,=(⩚(⩚XX)⩛(⩚(X⩚Y)⩛(⩛X⩛(⩛XY))))

NO.324,1067,=(⩚(Y⩛YX)⩛(⩚X⩛(⩚X⩛(⩚X⩚Y))))

NO.325,1070,=(⩚(X⩛X)⩛(⩚(⩚YX)⩛(⩛YY⩛X)))

NO.326,1073,=(⩚(X⩛X)⩛(⩛(⩛X⩛Y)⩚(⩚Y⩛(⩛XY))))

NO.327,1076,=(⩚(X⩛X⩛Y)⩛(⩚X⩛(⩚X⩛(⩚X⩚Y))))

NO.328,1141,=⩚(⩛(Y⩛Y⩛X)⩛(⩚Y⩛(⩛X⩚(⩚YX))))

NO.329,1154,=(⩛(⩚X⩛(⩚XY))⩛(⩛XY⩛(X⩛Y)))

NO.330,1155,=(⩛(⩛X⩛(⩛X⩚Y))⩚(⩚(⩚X⩛Y)⩛(⩛XY)))

NO.331,1156,=(⩚(⩚Y⩚(⩛X⩚X))⩚(⩚(⩛Y⩚X)⩛(Y⩛X)))

NO.332,1167,=⩛(⩛(⩚YYX)⩚(⩚X⩛Y⩚(⩛X⩛Y)))

NO.333,1173,=(⩚(⩚YY⩚X)⩛(⩛X⩛(⩛X⩛(Y⩛Y))))

NO.334,1200,=(⩚(⩚XXY)⩛(⩛X⩛(⩛X⩛(Y⩛Y))))

NO.335,1202,=(⩛(⩛X⩚X⩚Y)⩚(YX⩚(⩚YX)))

NO.336,1208,=⩚(⩚(⩛X⩚(Y⩛Y))⩛(⩛(⩚X⩛Y)⩛(Y⩚Y)))

NO.337,1221,=⩛(⩚(⩚X⩛Y)⩚(⩚(XY)⩛(⩚X⩚(⩛XY))))

NO.338,1222,=⩚(⩛(Y⩛Y⩛X)⩚(⩚(⩚YX)⩚(⩛Y⩚X)))

NO.339,1276,=⩛(⩚(Y⩛Y)⩛(X⩚(⩚X⩚Y)⩛(⩛X⩛Y)))

NO.340,1301,=(⩚(X⩛Y)⩛(⩚X⩚(⩛XY)⩛(X⩚Y)))

NO.341,1317,=(⩚(⩛Y⩚(⩛X⩚X))⩛(Y⩛(Y⩛(⩛X⩚X))))

NO.342,1343,=⩛(⩛(X⩛(XY))⩚(⩚(⩛X⩛Y)⩛(⩛XY)))

NO.343,1357,=⩛(⩛(⩚XX⩛Y)⩚(⩚(⩚Y⩛X)⩛(⩚Y⩛Y)))

NO.344,1362,=(⩚(⩚XX⩛Y)⩛(⩛X⩛(⩛X⩛(Y⩛Y))))

NO.345,1364,=(⩛(⩛X⩚X⩚Y)⩚(X⩛Y⩚(X⩛Y)))

NO.346,1416,=(⩚(⩚XX⩚Y)⩛(⩛X⩛(⩛X⩛(Y⩛Y))))

NO.347,1537,=⩛(⩛(X⩛X⩚Y)⩚(Y⩛(Y⩛(⩛Y⩚X))))

NO.348,1587,=⩛(⩛(⩛X⩛(⩛XY))⩚(XY⩚(XY)))

```
NO.349,1641,=∨(∧(X∨X∧Y)∨(∧(∧X∨Y)∨(∨XY)))
NO.350,1745,=∨(∧(X∧(∧X∧Y))∨(Y∨X∧(∧Y∨X)))
NO.351,1780,=∨(∨(Y∨Y∧X)∧(X∧(∧Y∧(X∧X))))
NO.352,1807,=∧(∨(X∨(XY))∧(∧X∧(Y∧(∧XY))))
NO.353,1951,=∨(∧(Y∨X)∨(∧Y∨(∧Y∨(∧Y∨(∧Y∨X)))))
NO.354,2040,=∨(∧(X∧Y)∨(∧X∨Y∨(∧X∨(∧XY))))
NO.355,4069,=(∨(X∨(X∧Y))∨(∨(∨X∨Y)∨(XY)))
 ***  ( 8), 49  ***
NO.356, 192,=∨(∨(∧XX∧YY)∧(XY∧(XY)))
NO.357, 200,=∨(∨(∧YX∨(∧Y∨Y))∧(X∨(X∨(Y∨Y))))
NO.358, 211,=(∨(∨X∧X)∧(∧(∧XX∨Y)∨(Y∧(∧Y∧X))))
NO.359, 237,=∨(∧(X∨X∧Y)∨(X∧(∧X∨Y)∨(∨XY)))
NO.360, 385,=(∨(∨X∨(∨XY))∧(∧(∧X∧Y)∨(X∨(XY))))
NO.361, 466,=∨(∨(∧XXY)∧(X∧(∧(∨X∨Y)∨(∨YY))))
NO.362, 800,=∨(∨(X∨XY)∧(∧(YX)∨(∧Y∧(∨YX))))
NO.363, 821,=(∨(∧X∧Y)∧(X∧(∧YY))∧(Y∧(∧XX)))
NO.364, 908,=∨(∨(XY∧(∧XY))∧(∨X∨Y∧(∨X∨Y)))
NO.365, 912,=∨(∨(∨X∨(Y∧(∨X∧Y)))∧(∧(X∧X)∨(X∨Y)))
NO.366, 913,=∨(∧(Y∧(∧Y∨X))∨(∧(∧X∨Y)∨(∨X∧(X∨Y))))
NO.367, 930,=∧(∨(X∨X∧Y)∧(∧(Y∨Y)∧(∧X∧(Y∧Y))))
NO.368, 932,=∧(∨(∨(∨XY)∨(∧Y∨Y))∨(X∨(X∨(Y∨Y))))
NO.369, 935,=(∨(∨Y∧Y∧X)∧(∧(∨X∧X)∨(∨Y∧(YX))))
NO.370, 941,=(∨(∨Y∧Y∧X)∧(∧(Y∨X)∨(Y∨(Y∧X))))
NO.371, 966,=∨(∨(YX∨(∧Y∨X))∧(∧(∧Y∨Y)∨(∧Y∧X)))
NO.372, 968,=(∨(∨Y∧Y∧X)∧(∧(∨XY)∧(∧Y∧(∨XX))))
NO.373, 975,=(∧(X∨(Y∧Y))∨(∧X∧(∧Y∨Y)∨(∨X∨Y)))
NO.374, 978,=(∧(X∨X)∨(∧(X∧Y)∧(∧X∨Y)∧(∨XY)))
NO.375, 986,=∧(∨(∨Y∧YX)∨(Y∨(∧(∨Y∨X)∨(X∨X))))
NO.376, 989,=(∧(X∨X)∧(∨(∨Y∧YX)∧(∧X∧(∨XY))))
NO.377,1034,=∨(∨(XY∧(∧X∧Y))∧(∧X∨Y∧(∨X∨Y)))
NO.378,1043,=∧(∨(∨Y∧YX)∧(∧(Y∨Y)∨(X∧(∧X∧Y))))
NO.379,1051,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∨(∨YY)∧(X∨(∧XY))))
NO.380,1064,=(∧(X∨XY)∨(∨(∨X∨Y)∧(∧Y∨(∨XY))))
NO.381,1114,=(∨(∨Y∧Y∨X)∧(∧(∧Y∧X)∨(∨Y∧(Y∧X))))
NO.382,1145,=(∧(Y∧(∧XX))∨(∧(∨YY)∨(X∧(∧YY))))
NO.383,1148,=(∨(∨X∧X∧Y)∧(Y∨(∧(∨YX)∨(∧XX))))
NO.384,1157,=(∨(∨XY∨(∨XX))∨(∨(∧XY)∨(∨X∨Y)))
NO.385,1169,=(∧(XY∧(∧XY))∨(∨X∧Y∧(X∧Y)))
NO.386,1182,=(∨(Y∨(YX))∧(∧(∨Y∧X)∨(Y∧(∧Y∧X))))
NO.387,1199,=∧(∨(∨Y∧YX)∧(∧(∨YY)∨(X∧(∧YY))))
NO.388,1209,=∨(∨(∧XXY)∧(∧(∨X∨Y)∨(∨X∨(∨X∧Y))))
NO.389,1211,=(∨(∨X∧X∧Y)∧(X∧(X∧Y)∧(∧X∨Y)))
NO.390,1230,=∨(∧(∨Y∧(∧XX))∧(∧(XY)∨(∧X∧(∨XY))))
NO.391,1257,=∧(∨(X∧Y∨(X∧X))∨(∧X∨Y∨(∨X∧Y)))
NO.392,1259,=∨(∨(X∨XY)∧(∧(∧Y∧X)∨(∧Y∧X∨X)))
NO.393,1298,=∨(∨(X∨(XY))∧(∧X∧(∧XY)∨(∧X∧Y)))
NO.394,1300,=∧(∨(∧YYX)∨(∨(∧Y∨X)∨(Y∧(∨Y∨X))))
NO.395,1303,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∧(∧YX)∧(∧X∧(∧Y∨Y))))
NO.396,1308,=(∧(∧XX)∨(∧(∧YX)∨(∨Y∨(∨Y∨(∨X∧X)))))
NO.397,1311,=∧(∨(X∨(X∨Y))∧(∧(∧X∨Y)∧(∧X∨XY)))
NO.398,1319,=(∧(∨Y∧(∨X∧X))∨(Y∨(∧(∨Y∧X)∨(∨X∧X))))
```

```
NO.399,1361,=(∨(∨X∧Y∧(X∨Y))∧(X∨Y∧(X∨Y)))
NO.400,1743,=∧(∨(∧XX∨Y)∧(∧(X∧Y)∧(∨X∧(∨X∨Y))))
NO.401,1884,=∨(∧(X∧Y∧(∧X∧Y))∨(∧(∧X∨Y)∨(∨XY)))
NO.402,1927,=(∨(X∨(X∨(∨X∨Y)))∨(∧X∨(Y∧(∨X∧Y))))
NO.403,1986,=∨(∧(X∧(XY))∨(∧X∨(∧X∨(∧X∨(∧X∧Y)))))
NO.404,2037,=∧(∨(X∧Y∧(∧X∨Y))∧(∧(∧X∨Y)∧(∨XY)))
 ***  (  9), 13  ***
NO.405, 210,=∨(∧(X∧(∨Y∧Y))∧(∧(∧XX∧Y)∨(X∨(XY))))
NO.406, 902,=(∨(∧X∨(∧XY))∨(∧(∨Y∨X)∨(YX∧(∧YX))))
NO.407, 905,=∧(∨(X∨X∧Y)∧(∧(Y∨Y)∨(∧(∧X∨Y)∨(∧X
             •∨X))))
NO.408, 914,=∨(∨(∧XY∨(∧X∨X))∧(∨(∧X∧Y)∧(X∨X∨Y)))
NO.409, 939,=(∨(Y∨(YX))∧(∧(∨Y∧Y∧X)∨(Y∧(∧Y∧X))))
NO.410,1033,=∧(∨(Y∨Y∨X)∧(∧(∧XX∨Y)∨(X∨(X∧Y))))
NO.411,1232,=(∨(∨X∧X∧Y)∧(∧(X∨(∨XY))∨(∧X∨(XY))))
NO.412,1310,=(∧(X∨Y∧(X∨Y))∨(∧X∧(∨XY)∨(X∧Y)))
NO.413,1313,=∧(∨(∧Y∨(∧Y∧X))∧(∧(Y∨Y∨X)∨(∨Y∨(∨Y
             •∧X))))
NO.414,1316,=∨(∨(X∨Y∧(∧XY))∧(∧X∧(∧XY)∨(∧X∧Y)))
NO.415,1391,=∧(∨(X∨X∧Y)∧(∧(Y∨Y∨X)∨(X∧(∧XY))))
NO.416,1668,=∨(∧(XY∧(XY))∨(∨(∨XY)∧(∧X∨(∧YY))))
NO.417,2145,=∧(∨(X∨X∧Y)∧(∧(∨Y∧X)∨(∧(∧Y∨X)∨(∨Y
             •X))))
 ***  (10),  2  ***
NO.418,1307,=(∧(X∨Y∧(X∨Y))∨(∧(X∨X)∨(∨X∨Y)∨(X∧Y)))
NO.419,4173,=∨(∨(XY∨(X∧X))∨(∨(∨XY)∨(∧(∧X∧Y)∨(∧X
             •∨X))))
 ***  (12),  1  ***
NO.420,5681,=∨(∧(∨(X∨Y)∧(∨X∨Y)∨(∨XY))∨(∨(XY)∧(∨X
             •Y)∨(∨X∧Y)))
```

例 4.2　所望 NAND 型 2 変数関数の簡単形

```
(1)'a=a0a1...a8=000001011; A=    31
 B4=31   :(XY∾(∾X∾Y))
 b0= 0   : f(X,Y) --> f(X,Y)
 G(X,Y)  =(XY∾(∾X∾Y))

(2)'a=a0a1...a8=012120201; A= 4069
 B4=4069:(∿(X∿(X∾Y))∿(∿(∿X∿Y)∿(XY)))
 b0= 0   : f(X,Y) --> f(X,Y)
 G(X,Y)  =(∿(X∿(X∾Y))∿(∿(∿X∿Y)∿(XY)))

(3)'a=a0a1...a8=122220000; A=13041
 B4=483  :∿(∾(X∿Y)∿(XY))
 b0= 3   : f(X,Y) --> f(∾X,Y)
 G(X,Y)  =∿(∾(∾X∿Y)∿(∾XY))

(4)'a=a0a1...a8=101102202; A= 7607
 B4=473  :(∿(∾X∿X)∾(Y∾(X∾Y)))
 b0=33   : f(X,Y) --> f(∿Y,X)
 G(X,Y)  =(∿(Y∾Y)∾(X∾(∿Y∾X)))

(5)'a=a0a1...a8=002002211; A= 1534
 B4=1373:(∿(∿X∾X∾Y)∾(∿Y∾(Y∿X)))
 b0=14   : f(X,Y) --> ∾f(∾X,∿Y)
 G(X,Y)  =∾(∿(X∿XY)∾(∾Y∾(∿YX)))

(6)'a=a0a1...a8=101120011; A= 7699
 B4=1951:∿(∾(Y∿X)∿(∾Y∿(∾Y∿(∾Y∿(∾Y
          ∿X)))))
 b0=40   : f(X,Y) --> ∾f(∾Y,∾X)
 G(X,Y)  =(∾(∾XY)∿(∿X∿(∿X∿(∿X∿(∿XY)))))

(7)'a=a0a1...a8=011202021; A= 3463
 B4=1319:(∾(∿Y∾(∿X∾X))∿(Y∿(∾(∿Y∾X)
          ∿(∿X∾X))))
 b0=25   : f(X,Y) --> ∿f(∿X,∾Y)
 G(X,Y)  =∿(∾(Y∾(∾XX))∿(∾Y∿(∾(YX)∿(∾X
          X))))

(8)'a=a0a1...a8=220122021; A=17962
 B4=210  :∿(∾(X∾(∿Y∾Y))∾(∾(∾XX∾Y)∿(X
          ∿(XY))))
 b0=53   : f(X,Y) --> ∿f(∿Y,∿X)
 G(X,Y)  =∾(∾(∿Y∾(∾XX))∾(∾(Y∿YX)∿(∿Y
          ∿(∿Y∿X))))
```

4.7 結　言

本章では，3値NOR/NAND型基本演算子の特徴を生かした3値NPN同値関係導入して，これにより分類した3値NOR/NAND型2変数関数の同値類を代表するそれぞれの代表関数の簡単形を示した。これらの簡単形は，1文字数～12文字数の表現式で表される。しかも，11文字数グループの簡単形は，10文字数グループ以下の簡単形で表されていることが明らかになった。本手法により作成されたデータベースから，3値2変数関数のすべての簡単形が求められる。

本手法は，それぞれ19,683個の3値NOR/NAND型2変数関数のそれぞれ約47分の1に相当するそれぞれ420個の簡単形からすべての関数の簡単形が効率良く得られることを示している。

ここでは，1文字数～5文字数グループと6文字数グループ以上の簡単形はそれぞれ異った方法で求める混用法を用いているが，処理手順の簡便さからは有効であると考えられる。

しかしながら，6文字数グループ以上に適用した簡単化の手法を1文字数～12文字数グループのすべてのグループに適用すれば，手法として統一される。従って，この方法による簡単形もデータベースとして用意している。

3値NOR/NAND型論理関数の簡単形は，双方共に3値論理回路の構成において有効に利用されている[4.3, 4.5, 4.6, 4.8]。

更に，3変数以上の多変数関数及び多出力関数への発展が期待できる。

4.8 参考文献

(4.1) 今西，村中：“ 3値論理とその簡単化の一手法 ”，信学論(D)，J 59-D，5，pp. 315-322（昭 51-05）。

(4.2) Muroga, S. : ” Logic design and switching theory ”, pp. 327-336, John Wiley & Sons (1979)。

(4.3) 村中，今西：“ CMOSを用いた3値論理回路の構成 ”，信学論(D)，J 63-D，8，pp. 666-667（昭 55-08）。

(4.4) 村中，今西：“ 3値NOR型論理関数の簡単化 ”昭55関西支連大，G 8-45。

(4.5) 村中，今西：“ CMOSを用いた3値3安定フリップフロップ回路 ”信学論(D)，J 64-D，5，pp. 445-446（昭 56-05）。

(4.6) 村中，今西：“ 3値順序回路の構成 ”，信学論(D)，J 64-D，7，pp. 654-646（昭 56-07）。

(4.7) 今西，村中：” 3値NOR/NAND型論理関数とその簡単化の一手法 ”，信学論(D)，J 65-D，7，pp. 890-897（昭 57-07）。

(4.8) 村中，今西：“ CMOS-ICを用いた3値論理回路 ”，信学論(D)，J 65-D，12，pp. 1513-1519（昭 57-12）。

(4.9) 今西，村中：“ 3値NOR型論理関数におけるNPN同値類の代表関数 ”，信学論(D)，J 66-D，7，pp. 827-833（昭 58-07）。

第５章　３値論理関数の主項生成への節展開法の適用

5.1　緒　言

３値論理関数の論理設計において重要なことは，完全系をなす３値基本演算子を決めること，３値論理関数の展開及びその簡単化，などが挙げられる。従って，まず採用する３値基本演算子を決定して，これにより与えられた３値論理関数に対する標準展開式を求め，簡単化を推し進める，という手法が一般に採られている[5.3～5.11]。

一方，２値論理関数の簡単化においては，

〔ⅰ〕与えられた関数のすべての主項を求める。

〔ⅱ〕最小カバーの問題に還元して関数の最小表現を与える主項の組合せを求める。

に分けることができる。ここで，〔ⅰ〕のステップは正論理関数のコスト最小の主項を求める問題となるので，結局は主項を求める有効な方法が論理関数の簡単化の本質的な部分となっている[5.12]。

このことは，３値論理関数の簡単化を行うに際しても同様と考えられ，実現する３値論理系の基本演算子（論理積及び論理和演算子は採用するので除く）に関係なく，上記〔ⅰ〕に相当する主項を求める操作を行った後に，〔ⅱ〕の段階において所望の３値論理系に採用される３値基本演算子と結びついた最小表現，あるいはその３値論理系を実現する上で有用な表現となるような主項の組合せの選択を行えばよい，と考えられる。

本章では，このような考えに基づき，２値論理関数の主項生成に有用である Slagle らの方法を発展させた上林らの節展開法が提案されているので[5.2,5.12]，この手法を拡張して３値論理関数の主項生成に適用している。

このために，まず与えられた３値論理関数を一致関数を用いて和積標準形で表現する[5.1]。ついで，この標準形を構成する論理和項に含まれている文字による節の集合を節点として木探索を実施すると，主項が２型項と１型項とに分離されて生成される。従って，更に三根らの多値コンセンサス法を適用し３値論理関数の主項を求めることになるので[5.4]，この方法は必ずしも十分であるとは言えない。

このために，節の集合を構成する論理和項に含まれる文字の表現に改良を加えて，木探索を実行する改善法を提案することにより，３値論理関数の主項が統一して生成されることを明らかにしている。

5.2　3値節展開法 (5.13〜5.15)

0, 1, 2の値をとる変数x_jを3値論理変数と呼ぶ。3値n変数論理関数$F(x_1, x_2, \cdots, x_j, \cdots, x_n)$（以下，$F$と略記する）の和積標準形は，**表5.1**の一致関数$I_k(x_j)$を用いて次式のように表される(5.1)。

$$
\begin{aligned}
F = \; & [F(0,0,\cdots,0) \vee I_0(x_1) \vee I_0(x_2) \cdots \vee I_0(x_n)] \\
\cdot \; & [F(1,0,\cdots,0) \vee I_1(x_1) \vee I_0(x_2) \cdots \vee I_0(x_n)] \\
\cdot \; & [F(2,0,\cdots,0) \vee I_2(x_1) \vee I_0(x_2) \cdots \vee I_0(x_n)] \\
& \quad \vdots \\
\cdot \; & [F(2,2,\cdots,2) \vee I_2(x_1) \vee I_2(x_2) \cdots \vee I_2(x_n)]
\end{aligned}
\tag{5.1}
$$

表5.1　一致関数$I_k(x_j)$

x_j	$I_0(x_j)$ (x_j^{022})	$I_1(x_j)$ (x_j^{202})	$I_2(x_j)$ (x_j^{220})
0	0	2	2
1	2	0	2
2	2	2	0

ここで，$F=1$の値と一致関数$I_0(x_j)$，$I_1(x_j)$及び$I_2(x_j)$と呼ぶ。いま，Pが文字の積であって，Fに対して次式が成立するとき，PをFのインプリカント（implicant）と呼ぶ。

$$P = l \quad \text{ならば} \quad F \geqq l, \quad l = 1, 2 \tag{5.2}$$

更にPとP'（$P \neq P'$）があって，共にFのインプリカントであるときにPが次式を満足すれば，P'をFの非主項（nonprime implicant）と呼ぶ。

$$P' = l \quad \text{ならば} \quad P \geqq l, \quad l = 1, 2 \tag{5.3}$$

非主項でないFのインプリカントをFの主項（prime implicant）と呼ぶ。

$I_k(x_j)$，あるいは1と$I_k(x_j)$から成る文字の集合を節（clause）と呼び，次式のC_iで表す。

$$
\begin{aligned}
C_i = \{ & (I_k(x_j))_i \text{ 又は } (1, I_k(x_j))_i \mid \\
& j = 1, 2, \cdots, h, : \; k = 0, 1, 2 \; ; \\
& I_0(x_j),\; I_1(x_j) \text{ 及び } I_2(x_j) \text{ はそれぞれ同時に存在しない} \}
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

節の集合を次式のSで示す。

$$S = \{C_1, C_2, \cdots, C_m\} \tag{5.5}$$

文字L_t(1又は$I_k(x_j)$)を含む節のみによるSの部分集合を次式のS_{Lt}で表す。

$$S_{Lt} = \{C_r \mid L_t \in C_r, C_r \in S\} \tag{5.6}$$

又，$|S_{Lt}|$($|Q|$は集合Qの要素数)をSにおけるL_tの頻度という。Sの節C_rの頻度和を次式の$W(C_r)$で表す。

$$W(C_r) = \sum_{L_t \in C_r} |S_{Lt}| \tag{5.7}$$

5.3　3値節展開法のアルゴリズム

5.3.1　3値節展開法のアルゴリズム(5.15)

2値論理関数の主項生成に有用である節展開法を拡張した3値論理関数の主項生成のアルゴリズムについて述べる。

手順1　与えられた論理関数Fを一致関数$I_k(x_j)$により和積標準形で表す。このとき，それぞれの論理和項に含まれる文字(要素：1，$I_0(x_j)$，$I_1(x_j)$及び$I_2(x_j)$；ただし，$I_0(x_j)$，$I_1(x_j)$及び$I_2(x_j)$は同時には存在しない)の集合を節とする。この節の集合(空集合でないと仮定)を得て節点とする。この節点は木の根となり，非終端節点(手順3の項参照)となっている。

手順2　木の非終端節点のうち枝出しの行われていない節点を一つ選び，これをSとする。Sから要素数最小の節C_oを選ぶ。これらが複数個存在するときは，その中で頻度和最大の節を次式のC_oとする。

$$C_o < Q \quad かつ \quad W(C_o) = \max\ W(C_r)$$
$$ただし，\ Q = \{C_i \mid |C_i| = \min |C_r|\} \tag{5.8}$$

この選ばれた節C_oに含まれるすべての文字を頻度の大きいものから順番に並べ換えたものを次式のO_sとする。

$$O_s = <L_1, L_2, \cdots, L_t, \cdots> \tag{5.9}$$

手順3　O_sの順番に従い，それぞれのL_tについてSから，次のように枝出しを行う。新しい節点S_tを定め，SとS_tを枝で結び，その枝上にラベルL_tを付ける。ここで，S_tを次のように決める。

手順3－(i)　SからL_tを含む節をすべて除いて，残った節をS_tの要素とする。

手順3－(ii)　次に，S_tの要素であるそれぞれの節から$L_1, L_2, \cdots, L_{t-1}$を除く。

手順3－(iii)　更に，同一変数(x_j)に対する2種類の文字$I_p(x_j)$と$I_q(x_j)$があって，残りの1種類の文字が$I_r(x_j)$であるときには，次式が成立する。

$$I_p(x_j)\ I_q(x_j)\ I_r(x_j) = 0\ ;$$
$$p \neq q \neq r \neq p\ ;\ p, q, r = 0, 1, 2 \tag{5.10}$$

従って，根からS_tに至る枝上に既に枝出しされた文字の中に同一変数に対する2種類の文字があって，同一変数に対する残りの1種類の文字がS_tの要素である節の中に存在するときには，この残りの1種類の文字を除く。ここで，手順3－(i)のみによってS_tが空集合になれば，S_tを有効節点とする。手順3－(i)の後にS_tの要素として残った節を残余節と呼ぶ。手順3－(ii)及び(iii)の結果一つでも空になった残余節があれば，S_tを無効節点とする。有効節点でも無効節点でもなければ，その節点を非終端節点とする。

手順4　枝出しの行われていない非終端節点がなくなるまで手順2及び手順3を繰返す。

手順5　得られた木について，根から有効節点に至る道の枝上に付けられたラベルのそれぞれの文字の論理積をすべての有効節点について求める。このそれぞれの文字の積がインプリカントとなる。

手順6　得られたインプリカントから主項を選び出す。すなわち，Pと$P'(P \neq P')$があって，共にFのインプリカントであるときにPが次式を満足すれば，P'はFの非主項であるから除く。

$$\left.\begin{array}{ll} P' = 1 \quad ならば & P = 1 \\ P' = 2 \quad ならば & P = 2 \end{array}\right\} \tag{5.11}$$

なお，これらのインプリカントから得られる主項は2型項と1型項とに分離されて生成されている。

5.3.2　3値節展開法の適用一例5.1 (5.14, 5.15)

与えられた3値論理関数Fを式(5.1)の和積標準形で求め，論理和項に含まれる文字の集合を節とする。従って，節の要素は次式で与えられる。

$$
\left.\begin{array}{l}
F(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n)=0\text{ のときは,}\\
\qquad I_{k1}(x_1),\ I_{k2}(x_2),\ \cdots,\ I_{kn}(x_n)\\
F(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n)=1\text{ のときは,}\\
\qquad 1,\ I_{k1}(x_1),\ I_{k2}(x_2),\ \cdots,\ I_{kn}(x_n)\\
F(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n)=2\text{ のときは,}
\end{array}\right\}\qquad (5.12)
$$

節を作らない。

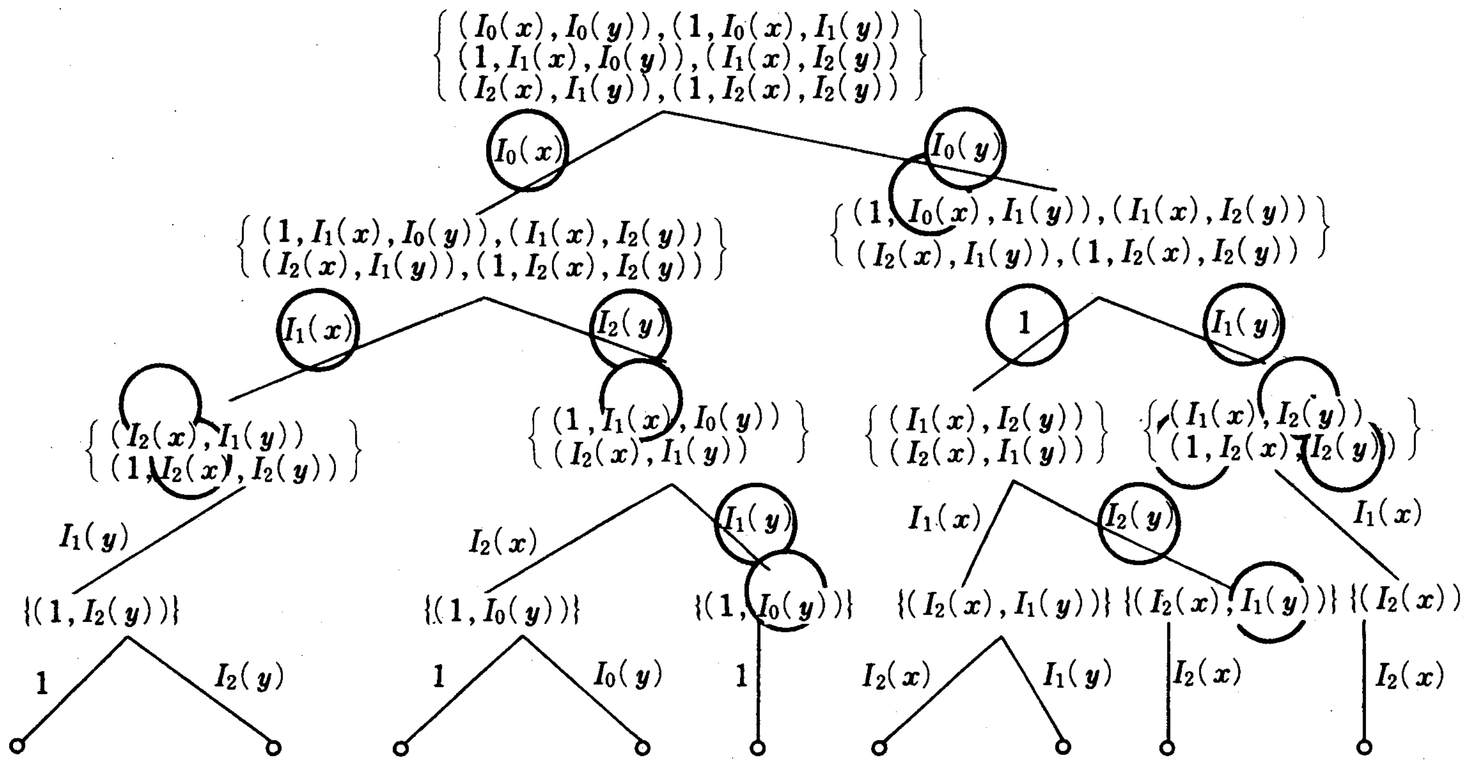
{ (I0(x), I0(y)), (1, I0(x), I1(y))
(1, I1(x), I0(y)), (I1(x), I2(y))
(I2(x), I1(y)), (1, I2(x), I2(y)) }
I0(x)
I0(y)
{ (1, I1(x), I0(y)), (I1(x), I2(y))
(I2(x), I1(y)), (1, I2(x), I2(y)) }
{ (1, I0(x), I1(y)), (I1(x), I2(y))
(I2(x), I1(y)), (1, I2(x), I2(y)) }
I1(x)
I2(y)
1
I1(y)
{ (I2(x), I1(y))
(1, I2(x), I2(y)) }
{ (1, I1(x), I0(y))
(I2(x), I1(y)) }
{ (I1(x), I2(y))
(I2(x), I1(y)) }
{ (I1(x), I2(y))
(1, I2(x), I2(y)) }
I1(y)
I2(x)
I1(y)
I1(x)
I2(y)
I1(x)
{(1, I2(y))}
{(1, I0(y))}
{(1, I0(y))}
{(I2(x), I1(y))}
{(I2(x), I1(y))}
{(I2(x))}
1
I2(y)
1
I0(y)
1
I2(x)
I1(y)
I2(x)
I2(x)

図5.1　3値節展開法

図 5.1 に3値半加算器の和論理関数に適用した3値節展開法が例示されている。

ここで，節点の節に含まれている大きい円印で囲んだ文字は木探索の実行過程で除かれる。すなわち，手順-(ii)により除かれる文字は $I_1(x)$, $I_0(x)$及び1である。又，手順3-(iii)により除かれる文字は $I_2(x)$, $I_0(y)$ 及び $I_2(y)$である。**図 5.1** から得られる主項は次の9個である。

$$1 \cdot I_0(x)\ I_1(x)\ I_1(y) \quad ;\ x^{001}\ y^{101}$$
$$I_0(x)\ I_1(x)\ I_1(y)\ I_2(y) \quad ;\ x^{002}\ y^{200}$$
$$1 \cdot I_0(x)\ I_2(x)\ I_2(y) \quad ;\ x^{010}\ y^{110}$$
$$I_0(x)\ I_2(x)\ I_0(y)\ I_2(y) \quad ;\ x^{020}\ y^{020}$$
$$1 \cdot I_0(x)\ I_1(y)\ I_2(y) \quad ;\ x^{011}\ y^{100}$$
$$1 \cdot I_1(x)\ I_2(x)\ I_0(y) \quad ;\ x^{100}\ y^{011}$$
$$1 \cdot I_1(x)\ I_0(y)\ I_1(y) \quad ;\ x^{101}\ y^{001}$$
$$1 \cdot I_2(x)\ I_0(y)\ I_2(y) \quad ;\ x^{110}\ y^{010}$$
$$I_1(x)\ I_2(x)\ I_0(y)\ I_1(y) \quad ;\ x^{200}\ y^{002}$$

このように，得られた主項は2型項と1型項とに分離されて生成されているために，得られた主項に更に三根らの多値コンセンサス法[5.4]を適用し，一般的な主項を求めることになる。

5.3.3 多値コンセンサス法

5.3.3.1 多値コンセンサス法による主項の生成[5.4]

5.2.2の手法により得られた2型項主項と1型項主項に多値コンセンサス法を適用して，一般的な主項を生成することになる。次に，その操作手順を示す。

手順7　与えられた3値論理関数 F を標準積項の積和標準形で表し，それぞれの標準積を2型項と1型項に分けて表にする。組合せ禁止があれば，その論理積項を2型項に加える。

手順8　2型項相互でコンセンサスを作り，他の2型項に包含されなければ，これを2型項に加える。加えた2型項に包含される他の2型項があれば，その包含される2型項を除く。以上の操作を新しい2型項が作れなくなるまで繰返す。

手順9　新しい2型項を，2型項として残しておくと共に，組合せ禁止項として1型

項に加える。

手順10　1型項相互で手順8と同様の操作を行う。新しい1型項を，1型項として残しておく。

手順11　2型項と1型項との間でコンセンサスを作り，他の2型項か1型項かに包含されなければ，これを2型項に加える。この2型項に包含される他の2型項があれば，その包含される2型項を除く。以上の操作を新しい2型項が作れなくなるまで繰返す。

手順12　2型項に包含される1型項を取除く。

以上の操作手順を実行することにより得られた主項は，与えられた3値論理関数のすべての主項を表している。

5.3.3.2　多値コンセンサス法の適用一例 5.2 (5.14, 5.15)

例題 5.1 に多値コンセンサス法を適用した手順7～手順12の操作を施すことにより得られた主項は次の6個であり，すべての主項が求められている。

$$x^{012}\ y^{200},\quad x^{120}\ y^{020},\quad x^{201}\ y^{002},$$
$$x^{200}\ y^{012},\quad x^{020}\ y^{120},\quad x^{002}\ y^{201}$$

このように改めて多値コンセンサス法を適用することになるから，**5.2.2**の方法は，3値コンセンサス法を実行する際の効率の良い途中結果を与える前処理的な効果を上げる役目を果している，に留まっている。

5.4　3値節展開法の改善法

5.2 では，3値論理関数Fの主項が統一した方法により求められなかった。このために，**5.3** では多値コンセンサス法を適用し，3値論理関数の主項を求めた。このように異なった二つの方法を用いることになるから，必ずしも十分であるとは言えない。

このために，節の集合を構成する論理和項に含まれる文字の表現に改良を加えて，木探索を実行する改善法を提案することにより，主項の生成が統一的な手法により求められることを次に明らかにしている。

5.4.1　3値節展開法の改善法 1 (5.14, 5.15)

5.4.4.1 改善法１のアルゴリズム

与えられた論理関数Fを$I_k(x_j)$により式(1)の和積標準形で表す。このとき，論理和項に１が含まれていれば，**表5.2** の（$1 \vee I_k(x_j)$）で表現される補助一致関数(文字と呼ぶ)を導入することにより次式に示すように書き直すことができる。

$$
\begin{aligned}
&(1 \vee I_p(x_u) \vee I_q(x_v) \vee I_r(x_w) \cdots) \\
&\quad = \{ (1 \vee I_p(x_u)) \vee (1 \vee I_q(x_v)) \vee (1 \vee I_r(x_w)) \vee \cdots \}\ ; \\
&\quad p,\ q,\ r = 0, 1, 2
\end{aligned}
\tag{5.13}
$$

表5.2　補助一致関数$I_k(x_j)$

x_j	$1 \vee I(x_j)$ (x_j^{122})	$1 \vee I_1(x_j)$ (x_j^{212})	$1 \vee I_2(x_j)$ (x_j^{221})
0	1	2	2
1	2	1	2
2	2	2	1

従って，節の要素である文字を次式のように表す。

$$
\left.
\begin{array}{l}
F(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n) = 0 \text{ のときは,} \\
\quad I_{k1}(x_1),\ I_{k2}(x_2),\ \cdots,\ I_{kn}(x_n) \\
F(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n) = 1 \text{ のときは,} \\
\quad (1 \vee I_{k1}(x_1)),\ (1 \vee I_{k2}(x_2),\ \cdots,\ (1 \vee I_{kn}(x_n)) \\
F(k_1,\ k_2,\ \cdots,\ k_n) = 2 \text{ のときは,} \\
\quad \text{節を作らない}
\end{array}
\right\}
\tag{5.14}
$$

この節の集合を得て節点とする。

次に，３値論理関数の主項を統一して生成する改善法１のアルゴリズムを示す。

手順13　与えられた論理関数Fを$I_k(x_j)$により和積標準形で表す。このとき，論理和項に１が含まれていれば，（$1 \vee 1_k(x_j)$）に書き直され，補助一致関数を用いて表現された一つの論理和項となる。このとき，それぞれの論理和項に含まれている文字の集合を節とする。この節の集合（空集合でないと仮定する）を得て節点とする。この節点は木の根となり，非終端節点となっている。

手順14　木の非終端節点のうち枝出しの行われていない節点を一つ選び，これをSとする。Sから要素数最小の節C_oを選ぶ。このとき，次式が成立する。

$$I_k(x_j)(1 \vee I_k(x_j)) = I_k(x_j) \tag{5.15}$$

従って，まず$I_k(x_j)$を含む節の中で要素数最小の節を選ぶ。Sに$I_k(x_j)$を含む節がなければ，$(1 \vee I_k(x_j))$を含む要素数最小の節を選ぶ。ここで，要素数最小の節が複数個存在する場合には，頻度和最大の節をC_oとして求める。なお，頻度和を求めるとき，$(1 \vee I_k(x_j))$は$I_k(x_j)$に含まれるから，$I_k(x_j)$の頻度和には$(1 \vee I_k(x_j))$の個数が含まれる。一方，$(1 \vee I_k(x_j))$の頻度和には$I_k(x_j)$の個数は含まない。この選ばれた節C_oに含まれるすべての文字を頻度の大きいものから順番に並べ換えたものを式(5.9)のO_sとする。

手順15　O_sの順番に従いL_tについてSから次のようにして枝出しを行う。

新しい節点S_tを決める。SとS_tとを枝で結び，その枝にはラベルL_tを付ける。ここで，S_tは次のように決める。

手順15－(ⅰa)　$L_t = I_k(x_j)$のとき，

式(5.15)が成立するから，Sから$I_k(x_j)$及び$(1 \vee I_k(x_j))$を含む節をすべて除き，残った節をS_tの要素とする。

手順15－(ⅰb)　$L_t = (1 \vee I_k(x_j))$のとき，

Sから$(1 \vee I_k(x_j))$を含むすべての節を除き，残った節をS_tの要素とする。

手順15－(ⅱ)　手順3－(ⅱ)に同じ。

手順15－(ⅲ)　手順3－(ⅲ)に同じ。

手順15－(ⅰ)のみによってS_tが空集合となればS_tを有効節点とする。

手順15－(ⅰ)の後にS_tの要素として残った節を残余節と呼ぶ。手順15－(ⅱ)及び(ⅲ)の結果一つでも空になった残余節があれば，S_tを無効節点とする。有効節点でもなければ，その節点を非終端節点とする。

手順16及び17　手順4及び手順5に同じ。

手順18　ここで得られたインプリカントはすべての主項を含んでいるので，式(5.3)を満足するようにすべての主項を選び出す。

5.4.1.2　改善法1の適用一例5.3

2変数論理積関数の主項生成に改善法1を適用する。**図5.2**において，節点の節に含

まれている大きい円印で囲んだ文字は木探索の実行過程で除かれることを示している。すなわち，手順15−(ii)により除かれる文字は$I_0(x)$ 及び（$1 \vee I_1(x)$）である。又，手順15−(iii)により除かれる文字は$I_2(x)$ 及び$I_2(y)$ である。従って，次の5個のインプリカントが得られる。

$x^{011}\ y^{022}$, $x^{002}\ y^{012}$, $x^{011}\ y^{022}$, $x^{012}\ y^{012}$, $x^{022}\ y^{011}$

これより次の論理積関数の主項が求まる。

$x^{012}\ y^{012}$

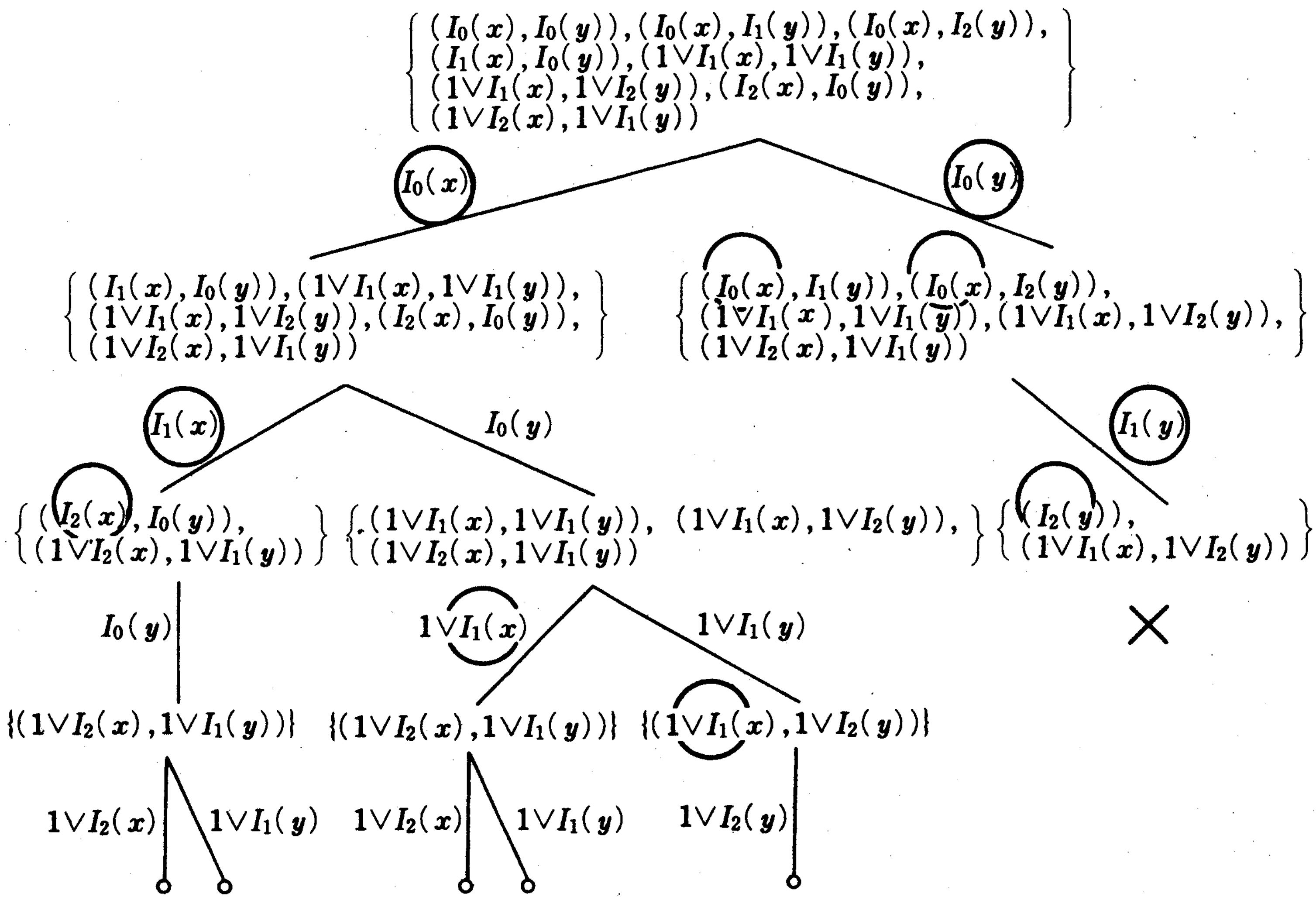

図 5.2　3 値節展開法の改善法 1

5.4.2　3値節展開法の改善法2 [5.15]

5.4.2.1　改善法2のアルゴリズム

5.4.1の木探索の過程において，次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
&I_p(x_j)\ \ I_q(x_j)((1 \mathrm{v}\, I_r(x_j))\ \mathrm{v}\ (1 \mathrm{v} I_k(x_u))) \\
&\quad = I_p(x_j)\ \ I_q(x_j)(1_r(x_j)\ \mathrm{v}\ (1 \mathrm{v} I_k(x_u))) \\
&\quad = I_p(x_j)\ \ I_q(x_j)\ \ I_r(x_j)\ \mathrm{v}\ I_p(x_j)\ \ I_q(x_j)(1 \mathrm{v} I_k(x_u)) \\
&\quad = I_p(x_j)\ \ I_q(x_j)(1 \mathrm{v} I_k(x_u))\ ; \\
&\qquad\qquad p \neq q \neq r \neq p\ ;\ p,\ q,\ r = 0, 1, 2
\end{aligned}
\tag{5.16}
$$

従って，式(5.16)を用いると改善法1は更に改善される。その改善法2のアルゴリズムは次のようになる。

手順13～手順15－(iii)は**5.4.1**に同じ。

次に，次項を挿入する。

手順15－(iv)　根からこのS_tに至る道上で，$I_p(x_j)$と$I_q(x_j)$が既に枝出しされていて，S_tの節の要素の中に$(1 \mathrm{v} I_r(x_j))$が存在し，この節に他の$(1 \mathrm{v} I_k(x_u))$が存在するときには$(1 \mathrm{v} I_r(x_j))$を除く。

手順15－(i)のみによってS_tの要素として残った節を残余節と呼ぶ。手順15－(ii)，(iii)及び(iv)の結果一つでも空になった残余節があれば，S_tを無効節点とする。有効節点でも無効節点でもなければ，その節点を非終端節点とする。

手順16～手順18は**5.4.1**に同じ。

5.4.2.2　改善法2の適用一例5.4

例題5.1において述べた3値半加算器の和論理関数に，改善法2を適用した例を**図5.3**に示す。ここで，節点の節に含まれている大きい円印で囲んだ文字は木探索の実行過程で除かれることを示している。すなわち，手順－(iii)により除かれる文字は$I_2(x)$及び$I_2(y)$である。更に，手順15－(iv)により除かれる文字は$(1 \mathrm{v} I_2(x))$，$(1 \mathrm{v} I_1(x))$，

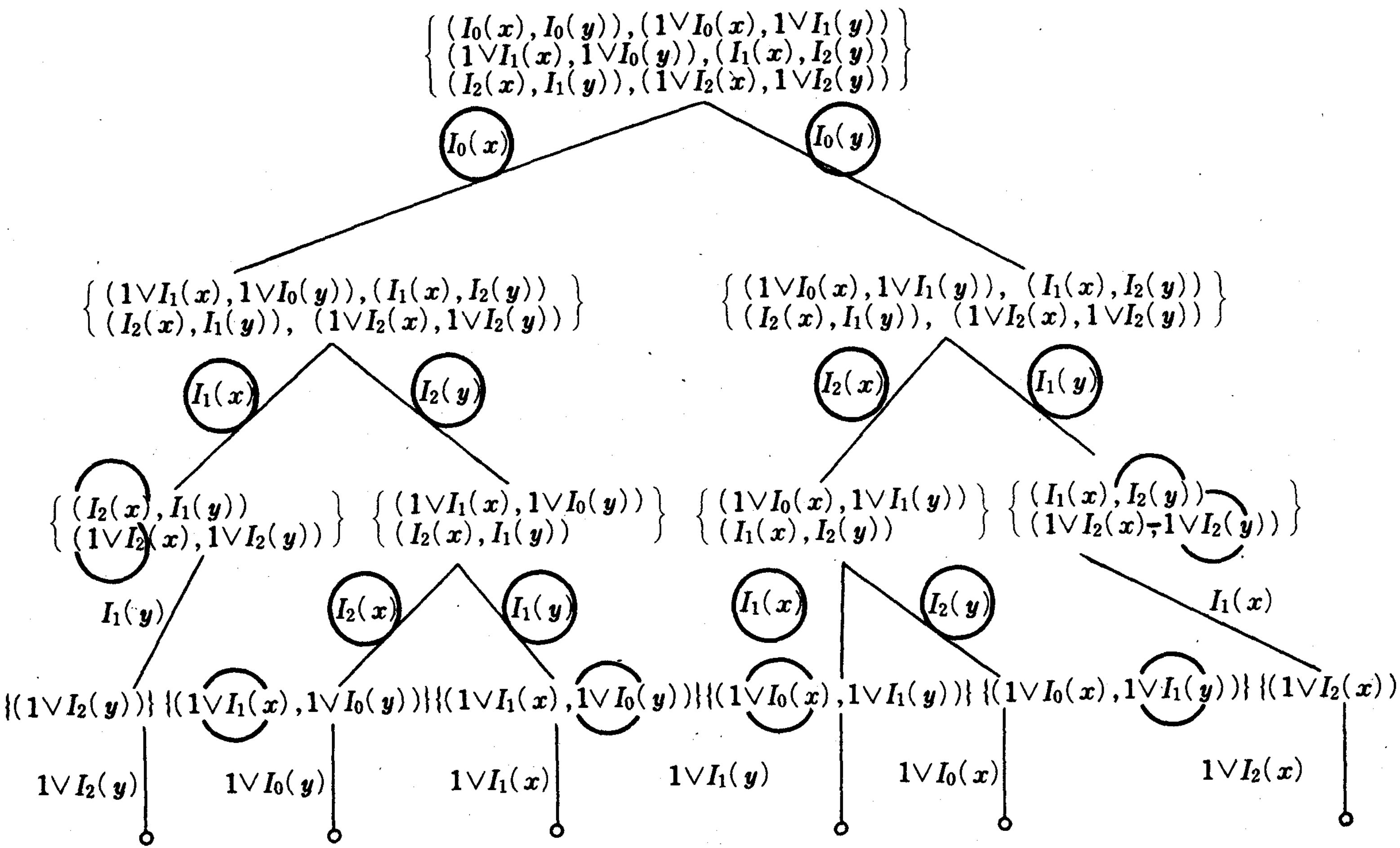

図 5.3　3値節展開法の改善法 2

$(1 \vee I_0(y))$, $(1 \vee I_0(x))$, $(1 \vee I_1(y))$ 及び $(1 \vee I_2(y))$ である。**図 5.3** から得られた主項は 6 個であり，**例題 5.2** において求めた主項と一致している。

5.5 検　討 (5.15)

3 及び 4 変数関数に対する改善法 1 及び改善法 2 について検討する。**表 5.3** にデータとして用いた 3 変数の真理値表を示す。

表 5.3　3 値 3 変数関数の真理値表

G1	x	000000000111111111222222222
G2	y	000111222000111222000111222
G3	z	012012012012012012012012012
G4	和	012120201120201012201012120
G5	桁上げ	000001011001011111001111112
G6	論理積	000000000000011011000011012
G7	論理和	012112222112112222222222222
G8	0と1	001010100010100001100001010
G9	1と2	112121211121211112211112121
G10	2と0	002020200020200002200002020

表 5.3 の 3 変数関数と，真理値表は示していないが，4 変数関数に対する実験結果を**表 5.4** に示す。改善法 1 に比べ改善法 2 においては，木の枝数が減少し，インプリカント数が減少している G 4, G 5, G 6, G 8, H 5, H 6 及び H 7 では，処理時間が短縮されている。又，他の関数においては，改善法 1 に比べて改善法 2 において，処理時間が長い関数も存在するが，これは手順15－(iv)を行うことによるもので，改良すれば，改善法 1 の処理時間と同程度になる。従って，改善法 1 に比べて改善法 2 の効果が確かめられる。

なお，関数の中では，和関数の処理時間が最長と考えられる。又，計算機はFACOM-160Fを用いたが，処理プログラムには改良の余地があり，処理時間の短縮は図れる。

表5.4 実 験 結 果

	木の枝数	残余節数	無効節点数	インプリカント数	非主項数	主項数	処理時間(ms)
G1	32	90	3	15	14	1	603
	32	90	3	15	14	1	603
G2	32	90	3	15	14	1	610
	32	90	3	15	14	1	610
G3	32	90	3	15	14	1	604
	32	90	3	15	14	1	622
G4	146	202	0	81	54	27	3313
	92	202	0	27	0	27	1827
G5	110	199	1	64	57	7	2109
	80	199	1	34	27	7	1756
G6	57	174	5	25	24	1	1394
	49	174	5	17	16	1	1322
G7	36	27	0	24	15	9	406
	36	27	0	24	15	9	423
G8	71	225	0	27	18	9	1658
	53	225	0	9	0	9	1510
G9	80	139	0	45	36	9	1162
	80	139	0	45	36	9	1176
G10	44	139	0	9	0	9	835
	44	139	0	9	0	9	847
H1	107	594	9	54	53	1	7376
	107	594	9	54	53	1	7364
H2	107	594	9	54	53	1	7370
	107	594	9	54	53	1	7376
H3	107	594	9	54	53	1	7358
	107	594	9	54	53	1	7410
H4	107	594	9	54	53	1	7353
	107	594	9	54	53	1	7440
H5	727	1433	0	432	324	108	158266
	403	1433	0	108	0	108	53034
H6	478	810	1	308	220	88	64151
	370	810	1	200	112	88	52621
H7	221	1208	19	111	110	1	22968
	179	1208	19	69	68	1	20391
H8	112	108	0	80	64	16	3257
	112	108	0	80	64	16	3261

単位(個);上段:改善法1,下段:改善法2.
H1−H4:1変数関数X,*Y*,*Z*,*W*;H5:和関数;H6:桁上げ関数;H7:論理積関数;H8:論理和関数

5.6 結　　言

本章では，3値論理関数の主項生成への節展開法の適用について述べた。しかしながら，3値論理主項が2型項と1型項とに分離されて生成されるために，更に多値コンセンサス法を適用することになる。従って，ここでは多値コンセンサス法を実施する場合の途中処理の効率を上げる役目は果していると考えられるが，3値論理主項の生成には十分であるとは言えない。

このために，3値論理主項の生成が統一した手法で実施できるような改善法1を提案している。更に，改善法1における木探索過程のアルゴリズムに改良を加えた改善法2を提案して，改善法1に比べ改善法2の効果が上がることを確かめている。

2値論理関数における節展開法の特長は，主項を生成するために探索する木の冗長度を大幅に減少する点にある。従って，節点に含まれる節の数を少なくすると共に，節に含まれる文字数を少なくすることにより，木の枝数を減少させて，処理の効率化が図られている[5.12]。これは前処理と呼ばれているが，本章の手法にも，これを導入することは有効と考えられる[5.16]。

更に，3値多出力関数への発展，などが期待できる。

5.7 参考文献

(5.1) Porat, D. I. : "Three-valued digital systems", Proc. IEE, Vol. 116, No. 6, pp. 947-954 (June 1969)。

(5.2) Slagle, J. R., Chang, C. L. and Lee, R. C. : "A new algorithm for generating prime implicants", IEEE Trans. Comput., C-19, pp. 304-310 (Feb. 1970)。

(5.3) Su, Y. H. and Cheng, P. T. : "Computer minization of multivalued switching functions," IEEE Trans. Comput., C-21, pp. 995-1003 (Sept. 1972)。

(5.4) 三根，長谷川，原田，島田："多線式多値論理回路網の一論理設計法"，信学論(D), 56-D, 3, pp. 186-193 (昭48-03)。

(5.5) 田山，島田，佐藤："多値論理関数の計算機による簡単化の一手法"，信学論(D), 58-D, 10, pp. 649-650 (昭50-10)。

(5.6) 今西，村中："3値論理とその簡単化の一手法"，信学論(D), J 59-D, 5, pp. 315-322 (昭51-05)。

(5.7) 鉢嶺，木村："3値論理関数の論理設計法"，信学論(D), J 59-D, 10, pp. 711-718 (昭51-10)。

(5.8) 山本："3値論理関数の代表的方法による簡単化"，信学論(D), J 61-D, 3, pp. 202-204 (昭53-03)。

(5.9) 大倉，原田，島田，為貞："電子計算機による多重3値論理関数の簡単化"，情報処理, Vol. 19, No. 5, pp. 421-427 (昭53-05)。

(5.10) 藤田："3値論理関数の簡単化"，信学論(D), J 61-D, 11, pp. 883-884 (昭53-11)。

(5.11) 大和，尾本："3値n変数関数の表現の簡略化の一手法"，信学論(D), J 62-D, 1, pp. 39-46 (昭54-01)。

(5.12) 上林，岡田，矢島："節展開法を用いた論理関数の主項の生成"，信学論(D), J 62-D, 2, pp. 89-96 (昭54-02)。

(5.13) 今西，村中："3値論理関数への節展開法の適用"，昭56電気関係学会関西支部連大，G-8-20。

(5.14) 今西，村中："3値論理関数への節展開法の適用"，京都大学数理科学研究所

講究録，No。455,「多値論理とその応用」，pp。97-107（昭57-03）。

(5.15) 今西，村中：“3値論理関数の主項生成への節展開法の適用”，信学論(D)，J65-D, 10, pp。1258-1264（昭57-10）。

(5.16) Imanishi, S. and Muranaka, N. : "A preprocessing procedure method in the ternary clause selection", IEEE Computer Society, Proc. of ISMVL-83, pp。21-26 (May 1983)。

第6章　結　　論

本論文は，3値論理回路を実現する上で有用であると考えられる幾つかの3値論理系を提案し，これらの論理系における3値論理関数の簡単化について行った研究の成果をまとめたものである。

本研究の成果については，各章の結言において述べているが，これらを更に要約すると次のようである。

〔1〕 否定，2重否定，論理積及び論理和を基本演算子として用いた3値論理系を提案し，本論理系における論理関数の簡単化を検討した。

〔2〕 〔1〕の簡単化を更に発展させるために，反転を準基本演算子として〔1〕の論理系に加え，最終的に準基本演算子を消去する手法を採用した。

〔3〕 〔1〕を実現する論理回路と同程度に回路構成が可能な3値NOR/NAND型演算子回路が実現できるので，これらを3値NOR/NAND型基本演算子用いた論理関数の簡単化を検討した。

〔4〕 〔3〕の簡単化を更に発展させるために，3値NOR/NAND型基本演算子の特徴を生かした3値NPN同値関係を導入した。

〔5〕 2変数3値NOR/NAND型論理関数におけるNPN同値類の代表関数の簡単形を示した。

〔6〕 〔5〕を用いて所望の2変数関数の簡単形を求めるためのデータベースを作成した。

〔7〕 2値節展開法の3値論理関数の主項生成への適用を検討した。

〔8〕 〔7〕の手法では，3値論理主項が2型項と1型項とに分離されるので，更に多値コンセンサス法を適用した。

〔9〕 〔7〕及び〔8〕では，異なる二つの手法を採用しているので，3値論理主項の生成に十分とは言えない。

　このため，統一した手法で3値論理主項が求められる改善法1及び改善法2を提案し，その効果を確かめた。

〔10〕 2値論理関数における節展開法の特長は，主項を生成するために探索する木の冗長度を大幅に減少させる点にある。従って，前処理を導入した節に含まれる節の数を少なくすることにより，木の枝数を減少させて処理の効率化が試みられている。

　これを3値節展開法に導入することは有効と考えられ，検討を行っている。

又，これからの発展課題としては次のような諸点が挙げられる。

〔11〕3値論理関数の簡単化の多変数関数への発展

〔12〕3値論理関数の簡単化の多出力関数への発展

〔13〕現在のところ3値論理主項は，5,6変数関数（2値8ないし10変数程度に相当）まで求めているが，更に多変数主項を求める場合の有効な手法の検討

〔14〕濃淡画像などにおいて，画像情報が直接多値に対応していることに着目し，多値論理を用いた新しい処理方式に基づく多値画像専用プロセッサーが提案されているように，多値的な情報処理方式の検討が重要課題となると考えられる。

〔15〕多値論理システムの特長が局所的にでも評価できるサブシステムレベルのLSI，VLSIへの適用が妥当であろう。この点，加算，乗算などの演算が主となるディジタル信号処理への応用が期待される。

〔16〕3値論理回路の実現

〔17〕3値演算装置の実現

〔18〕3値フェイルセイフ論理回路の実現

〔19〕4値以上の多値論理システムの検討

〔20〕昭和58年5月23日～25日，京都においてThe 13th International Symposium of Multiple Valued Logic, sponsored the Organization Committee of ISMVL Japan, supported by the Computer Society and the IEEE Technical Committee on Multiple Valued Logicが開催された。そこでは，次のような分野の58件の研究論文が取上げられ，外国人約30名を含む，100余名の参加のもとに活発な討論が行われた。

(1) 代数学・記号論理　(2) 論理設計・スイッチング理論

(3) 電子回路・システム装置設計　(4) 信頼性　(5) 故障検出・診断

(6) Fuzzy論理　(7) しきい値論理　(8) Philosophy

このような多方面にわたる多値論理とその応用に関する研究分野が，これを契機になお一層発展することを期待する。

なお，しきい値演算系に属する多値しきい値システムの構成についても数多くの優れた研究が報告されているが，本論文では触れなかったことを付記する。

謝　辞

本研究は，著者がこれまでに行ってきた一連の研究をまとめたものであり，この間，大阪大学教授寺田浩詔博士からは，終始御懇篤な御指導と御鞭撻を賜わりました。

ここに，改めて深甚なる感謝の意を表します。

又，本論文を作成するにあたり，貴重なる御教示をいただきました大阪大学教授滑川敏彦博士，同教授手塚慶一博士，同教授児玉慎三博士に厚く感謝の意を表します。

又，御激励いただきました大阪電気通信大学北浜安夫教授に感謝いたします。

本研究は，著者が在職する関西大学工学部電子工学科において行ってきたものであり，日頃御激励と御援助いただく電子工学科水谷博教授，同片山佐一教授，同森田正信教授，同高元曄夫教授，並びに，電子工学科及び電気工学科の教職員の皆様に感謝いたします。

発 表 文 献

本論文に係わる発表文献は次の通りである。

論 文 発 表

〔1〕 今西：“電圧制御形負性抵抗特性回路列多値アナログーディジタル変換器”，信学論(D), 58-D, 9, pp. 538-545 (昭 50-09)。

〔2〕 今西，村中：“3値論理とその簡単化の一手法”，信学論(D), J 59-D, 5, pp. 315-322 (昭51-05)。

〔3〕 今西，村中：“3値NOR/NAND型論理関数とその簡単化の一手法”，信学論(D), J 65-D, 7, pp. 890-897 (昭 57-07)。

〔4〕 今西，村中：“3値論理関数の主項生成への節展開法の適用”，信学論(D), J 65-D, 10, pp. 1258-1264 (昭 57-10)。

〔5〕 Imanishi, S. and Muranaka, N.: “A preprocessing procedure method in the ternary clause selection”, IEEE Computer Society, Proc. of 13th ISMVL, pp. 21-26 (May 1983)。

〔6〕 今西，村中：“3値NOR型論理関数におけるNPN同値類の代表関数”，信学論(D), J 66-D, 7, pp. 827-833 (昭 58-07)。

信学会研究速報・紙上討論発表

〔1〕 今西，村中：“3値論理の一手法”，信学論(D), 55-D, pp. 482-483 (昭 47-07)。

〔2〕 今西，村中：“3値半加算器および全加算器の構成”，信学論(D), 55-D, 7, pp. 484-485 (昭 47-07)。

〔3〕 今西，村中，水谷：”3値論理回路の簡単化”，信学論(D), 56-D, 7, pp. 443-444 (昭 48-07)。

〔4〕 今西，村中：“村田正，里治則，滑川敏彦氏の意見に対する回答”，信学論(D), 56-D, 8, pp. 485-486 (昭 48-08)。

〔5〕 今西，村中：“「奥村氏の意見」に対する見解”，信学論(D), 57-D, 4, pp. 247-248 (昭 49-08)。

〔6〕 村中，今西：“CMOSを用いた3値論理回路の構成”，信学論（D），J 63-D, 8, pp。666-667（昭55-08）。
〔7〕 村中，今西：“CMOSを用いた3値3安定フリップフロップ回路”，信学論（D），J 64-D, 5, pp。455-446（昭56-05）。
〔8〕 村中，今西：“3値順序回路の構成”，信学論（D），J 64-D, 7, pp。645-646（昭56-07）。
〔9〕 吉永，今西：“3値Polypheck関数について”，信学論（D），J 64-D, 7, pp. 647-648（昭56-07）。

研究会発表

〔1〕 今西：“電圧制御形負性抵抗回路を用いた多値及び非線形A－D変換器”，電気学会電子回路研究会，ECT-73-20（昭48-07）。
〔2〕 吉永，今西：“2値論理関数による3値論理関数の一合成法”，信学会電子計算機研究会，EC-75-22（昭50-09）。
〔3〕 吉永，今西：“3値論理関数のPolypheckの判定法について”，信学会電子計算機研究会，EC-80-40（昭55-10）。
〔4〕 村中，今西：“3値順序回路”，京都大学数理解析研究所講究録，No. 455，「多値論理とその応用」，pp. 76-93（昭57-03）。
〔5〕 今西，村中：“3値論理関数への節展開法の適用”，同上，pp。94-107。

学 会 発 表

〔1〕 今西，村中：“3値加算器の一構成法”，昭47関西連大，G7－26。
〔2〕 今西：“N形特性列を用いた3値加算器の構成”，昭48電学会全大，497。
〔3〕 今西，嘉納：“3値論理関数のNORで表わす一手法”，昭50関西連大，G6－1。
〔4〕 今西，嘉納：“3値n変数論理関数の合成と簡単化の一手法”，同上， G6－4。
〔5〕 吉永，今西：“3値Polypheckの一検証法”，昭51関西連大，G6－1。
〔6〕 嘉納，今西：“3値除算方式”，昭51関西連大，G6－2。
〔7〕 吉永，今西：“Polypheckな3値論理関数から導かれる完全系をなす関数集合について”，昭52関西連大，G6－5。
〔8〕 村中，今西：“CMOSを用いた3値論理回路の構成”，昭55信学会総全大，448。

〔9〕 村中，今西：“3値NOR関数の簡単化”，昭55関西連大，G8－45。

〔10〕 村中，今西：“CMOSを用いた3値3安定フリップフロップ回路”，昭56信学会総全大，1263。

〔11〕 村中，今西：“3値論理における数の符号化”，昭56関西連大，G8－19。

〔12〕 今西，村中：“3値論理関数への節展開法の適用”，同上，G8－20。

〔13〕 村中，今西：“3値I/N－OR型3値論理関数の簡単化”，昭57信学会総全大，1223。

〔14〕 蔵下，村中，今西：“3値節展開法における前処理”，昭57関西連大，G8－7。

〔15〕 村中，今西：“3値加減算回路の構成”，昭57関西連大，G6－9。

〔16〕 土橋，村中，今西：“3値巡回ハミング符号及び復号回路の構成”，昭58信学会総全大，1320。

〔17〕 村中，土橋，今西：“単一誤り訂正3値巡回ハミング符号”，同上，1321。

〔18〕 浅田，坂下，村中，今西：“絶対値表示による3値加減算回路の構成”，同上，1588。

3値論理関数の構成に関する基礎的研究

正誤表

個所	誤	正
4頁　7行	話	和
9頁　2行	us	(削除)
14頁　6行	$)\rightsquigarrow($	$)\leftsquigarrow($
8行	$\vee\rightsquigarrow($	$\vee\leftsquigarrow($
14行	二重否定をとり，”1”	二重否定をとり，”2”
21頁　4行	③	(削除)
22頁表2．14	㉖　$\rightsquigarrow C\,i$	㉖　$\leftsquigarrow C\,i$
24頁　1行	①②③④⑤⑦⑩⑪⑬⑲	①②④⑤⑦⑩⑪⑬⑲
25頁　3行	$=\leftsquigarrow\overline{x}$，$=\rightsquigarrow\overline{x}$	$=\overline{\leftsquigarrow x}$，$=\overline{\rightsquigarrow x}$
4行	$\overline{x}\vee\overline{y}$　，$\overline{x}\,\overline{y}$	$\overline{x\vee y}$　，$\overline{x\,y}$
6行	$=\rightsquigarrow x$	$=\rightsquigarrow x\,\overline{y}$
29頁15行	B’	B
39頁　6行	NOR及びD－NOR	NAND及びD－NAND
9行	v	(削除)
18行	否定	(削除)
41頁10行	$N_K^n \vee N_K^n \vee N_K^n \vee \cdot \vee N_K^n$	$N_K^n\, N_K^n\, N_K^n \cdots N_K^n$
21行	$\rightsquigarrow f_0\, f_1 = (\rightsquigarrow f_1\, f_2)$	$\rightsquigarrow f_0\, f_2 = (\rightsquigarrow f_1\, f_0)$
43頁18行	$f'_{\rightsquigarrow i}$	$f'_{\leftsquigarrow i}$
44頁　6行	＝2	＝0
46頁14行	$\leftsquigarrow y$	$\rightsquigarrow y$
17行	$\leftsquigarrow x$	$\rightsquigarrow x$
21行	$)\rightsquigarrow($	$)\leftsquigarrow($
47頁16行	$\{\leftsquigarrow x$	$(\leftsquigarrow x$
48頁16行	$\{\leftsquigarrow x$	$(\leftsquigarrow x$
18行	$\leftsquigarrow z$	$\leftsquigarrow C\,i$
50頁　3行	$\cdot\,1\leftsquigarrow(x$	$\cdot\,1\leftsquigarrow(\leftsquigarrow x$
7行	$\cdot\leftsquigarrow(x$	$\cdot\leftsquigarrow(\leftsquigarrow x$
9行	$\leftsquigarrow y\leftsquigarrow C\,i)\leftsquigarrow(x$	$\leftsquigarrow y\leftsquigarrow C\,i)\leftsquigarrow(\leftsquigarrow x$
56頁13行	63通り	6通り
58頁11行	l_1	l_1’
13行	l_1’　　和	l_i’　　積
62頁11行	変数 x 及び y	肯定，否定及び二重否定演算子
13行	i 文字数の論理和関数	変数 x 及び y
65頁16行	る(5	る(4
21行	(5．	(4．
27行	開	関
101頁表5．2	$I\ (xj)$	$I_0\ (xj)$
12行	(x_2)，	$(x_2))$，