



Title	Generic knots in contact 3-manifolds
Author(s)	足立, 二郎
Citation	大阪大学, 1999, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/41919">https://hdl.handle.net/11094/41919</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	あ だち じ ろう 足 立 二 郎
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 4 8 6 4 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 11 年 6 月 30 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科 数学専攻
学 位 論 文 名	Generic knots in contact 3-manifolds (3次元接触多様体内のジェネリックな結び目)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 坂 根 由 昌 (副査) 教 授 満 淵 俊 樹 教 授 藤 木 明 助 教 授 大 和 健 二 助 教 授 作 間 誠 講 師 長 崎 生 光

## 論 文 内 容 の 要 旨

接触多様体内の結び目としては、Legendre なもの(常に接触構造に接しているもの)、横断的なものが良く知られています。それらに対して、横断的なものの拡張として、“ジェネリックな結び目”というものを、有限個の点で、接触構造に‘単純に’接しているものとして定義しました。そして、それを任意の 3-次元接触多様体内の結び目として分類したのが、この論文の内容です。

3-次元接触多様体内の Legendre、や横断的結び目は、位相的な結び目に比べ遥かに豊かな構造を持っています。位相的に自明な結び目にさえ、いくつもの構造が知られています。また、Legendre 結び目に対する Thurston-Bennequin 不変量に関する(一般化された) Bennequin の不等式は、接触構造のタイト性の判別に大きな意味を持ちます。しかし、私の知る範囲では、それらの結び目で分類が知られているのは、Ya. Eliashberg と M. Fraser によるタイトな接触構造の場合の自明な Legendre、横断的結び目の分類のみです。接触構造がタイトではない場合には、彼らの方法は応用できません。また、結び目が非自明の場合には、自明の場合の分類で使われたような first order の Vassiliev 不変量では分類できないということも示されています。

ところが、横断的でない点を 1 点(必然的に 2 点)でも持つジェネリックな結び目の場合には、状況は全く異なってくるのがこの論文でわかりました。即ち、接触構造に関係のない結び目としてのイソトピー類と、非横断的な点の個数で分類されてしまうのです。

さらに、任意の偶整数と、任意の結び目のイソトピー類に対して、ジェネリックな結び目を構成しました。即ち、存在する全てのジェネリックな結び目を構成しました。

証明の方法を簡単に述べます。結び目のイソトピーに対して、円環面の埋め込みが取れる事を示し、その上に接触構造の描く特異葉層を考えます。そして、その曲面に沿ったイソトピーを調べます。ジェネリックな結び目の接触構造に横断的な部分は常に特異葉層に横断的に移る、イソトピーを考えます。非横断的な点は、特異葉層の葉に横断的、或いは特異点を通ります。特異葉層に横断的な結び目の点では、明らかに、接触構造にも横断的です。しかし、非横断的な点では、接触が単純であるかは微妙な問題です。そこで局所的に、Zhitomirskii による接触空間内の超平面の

芽の局所標準形を使って確認しました。特異葉層に横断的な点では、結び目と葉の接触がただか2次の接触であれば良いことがわかりました。また、特異点が楕円型の特異点であるか、双曲型ならば、分割線に接していなければ良いこともわかりました。そして、それらを使って、大域的なイソトピーとして、結び目を一致させられると示しました。まず、ジェネリックなイソトピーにより、先の円環面上の特異葉層には、特異点が無い状況にすることが出来ます。さらに、タイト性を仮定しないときにはリミットサイクルが存在するかもしれませんが、それも除去できることを示しました。すると、あとは葉と結び目の接点の順序をうまく合わせてやれば、葉に沿ったイソトピーで容易に一致させることが出来ます。

## 論文審査の結果の要旨

接触多様体の結び目のクラスの中でよく知られたものとしては、Legendre 結び目のクラスおよび横断的なもののクラスがある。有限個の点で接触構造に単純に接しているクラスを本論文では、ジェネリックな結び目のクラスとして定義し、このクラスの存在と完全な分類を行った。すなわち、ジェネリックな結び目のクラスは、非横断的な点の個数と結び目としてのイソトロピー類により分類できることを証明した。これは、いままでに知られている Legendre 結び目のクラスおよび横断的なもののクラスと比較すると、ジェネリックな結び目のクラスは全く異なる状況にあることを示しており、接触多様体の結び目のクラス中の分類問題に新しい結果をもたらしている。以上により本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。