



Title	A bifurcation phenomenon for the periodic solutions of a semilinear dissipative wave equation
Author(s)	小松, 幸恵
Citation	大阪大学, 2000, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/41916
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	小 松 幸 恵
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 15140 号
学 位 授 与 年 月 日	平成12年3月24日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	A bifurcation phenomenon for the periodic solutions of a semilinear dissipative wave equation (ある半線型波動方程式の倍周期分岐)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 松村 昭孝
	(副査) 教 授 西谷 達雄 教 授 小谷 真一 教 授 鈴木 貴 講 師 鹿野 忠良

論 文 内 容 の 要 旨

消散項をともなう半線型波動方程式を周期境界条件のもとで考える。この方程式に関しては、任意の周期外力に対し外力と同周期の周期解が少なくとも1つ存在し、外力が十分小ならば周期解は一意的で漸近安定であることが知られている。ところが、外力が比較的大きい場合には周期解が一意的でないばかりか2倍周期の周期解が存在することが数値計算によって観察されている。このような現象を解析するために、外力の大きさを表すような量をパラメータとして周期解の構造を調べ、特に、カオスに至る過程で重要な役割を果たすとされる倍周期分岐の存在を示したい。我々はパラメータと解の積空間にパラメータについて線型な「線型探針」を導入し、この線型探針のまわりでの周期解の挙動を考察することにより周期解分岐の存在を示す手法をとった。特に、本論文では、空間に一様な線型探針を用いる。ところで、消散項をともなう半線型波動方程式の空間に一様な周期解は常微分方程式であるDuffing方程式の周期解であるともいえるが、Duffing方程式に関しては、同様の手法を用いて、ある線型探針に関しては無限個の周期解分岐点および倍周期解分岐点が存在することが示されている。この周期解分岐点は半線型波動方程式の周期解分岐点でもあるともいえる。本論文においては、Duffing方程式の周期解分岐点とは異なる、空間に非一様な倍周期分岐点の存在を証明した。

証明の概略は次の通りである。倍周期分岐点の存在の証明はCrandall-Rabinowitzの分岐定理を適用することによってなされる。その際、一番重要なのが線型化方程式の固有値問題の解析である。我々は、線型化方程式の解を空間変数についてFourier級数展開し、常微分方程式系の固有値問題に帰着させた。これらの常微分方程式1つ1つはDuffing方程式と同じ形をしているので、これらをHillの方程式に変数変換し、Hillの方程式の基本解行列のトレースの性質を用い、ある点が分岐点であるかどうかを判定するCriterionを作る。次に、ある線型探針について分岐点が存在しているかどうかを、このCriterionによって調べる。ただし、このCriterionを用いるために解析しなければならないHillの方程式の基本解行列は無限個である。この困難さを解消するために、まず、エネルギー不等式などを用いて有限個のHillの方程式の基本解行列のトレースの問題に帰着させ、次に、有限個のHillの方程式の基本解行列については、区間演算による精度保証付き数値計算を用い、通常の数値計算における丸め誤差や数値演算の打ち切り誤差を正確に評価した。

論文審査の結果の要旨

本論文は、一階のエネルギー消散項と3次の非線型項を持つ半線型波動方程式を有界区間上周期境界条件のもとに考察し、時間周期的外力に対する時間周期解の分岐問題を論じている。外力を上手く構成することにより、周期倍分岐現象が消散的半線形波動方程式にも実際に起こることを初めて証明しており、博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。