Title	スラスト円筒ころ軸受の摩擦に関する研究
Author(s)	畑沢, 鉄三
Citation	大阪大学, 1986, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/42
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

スラスト円筒ころ軸受の摩擦に関する研究

１９８６年８月

畑　沢　鉄　三

目　　次

記号の説明

第１章　緒　　論 ………………………………… 1
１．１　スラスト円筒ころ軸受に関する従来の研究 ………………… 1
１．２　本研究の目的および内容 ………………………… 3

第２章　流体潤滑における理論解析 ………………………… 6
２．１　緒　　言 ………………………………… 6
２．２　レイノルズの式と圧力分布 ………………………… 6
２．３　流体摩擦力 ………………………………… 11
２．４　軸受に働く摩擦力および摩擦モーメント ………………… 14
２．４．１　軌道輪から受けるころの摩擦力および摩擦モーメント …… 14
２．４．２　保持器から受けるころの摩擦力および摩擦モーメント
（流体摩擦） ………………………………… 15
２．４．３　遠心力によるころの摩擦力および摩擦モーメント ……… 15
２．４．４　ころから受ける軌道輪の摩擦力および摩擦モーメント …… 16
２．４．５　保持器から受ける軌道輪の摩擦力および摩擦モーメント …… 17
２．５　つりあい条件 ………………………………… 18
２．５．１　荷重のつりあい ………………………………… 18
２．５．２　ころに働くモーメントのつりあい ………………… 19
２．６　最小油膜厚さH_0の決定 ………………………… 20
２．７　軸受の摩擦モーメント ………………………… 21
２．８　計算結果および考察 ………………………… 21
２．８．１　荷重特性 ………………………………… 21
２．８．２　速度特性 ………………………………… 23
２．８．３　常圧粘度の影響 ………………………… 24
２．８．４　ピッチ半径の影響 ………………………… 25
２．９　結　　言 ………………………………… 26

第３章　弾性流体潤滑における理論解析 …… 28
３．１　緒　言 …… 28
３．２　ニュートン性流体 …… 29
３．２．１　等温解析 …… 29
３．２．２　非等温解析 …… 31
３．３　非ニュートン性流体 …… 35
３．４　つりあい条件 …… 41
３．４．１　荷重のつりあい …… 43
３．４．２　ころに働くモーメントのつりあい …… 43
３．４．３　変位の条件 …… 43
３．５　軸受の摩擦モーメント …… 45
３．６　計算結果および考察 …… 46
３．６．１　ニュートン性流体 …… 46
３．６．２　非ニュートン性流体 …… 54
３．７　結　言 …… 58

第４章　境界潤滑における理論解析 …… 59
４．１　緒　言 …… 59
４．２　ころの運動 …… 59
４．３　摩擦モーメント（弾性変形を考慮しない場合） …… 63
４．４　接触部の弾性変形と摩擦モーメント …… 63
４．５　計算結果および考察 …… 66
４．６　結　言 …… 68

第５章　実験的検討 …… 69
５．１　緒　言 …… 69
５．２　実　験 …… 70
５．２．１　実験装置および実験方法 …… 70
５．２．２　供試軸受および実験条件 …… 72
５．３　実験結果および考察 …… 74
５．３．１　ころと軌道輪の接触状態 …… 74
５．３．２　ころの運動（自転速度） …… 76

５．３．３　摩擦モーメント …… 78
５．４　潤滑領域の検討 …… 81
５．４．１　摩擦係数 …… 81
５．４．２　油膜比 …… 82
５．４．３　速度比 …… 83
５．５　計算結果と実験結果との比較 …… 84
５．５．１　流体潤滑領域 …… 84
５．５．２　弾性流体潤滑領域 …… 87
５．５．３　境界潤滑領域 …… 88
５．６　結　　言 …… 89

第６章　単式複列形軸受の摩擦特性 …… 90
６．１　緒　　言 …… 90
６．２　理論的検討 …… 91
６．２．１　流体潤滑における理論解析 …… 91
６．２．２　弾性流体潤滑における理論解析 …… 94
６．２．３　境界潤滑における理論解析 …… 97
６．３　実験的検討 …… 98
６．３．１　実験装置および実験方法 …… 98
６．３．２　供試軸受 …… 99
６．４　結果および考察 …… 100
６．４．１　ころと軌道輪の接触状態 …… 100
６．４．２　ころの運動 …… 101
６．４．３　摩擦モーメント …… 102
６．５　結　　言 …… 109

第７章　結　　論 …… 110

参考文献 …… 115

謝　　辞 …… 117

記号の説明

b	：ヘルツ接触幅の半分
c'	：ころおよび軌道輪の比熱
E_l	：境界潤滑において，ころと固定輪との接触部で消費される単位時間あたりのエネルギ
E_u	：境界潤滑において，ころと回転輪との接触部で消費される単位時間あたりのエネルギ
E_t	：［$=E_u+E_l$］境界潤滑における全エネルギ
E'	：等価弾性係数
f	：［$=M_t/W_t\ l_g$］摩擦係数
f_1	：軌道輪に働く単位長さあたりの摩擦力
f_2	：ころに働く単位長さあたりの摩擦力
f_c	：ころに働く遠心力
f_r	：ころと保持器ポケット間に発生する摩擦力
f_w	：保持器から受ける軌道輪の摩擦力
F_s	：ニュートン性流体，非等温解析におけるすべり摩擦力
G	：［$=\alpha E'$］無次元材料パラメータ
G_l	：流体のせん断弾性係数
h	：油膜厚さ
h_0	：流体潤滑における最小油膜厚さ
h_m	：弾性流体潤滑における平行部油膜厚さ
h_{min}	：弾性流体潤滑における最小油膜厚さ
h_{ml}	：流体潤滑において，圧力こう配$dp/dx=0$なる油膜厚さ
h_c	：ころと保持器ポケットの間隙
h_w	：軌道輪と保持器間のすきま
H	：［$=h/r$］流体潤滑における無次元油膜厚さ
H_0	：［$=h_0/r$］流体潤滑における無次元最小油膜厚さ
H_{ml}	：［$=h_{ml}/r$］流体潤滑において，圧力こう配$dp/dx=0$なる無次元油膜厚さ
k	：複列形の列数
k_0	：［$=\omega_r/\omega_h$］角速度比

K　：流体の熱伝導率

K'　：ころおよび軌道輪の熱伝導率

l_0　：$[=l_g-l_p/2]$

l_1　：$[=l_g+l_p/2]$

l_g　：ピッチ半径

l_p　：ころの有効長さ

l_t　：ころの全長

L_0　：$[=L_g-L_p/2]$

L_1　：$[=L_g+L_p/2]$

L_g　：$[=l_g/r]$

L_p　：$[=l_p/r]$

Δl　：$[=l_p/n]$

m　：ころ数

m_c　：遠心力によって生ずるころの摩擦モーメント

m_p　：軌道輪から受けるころの摩擦モーメント

m_{pp}　：ころから受ける軌道輪の摩擦モーメント

m_r　：保持器ポケットから受けるころの摩擦モーメント

m_w　：保持器から受ける軌道輪の摩擦モーメント

M_t　：軸受の摩擦モーメント

n　：弾性流体潤滑におけるころの分割数

N_p　：回転速度

p　：圧力

p_{max}　：流体潤滑における最大圧力

P　：$[=pr/\eta u]$ 無次元圧力

P_0　：$[=(W/2\pi)^{1/2}]$ ヘルツ無次元最大圧力

q　：流体膜中の単位体積内で，単位時間に発生する熱量

q_x　：流量

Q_1，Q_2　：流体から二つの物体表面へ伝わる熱量

r　：ころの半径

R_a　：中心線平均あらさ

R_{rms}　：$[=(\pi/2)^{1/2}R_a]$ 自乗平均平方根あらさ

s　：$[=|l_g-y|/l_g]$ 境界潤滑におけるすべり率

S_{r1}, S_{r2} ：境界潤滑におけるころと回転輪および固定輪との相対すべり量

t' ：時間

u ：［$=(u_1+u_2)/2$］平均速度

u_1 , u_2 ：軌道輪およびころの表面速度

u_2/u_1 ：ころと軌道輪との速度比

Δu ：［$=u_1-u_2$］すべり速度

U ：［$=\eta_0 u/E' r$］無次元速度パラメータ

V ：［$=\eta_0 (u_1-u_2)/E' r$］無次元すべり速度

V_p ：ころ一個の体積

w ：単位長さあたりの荷重

w_s ：保持器の厚さ

W ：［$=w/E' r$］無次元荷重パラメータ

W_1 ：ころ一個に作用する荷重

W_B ：［$=W_1/\eta \omega_h r^2$］ころ一個に作用する無次元荷重

W_t ：［$=mW_1$］軸受全荷重

W_l ［$=W_t/m l_p$］軸受線荷重

x ：流れ方向にとった座標

x_1 ：流体潤滑における圧力の発生位置

x_2 ：流体潤滑における圧力の終了位置

X ：［$=x/r$］流れ方向にとった無次元座標

X_1 ：［$=x_1/r$］流体潤滑における圧力の無次元発生位置

X_2 ：［$=x_2/r$］流体潤滑における圧力の無次元終了位置

y ：ころの軸方向にとった座標

z ：油膜厚さ方向にとった座標

α ：圧力－粘度係数

α_i ：［$=\delta_{ei}-h_i$］接触部の相対変位量

β ：温度－粘度係数

γ_e ：境界潤滑における摩擦モーメント比

δ_{ei} ：接触部の弾性変形量

η ：流体の粘度

η_0 ：流体の常圧粘度

η_p ：［$=\eta_0 \exp(\alpha p)$］圧力pにおける流体の粘度

η_x ：物体表面における流体の粘度

θ ：油膜の温度

θ_c ：油膜の最大温度

θ_s ：物体表面の温度

λ ：［$= h_{min} / \sigma$］油膜比

μ_d ：ころ端面と保持器間におけるすべり摩擦係数

μ_s ：境界潤滑において，ころと回転輪及び固定輪との接触部におけるすべり摩擦係数

ν ：［$= (u_1 - u_2) / u$］

ρ_0 ：常圧における流体の密度

ρ_p ：圧力pにおける流体の密度

ρ' ：ころおよび軌道輪の密度

σ ：ころと軌道輪との合成自乗平均平方根あらさ

τ ：せん断応力

τ_0 ：特性応力

τ_1 ：軌道輪に働くせん断応力

τ_2 ：ころに働くせん断応力

ω_c ：保持器の角速度

ω_h ：軌道輪（回転輪）の角速度

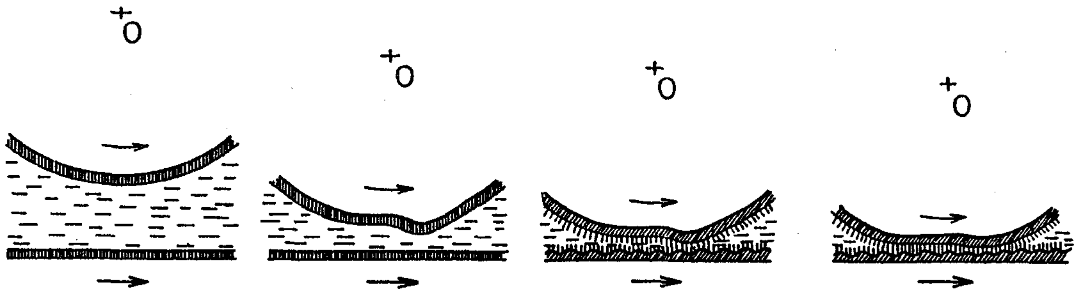
ω_r ：ころの自転角速度

第 1 章 緒　論

1．1　スラスト円筒ころ軸受に関する従来の研究

スラスト円筒ころ軸受は平行に向き合った二つの軌道輪の間に円筒ころが放射線状に組み込まれたもので，軌道輪，ころとも比較的単純な形状をしている軸受である。この軸受の特徴は軌道面ところが線接触をするため負荷容量が大きく，衝撃荷重にも十分耐えられ，したがってスラスト方向の剛性も大きいこと，さらに軌道面が平面であるために，ころと相接する機械部品を熱処理・研削仕上げをすればそれを軌道面として使用できるので，他形式のスラスト軸受に比べて取付けの自由度の大きいことなどがあげられる。このような利点をもっているにもかかわらず近年までは他の転がり軸受－玉軸受，ラジアル円筒ころ軸受，円すいころ軸受など－に比べて研究報告も多くはなかった。スラスト円筒ころ軸受は構造の面だけから見れば，ころは，差動すべりを伴うころがり運動をするという機構になっている。このため，すべりによる摩擦損失が大きいという懸念があって積極的な利用も遅れ，したがってスラスト円筒ころ軸受に関する研究も少なかったものと思われる。

しかし，近年になり，この軸受の性能，摩擦機構に関する研究も報告されるようになり，種々の特性も明らかにされつつある。例えば，船橋らはころの運動について，理論的検討を詳細に行なっており，さらには摩擦の発生機構を，ころがりすべり摩擦抵抗の理論[1)]を用いて考察し，実験結果とも良く一致することを報告している[2)]。また竹原は，スラスト針状ころ軸受の性能（動力損失）について，接触長さなどの関係で論じており[3)]，それぞれ成果を得ている。しかしこれらの研究においては，ころの運動を幾何学的関係においてのみとらえて解析したものである。この場合の潤滑形態は境界潤滑に属するものと判断される。竹原は，この軸受の使用にあたっては，比較的重荷重，中・低回転速度で良い性能が得られるとしている。確かに，このような条件のみで使用すれば，船橋らによる摩擦機構で説明は可能だし，良い性能を得るためのある程度の条件は明示される。しかし，潤滑油を介してころと軌道輪間の接触を考えると，種々の条件に応じて潤滑形態が異なってくることは，十分予想されることである。したがって，船橋らの研究における摩擦機構だけで，スラスト円筒ころ軸受の摩擦特性を論ずることは適当ではないものと思われる。ころと軌道輪の二面間に生ずる潤滑形態は接触圧力，潤滑油の粘度などの影響を受ける。図１－１[4)]に種々の潤滑形態の概略を示す。



（ａ）流体潤滑　（ｂ）弾性流体潤滑（ｃ）混合潤滑　（ｄ）境界潤滑

図１－１　潤滑形態の概略

上述の船橋，竹原らの研究は，図１－１（ｄ）に示すような形態，すなわち境界潤滑において行なわれたものと思われる。この潤滑は，いわゆる高荷重，中・低回転速度のときに生じやすい形態である。しかし荷重，速度が変化すると潤滑油粘度の影響も伴って，図１－１（ａ）－（ｃ）の潤滑形態に変化し得ることは十分に予想されることである。したがって，摩擦機構も全く異なったものになり，それぞれの潤滑形態において摩擦特性を明らかにすることが重要である。

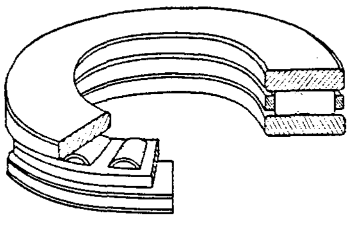
上述したように，境界潤滑における摩擦に関しては多少の研究も見受けられるが，この場合，ころの運動については，それを幾何学的関係のみでとらえるなど，解析に不十分さがある。一方，流体潤滑理論を適用してスラスト円筒ころ軸受の摩擦モーメントを解析し，実験との比較検討を行なっている例もあるが[5]，この場合は圧力分布を求めるときの境界条件の設定が適当でなく，さらに，実験的には油膜形成に対する考察がないので理論と実験との比較検討に多く疑問を残している。また弾性流体潤滑における油膜比（後述）と摩耗量との関係についての研究例もみられるが[6]，この場合も，一般的に考えられているものよりも油膜比が小さく，十分に弾性流体潤滑にあるかどうか疑問がのこる。弾性流体潤滑におけるこの軸受の摩擦に関する研究報告はほとんどないのが現状である。

以上のように，スラスト円筒ころ軸受に関しても，多少の研究例はみられるようになったものの，未だ十分なものとは言えない。したがってこの軸受の種々の特性，その中でも基礎的現象であるにもかかわらず，他の転がり軸受に比べて遅れている摩擦特性を解明することは，極めて重要な課題であると考える。

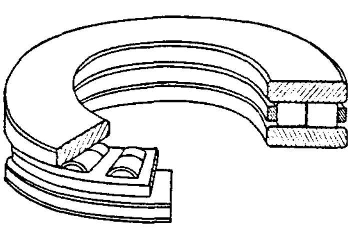
１．２　本研究の目的および内容

一般に，油潤滑下における二物体の接触を考える場合，その潤滑形態は接触圧力，二物体の速度，潤滑油の粘度および表面あらさなどの影響を受け，流体潤滑，弾性流体潤滑，境界潤滑，および後者二つが混合する，いわゆる混合潤滑に分類される。従来，スラスト円筒ころ軸受は，構造上差動すべりが大きいので高荷重・低速に適していると言われており，その摩擦機構も，もっぱら境界潤滑下で議論されるのが一般的であった。しかし運動する二物体が上述の条件に影響され，潤滑形態も種々変化することを考えれば，この軸受の摩擦機構を検討するとき，各潤滑形態における特性を解明することなしには，十分かつ詳細に論ずることはできないものと考える。したがって，この軸受そのものの設計，使用方法，並びにこの軸受を含む機械の設計においても，十分に特長を引き出すことができないものと判断される。

以上の考え方に基づき，本研究は，油潤滑下の各潤滑形態におけるスラスト円筒ころ軸受のころの運動，摩擦を対象に，これらの機構，特性について明らかにするものである。図１－２に本研究で対象にしたスラスト円筒ころ軸受の構造を示す。図に示すようにスラスト円筒ころ軸受は比較的単純な形状をしたものであるが，軌道輪の回転に伴ってころは軌道輪上を自転しながら公転することになる。このため幾何学的にはころの軸方向にすべり分布が発生し摩擦損失が大きいものと考えられている。畑沢らもこの種の軸受であるスラスト針状ころ軸受の微動摩耗に関する研究を行ない，すべり分布による摩耗が発生することを明らかにしている[7]。このすべりによる摩擦損失，摩耗を軽減するために考案されたものが図１－２の（ｂ）に示す複列形であると思われる。図１－２の（ａ）に示す単列形軸受の摩擦機構に関する研究例は多少見られるが，複列形に関す



（ａ）単列形



（ｂ）複列形

図１－２　スラスト円筒ころ軸受の構造

るものはほとんどなく，その摩擦特性も明らかにされていない。本研究では，初めに単列形スラスト円筒ころ軸受の摩擦特性について理論的，実験的に検討し（第２章～第５章），次に複列形スラスト円筒ころ軸受の摩擦特性について同じく理論的，実験的に検討するものである（第６章）。

第２章　流体潤滑における摩擦の理論解析　では図１－１（ａ）に示すような，ころと軌道輪の接触部を剛体として扱うと共に，潤滑油粘度は圧力に依存せず一定として考えるものである。この場合の潤滑は，一般には荷重（W）が小，回転速度（N）が大，潤滑油の粘度（η）が大，すなわち　ηN／W（以下この値の大小で記述する）の大きい値で生ずるものである。スラスト円筒ころ軸受も，このような潤滑形態で運転されることは十分に予測されることであり，したがって流体潤滑における摩擦の理論特性を把握することも重要な課題である。

ηN／Wの値が少しずつ小さくなり，相対的にWが大きくなると，二面間に，流体膜は存在するものの，接触圧力が大きくなるために，ころと軌道輪の接触部に弾性変形が生ずると同時に，同じく高圧のために，潤滑油粘度の圧力依存性も考えなければならない。したがって　第３章　においては，このように接触部の弾性変形と粘度の圧力依存性を考慮する，いわゆる弾性流体潤滑理論を適用して，スラスト円筒ころ軸受の摩擦の解析を行なうものである。しかしながら，弾性流体潤滑における摩擦の理論解析については，十分に確立されているとは言えず，未だ種々議論されているところである。当初の理論解析は，接触部の流体膜挙動をニュートン性流体として扱っていたが[8~10]，最近においては，非ニュートン性流体とする考え方もなされるようになってきた[11~13]。したがって，本章でも流体膜の挙動をニュートン性流体，非ニュートン性流体とする，二つの場合の理論解析を行ない，それぞれの摩擦特性およびこれらの比較検討を行なうものである。

ηN／Wの値がさらに小さくなると，接触部の弾性変形はさらに大きくなるが，接触部には，もはや有効な流体膜は存在せず，主として境界膜の接触になる。この場合は，流体潤滑，弾性流体潤滑理論では摩擦機構の説明はできず，混合，境界潤滑の問題になる。第４章では，その中でも，境界潤滑における理論解析を行なう。この潤滑形態における摩擦は，境界潤滑膜を介するすべり摩擦として解析するものであるが，そのためには，ころと軌道輪間に発生する相対すべり量を求める必要がある。したがってこの章では初めにころの運動についての解析を示し，この結果を基にしてころと軌道輪間の相対すべり量を求め，ついで軸受の摩擦モーメントの解析を行なうものである。

以上，第２章～第４章の各潤滑形態におけるころの運動，摩擦の理論的検討に対して

第５章では実験的検討を行なう。この軸受の潤滑形態および摩擦特性に影響を与えるものとして考えられる主な因子は前にも述べたように，軸受に作用する荷重，回転速度，さらには潤滑油の種類（主として常圧粘度の違い）などである。本実験においても，これらの条件を種々変化させて，摩擦モーメントなどの測定を行なうものである。したがって，上述した各潤滑形態における摩擦特性を検討するために，ηＮ／Ｗの値が十分な範囲に及ぶよう，例えば，荷重範囲を$10 \sim 10^4$ Ｎ（ニュートン）のオーダーに設定すると共に，回転速度も$10^2 \sim 10^3$ ｒｐｍのオーダーの範囲を，潤滑油の常圧粘度も一桁程度違うものを選んでいる。このような広範囲に及ぶ条件の下で，実験的にスラスト円筒ころ軸受の摩擦特性を明らかにするものである。また潤滑形態を実験的に確認するために，ころと軌道輪間に直流回路を設け，接触状態の観察を行なうと共に，ころの自転速度の実測も行なっている。この結果も，後で述べるように，摩擦モーメントの理論と実験との比較の際に，実験的に潤滑形態を判断するうえで重要なものである。

第２章～第４章の，それぞれの潤滑形態における摩擦モーメントの解析結果と第５章の実験結果との比較検討にあたって重要なことは，実際の軸受がどのような運転条件において，それぞれの潤滑形態にあるのか十分に検討を要する。このような潤滑形態との関係で，理論と実験の各種結果を比較する際，ときとして潤滑形態を実験的に十分に吟味することなしに行なっている例も見られた 。したがって，第５章においては，ころと軌道輪との接触状態の観察を基にした油膜形成の有無，ころ自転速度の実測値および摩擦モーメントの測定結果から，この軸受の，実際の運転条件と潤滑形態との関係をも明らかにする。このように，運転条件と各潤滑形態との関係を明らかにした後，各潤滑形態ごとに理論と実験との比較検討を行ない，スラスト円筒ころ軸受の基礎的摩擦機構を明らかにする。

一方，この軸受の実際の使用にあたっては，８１１型（ＮＴＮ）である単式単列ころ軸受（これは保持器の一つのポケットに単体のころを組み込んだもの）の他に，一つのポケットに複数のころを組み込む，いわゆる単式複列形の軸受も多い。第６章では，いわばこの軸受の応用的なものと考えられる，単式複列スラスト円筒ころ軸受の摩擦特性について理論的，実験的に検討する。とくに複列形に関する研究はほとんど見当たらないだけに，これに関する摩擦特性についても明らかにすることは工学的，実用的にも重要な意義をもつものと考えられる。

第 2 章　流体潤滑における理論解析

2．1 緒　言

一般に，運動する二物体の油潤滑下における接触問題を考える場合，その潤滑形態は４つに分類される。すなわち，接触する二物体の形状・寸法が決まっても潤滑形態は，運動する物体の速度，接触圧力，使用する潤滑油の粘度および表面あらさなどの影響を受け流体潤滑，弾性流体潤滑，混合潤滑，そして境界潤滑のいずれかになる。この章で扱う流体潤滑とは，接触圧力に対して二物体の速度が相対的に大きい場合に，接触部に流体潤滑膜が形成され二面が油膜を介して完全に分離されている状態を言う。前にも述べたように，スラスト円筒ころ軸受は，線接触であるため大きな負荷容量を有するが，構造的にはころと軌道面間に差動すべりを伴うので，高荷重・低速の条件で使用されるのが一般的であった。したがって理論解析においても，流体膜がほとんど存在しない境界潤滑でころの運動，摩擦機構を論じていた [2]。しかしこの軸受においても，運転条件の変化に伴って潤滑形態が変わってくることは，十分予想されることである。さらに上述の高荷重・低速以外の条件における種々の特性，とくに，転がり軸受の性能を表わす基礎的，かつ最も良い尺度であると言われている摩擦特性を検討することは極めて意義あるものと思われる。

2．2 レイノルズの式と圧力分布

スラスト円筒ころ軸受のころと軌道輪間の接触部における流体に対して，粘性流体力学の理論を適用するにあたり，次のような仮定をする [14]。

（１）　潤滑油はニュートン性流体とする。すなわち接触部流体のせん断応力はせん断速度に比例する。

（２）　油膜に作用する体積力は無視する。

（３）　油膜はきわめて薄いので，油膜圧力および潤滑油の粘度は油膜の厚さ方向に一定とする。

（４）　油膜と物体との境界においてはすべりがないものとする。すなわち物体表面の速度と境界部分の潤滑油の速度は等しいものとする。

（５）　ころの軸方向に対する流体の流れはないものとする。

以上の主な仮定のもとで，粘性を持つ非圧縮性流体の力のつりあいを考える。図２－１において，流体の運動方向（ｘ軸方向）の力のつりあいを考えると，仮定（１）を用いて，次のような式が得られる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

圧力ｐは油膜厚さ方向に一定であるから，これをｚで積分し，さらにｚ＝０で $u = u_1$ ｚ＝ｈで $u = u_2$ なる境界条件で解くと次のような速度分布が得られる。

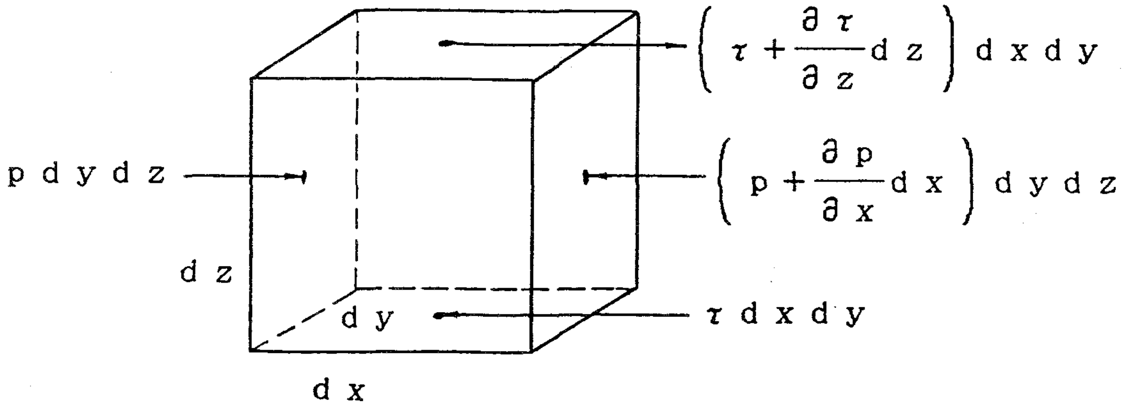


図２－１　流体の微小要素に働く力のつりあい

$$u = \frac{1}{2\eta}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)(z^2 - zh) + (u_2 - u_1)\frac{z}{h} + u_1 \tag{2.1}$$

単位長さあたりのｘ方向への流量　q_x は

$$q_x = \int_0^h u\,dz = -\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x} + (u_1 + u_2)\frac{h}{2} \tag{2.2}$$

となる。ｙ方向，ｚ方向への流れはないものとし，流体は非圧縮性とするので q_x ＝一定，の条件より，式（２．２）は

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{d}{dx}(uh) \tag{2.3}$$

ただし　$u=\frac{1}{2}(u_1+u_2)$

となる。これが非圧縮性流体に関するレイノルズの式と呼ばれるもので，流体潤滑の基礎方程式である。本章においても，この式をスラスト円筒ころ軸受に適用して摩擦特性を解析するものである。式（２．３）のレイノルズの式を解いて，油膜の圧力分布を求めるにあたり，本軸受の座標系を図２－２のように定める。

図２－２の（ａ）に示すように，接触部に発生する圧力を考える場合，その圧力こう配$dp/dx=0$　なる位置x_{m1}が存在する。このときの油膜厚さをh_{m1}とすると，式（２．３）は次のように表わされる。

$$\frac{dp}{dx}=12\eta u\frac{h-h_{m1}}{h^3} \tag{2.4}$$

式（２．４）の任意の位置xにおける油膜厚さhは，図２－３[14)] に示すように

$$\begin{aligned} h &= h_0+\Delta h \\ &= h_0+r(1-\cos\phi) \end{aligned} \tag{2.5}$$

となるが，有効な圧力の発生領域は小さく，最小油膜厚さh_0のごく近傍に限られる。したがってϕは小さいので

$$\cos\phi=1-\frac{\phi^2}{2}+\frac{\phi^4}{4!}-\frac{\phi^6}{6!}+\cdots\cdots$$

として高次（４次以上）を省略すれば式（２．５）は

$$h=h_0+\frac{x^2}{2r} \tag*{(2.5)'}$$

となり，油膜厚さを放物線で近似することができる。さらに

$$X=\frac{x}{r}\ ,\ H=\frac{h}{r}\ ,\ H_0=\frac{h_0}{r}\ ,\ H_{m1}=\frac{h_{m1}}{r}\ ,\ P=\frac{pr}{\eta u}$$

なる無次元量を定義すると，式（２．４），（２．５）′は

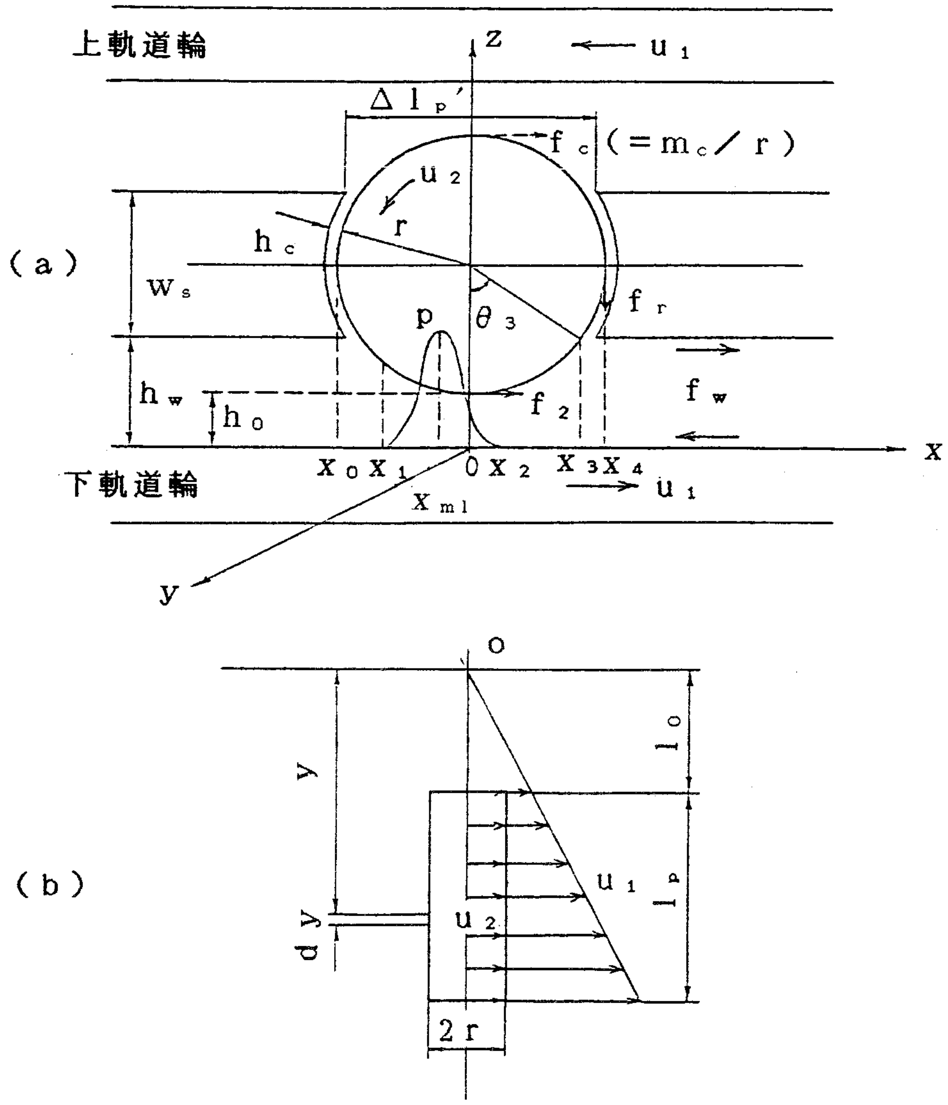


図2－2　流体潤滑における幾何学的関係

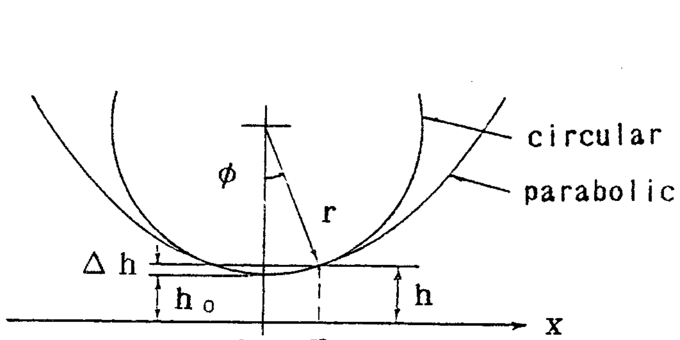


図2－3　油膜厚さの近似

$$\frac{dP}{dX} = 12\left\{\frac{H - H_{ml}}{H^3}\right\} \tag{2.4)'$$

$$H = H_0\left(1 + \frac{X^2}{2H_0}\right) \tag{2.6}$$

となる。また

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{X}{(2H_0)^{1/2}}\right) \tag{2.7}$$

なるγを定義する。故に　$X = (2H_0)^{1/2}\tan\gamma$　となるが，これを式（２．６）に代入し，さらに式（２．４）′を解くと無次元圧力Ｐは

$$P = \frac{3}{(2H_0)^{3/2}}\left\{8\gamma + 4\sin 2\gamma - \frac{H_{ml}}{2H_0} \times (12\gamma + 8\sin 2\gamma + \sin 4\gamma) + A\right\} \tag{2.8}$$

となる。ただし，Ａは積分定数で，圧力分布の境界条件より求められる。

境界条件[14)]は

（Ｉ）　入口側　：　$X = X_1$　すなわち　$\gamma = \gamma_1$　のとき　　$P = 0$

（Ⅱ）　出口側　：　$X = X_2$　すなわち　$\gamma = \gamma_2$　のとき　　$P = 0$

およひ　$dP/dX = 0$

さらに，（Ⅱ）の条件は

（Ⅲ）　$X = X_{ml}$　すなわち　$\gamma = \gamma_{ml}$　のとき　$dP/dX = 0$

を満足する。一方，式（２．６），（２．７）より

$$H = H_0 \sec^2\gamma$$

となるから

$$\frac{H_{ml}}{2H_0} = \frac{1}{2}\sec^2\gamma_{ml}$$

が得られる。境界条件　（Ⅱ），（Ⅲ）　より

$$\frac{1+\cos 2\gamma_{m1}}{1+\cos 2\gamma_2} = 1$$

が得られる。これを解くことによって

$$\gamma_{m1}=\pm\gamma_2$$

となる。さらに，条件（Ｉ），（II）より，$\gamma=\gamma_1$，$\gamma=\gamma_2$ のとき $P=0$ であることから，式（２．８）より

$$8(\gamma_2-\gamma_1)+4(\sin 2\gamma_2-\sin 2\gamma_1)-\frac{1}{2}\sec^2\gamma_2$$
$$\times\{12(\gamma_2-\gamma_1)+8(\sin 2\gamma_2-\sin 2\gamma_1)$$
$$+(\sin 4\gamma_2-\sin 4\gamma_1)\}=0 \qquad (2.9)$$

となり，任意の γ_1 の値に対して γ_2 が求められる。

一方，

$$D=\frac{\sec^2\gamma_2}{2}$$

となるＤを定義すると，式（２．８）は次のようになる。

$$P=\frac{3}{(2H_0)^{3/2}}\left\{4\gamma(2-3D)+4\sin 2\gamma(1-2D)\right.$$
$$\left.-D\sin 4\gamma+A\right\} \qquad (2.10)$$

ただし

$$A=4(3D-2)\gamma_1+4(2D-1)\sin 2\gamma_1+D\sin 4\gamma_1$$

である。

２．３　流体摩擦力

ころと軌道輪間の接触部における流体摩擦力を求める場合，二つの領域について考えることにする[15)]。一つは図２－２に示すように，式（２．１０）で与えられるような

圧力の存在する　$x_1 < x < x_2$　の領域で，ここでは，流体がころと軌道面の間を完全に満たしているものである。もう一つは，流体の連続性によってころと軌道面の間に流体が完全に満たされないが，圧力は周囲の圧力になる　$x_2 < x < x_3$　の領域である。よって

$x_1 \sim x_2$　：　圧力領域の摩擦

$x_2 \sim x_3$　：　周囲圧領域の摩擦

の二つの領域よりなるものとする。前者の$x_1 \sim x_2$なる圧力領域においては，式（２．１）の油膜の運動方程式を$z=0$，hでそれぞれ$u=u_1$，u_2なる条件のもとで積分し，さらに，２．２節，仮定（１）より

$$\tau = \eta \frac{du}{dz}$$

の関係を用いて求めると，軌道輪表面に働くせん断応力τ_1，およびころ表面に働くせん断応力τ_2はそれぞれ

$$\tau_{1,2} = -\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} \mp \frac{\eta}{h}(u_1 - u_2) \qquad (2.11)$$

となり，これを$x_1 \sim x_2$で積分することによって，単位長さあたりの摩擦力f_1'，f_2'はそれぞれ

$$f_{1,2}' = \int_{x_1}^{x_2} \left(-\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} \mp \frac{\eta}{h}(u_1 - u_2) \right) dx \qquad (2.12)$$

で与えられる。また後者の$x_2 \sim x_3$なる周囲圧領域においては$dp/dx=0$になり，式（２．２）の流量q_xは

$$q_x = (u_1 + u_2)\frac{h}{2}$$

となるが，$h > h_2$であるから，流体はこの領域でころと軌道面を完全に満たすことができない。したがって$x > x_2$の領域における油膜厚さhに対しては

$$\bar{y} = \frac{h_2}{h} = \frac{H_2}{H}$$

なる比を考えて周囲圧領域における有効な摩擦力 f_1''，f_2'' を求めるものとする。したがって，式（２．１１）の右辺第２項に上式を掛けて積分すると，f_1''，f_2'' は

$$f_{1,2}'' = \mp \eta (u_1 - u_2) h_2 \int_{x_2}^{x_3} \frac{1}{h^2} dx \tag{2.13}$$

となる。式（２．１２），（２．１３）より $x_1 \sim x_3$ の領域での，軌道輪ところの表面に働く，単位長さあたりの摩擦力 $f_{1,2}$ は次のようになる。

$$f_{1,2} = -\frac{\eta u}{(H_0)^{1/2}} [B \pm C \nu] \tag{2.14}$$

ただし

$$B = 3\sqrt{2} [2(\gamma_2 - \gamma_1) - D\{2(\gamma_2 - \gamma_1) + \sin 2\gamma_2 - \sin 2\gamma_1\}]$$

$$C = (1/\sqrt{2}) [2(\gamma_2 - \gamma_1) + D\{2(\gamma_3 - \gamma_2) + \sin 2\gamma_3 - \sin 2\gamma_2\}]$$

$$\nu = \frac{(u_1 - u_2)}{u} = 2 \frac{u_1 - u_2}{u_1 + u_2}$$

である。

２．４　軸受に働く摩擦力および摩擦モーメント

２．４．１　軌道輪から受けるころの摩擦力および摩擦モーメント

軌道輪（回転輪）の角速度をω_h，ころの自転角速度をω_rとする。ころと軌道輪との接触部においては，式（２．１４）で与えられる摩擦力が働くが，ころの表面に働く力はf_2，すなわち複号の下側のものである。軌道輪の一方は固定，他方は角速度ω_hで回転するとき，ころはω_rの角速度で自転しながら公転するが，今の場合はそれぞれの軌道輪がω_h／２で反対方向に回転し，ころの公転はないものとする。したがって，図２－２（ｂ）に示すように，軌道輪の任意の半径位置ｙにおける速度u_1およびころの速度u_2はそれぞれ次のようになる。

$$u_1 = \frac{\omega_h}{2} y$$

$$u_2 = \omega_r r$$

この関係を，式（２．１４）に代入すると，ころに働く単位長さあたりの摩擦力f_2は

$$f_2 = \frac{\eta}{2 H_0^{1/2}} \left\{ \frac{\omega_h}{2} y (2C - B) - r \omega_r (B + 2C) \right\} \qquad (2.15)$$

となる。よって図２．２（ａ）において，ころの下半分に働く摩擦モーメントm_pは

$$m_p = \int_{l_0}^{l_1} f_2 \, r \, dy \qquad (2.16)$$

で求められるが，さらに

$$L_p = \frac{l_p}{r}, \quad L_0 = \frac{l_0}{r}, \quad L_1 = \frac{l_1}{r}, \quad k_0 = \omega_r / \omega_h$$

なる無次元量を定義し，式（２．１６）を積分するとm_pは

$$m_p = \frac{\eta \omega_h r^3}{8 H_0^{1/2}} L_p \{ (2C - B)(2L_0 + L_p) - 4 k_0 (B + 2C) \} \qquad (2.17)$$

となる。このm_pが接触部においてころが軌道輪から受ける流体摩擦力によるモーメン

トである。

2．4．2　保持器から受けるころの摩擦力および摩擦モーメント（流体摩擦）

ころは保持器によって保持，案内されながら自転運動をするが，このとき保持器ポケットとの間で相対速度が生ずる。ここでは，その保持器ポケット内でころが受ける流体摩擦について考える。

実際の保持器にも種類の異なるものがあり，ポケットの形状も同一ではないが，本研究においては図２－２（ａ）に示すような形状のものについて考える。同図にあるように，ころと保持器ポケットとの間隙をh_cとすると，ニュートンの粘性抵抗より，ころに働く単位長さあたりの摩擦力f_rは

$$f_r = -\frac{\eta u_2}{h_c} r \left(\frac{\pi}{2} - \theta_3\right) \times 2 \tag{2.18}$$

となる。ここでθ_3は図２－２（ａ）に示す角度であるが，これを式（２．７）を用いて表わすと

$$x_3 = (2 r h_0)^{1/2} \tan\gamma_3 = r \sin\theta_3$$

$$\therefore \quad \theta_3 = \sin^{-1}\{(2H_0)^{1/2} \tan\gamma_3\}$$

となる。ゆえに，ころに働く摩擦モーメントm_rはころの下半分について

$$m_r = f_r\, l_p\, r = -\frac{\eta}{H_c}\omega_r\, r^3 L_p (\pi - 2\theta_3) \tag{2.19}$$

となる。ただし$H_c = h_c / r$である。

2．4．3　遠心力によるころの摩擦力および摩擦モーメント

軌道輪の回転速度が大きくなるにつれて，ころに働く遠心力も無視できないものになってくる。ここではころに働く遠心力およびこの力による摩擦力並びに摩擦モーメントについて解析する。

体積 V_p，密度 ρ' のころが，ω_h ／２の公転速度で運動するとき，ころに働く遠心力f_cは

$$f_c = + \left(l_0 + \frac{l_p}{2} \right) \frac{\omega_h{}^2}{4} \rho' V_p \qquad (2.20)$$

となる。この力は図２－４に示すようにころ端面から保持器に作用するが，ころは逆に保持器からこの力を受けることになる。簡略化のために式（２．２０）の力が，ころの端面全域で一様な圧力を受けて発生しているものと考える。したがってこのときの圧力をp_pとすると

$$p_p = \frac{f_c}{\pi r^2} \qquad (2.21)$$

となる。ころ端面と保持器間には，相対的なすべりが発生するから，この部分でころにはすべり摩擦が作用する。いま図２－４に示すように，$r' = r'$の位置で微小領域 dr を考えるとき，この領域に発生する摩擦モーメントdm_cは，ころと保持器の間のすべり摩擦係数をμ_dとすると

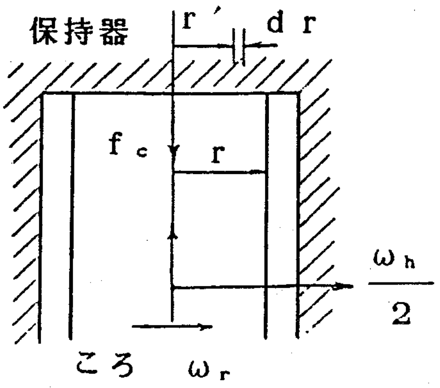


図２－４　ころに働く遠心力

$$dm_c = - 2\pi r' \, dr \, p_p \, \mu_d \, r'$$

となり，したがってころ一個あたりの全摩擦モーメントm_cは

$$m_c = \int_0^r dm_c = - 2\pi p_p \mu_d \frac{r^3}{3} \qquad (2.22)$$

で与えられる。この式に，式（２．２０），（２．２１）を代入し，さらに下半分のみについて示すと

$$m_c = - \frac{\pi}{24} \rho' \mu_d \omega_h^2 r^5 L_p (2L_0 + L_p) \qquad (2.23)$$

となる。

２．４．４　ころから受ける軌道輪の摩擦力および摩擦モーメント

ころと軌道輪との接触部において，軌道輪の受ける摩擦力は，式（２．１４）の複号

の上側 f_1 を用いる。すなわち

$$f_1 = -\frac{\eta u}{(H_0)^{1/2}}[B + C\nu] \tag{2.14}$$

において，２．４．１項と同様，軌道輪，ころの速度を代入して，整理すると

$$f_1 = -\frac{\eta}{2H_0^{1/2}}\left\{y\frac{\omega_h}{2}(B+2C) + r\omega_r(B-2C)\right\} \tag{2.24}$$

が得られる。ゆえに摩擦モーメント m_{pp} は

$$m_{pp} = \int_{l_0}^{l_1} f_1\, y\, dy$$

$$= -\frac{\eta\omega_h r^3}{12H_0^{1/2}}L_p[(B+2C)(3L_0^2+3L_0L_p+L_p^2)$$

$$+3k_0(B-2C)(2L_0+L_p)] \tag{2.25}$$

となり，接触部において，ころから受ける軌道輪の摩擦力および摩擦モーメントが求められる。

２．４．５　保持器から受ける軌道輪の摩擦力および摩擦モーメント

実際の場合，保持器は $\omega_h/2$ の速度で回転するので，保持器と軌道輪間にも潤滑油が満たされているものとすれば，軌道輪は，保持器からも流体摩擦力を受けることになる。そこで図２－２（b）において $y=y$ の半径位置での円周長さから，保持器ポケットの部分［図２－２（a）の $\Delta l_p'$］を除いた有効な円周長さ l_r は，ころ数をmとすると

$$l_r = 2\pi y - m\Delta l_p'$$

となる。図２－２（a）より

$$h_w = r + h_0 - \frac{w_s}{2} \doteqdot r - \frac{w_s}{2}$$

であるから，軌道輪が保持器より受ける摩擦力 f_w は

$$f_w = -\frac{\eta u_1 l_r}{h_w} \tag{2.26}$$

となり，これより摩擦モーメントm_wは

$$m_w = \int_{l_3}^{l_4} f_w y \, dy$$

$$= -\frac{\eta \omega_h r^3}{12 H_w} \left[3\pi (L_4{}^4 - L_3{}^4) - 2m\Delta L_p{}' (L_4{}^3 - L_3{}^3) \right] \tag{2.27}$$

となる。ただし，

$L_3 = l_3 / r$（l_3：保持器内半径），$L_4 = l_4 / r$（l_4：保持器外半径）

$\Delta l_p{}' = \{4(1 + H_c)^2 - W_s{}^2\}^{1/2}$

$W_s = w_s / r$ ，$H_w = h_w / r$

である。

2．5　つりあい条件

2．4節においては，ころおよび軌道輪に働く摩擦力，摩擦モーメントを求めた。このような力，モーメントを受けながら，軸受が定常運動をするためには次のようなつりあいが必要となる。ここではそのつりあい条件について考え，軸受の摩擦モーメントを求めるための未知量を決定する。

2．5．1　荷重のつりあい

図2－2（a）に示すように，ころと軌道輪との接触部にはレイノルズの境界条件より求められる圧力pが発生する。この圧力を積分加算すれば，ころの単位長さあたりの荷重wと等しくなる。すなわち

$$w = \int_{x_1}^{x_2} p \, dx$$

である。この式を$x = r(2H_0)^{1/2} \tan\gamma$ ，$p = P(\eta u / r)$の関係を用いて

整理すると

$$w = \eta u (2H_0)^{1/2} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} P \sec^2\gamma \, d\gamma$$

となる。これより，ころ一個あたりに負荷する外力を W_1 とすれば

$$W_1 = \int_{l_0}^{l_1} w \, dy = \eta (2H_0)^{1/2} \int_{l_0}^{l_1} u \, dy \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} P \sec^2\gamma \, d\gamma$$

$$= \frac{3\eta\omega_h r^2}{16H_0} L_p [(2L_0 + L_p) + 4k_0] I_h \qquad (2.28)$$

が得られる。ただし

$$I_h = 4(2-3D)(\gamma_2 \tan\gamma_2 - \gamma_1 \tan\gamma_1) + 2D(\cos 2\gamma_2 - \cos 2\gamma_1) + A(\tan\gamma_2 - \tan\gamma_1)$$

である。

2．5．2　ころに働くモーメントのつりあい

ころに働く力は f_2，f_r および f_c であるが，ころが定常運動をするためには，この三つの力によるモーメントのつりあいが必要となる。すなわち

$$m_p + m_r + m_c = 0$$

である。したがって式（2．17），（2．19）および（2．23）より

$$\frac{\eta\omega_h r^3}{8H_0^{1/2}} L_p \left\{ (2C-B)(2L_0+L_p) - 4k_0(B+2C) \right\}$$

$$= \frac{\eta}{H_c} \omega_r r^3 L_p (\pi - 2\theta_3) + \frac{\pi}{24} \rho' \mu_d \omega_h^2 r^5 L_p (2L_0 + L_p)$$

より

$$k_0 = \frac{\dfrac{\eta}{8H_0^{1/2}}(2C-B)(2L_0+L_p) - \dfrac{\pi\rho'}{24}\mu_d\,\omega_h\,r^2(2L_0+L_p)}{\dfrac{\eta}{2H_0^{1/2}}(B+2C) + \dfrac{\eta}{H_c}(\pi - 2\theta_3)}$$

(2.29)

が得られる。$k_0 = \omega_r / \omega_h$ であるから，軌道輪の回転角速度ω_h，無次元最小油膜厚さH_0（$= h_0 / r$）が決まればころの自転角速度ω_r が求められる。

2．6　最小油膜厚さH_0 の決定

ころの自転角速度ω_r，軸受の摩擦モーメントM_t を求めるためには最小油膜厚さH_0 を決定することが必要である。これは次のようにして求める。

すなわち式（2．29）のk_0 を式（2．28）に代入し，整理すると

$$16W_B(\pi-2\theta_3)H_0^{3/2} + 8W_B H_c(B+2C)H_0 - \Big\{3L_p I_h \times (2L_0+L_p)(\pi-2\theta_3) - \frac{\pi}{2\eta}\rho'\mu_d r^2 \omega_h L_p I_h H_c \times (2L_0+L_p)\Big\} H_0^{1/2} - 6L_p I_h H_c(2L_0+L_p)C = 0 \qquad (2.30)$$

が得られる。ただし

$$W_B = \frac{W_1}{\eta\,\omega_h\,r^2}$$

である。式（2．30）を解くことによって未知量H_0 を決定することが可能となる。

2．7　軸受の摩擦モーメント

ころ一個から受ける軌道輪の摩擦モーメントは，2．4．4項の式（2．25）より求められるから，結局，軸受全体の摩擦モーメントM_tは，ころ数をmとし，さらに2．4．5項の式（2．27）のm_wも考慮すると

$$M_t = m\, m_{PP} + m_w$$

$$= \frac{\eta \omega_h r^3}{12 H_0^{1/2}} m L_p \left\{ (B+2C)(3L_0^2 + 3L_0 L_p + L_p^2) + 3k_0 (B-2C)(2L_0 + L_p) \right\}$$

$$+ \frac{\eta \omega_h r^3}{12 H_w} \left\{ 3\pi (L_4^4 - L_3^4) - 2m\Delta L_p' (L_4^3 - L_3^3) \right\} \qquad (2.31)$$

となる。

2．8　計算結果および考察

2．8．1　荷重特性

計算を行なう際には，軸受の具体的寸法を決める必要がある。ここではあとの章で述べる実験結果との比較も行なうため，主として実験において使用した軸受の寸法を入れて求めた。軸受寸法で主なものはころの有効長さl_p，ピッチ半径l_gおよびころの半径rである。具体的にはl_p＝4．15mm，l_g＝19．5mm，r＝2．5mmの軸受（NTN東洋ベアリング　81106T2 型）について主に計算を行なったものである。その他l_g，l_pの変化に対する結果についても多少述べる。

図2－5は，軌道輪の回転速度N_p＝2500rpmの場合について軸受全荷重W_tに対する摩擦モーメントM_t，レイノルズの境界条件より求められる最大圧力p_{max}，最小油膜厚さh_0およびころと軌道輪との速度比u_2/u_1を，両対数座標で示したものである。図2－5より，摩擦モーメントM_tは傾きがほぼ1／2，すなわちW_tの1／2乗に比例して増加することがわかる。また，速度比u_2/u_1の値は0．1～

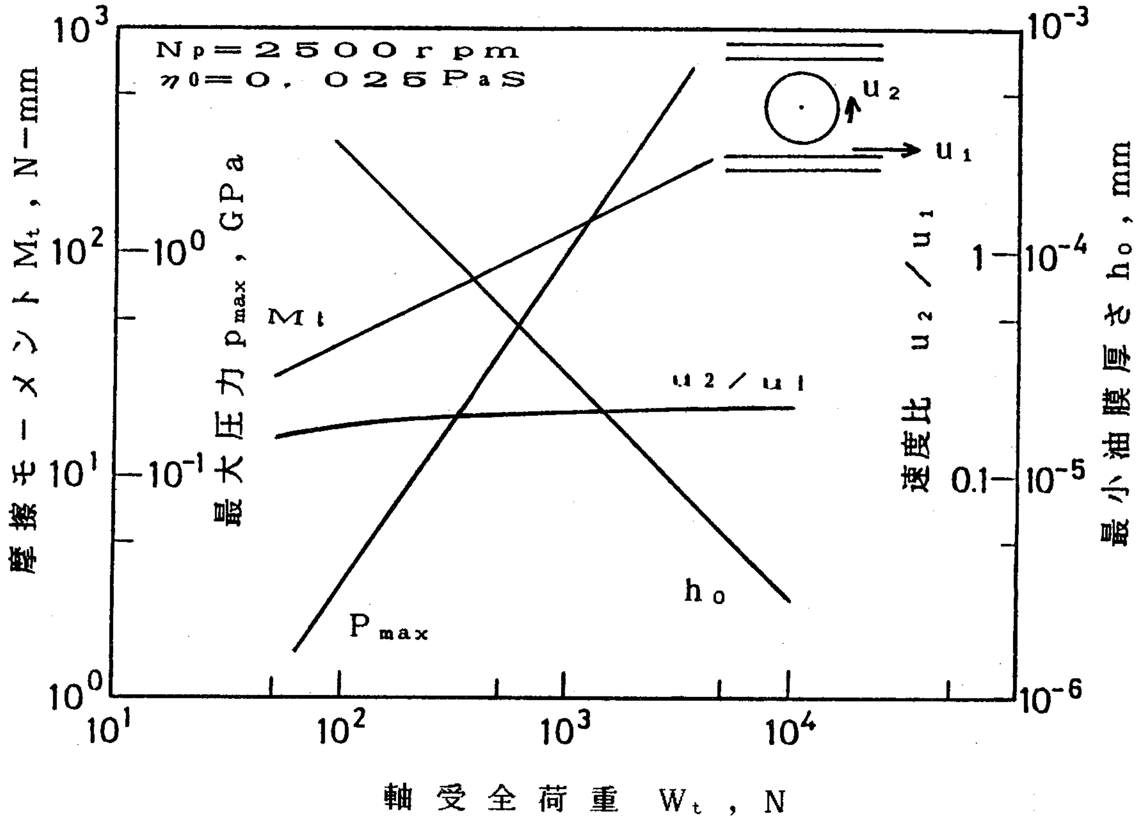


図2－5　W_t に対するM_t，p_{max}，u_2/u_1，h_0 の変化

0．2程度である。スラスト円筒ころ軸受のころの運動については，境界潤滑と思われる領域において若干なされているが，それによると，u_2/u_1 の値はほぼ1であるという結果が示されている[2)]。しかし流体潤滑においてはこれまでにほとんど研究例が見られず，本研究における速度比の結果は極めて興味深いものと思われる。W_t の増加と共にu_2/u_1 は緩やかに大きくなる傾向にあるが，これは2．4．2項および2．4．3項に示した，保持器からの摩擦力，あるいは遠心力によって生ずる摩擦力の影響によるものと考えられる。これらの力の大きさ，あるいはその力によるモーメントは速度のみに依存するので，結果的に，荷重の小さい範囲において大きく影響が現れるためである。いずれにしても流体潤滑における速度比は，最大でも$u_2/u_1=0.2$程度である。

一方，同図に示すように，最小油膜厚さh_0は荷重の－1乗に比例して小さくなり，$W_t>10^3$ Nにおいては$h_0<10^{-5}$mmとなり，通常の加工仕上げにおける表面あらさよりもかなり小さい値になる。したがって実験結果との比較においては，実際の軸受の潤滑形態を十分吟味する必要があるが，流体潤滑形態を判断する際には上で述べた

u_2 ／u_1 の解析結果が，実験的に流体潤滑形態を確認する上で重要な指針を与える。また最大圧力 p_{max} は W_t の約１．５乗に比例して増加する。

他の回転速度においてもほぼ同様の傾向になるが，大きい回転速度になると遠心力による摩擦力 f_c が大きくなるので，速度比は多少小さくなる傾向にある。

２．８．２　速度特性

図２－６は軸（軌道輪）の回転速度 N_p を横軸にとり，図２－５と同様に，種々の特性を示したものである。摩擦モーメント M_t の，N_p に対する特性としては軸受全荷重 W_t と同様に，やはり傾きが１／２，すなわち N_p の１／２乗に比例する結果を得る。この軸受の摩擦に関する理論的検討については主として境界潤滑で行なわれているが，この場合は，接触部の相対速度差によるすべり摩擦から求めるもので，当然のことながら速度の影響は現れないものである。また，流体潤滑における速度特性に関する結果も明らかにされていない現在，上の結果は興味深いものである。速度比 u_2 ／u_1 は N_p の変化に対しても０．１～０．２であるが，N_p が大きくなると，u_2 ／u_1 は少しずつ小さくなる。この結果は，保持器ポケット間隙から受ける摩擦力，あるいは遠心力の

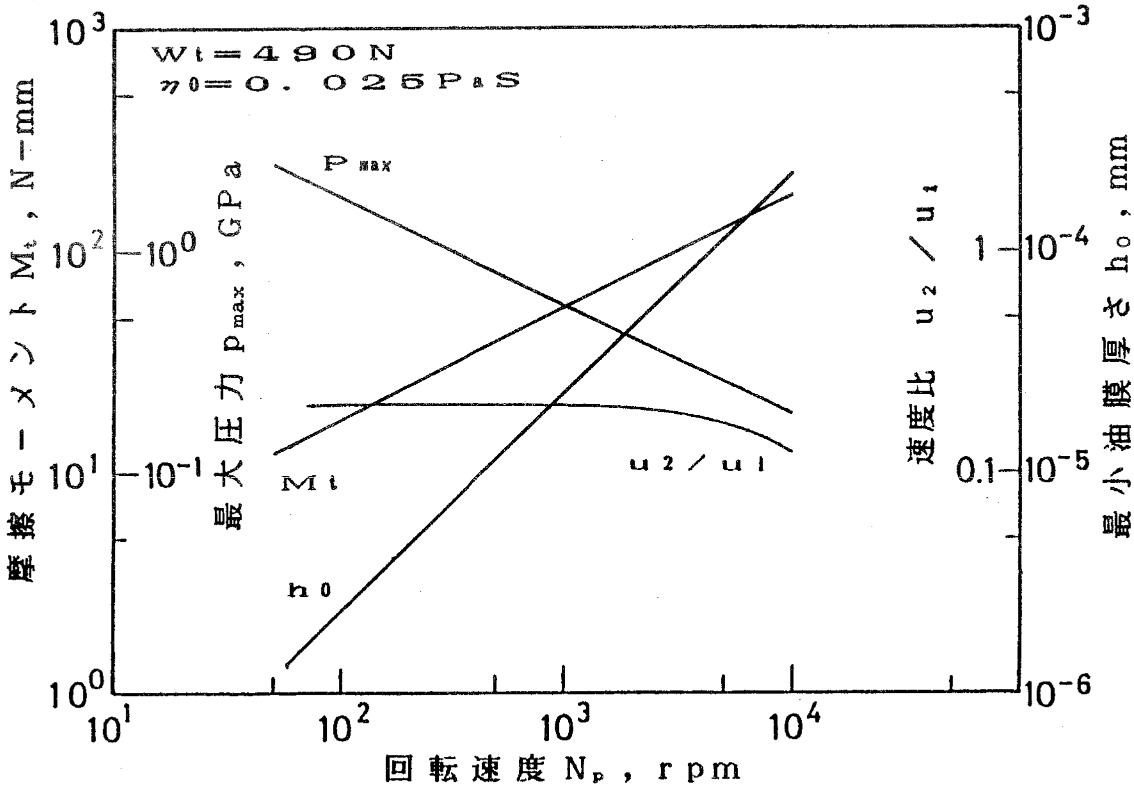


図２－６　N_p に対する M_t，p_{max}，u_2 ／u_1，h_0 の変化

作用によって生ずる摩擦力を考慮に入れたものであるが，とくに後者の摩擦力は回転速度に大きく影響されるので，N_p の増加につれて u_2/u_1 が小さくなるものである。このようにm_r，m_c を考慮するとN_p の大きいところで u_2/u_1 は多少それに影響を受けるが，摩擦モーメントには大きな影響を及ぼさない。m_r，m_c を無視した場合式（2．29）のk_0 は

$$k_0 = \frac{(2C-B)(2L_0+L_p)}{4(B+2C)}$$

となり，このk_0 より求められる u_2/u_1 は，軸受寸法だけで決まる定数になる。このときの摩擦モーメントも，図2－6に示した結果とほとんど変化のないことを確認している。

最小油膜厚さh_0 はN_p の1乗に比例して増加する。図2－5で示したようにW_t に対するh_0 は逆に－1乗に比例するので，流体潤滑形態をh_0 の大きさだけで議論するとすれば，W_t の増加割合に対して，同じ割合でN_p を大きくすれば同じ大きさのh_0 を得ることができる。

2．8．3　常圧粘度の影響

図2－7は常圧粘度η_0 に対する摩擦モーメントM_t などの関係を示したものである。摩擦モーメントM_t は常圧粘度η_0 に対しても1／2乗で比例することがわかる。h_0，p_{max} の特性もN_p に対するものと全く同じであり，潤滑油の常圧粘度は回転速度と同じ作用をすることがわかる。ただし，速度比u_2/u_1 は，N_p に対するものとは逆に，η_0 の小さい範囲で小さくなる傾向にある。この理由としては，接触部に働く流体摩擦力はη_0 が小さいほど小さくなり，相対的に遠心力による効果が大きくなるためである。ただし，遠心力の効果による摩擦モーメントm_c（式（2．23））には保持器との接触による，すべり摩擦係数μ_d が含まれており，本結果はμ_d ＝0．05として計算したものである。この値が変化すると速度比も多少変化すると思われるが，この比の大小はM_t にほとんど影響しないので，常圧粘度に対する特性は大きく変化することはないものと思われる。

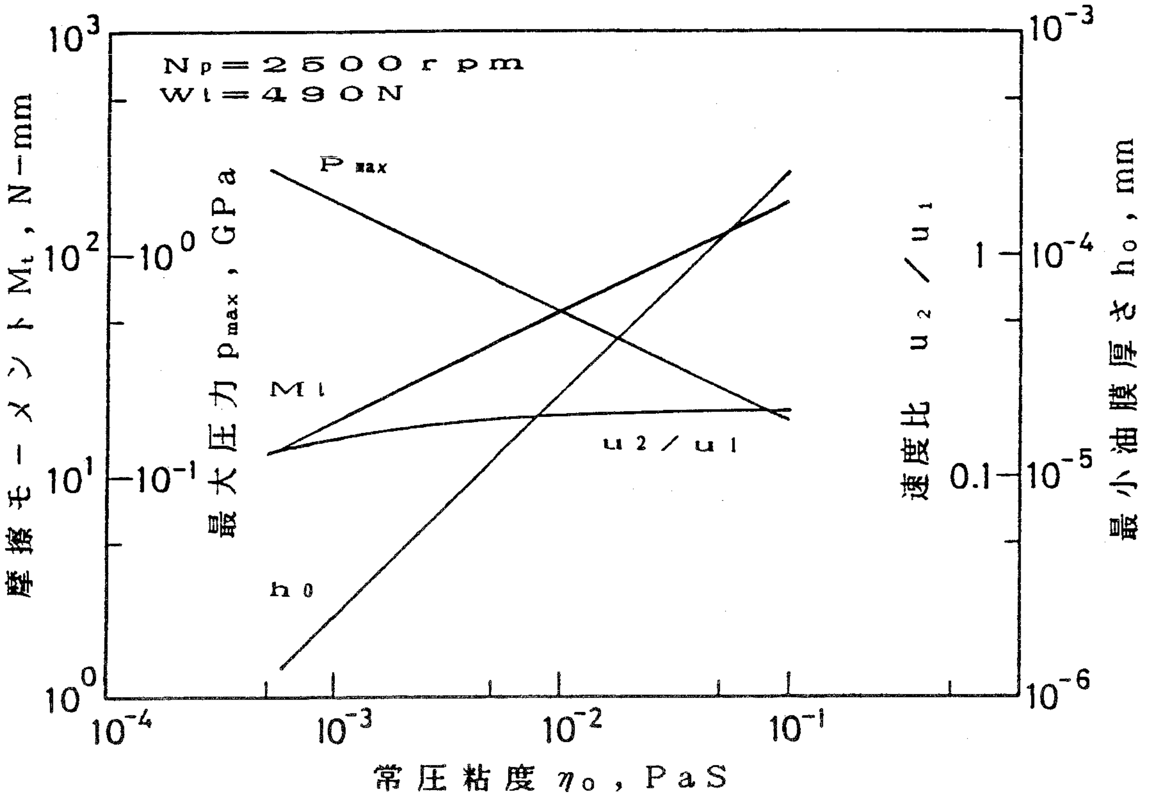


図２－７　η_0 に対するM_t ，p_{max} ，u_2 ／u_1 ，h_0 の変化

２．８．４　ピッチ半径の影響

上で述べた特性の他に，流体潤滑における摩擦モーメントに影響を及ぼすものとしてピッチ半径の大きさが挙げられる。もっとも，この半径の大きさは，同一回転速度に対してはころ，軌道輪の表面速度に影響を与えるものである。式（２．１４）の摩擦力そのものは速度の関数であるから，ピッチ半径の影響は，回転速度の影響に帰着するものであるが，モーメントの場合は，摩擦力に軸受中心からの距離を乗じたものになり，表面速度は同じでもピッチ半径の影響は現れることになる。図２－８に軌道輪の回転速度N_p ＝２５００ｒｐｍとした場合の，ピッチ半径l_g に対するM_t ，h_0 ，p_{max} の関係を示す。上に述べたようにu_1 ，u_2 の影響も多少含まれるが，摩擦モーメントM_t はl_g にも大きく影響される様子がわかる。
ころ有効長さl_p の影響についても検討したが，この場合，摩擦モーメントM_t はl_p にほぼ比例する結果になった。

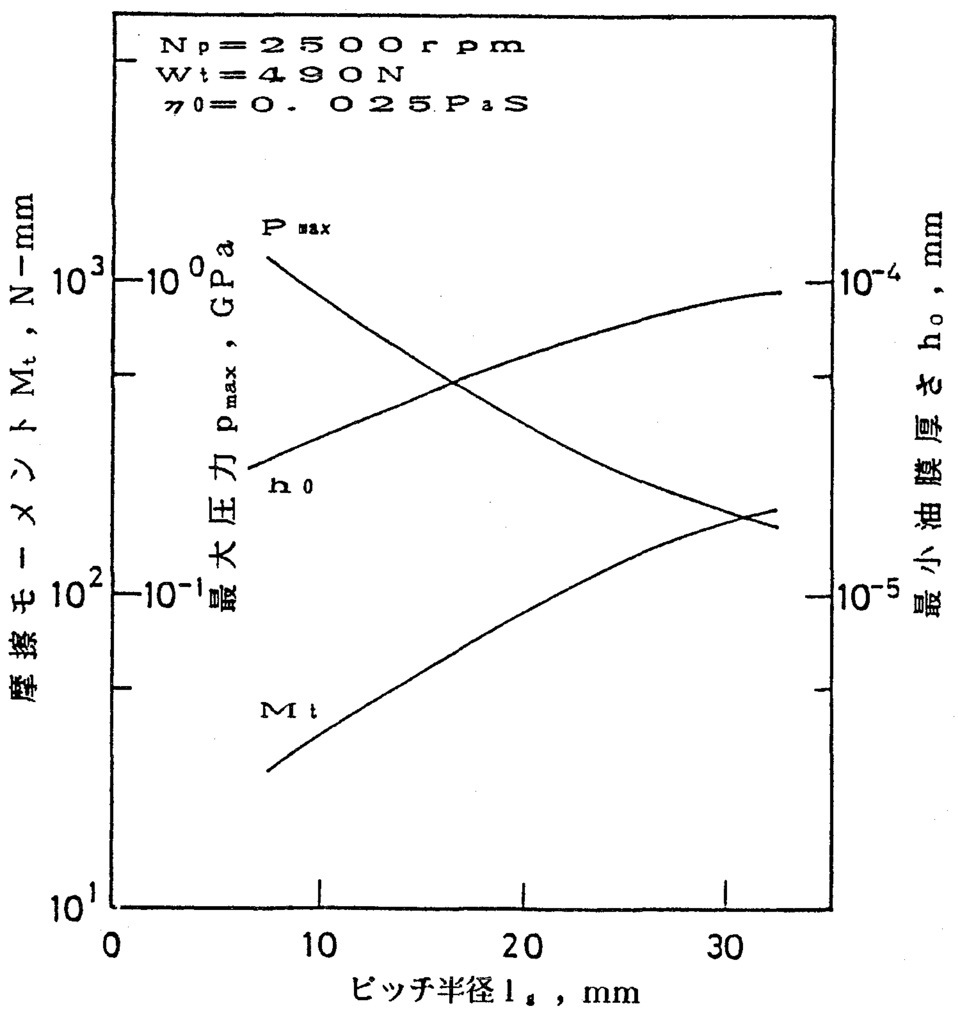


図２－８　l_s に対するM_t，p_{max}，h_0 の変化

２．９　結　言

スラスト円筒ころ軸受の，流体潤滑形態における摩擦に関する研究例はこれまでにほとんど見られず，種々の特性も十分に明らかにされていない。本章では，レイノルズの式をこの軸受に適用して，ころの運動および摩擦の理論解析を行なった。得られた結果をまとめると次のようになる。

（１）流体潤滑におけるころの自転速度は，ころがり接触の幾何学的関係より得られる自転速度の約１／５程度になる。すなわち，ころと軌道輪のピッチ半径上における速度比は約０．２である。この比は回転速度の増加に伴って，さらに小さくなる傾向にあるが，ころと保持器ポケット間における摩擦力およびころの遠心力によって生ずる摩擦力

は比較的小さいのでこれらを無視すれば，速度比は軸受の寸法だけで決定される。

（２）流体潤滑における摩擦モーメントM_t は軸受全荷重W_t ，軌道輪の回転速度N_p 潤滑油の常圧粘度η_0 のそれぞれに対して１／２乗に比例する。すなわち

$M_t \propto (W_t N_p \eta_0)^{1/2}$ という関係になる。

（３）ころの有効長さ，ピッチ半径も，流体潤滑における摩擦モーメントに比較的大きな影響を及ぼし，この場合の摩擦モーメントはころの有効長さ，ピッチ半径にほぼ比例する。

第 3 章　弾性流体潤滑における理論解析

3.1 緒　言

第2章で述べた流体潤滑においては，二物体の速度および潤滑油の粘度に対して，荷重は比較的小さいものとして扱った。この場合，二物体は剛体とすると共に潤滑油の粘度は接触部において一定，すなわち圧力には依存しないという前提のもとで解いたものである。第2章の結果に示したように，この場合，軸受荷重の増加と共にレイノルズの境界条件から求められる最大圧力p_{max}は急激に増加すると共に，最小油膜厚さは荷重の－1乗に比例して減少する。しかしながら，適当な大きさの速度，潤滑油の粘度のもとで荷重，すなわち接触部の圧力が増大すると，弾性流体潤滑に移行するということは容易に想像される。流体潤滑に対して，弾性流体潤滑の大きく異なる点は，接触二物体の弾性変形と潤滑油粘度の圧力依存性を考慮することである。

弾性流体潤滑下の基礎的現象，理論に関してはこれまでにも研究がなされているが，その多くは，圧力分布あるいは油膜厚さを求めるものであった[16~21)]。その後，接触部に働く流体摩擦力に対する特性についても解析が始まった。当初は接触部の弾性変形と潤滑油粘度の圧力依存性のみを考慮し，流体はニュートン性として扱っていた。さらに流体のせん断熱による粘度の温度依存性をも考慮する解析（非等温解析）がなされ、実験値とも比較検討が試みられた。最近では流体膜の挙動を非ニュートン性と扱って種々の問題，とりわけ流体摩擦力を議論するようになり，実験結果とも比較的一致するという報告もみられるようになった[12,22)]。このように，弾性流体潤滑下における種々の問題は必ずしも十分な確立には至っていない面もあるが，しかし一方では，種々の接触部に応用することは大きな意義があるものと思われる。とくに本軸受の弾性流体潤滑における摩擦特性についての研究報告はほとんどないだけに，この章における解析はなおさら意義あるものと考えられる。

本章においては，はじめに接触部の油膜の挙動をニュートン性流体としての弾性流体潤滑理論を適用して，スラスト円筒ころ軸受の摩擦に関する解析を行ない，つぎに非ニュートン性流体と仮定したものについて述べる。

３．２　ニュートン性流体

３．２．１　等温解析

弾性流体潤滑における流体摩擦力の解析においても，第２章，式（２．３）のレイノルズの式が出発点となる。流体潤滑においては，潤滑油の粘度を，圧力に依らず一定とし，さらに油膜厚さは式（２．５）′に示したように放物線近似を行ない，かつ接触部を剛体として扱った。ここでは，接触部の弾性変形および粘度の圧力依存性を考慮するのが大きな違いである。すなわち２章，式（２．３）において

$$\eta = \eta_0 f(p) \tag{3.1}$$

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2r} + \delta \qquad (\delta：弾性変形量) \tag{3.2}$$

を適用して，基本的には式（２．３）を解くものである。

弾性流体潤滑において接触部に働く摩擦力は流体潤滑のときと同様，式（２．１１）より求めるものである。すなわち

$$\tau_{1,2} = -\frac{h}{2}\frac{dp}{dx} \mp \frac{\eta}{h}(u_1 - u_2) \tag{2.11}$$

を積分することによって流体（粘性）摩擦力 $f_{1,2}$ [9] は

$$f_{1,2} = \left\{ -\frac{P_x}{2} \mp (u_1 - u_2) \int \frac{\eta}{h} dx \right\} E' r \tag{3.3}$$

が得られる。右辺第一項は転がり摩擦力* を表わす。P_x は弾性流体潤滑において，しばしば使用される，無次元材料パラメータＧ，無次元速度パラメータＵ，無次元荷重パラメータＷで表わされる [9]。すなわち

$$P_x = f(G, U, W)$$

ここで

$$G = \alpha E', \quad U = \frac{\eta_0 u}{E' r}, \quad W = \frac{w}{E' r}$$

＊ 式（2.11）右辺第一項の圧力こう配による摩擦力

である。ただしαは粘度－圧力係数，wは単位長さあたりの荷重であり，さらにE'は等価弾性係数である。

DOWSON ，HIGGINSONによればP_xはW，Gに無関係になり，Uだけの関数になる。さらに種々のUを用いてP_xを求め，次式で与えている[8)]。

$$P_x = 1.43 U^{0.7} \tag{3.4}$$

ただし，式（３．４）は　$G = \alpha E' = 5000$　のものについて求めたものである。その後，HARRIS はこの式をGの異なる場合にも使用できるように変形している[23)]。すなわち

$$P_x = 18.4 G^{-0.3} U^{0.7} \qquad (3.4)'$$

である。

式（３．３）の第２項は，すべりによる摩擦力を表わすが，式（３．３）中のηは圧力に依存する量である。ここではηとpの関係を次のような指数関係でおく。

$$\eta_p = \eta_0 \exp(\alpha p)$$

さらに，接触部に発生する圧力はヘルツの圧力分布になるものとし，油膜厚さは接触部で平行なものとする[24)]。このような条件のもとで式（３．３）第２項を積分すればすべりによる摩擦力が求められる。したがって式（３．３）の$f_{1,2}$は

$$f_{1,2} = \left\{ -9.2 G^{-0.3} U^{0.7} \mp V \left(\frac{r}{h} \right) I_e \right\} E' r \tag{3.5}$$

で与えられ，ただし

$$V = \frac{\eta_0 (u_1 - u_2)}{E' r}$$

$$I_e = \int_{-b/r}^{b/r} \exp \left[G P_0 \left\{ 1 - \left(\frac{Xr}{b} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] dX$$

$$X = \frac{x}{r} \quad , \quad P_0 = \left(\frac{W}{2\pi} \right)^{1/2}$$

b：ヘルツ接触幅の半分の長さ

である。また平行部の油膜厚さhは，これをh_mとして

$$h_m = 1.33 \frac{\rho_0}{\rho_p} h_{min} \tag{3.6}$$

で与えられる[25)]。ここでh_{min}はDOWSON による弾性流体潤滑油膜厚さの最小値を表わし，次式で与えられる[26)]。

$$h_{min} = 2.65 r (\alpha E')^{0.54} \left(\frac{\eta_0 u}{E' r} \right)^{0.7} \left(\frac{w}{E' r} \right)^{-0.13} \tag{3.7}$$

以上のような関係を用いて，式（３．５）で与えられる摩擦力を，スラスト円筒ころ軸受に適用して等温における解析を行なうものである。

３．２．２　非等温解析

等温解析において示したように，弾性流体潤滑の流体摩擦力はころがり項とすべり項で表わされた。この場合は接触部の温度は油膜の厚さ方向に変化せず，したがって潤滑油の粘度は圧力のみに依存するものとして扱った。前出の式（３．３）の第２項のすべりによる摩擦力は，接触部の潤滑油の粘度の大きさによって決まるものであるが，この摩擦力は，逆に油膜をせん断することによって熱を発生せしめ，油膜の温度を上げる働きをする。スラスト円筒ころ軸受は，構造的にはころと軌道輪間に相対すべりを伴う運動をするが，油膜が存在する場合も，何らかの速度差を生じながら運動することは十分考えられることである。ここでは，このような油膜の温度変化を考慮した場合のすべり摩擦力について考える[9)]。

潤滑油の粘度が油膜厚さ方向（ｚ方向）で変化するものとすればNavier-Stokes の運動方程式は

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \tag{3.8}$$

となる。これを積分し，さらに次のような境界条件

$z = 0$　のとき　$u = u_1$　，　$z = h$　のとき　$u = u_2$

で解き，さらに，$z = h / m_n$ のとき

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_2 - u_1}{h} \quad , \quad \eta = \eta_m$$

とおけば

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\left(z-\frac{h}{m_n}\right)+\frac{\eta_m}{\eta}\frac{u_2-u_1}{h} \tag{3.9}$$

となる。ただし η_m は $z=h/m_n$ における粘度である。これより二つの物体に働く単位長さあたりの摩擦力は

$$f_1 = -\int_{x_1}^{x_2}\left(\eta\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0} dx$$

$$\tag{3.10}$$

$$f_2 = \int_{x_1}^{x_2}\left(\eta\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=h} dx$$

で与えられるが，式（３．９）の右辺第一項の積分は，$m_n=2$ のとき等温解析の結果と同じになる。第二項を油膜厚さ方向に積分すると，次式となる。

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial z}dz = (u_2-u_1) = \frac{\eta_m (u_2-u_1)}{h}\int_0^h \frac{dz}{\eta} \tag{3.11}$$

したがって

$$\frac{1}{\eta_m} = \frac{1}{h}\int_0^h \frac{dz}{\eta} \tag{3.12}$$

となる。η_m が求められれば式（３．１０）の積分における第二項のすべり摩擦力の計算が可能になる。つぎに油膜内に発生する熱を考え，このことより温度解析を行なって η_m を求める。

油膜の単位体積中に発生する熱 q は応力とせん断速度の積で与えられる。すなわち

$$q = \eta\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \tag{3.13}$$

である。式（３．９）のころがり項を無視すると，式（３．１３）は

$$q = \frac{\eta_m{}^2}{\eta} \frac{(u_2 - u_1)^2}{h^2} \tag{3.13)'$$

となる。この発生熱の放散は，伝導項と伝達項に分類されるが，一般には伝導項のみを考えればよい。したがって

$$q = -K \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\eta_m{}^2}{\eta} \frac{(u_2 - u_1)^2}{h^2} \qquad (3.14)$$

である。油膜内の温度θは油膜厚さの中心，すなわち$z = h/2$に関して対称であるとすれば，式（３．１４）を積分し，さらに式（３．１２）を利用して

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)^2_{z=0,h} = \frac{\eta_m{}^2}{4K^2} \frac{(u_2 - u_1)^4}{h^2} \qquad (3.15)$$

を得る。ここでηを

$$\eta = \eta_x \exp(-\beta\theta)$$

ただし　η_xは物体表面における粘度

なる温度θの関数とすると，さらに式（３．１４）を積分することによって

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)^2 = 2\omega\left\{1 - \frac{A'}{\beta\omega}\exp(\beta\theta)\right\} \qquad (3.16)$$

$$A' = \frac{\eta_m{}^2}{K\eta_x} \frac{(u_2 - u_1)^2}{h^2}$$

となる。ただしωは積分定数である。式（３．１５），（３．１６）より

$$\omega = \frac{8\eta_m{}^2 \psi(\psi + 1)}{\eta_x{}^2 h^2 \beta^2}, \quad \psi = \frac{\eta_x \beta (u_2 - u_1)^2}{8K} \qquad (3.17)$$

を得る。θは$z = h/2$に関して対称であるので，その面における最大温度をθ_cとすれば，式（３．１６）より

$$\exp(\beta\theta_c) = \beta\omega / A' = (\psi + 1) \qquad (3.18)$$

となる。同じく式（３．１６）を積分し，境界条件として$z = 0$のとき$\theta = 0$とすれば

$$\ln\left\{\frac{1-[1-\exp(\beta\theta-\beta\theta_c)]^{1/2}}{1+[1-\exp(\beta\theta-\beta\theta_c)]^{1/2}}\right\}$$

$$-\ln\left\{\frac{1-[1-\exp(-\beta\theta_c)]^{1/2}}{1+[1-\exp(-\beta\theta_c)]^{1/2}}\right\}=z\beta(2\omega)^{1/2}$$

を得る。ここで，$z=h/2$のとき$\theta=\theta_c$を代入すれば左辺第一項は０になるから

$$\omega=\frac{2}{h^2\beta^2}\left\{\ln\left\{\frac{1-[1-\exp(-\beta\theta_c)]^{1/2}}{1+[1-\exp(-\beta\theta_c)]^{1/2}}\right\}\right\}^2 \tag{3.19}$$

である。したがって式（３．１７），（３．１８），（３．１９）より

$$\eta_m=\eta_x f(\psi)$$

$$f(\psi)=\frac{\ln[(\psi+1)^{1/2}+\psi^{1/2}]}{[\psi(\psi+1)]^{1/2}} \tag{3.20}$$

が得られる。以上のことよりψが決まれば，油膜の最大温度θ_c，η_mを求めることが可能となる。式（３．９）よりすべり項における単位長さあたりの摩擦力をF_sとすれば

$$F_s=(u_2-u_1)\int_{x_1}^{x_2}\frac{\eta_m}{h}dx \tag{3.21}$$

で与えられる。積分範囲x_1～x_2はヘルツの接触幅$-2b$～０に相当する。この範囲における油膜厚さは平行で，３．２．１の式（３．６）と同様であるとすれば

$$F_s=\frac{(u_2-u_1)}{h}\int_{-2b}^{0}\eta_m dx \tag{3.22}$$

となるが，さらにη_m'を接触幅内の平均粘度とすると，結局F_sは

$$F_s=\frac{2\eta_m' b(u_2-u_1)}{h} \tag{3.23}$$

ただし

$$\eta_m' = \frac{1}{2b}\int_{-2b}^{0} \eta_m \, dx \tag{3.24}$$

となる。このように非等温において，すべりによる摩擦力は式（３．２３）で与えられるものである。したがって，ころがり項と合わせて接触部の流体摩擦力は式（３．５）を利用して

$$f_{1,2} = -9.2 G^{-0.3} U^{0.7} E' r \mp \frac{2\eta_m' b (u_1 - u_2)}{h} \tag{3.25}$$

である。この式（３．２５）の摩擦力を，スラスト円筒ころ軸受に適用して非等温における軸受の摩擦モーメントを解析するものである。

３．３　非ニュートン性流体

弾性流体潤滑における流体摩擦力（トラクション）は古くて新しい問題である。この問題に関する実験的研究も多くなされ，理論的研究とも比較検討されている。実験的に得られるすべり速度Δu（$=u_1 - u_2$）に対するトラクション曲線は図３－１に示されるように，一般的には三つの領域に分類される。すなわちΔuが小さい領域において

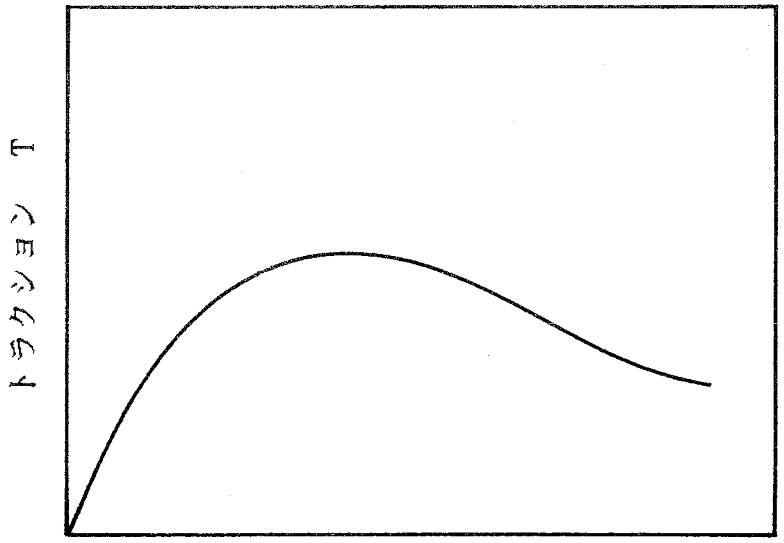


図３－１　すべり速度とトラクションの関係

トラクションTはΔuに比例しニュートン性流体を示す。Δuがしだいに大きくなるとTは直線からずれて増加割合はしだいに小さくなり，やがて最大値を示し，さらにΔuが大きくなるとTは減少する。この原因については未だ種々議論されているところである。CROOKはトラクションの直線からのずれすなわち非線形を示す理由として，流体のせん断熱による潤滑油の粘度の低下によるものであるとしている[10]。そこでは流体膜の挙動をニュートン性流体としているが，実験結果との定量的一致には至らなかった。

非ニュートン性流体として，実験結果とも比較的良く一致するものとして扱われているは[27]，JOHNSON-TEVAARWERKの粘弾性モデルである[11]。その粘弾性モデルにおけるせん断速度とせん断応力の関係は

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{G_1}\frac{d\tau}{dt'} + \frac{\tau_0}{\eta}\sinh\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \tag{3.26}$$

で表わされるものである。右辺第一項はせん断速度の完全弾性成分，第二項はアイリング粘性成分である。基本的にはこの関係を用いて解くのが一般的であると思われるが，このまま軸受に適用するには計算過程が複雑であること，さらに本軸受のころと軌道輪の相対速度は比較的大きく第二項が優先することもあって，本研究ではアイリング粘性成分のみを考えることにする。この場合も等温，非等温解析に分けられるが，同じくすべりが大きく熱の発生が大きいので後者の解析について示す。非ニュートン性，非等温解析における流体摩擦力についてはJOHNSON－GREENWOOD が基礎解析[12]を行なっているので，本研究でもこの解析を利用してすべりによる摩擦力を求めるものとする。

弾性流体潤滑における接触部の概略を図３－２[12]に示す。軌道輪，ころがそれぞれu_1，u_2の速度で運動するものと仮定すると，二面間の油膜のせん断抵抗によって局部的に熱が発生する。この熱が軌道輪ところに伝わり，それぞれの表面温度はθ_{s1}，θ_{s2}になるものとする。非ニュートン性流体のせん断速度とせん断応力との関係は前にも述べたようにアイリング粘性体とする。すなわち

$$\eta\frac{\partial u}{\partial z} = \tau_0 \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) = \tau^* \qquad \tau_0：特性応力^{27)} \tag{3.27}$$

である。一方，発生するエネルギーは３．２．２の式（３．１３）と同じであり，これを式（３．２７）も利用して書き直すと

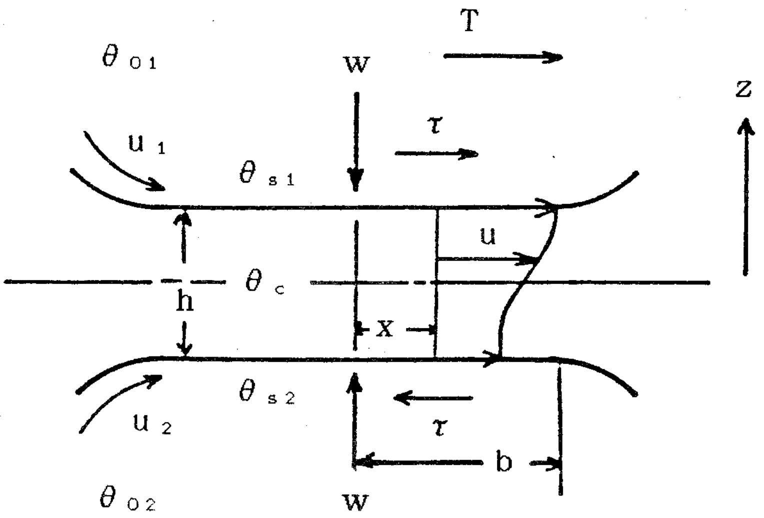


図3－2　二物体の接触部

$$q=\tau\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\tau\tau^{*}}{\eta(\theta)}=-K\frac{\partial^{2}\theta}{\partial z^{2}} \tag{3.28}$$

となる。Kは流体の熱伝導率である。式（3．28）を積分し$\theta=\theta_c$で$\partial\theta/\partial z=0$なる境界条件を採用すると

$$\left(K\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^{2}=\tau\tau^{*}\int_{\theta}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta \tag{3.29}$$

を得る。これより油膜内の任意の位置zは次式となる。

$$z=\pm\frac{1}{(\tau\tau^{*})^{1/2}}\int\frac{K}{\left\{\int_{\theta}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2}}d\theta \tag{3.30}$$

したがって，この式を油膜の最大温度θ_cとそれぞれの物体の表面温度θ_{s1}，θ_{s2}の間で積分しその和を求めたものが，図3－2に示す平行部の油膜厚さを与えることになる。よってhは

$$h=\frac{1}{(\tau\tau^*)^{1/2}}\left[\int_{\theta_{s1}}^{\theta_c}\frac{K}{\left\{\int_{\theta}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2}}d\theta\right.$$

$$\left.+\int_{\theta_{s2}}^{\theta_c}\frac{K}{\left\{\int_{\theta}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2}}d\theta\right] \qquad (3.31)$$

である。また二つの表面へ伝わる熱量Q_1，Q_2は$|-K(\partial\theta/\partial z)|_{0,h}$であるが，これは式（３．２９）より

$$Q_1=(\tau\tau^*)^{1/2}\left\{\int_{\theta_{s1}}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2} \qquad (3.32)$$

$$Q_2=(\tau\tau^*)^{1/2}\left\{\int_{\theta_{s2}}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2}$$

となる。また全熱量　$Q_1+Q_2=\tau\cdot\Delta u$　となるから

$$\Delta u=\left(\frac{\tau^*}{\tau}\right)^{1/2}\left[\left\{\int_{\theta_{s1}}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2}\right.$$

$$\left.+\left\{\int_{\theta_{s2}}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2}\right] \qquad (3.33)$$

となる。さらに二つの物体表面温度を等しいものとし，$\theta_{s1}=\theta_{s2}=\theta_s$とすれば，式（３．３１），（３．３３）は，次のように幾分簡単になる。

$$h(\tau\tau^*)^{1/2}=2\int_{\theta_s}^{\theta_c}\frac{K}{\left\{\int_{\theta}^{\theta_c}\frac{2K d\theta}{\eta(\theta)}\right\}^{1/2}}d\theta \qquad (3.31)'$$

$$\Delta u\left(\frac{\tau}{\tau^*}\right)^{1/2}=2\left\{\int_{\theta_s}^{\theta_c}\frac{2K}{\eta(\theta)}d\theta\right\}^{1/2} \tag{3.33'}$$

式（３．３１）′，（３．３３）′の二つの式を連立させれば，非ニュートン性流体のせん断抵抗τを求めることが可能となるが，さらに次の仮定を設けて二つの式を積分する。すなわち，流体の熱伝導率Ｋは油膜内で一定であることおよび温度と粘度の関係を

$$\eta(\theta)=\eta_p\ \exp\{-\beta(\theta-\theta_0)\} \tag{3.34}$$

なる指数関数でおく。さらに

$$t=\exp\{\beta(\theta-\theta_0)\}=\eta_p/\eta(\theta)$$

なるｔを導入すると，式（３．３１）′，（３．３３）′は

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\left(\frac{\tau}{\tau^*}\right)^{1/2}\frac{1}{\tau_0 h}\left(\frac{2K\eta_p}{\beta}\right)^{1/2}\frac{2}{t_s^{1/2}}\frac{\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}} \tag{3.35}$$

$$\frac{\Delta u\,\eta_p}{\tau_0 h}=\left(\frac{\tau^*}{\tau}\right)^{1/2}\frac{1}{\tau_0 h}\left(\frac{2K\eta_p}{\beta}\right)^{1/2}2t_s^{1/2}X \tag{3.36}$$

ただし

$$X=(t_c/t_s-1)^{1/2}=[\exp\{\beta(\theta_c-\theta_s)\}-1]^{1/2}$$

である。

一方，油膜内で発生した熱は，二つの物体に１／２ずつ伝わるものとすればＣROOKにならって，表面温度の平均値θ_sは

$$\theta_s-\theta_0\fallingdotseq\frac{0.5\,T\Delta u}{(\pi K'\rho'c'bu)^{1/2}} \tag{3.37}$$

となる[10)]。ただしＫ′，ρ'，ｃ′は物体の物性値で，それぞれ熱伝導率，密度，比熱を表わす。ｂは前にも述べたようにヘルツ接触幅の１／２，ｕは平均速度である。またＴは単位長さあたりの流体摩擦力を表わし

$$T=\int_{-b}^{+b}\tau\,dx=2b\bar{\tau} \tag{3.38}$$

で与えられる。したがって式（３．３５），（３．３６）より

$$T\cdot\Delta u=2b\bar{\tau}\Delta u=2b\frac{8}{h}\left(\frac{K}{\beta}\right)\frac{X\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}} \tag{3.39}$$

が得られる。さらに 式（3．37），（3．39）より

$$\begin{aligned}\theta_s-\theta_0&=\frac{8K}{h\beta}\left(\frac{b}{\pi K'\rho'c'u}\right)^{1/2}\frac{X\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}}\\&=\frac{8}{\beta}\zeta\frac{X\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}}\end{aligned} \tag{3.40}$$

となる。ここで

$$\zeta=\frac{K}{h}\left(\frac{b}{\pi K'\rho'c'u}\right)^{1/2}$$

である。一方，式（3．40）より

$$\begin{aligned}t_s^{1/2}&=\exp\left\{\frac{1}{2}\beta(\theta_s-\theta_0)\right\}\\&=\exp\left\{4\zeta\frac{X\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}}\right\}\end{aligned} \tag{3.41}$$

となり，結局，式（3．35），（3．36）は

$$\frac{(\tau\tau^*)^{1/2}}{\tau_0}=2\chi\exp\left\{-\frac{4\zeta X\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}}\right\}\frac{\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}} \tag{3.42}$$

$$\frac{\Delta u\,\eta_p}{\tau_0 h}=\left(\frac{\tau^*}{\tau}\right)^{1/2}2\chi\exp\left\{\frac{4\zeta X\sinh^{-1}X}{(1+X^2)^{1/2}}\right\}X \tag{3.43}$$

となる。ここで

$$\chi=\frac{1}{\tau_0 h}\left(\frac{2K\eta_p}{\beta}\right)^{1/2}$$

である。上式（3．42），（3．43）において，χとξがわかればτとθ_cに関する連立方程式になり，これを解くことによって非ニュートン性流体，非等温における速度項の流体摩擦力を求めることができる。このτと式（3．5）のころがり項を合わせたものが，アイリング粘性体とした場合の接触部に働く摩擦力になり

$$f_{1,2}=\left\{-9.2G^{-0.3}U^{0.7}\mp\frac{2b\tau}{E'r}\right\}E'r \qquad (3.44)$$

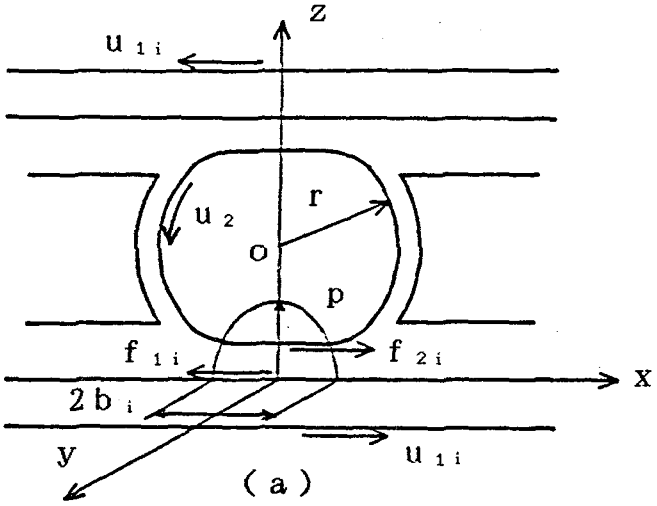
で与えられる。

以上，3つの場合の流体摩擦力について，これまでになされている弾性流体潤滑の基礎解析を基に求めてきたが，これらの摩擦力をスラスト円筒ころ軸受に適用して，この軸受の弾性流体潤滑における摩擦特性を検討するものである。

3．4　つりあい条件

図3－3（a）に示すように，上，下軌道輪間に半径r，有効長さl_pのころが，一個あたりW_1の荷重を受けているものとする。通常は，一方の軌道輪は固定（静止），他方がω_hの角速度で回転している。このときころはω_h／2で公転するが，解析を簡単にするために上，下軌道輪は互いに逆方向にω_h／2の角速度で回転し，ころの公転はないものとする。ころはω_rの自転角速度で回転しながら軌道輪および保持器から種々の力を受けるが，上下対称であるので下半分について解析を行なう。図3－3（b）に示すように，軌道輪の表面速度は軸受中心からの距離，すなわちy方向で変化するので，ころを概念上分割し，それぞれの分割要素に働く力より軸受の運動を考える。

図3－3（b）に示すように，各分割要素に線荷重w_i（添字iはi番目の分割要素番号を示す。以下同じ）が作用し，軌道輪およびころの表面がu_{1i}，u_2の速度で運動するとき，ころには軌道輪から受ける流体摩擦力 f_{2i}が作用するものとする。ころに作用する力はこの他に，第2章と同様，保持器ポケットから受ける流体摩擦力 f_r並びに遠心力によって生ずるすべり摩擦力f_cも考えることにする。このような荷重および摩擦力の作用のもとにころは定常運動をしているものと考える。



$$u_{1i} = \frac{\omega_h}{2} y_i$$

$$u_2 = \omega_r \ r$$

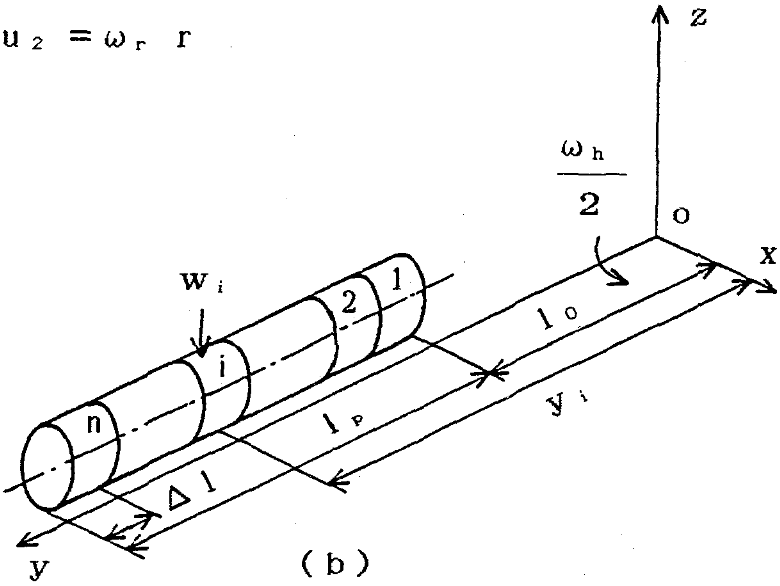


図３－３　弾性流体潤滑における幾何学的関係

3．4．1　荷重のつりあい

ころの有効長さl_pを，便宜上n分割して考える。各分割要素に作用する全荷重は，$\Delta l \cdot w_i$　（$\Delta l = l_p / n$）であるが，これを総和したものがころ一個あたり外力として作用させる荷重W_1に等しくなる。よって次式となる。

$$W_1 - \Delta l \sum_{i=1}^{n} w_i = 0 \tag{3.45}$$

3．4．2　ころに働くモーメントのつりあい

ころの表面（接線方向）には　3．2および3．3節で述べた流体摩擦力，そして保持器ポケットから受ける流体摩擦力，および遠心力によって保持器から受けるすべり摩擦力が作用する。このような力を受けてころが定常状態で運動するとき，これらの力によるモーメントの和が0になる必要がある。よって

$$\Delta l \sum_{i=1}^{n} f_{2i}\, r + m_r + m_c = 0 \tag{3.46}$$

となる。f_{2i}　はころと軌道輪との接触部においてころに働く流体摩擦力で，前に求めたようにニュートン性流体，等温解析の場合は式（3．5）を，非等温解析の場合は式（3．25）を，そして非ニュートン性流体の場合は，式（3．44）を代入して，それぞれの摩擦力について解くものである。またm_r，m_cは第2章の流体潤滑におけるものと同様で，それぞれ式（2．19），（2．23）を用いる。

3．4．3　変位の条件

ころの各分割要素と軌道輪との接触部において，ころがり速度（平均速度）　$u_i = (u_{1i} + u_2)/2$　が異なるため，平行部の油膜厚さh_{mi}，および弾性変形量δ_{ei}の大きさも異なったものになる。しかしながら図3－4に示すように，各分割要素と軌道輪の相対変位量α_iは一定になることが必要である。すなわち

$$\alpha_i = \delta_{ei} - h_{mi} = \text{一定} \tag{3.47}$$

である。δ_{ei}はヘルツの理論より次式で与えられる[28)]。

$$\delta_{ei} = 7.2\, r \left(\frac{2 w_i}{\pi \bar{E} r} \right)^{0.9} = 7.2\, r \left(\frac{2 \bar{W}_i}{\pi} \right)^{0.9} \tag{3.48}$$

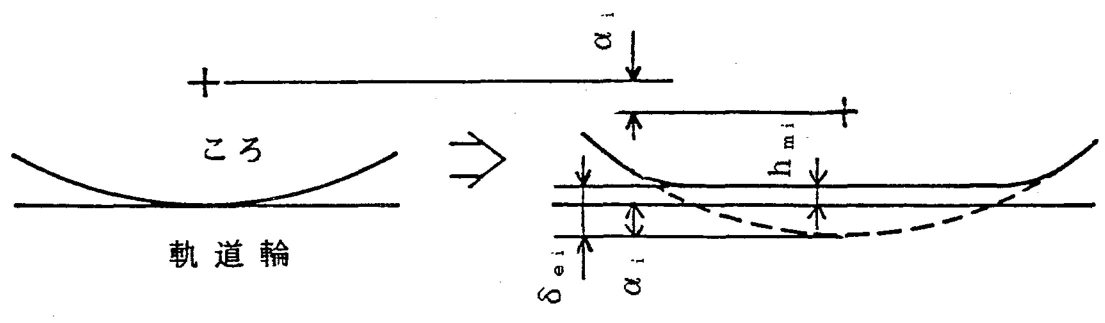


図3－4　変位の条件

ただしW_iは無次元荷重パラメータである。

平行部の油膜厚さh_{mi}は式（3．6）で与えたものと同様である。式（3．7）の最小油膜厚さを無次元材料パラメータG，速度パラメータUおよび荷重パラメータWを用いて書き直すと

$$h_{min\ i}=2.65\,r\,G^{0.54}\,U_i^{0.7}\,W_i^{-0.13} \qquad (3.7)'$$

となる。式（3．47）の　α_i＝一定　という条件より

$$\begin{aligned}\alpha_1-\alpha_2&=0\\ \alpha_2-\alpha_3&=0\\ &\cdot\\ &\cdot\\ \alpha_{n-1}-\alpha_n&=0\end{aligned} \qquad (3.49)$$

のn－1個の式が導出される。式（3．6），（3．7）′および（3．48）より

$$7.2\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0.9}(W_1^{0.9}-W_2^{0.9})$$

$$-\ 1.33\times 2.65G^{0.54}\left(\frac{\rho_0\ \ U_1^{0.7}}{\rho_{p1}\ W_1^{0.13}}-\frac{\rho_0\ \ U_2^{0.7}}{\rho_{p2}\ W_2^{0.13}}\right)=0$$

$$7.2\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0.9}(W_2^{0.9}-W_3^{0.9})$$

$$-\ 1.33\ \times 2.65G^{0.54}\left(\frac{\rho_0\quad U_2^{0.7}}{\rho_{p2}\ W_2^{0.13}}-\frac{\rho_0\quad U_3^{0.7}}{\rho_{p3}\ W_3^{0.13}}\right)=0$$

$$\vdots \qquad (3.50)$$

$$7.2\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0.9}(W_{n-1}^{0.9}-W_n^{0.9})$$

$$-\ 1.33\ \times 2.65G^{0.54}\left(\frac{\rho_0\quad U_{n-1}^{0.7}}{\rho_{pn-1}\ W_{n-1}^{0.13}}-\frac{\rho_0\quad U_n^{0.7}}{\rho_{pn}\ W_n^{0.13}}\right)=0$$

なる式が得られる。

未知量は，各分割要素と軌道輪との接触部に作用する線荷重W_i（$i=1\sim n$）およびころの自転速度ω_rのn＋1個である。ニュートン性流体の場合は式（３．４５），（３．４６）および式（３．５０）を連立させてニュートン・ラプソン法で求めるものである。非ニュートン性流体の場合は，式（３．４２），（３．４３）より，τおよび油膜の温度θ_cの関数であるXについて，解くことが必要である。したがって式（３．４２），（３．４３）に荷重，速度の適当な初期値を入れて，これらの式を満足するτ，Xを算出し，このτを用いてニュートン性流体の場合と同様にW_i，ω_rを求めるものである。

３．５　軸受の摩擦モーメント

ころに働く流体摩擦力と同様，軌道輪に働く摩擦力もニュートン性流体，等温解析の場合は式（３．５），非等温解析の場合は式（３．２５），非ニュートン性流体の場合は式（３．４４）の，それぞれ複号の上，すなわちf_{1i}で与えられる。これらの式に３．４節で求めたW_i，ω_rを代入すれば，単位長さあたりの摩擦力が計算できることになる。したがって，ころ一個よりうける軌道輪の摩擦モーメントm_1は，軸受の回転中心からころの各分割要素の中心までの距離y_iは

$$y_i = l_0 + \Delta l \left(i - \frac{1}{2} \right)$$

となることから

$$m_1 = \sum_{i=1}^{n} f_{1i} \; \Delta l \; y_i$$

となる。したがってころの数をm個とすれば軸受の摩擦モーメントM_t は

$$M_t = m \sum_{i=1}^{n} f_{1i} \; \Delta l \; y_i \qquad (3.51)$$

で与えられる。

3．6　計算結果および考察

3．6．1　ニュートン性流体

弾性流体潤滑下にある流体膜の挙動を，ニュートン性と仮定するものであるが，この場合もさらに，接触部の潤滑油粘度を一定とする等温解析と，油膜のせん断による熱の発生を考慮する非等温解析とがあり，これら両方について示す。

図３－５は，等温解析において，軸受全荷重W_t に対する摩擦モーメントM_t ，平均ヘルツ圧力p_m ，式（３．６）より計算される平行部油膜厚さh_m の変化を示したものである。なお，p_m ，h_m はころの軸方向に分布を持ち，軸受外側においていずれも大きな値を示すが，ここに示した値はころ中央部のものである。図３－５に示すように摩擦モーメントM_t は，荷重W_t の小さい領域において比較的緩やかな増加を示すが，その後は急激に増加する。この結果は３．２．１項で述べたように，物体の弾性変形と潤滑油粘度の圧力依存性のみを考慮したものであり，この関係を$\eta = \eta_0 \exp(\alpha p)$なる関数としたためである。油膜厚さ$h_m$ はW_t に対しては僅かに減少するが，p_m はW_t の１／２乗に比例する。

同図には回転速度N_p の影響についても示しているが，N_p の影響も比較的大きく，とくに，小さい荷重において顕著である。摩擦モーメントM_t のN_p に対する変化割合はW_t の大きさで異なるが，いずれのN_p においても荷重の増加に対して，やはり急激に大きくなる。弾性流体潤滑形態が如何なる条件で成立するかは多少議論を要するが，

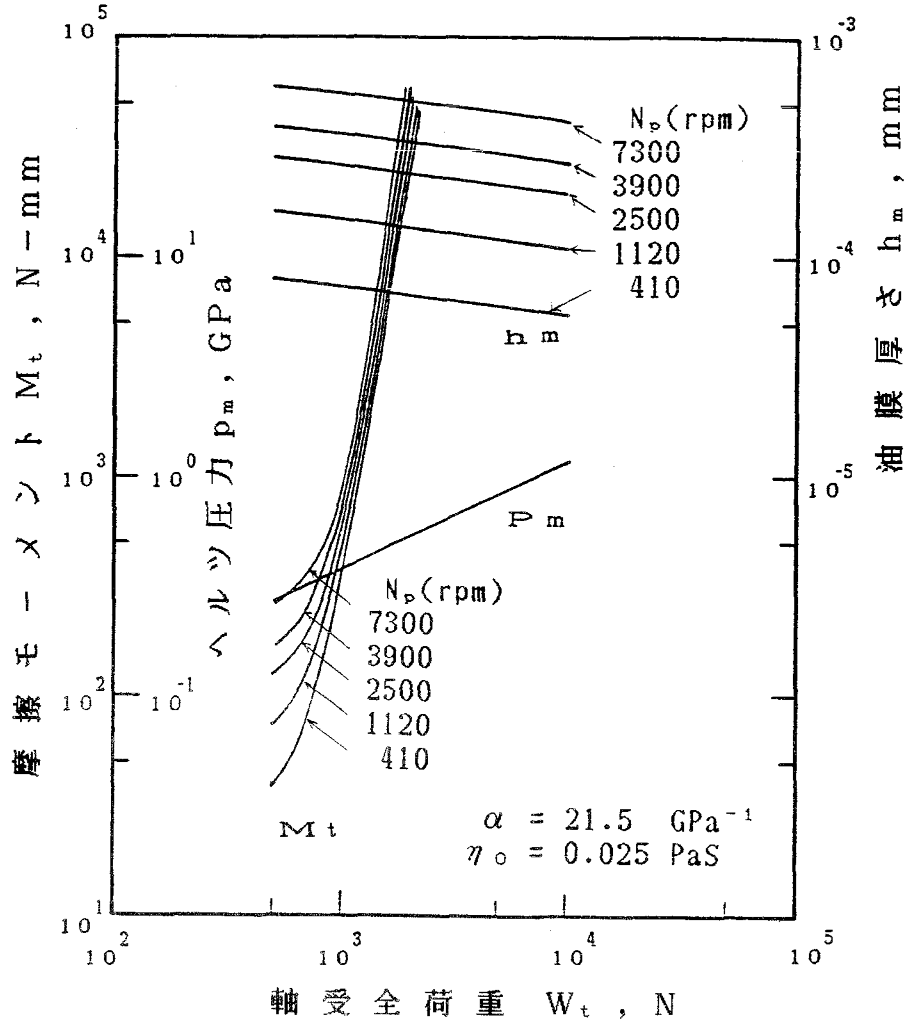


図3－5　W_t に対するM_t ，p_m ，h_m の変化
（ニュートン性流体，等温解析）

圧力はある程度の大きさが必要である。例えばp_m ＞０．５ＧＰａの領域を考えた場合M_t は相当大きな値を示し，通常の転がり軸受において得られる摩擦モーメントよりはるかに大きいものである。一般的に考えられる転がり軸受の摩擦モーメントは次に示す見掛けの摩擦係数ｆの大きさが一つの目安とされている。すなわち

$$f = \frac{M_t}{W_t \ l_g} \qquad (l_g ：ピッチ半径) \qquad (3.52)$$

で与えられるｆは大方 10^{-3} 程度のオーダーとされている。このことを考えれば，式（３．５２）を利用して，上述の計算値M_t よりｆを求めると，ｆは１のオーダーとなり，少なくともニュートン性，等温解析では，スラスト円筒ころ軸受の摩擦特性を説明

できないものと思われる。ただし，これらの計算は常圧粘度η_0 ＝０．０２５ＰａＳ，粘度－圧力係数α＝２１．５Ｇ Ｐａ$^{-1}$ としたものである。次にこれらη_0 ，αの影響についても検討した。

図３－６は常圧粘度η_0 をパラメータにして，摩擦モーメントＭ$_t$ ，平行部油膜厚さｈ$_m$ を示したものである。η_0 に対するＭ$_t$ もＮ$_p$ に対する変化と同様で，荷重の小さい範囲で摩擦モーメントに大きな影響を及ぼす。

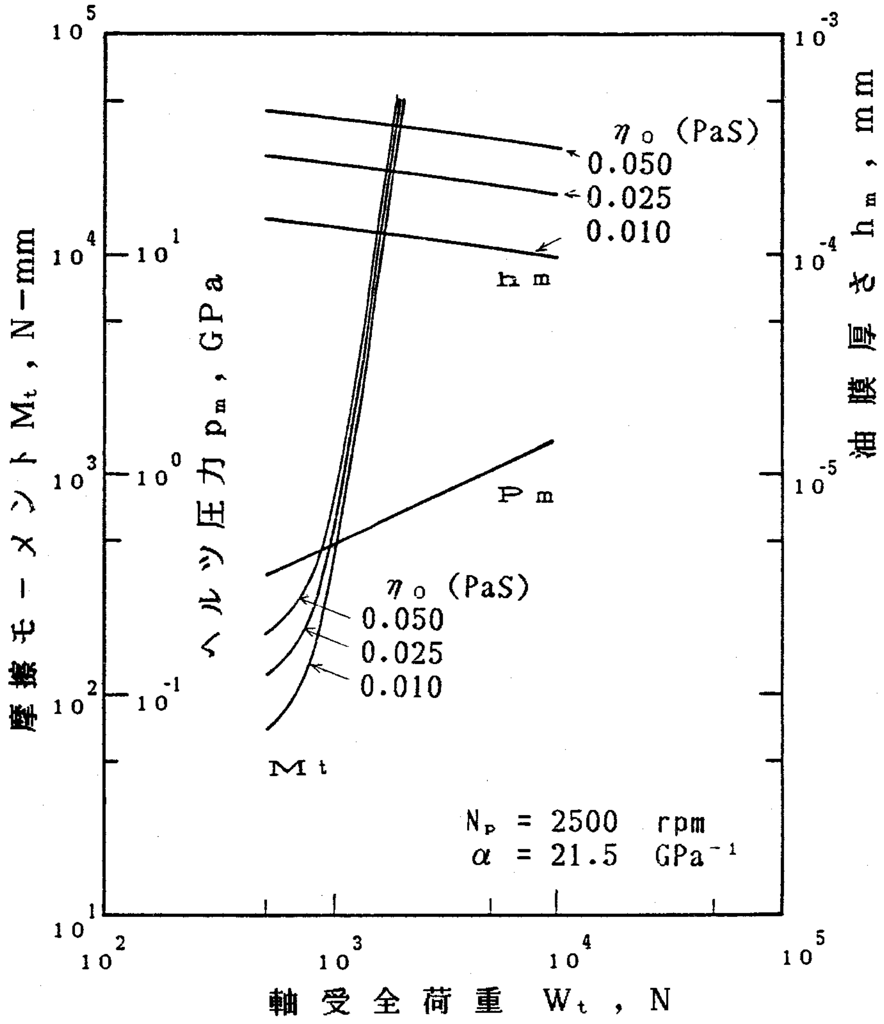


図３－６ Ｗ$_t$ に対するＭ$_t$ ，ｐ$_m$ ，ｈ$_m$ の変化
（ニュートン性流体，等温解析）

図３－７は圧力－粘度係数αをパラメータにしたものである。図に示すように，αの値は摩擦モーメントに極めて大きな影響を与えることがわかる。通常使用される潤滑油のαの大きさとしては，図に示す範囲にほぼあるものと考えられる[11,29]。

α＝２１．５Ｇ Ｐａ$^{-1}$ からα＝１３ＧＰａ$^{-1}$に変化すると，摩擦モーメントＭ$_t$ は二

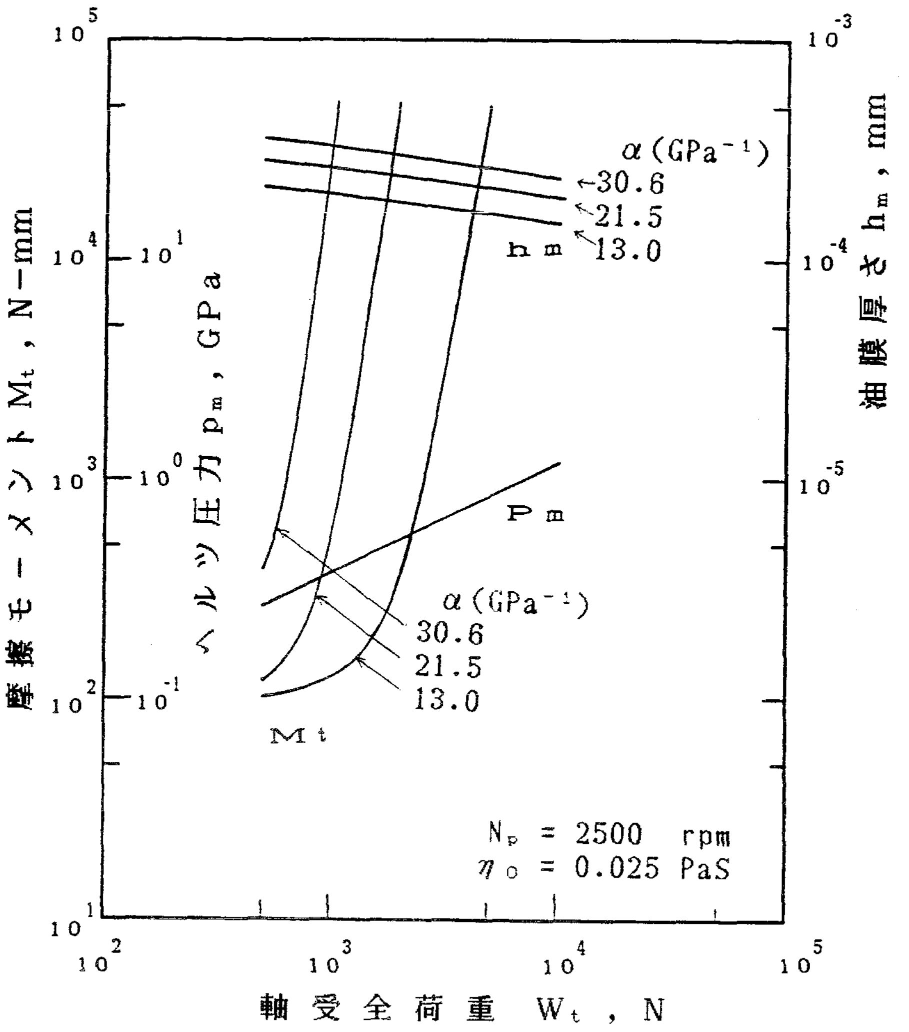


図3－7 W_t に対するM_t，p_m，h_m の変化
（ニュートン性流体，等温解析）

桁程度小さくなり，上で述べたｆの値も小さくなるが，転がり軸受の摩擦モーメントとしては，やはり異状に大きな値である。

以上は，いわゆる等温解析の結果である。等温というのは，接触部の流体がせん断されても，それによる発熱を考えず，運動中も潤滑油の粘度は変化しないとするものである。したがって，粘度は圧力のみの依存となり摩擦モーメントは荷重に対して急激に増加するものである。この理論の適用は，圧力の大きくない領域においては有効なものと考えられる。何故ならば，小さい圧力においては油膜厚さは大きく，したがって油膜内のせん断速度は小さいので，油膜の温度変化も少ないものと考えられるからである。しかしながら，やはり圧力の大きいところでは，当然せん断熱も考慮する必要があり，また，転がり軸受の摩擦モーメントの大きさから判断すると，少なくともニュートン性流

体，等温解析では不十分であると思われる。

図３－８は，非等温解析における結果を，等温解析の結果と比較して示したものである。ヘルツ平均圧力p_mおよび平行部油膜厚さh_mはいずれの解析においても同じになる。摩擦モーメントの両者を比較すると荷重が小さい範囲（$W_t = 5\times10^2 \sim 10^3$ N）では，両者の摩擦モーメントに大きな違いが見られない。このような荷重範囲においては発熱も小さく，したがって温度効果も小さいものと考えられる。$p_m > 0.5$ GPaでは，非等温解析の摩擦モーメントは等温解析のそれより１／１０以下になり，温度効果が大きく現れることがわかる。しかしながら，非等温解析における結果であってもｆの値は未だ大きすぎるものと判断される。

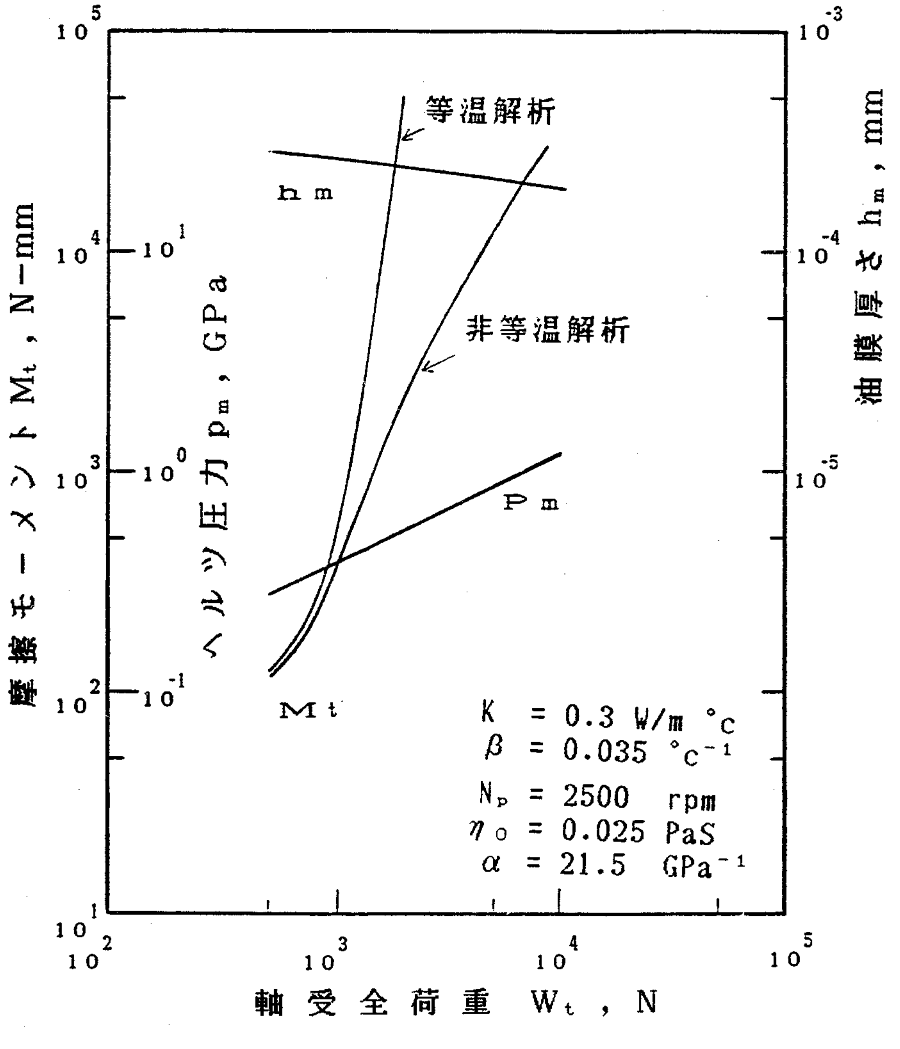


図３－８　W_tに対するM_t，p_m，h_mの変化

（ニュートン性流体，等温と非等温解析の比較）

図3－9，3－10は，回転速度N_pおよび常圧粘度η_0をパラメータにとって，非等温の解析結果を示したものである。摩擦モーメントM_tに与える影響は，両者のパラメータとも同じ効果を示していることがわかる。この場合，等温解析における特性と明らかに異なる点はW_tの増加に伴い，N_p，η_0の効果が逆転することである。すなわち，これらパラメータの大きいものほどM_tが小さくなる。このことが非等温解析におけるもう一つの大きな特徴である。図3－11は圧力－粘度係数αをパラメータにとって，同じく非等温の解析結果を示したものである。αの違いは，摩擦モーメントM_tに大きな影響を及ぼすものの，定性的には等温解析のときと同様であり，αの小さい値であってもW_tの増加にともない，M_tは急激に大きくなる。

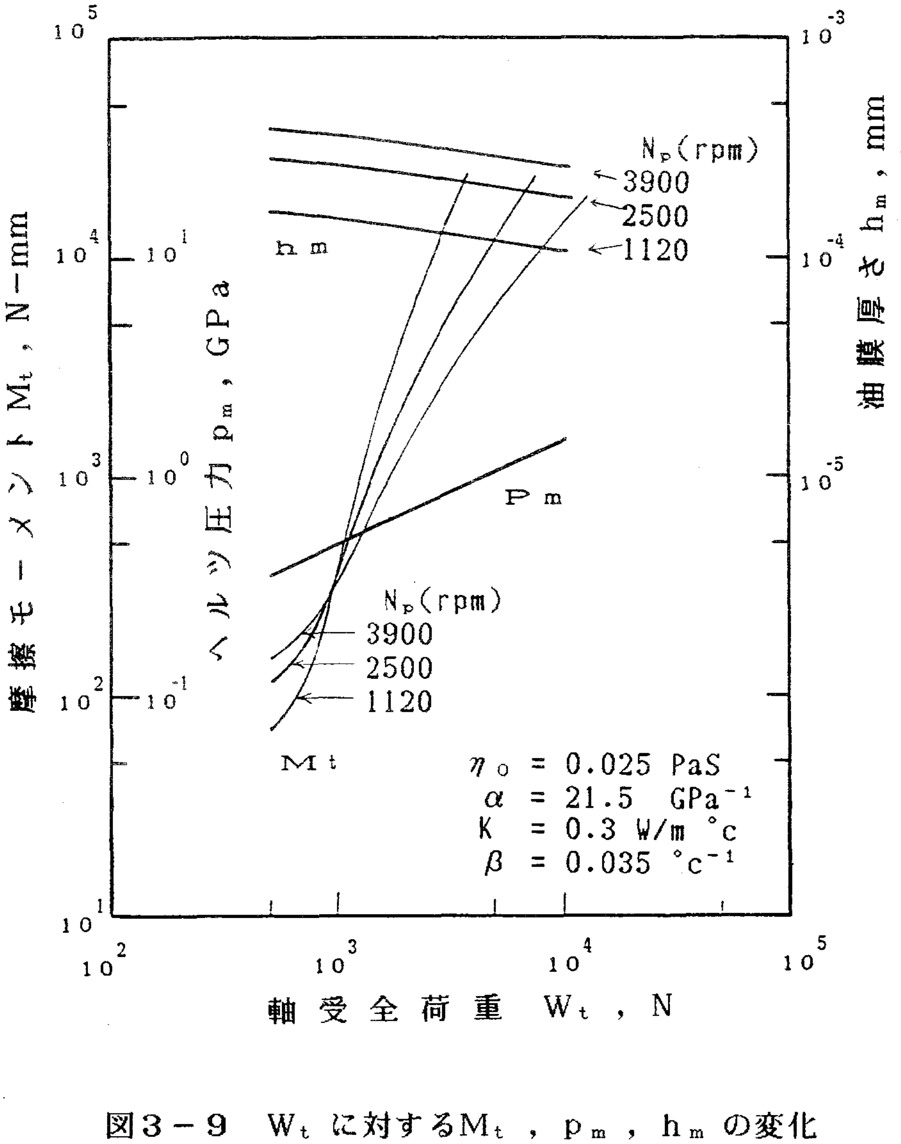


図3－9　W_tに対するM_t，p_m，h_mの変化

（ニュートン性流体，非等温解析）

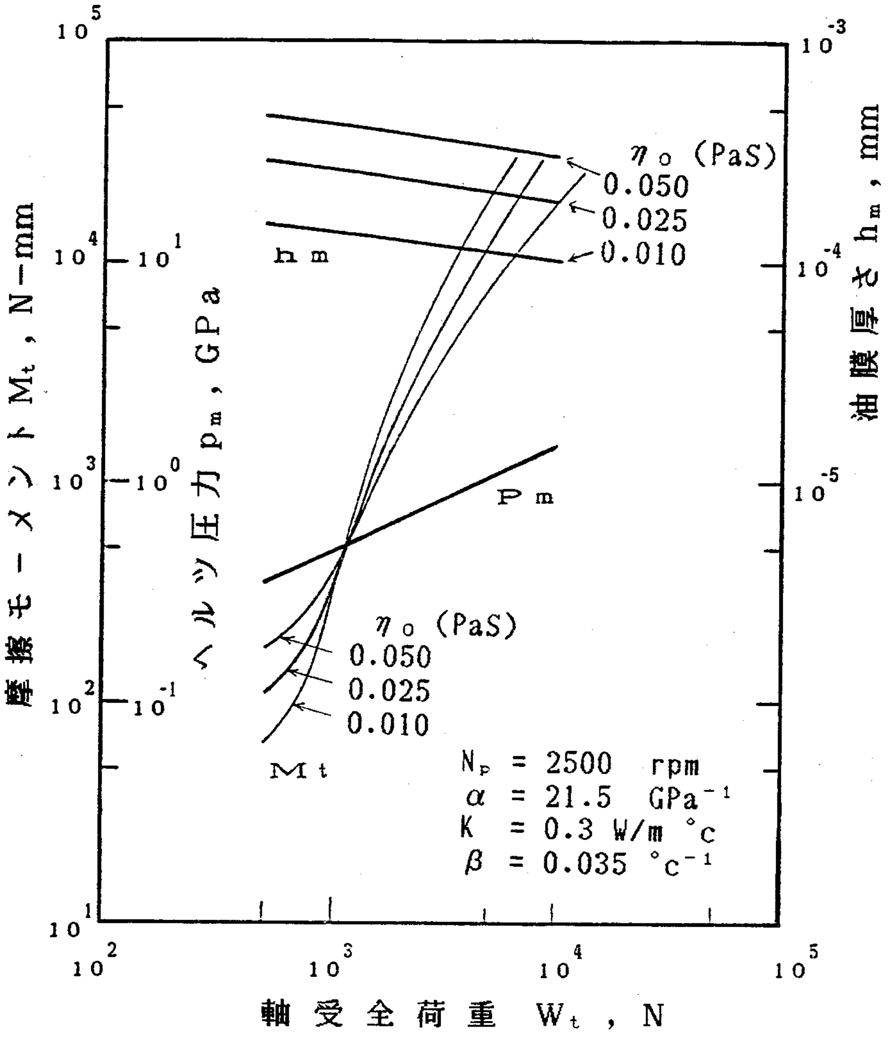


図3−10 W_t に対するM_t ，p_m ，h_m の変化

（ニュートン性流体，非等温解析）

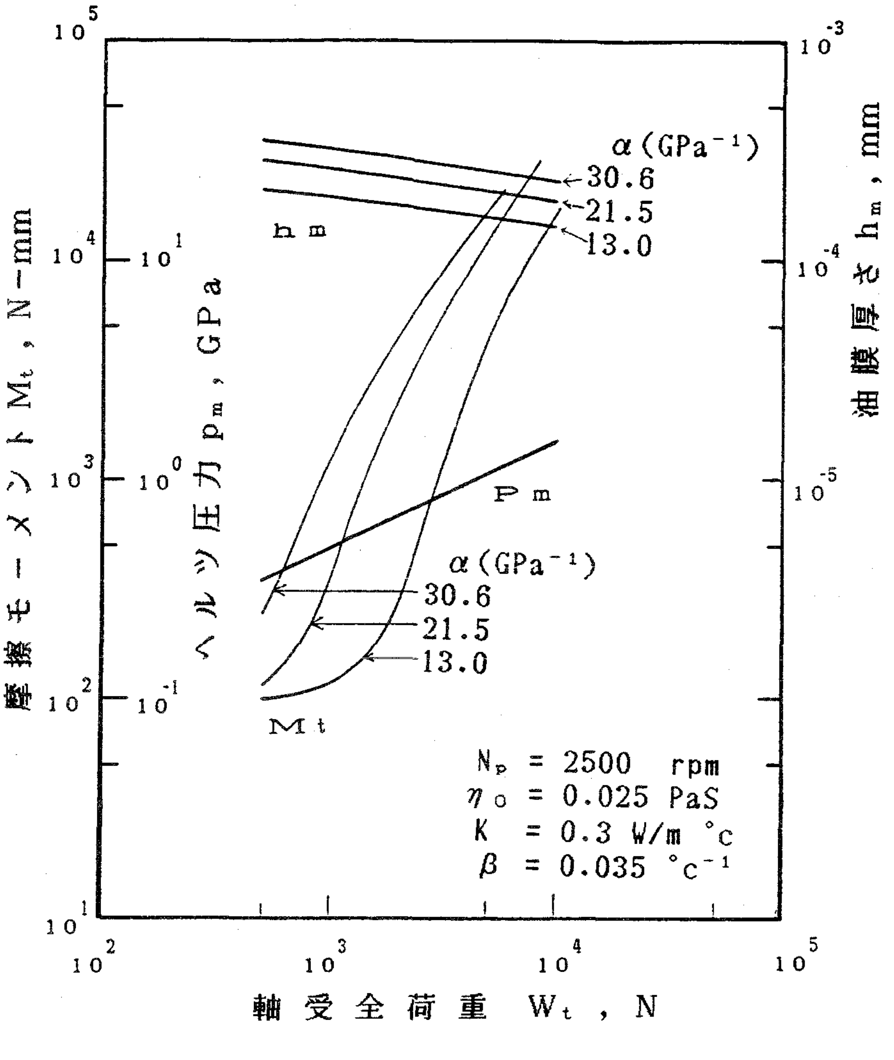


図3−11 W_t に対するM_t , p_m , h_m の変化
(ニュートン性流体，非等温解析)

3．6．2　非ニュートン性流体

3．6．1項においては，接触部の流体膜挙動をニュートン性流体と仮定した場合の解析結果について示した。等温解析，非等温解析の場合も，荷重の増加に対して摩擦モーメントは極めて大きく増加し，通常の転がり軸受で得られるモーメント（摩擦係数）よりもはるかに大きな結果になった。さらに本研究の実験結果とも比較しながら，3．6．1項の二つの計算結果を考えると，なおスラスト円筒ころ軸受の摩擦特性を十分に説明することはできないと思われる。したがってさらに理論的検討をするために，本研究では非ニュートン性流体についても解析を試みたものである。

図3－12は3．6．1項における二つの計算結果と，非ニュートン性流体の結果を併せて示したものである。ニュートン性流体に比べて，非ニュートン性流体では，荷重

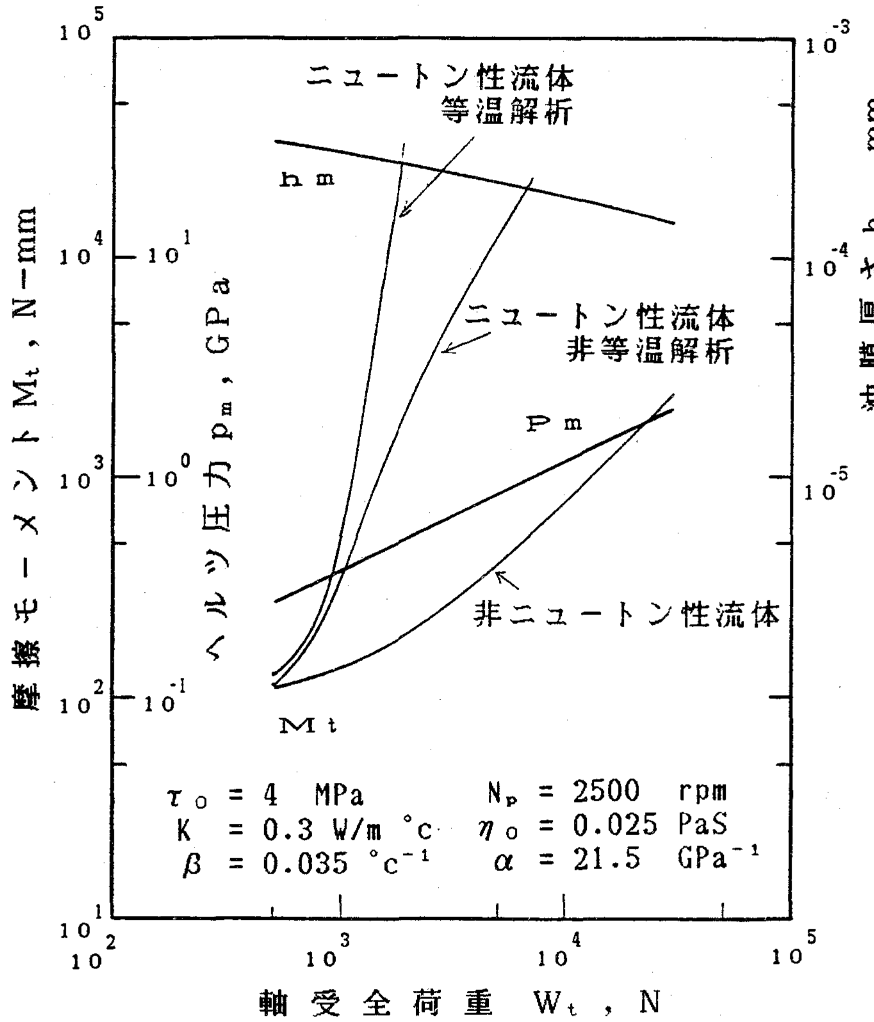


図3－12　W_t に対するM_t，p_m，h_m の変化
（ニュートン性流体，非ニュートン性流体の比較）

W_t の増加に対する摩擦モーメントM_t はゆるやかに大きくなり，W_t に比例するようになる。この程度のM_t の大きさであれば，見掛けの摩擦係数ｆの値もほぼ10^{-3} 程度のオーダーになり，転がり軸受の摩擦モーメントとしても適当な値である。前にも述べたように，弾性流体潤滑における摩擦力（トラクション）については，非ニュートン性流体と仮定することによって実験結果とも定量的に一致する傾向にある。スラスト円筒ころ軸受においても，非ニュートン性流体であるアイリング粘性体で，弾性流体潤滑における摩擦特性を説明することが可能であると考えられる。

図３－１３は，N_p をパラメータにして示したものである。平行部の油膜厚さh_m はニュートン性流体，非ニュートン性流体でもほぼ同一である。また平均圧力p_m は回転

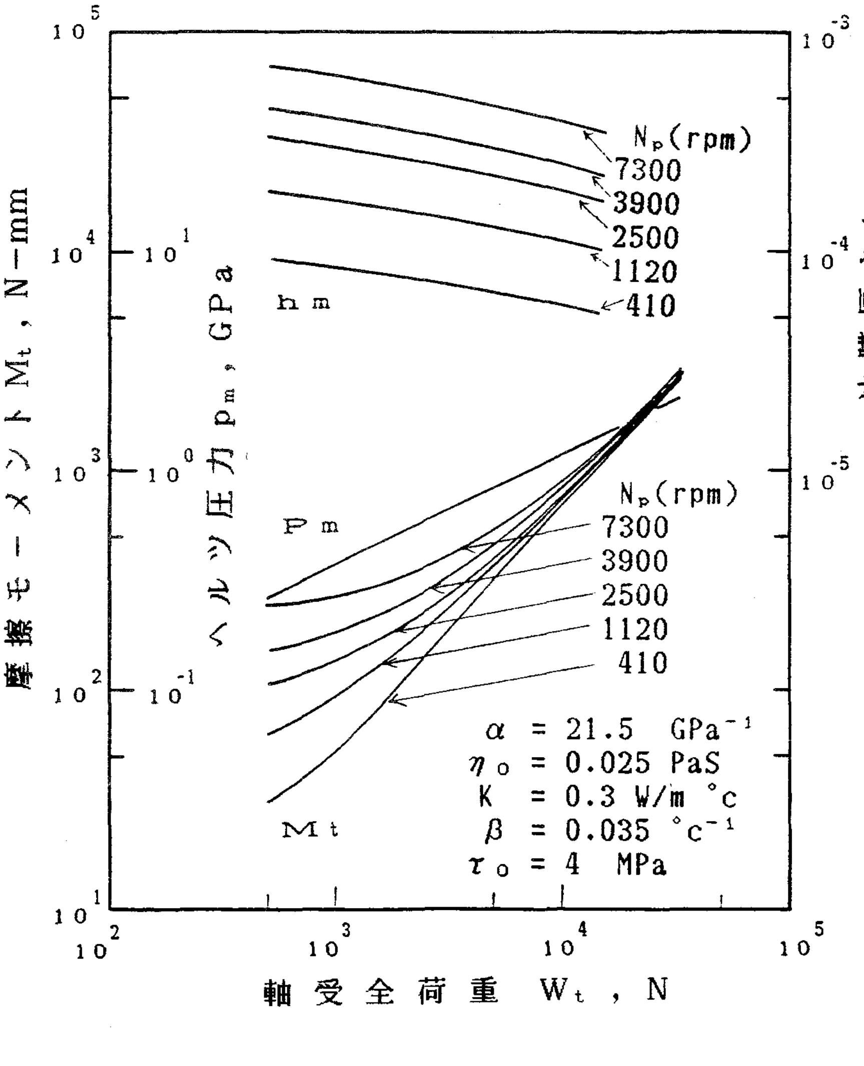


図３－１３　W_t に対するM_t ，p_m ，h_m の変化
（非ニュートン性流体：アイリング粘性体）

速度に依存しないから一つの直線で示される。摩擦モーメントM_tは，全ての荷重域でN_pの大きいものが大きくなっている。しかしN_pの影響は小さい荷重ほど大きく現れている。荷重の増加と共にN_pの影響は小さくなるが，ついにはほとんどおなじ摩擦モーメントの値になる。

図３－１４および３－１５は，それぞれ常圧粘度η_0，圧力－粘度係数αをパラメータにしたときの結果を示したものである。η_0の効果はN_pの効果と全く同じである。また，ニュートン性流体においては，αの影響が大きく現れたが，非ニュートン性流体の場合は，図３－１５に見られるようにあまり大きくない。

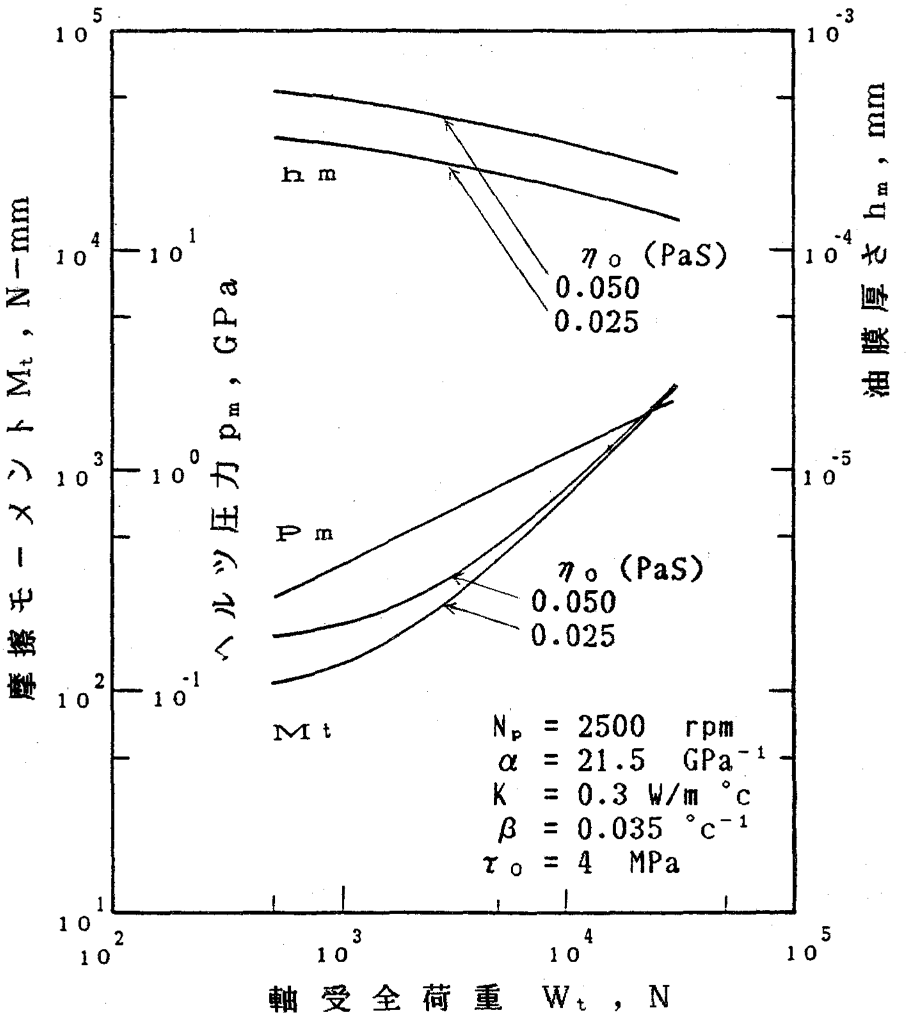


図３－１４　W_tに対するM_t，p_m，h_mの変化

（非ニュートン性流体：アイリング粘性体）

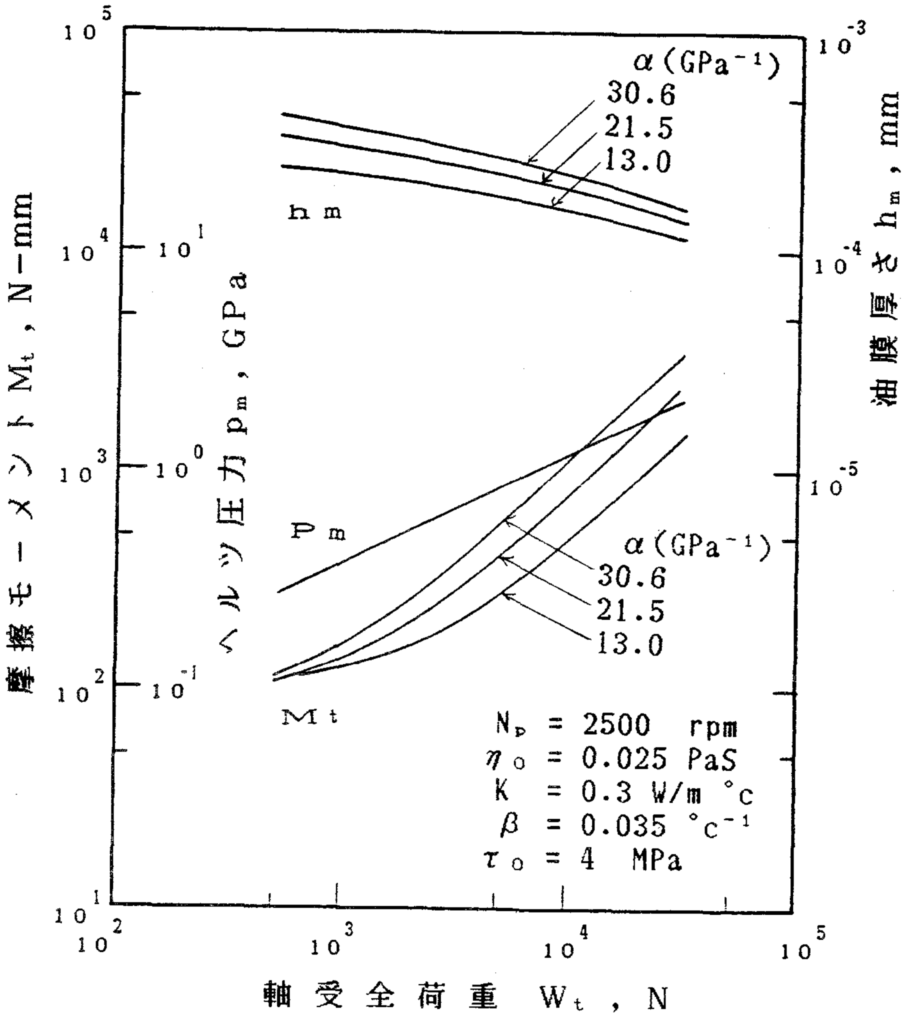


図3−15　W_t に対するM_t ，p_m ，h_m の変化

（非ニュートン性流体：アイリング粘性体）

3.7 結　言

スラスト円筒ころ軸受の弾性流体潤滑における摩擦特性について理論的に検討した。弾性流体潤滑理論の，とくに摩擦力に関しては十分に確立されたものではなく，種々議論されているところである。この章においてはこれまでに出されている理論の中でも，流体膜の挙動をニュートン性流体と扱う場合と非ニュートン性流体（本研究ではその一つであるアイリング粘性体）と扱う場合の二つについて，これらをスラスト円筒ころ軸受に適用したものである。弾性流体潤滑理論そのものが十分に解明されていないとは言え，スラスト円筒ころ軸受の，弾性流体潤滑下における摩擦特性も明らかにされていない現在，本章で行なった解析及び結果は重要な意義があるものと考える。得られた結果は次のとおりである。

（１）接触部の流体膜の挙動をニュートン性流体と仮定し，かつ等温とした場合，摩擦モーメントM_tは，回転速度N_p，常圧粘度η_0によって多少影響を受けるが，軸受全荷重W_tが増加すると急激に大きくなる。この結果は，一般的に得られる転がり軸受の摩擦モーメントよりはるかに大きく，この考え方でスラスト円筒ころ軸受の摩擦特性を説明することはできないものと思われる。

（２）ニュートン性流体，非等温とした場合，油膜内部の温度上昇によって潤滑油の粘度が低くなり，摩擦モーメントM_tは等温とした場合に比べて相当小さくなるが，この場合も荷重特性としては増加割合が大きすぎる。

（３）接触部の流体膜挙動を，アイリング粘性体（非ニュートン性流体）と仮定した場合，ニュートン性流体の場合に比べて摩擦モーメントM_tは十分に小さくなり，摩擦係数ｆも妥当な値である。したがって，スラスト円筒ころ軸受の摩擦特性も，アイリング粘性体で説明が可能と思われる。

（４）アイリング粘性体の場合の摩擦モーメントM_tは，軸受全荷重W_tの小さい範囲では回転速度N_p，常圧粘度η_0に大きく依存するが，荷重の増加と共にN_p，η_0の影響は小さくなり，$W_t = 3 \times 10^4$ N程度になるとほとんど同じ摩擦モーメントの値を示すようになる。また圧力ー粘度係数αに対してはニュートン性流体のような大きな依存性はない。

第 4 章　境界潤滑における理論解析

4.1 緒　言

第2章，第3章においては，それぞれ，流体潤滑および弾性流体潤滑理論を適用してスラスト円筒ころ軸受の摩擦の解析を行なった。これらはいずれも二物体間に流体膜が存在し，その油膜の挙動を基にころおよび軌道輪に働く摩擦力から，軸受の摩擦モーメントを求めたものであった。第3章に示したように，弾性流体潤滑においては荷重の増加と共に，接触部に生ずる弾性変形量は大きくなり，油膜厚さは少しずつ減少するが，理論的には無限の荷重まで油膜厚さは存在することになる。しかしながら，実際の場合は，それ以前に油膜の破断が起こり，二物体は境界潤滑膜で接触することになる。すなわち，潤滑形態は弾性流体潤滑から境界潤滑へ遷移する。この潤滑形態の遷移する条件は十分に明らかにされていないが，これまでの多くの研究においては，最小油膜厚さと表面あらさの関係で論じられている[30~32]。したがって表面あらさの大小によって適用範囲も異なり，それぞれの潤滑形態における理論と実験との比較検討においては，十分注意を要するが，一般的使用条件とされている低速・高荷重の運転を考えれば油膜による潤滑のほかに，境界潤滑における解析も極めて重要な意義をもっているものと思われる。本章では初めにころの運動について，ころと軌道輪との接触部で費やされるエネルギが最小になる条件から明らかにし，この結果を利用して，そこで発生するすべり量および摩擦モーメントを求めるものである。

4.2 ころの運動

図4－1（a）に示すように，上軌道輪がω_hの角速度で回転しているものとする。流体および弾性流体潤滑における解析においては，保持器などから受ける摩擦力も考慮したが，境界潤滑において，これらの摩擦力は接触部で発生する摩擦力に比べてかなり小さいので，ここではこれを無視するものとする。したがって保持器などによって拘束されない場合のころの運動について考える。

いま，ころがω_rの角速度で自転しながらω_cの公転速度で運動しているものとすれば，ころと上，下軌道輪間の相対すべり量は図4－1（b），（c）に示すように，軸受の中心から任意の半径位置yにおいて　それぞれS_{r1}，S_{r2}（後述）となる。ころ

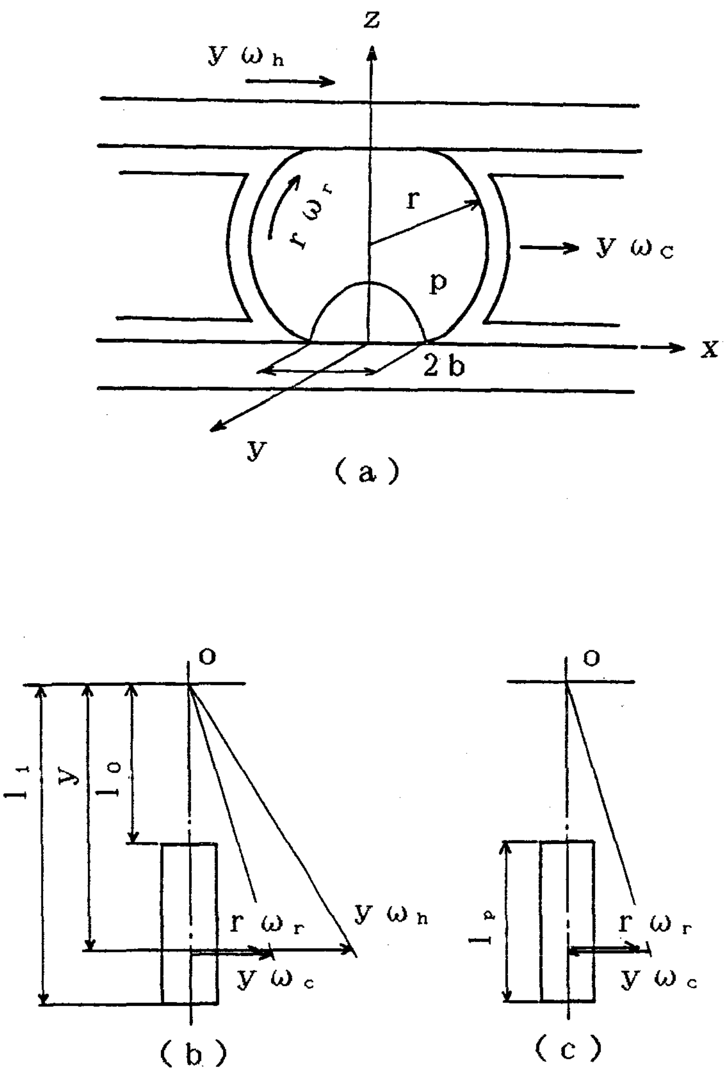


図４－１　境界潤滑における幾何学的関係

の各点において，このような相対すべりを伴いながら運動するので，ころと上，下軌道輪の間でエネルギ損失を生じることになる。ころは上，下軌道輪の接触部以外では，なんら拘束を受けないものとするので，この運動は，上記エネルギが最小となる条件によって決定されるものと考える。この条件に基づいてころの速度ω_r ，ω_c を求める。

いま，一個のころに負荷される荷重をW_1 とする。接触部はヘルツの接触理論にしたがい，その接触幅を２ｂ，接触圧力の平均値をp_m とする。ころと上軌道輪間の相対すべりによって，単位時間に消費されるエネルギをE_u とすれば，E_u は

$$E_u = m\int_{l_0}^{l_1} S_{r1}\ \mu_s\ p_m\ 2b\ dy \tag{4.1}$$

で表わされる。ここでmは軸受の全ころ数，μ_s は境界潤滑におけるすべり摩擦係数である。またヘルツの接触理論における接触幅２ｂ，平均ヘルツ圧力p_m はそれぞれ

$$2b = 3.04\left(\frac{W_1\ r}{l_p\ E'}\right)^{1/2} \tag{4.2}$$

$$p_m = \frac{\pi}{4}\times 0.418\left(\frac{W_1\ E'}{l_p\ r}\right)^{1/2} \tag{4.3}$$

で与えられる。l_p ，E' は前述したように，それぞれころの有効長さおよび物体の等価弾性係数である。また相対すべり量S_{r1}は図４－１（ｂ）より

$$S_{r1} = (y\omega_h - y\omega_c) - r\omega_r \tag{4.4}$$

となる。ここで

$$R = y - \frac{r\omega_r}{\omega_h - \omega_c} \tag{4.5}$$

なるRを定義し

$$R_1 = l_0 - \frac{r\omega_r}{\omega_h - \omega_c} \qquad R_2 = l_1 - \frac{r\omega_r}{\omega_h - \omega_c} \tag{4.6}$$

とおけば，式（４．４）のS_{r1}は

$$S_{r1} = (\omega_h - \omega_c)R \tag{4.4'}$$

と書き改められる。よって，式（４．１）のE_u は

$$E_u = \frac{W_t\ \mu_s}{l_p}\int_{R_1}^{R_2}(\omega_h - \omega_c)\,|R|\,dR \tag{4.1'}$$

となる。ただしW_t は軸受に作用する全荷重である。同様に，ころと下軌道輪間の相対すべり量S_{r2}は

$$S_{r2} = y\omega_c - r\omega_r \tag{4.7}$$

で与えられるが，ここでも式（４．５），（４．６）と同様に

$$R' = y - \frac{r\,\omega_r}{\omega_c} \qquad R_1' = l_0 - \frac{r\,\omega_r}{\omega_c} \qquad R_2' = l_1 - \frac{r\,\omega_r}{\omega_c} \tag{4.8}$$

とおけば，S_{r2}は

$$S_{r2} = \omega_c\, R'$$

になる。よって，ころと下軌道輪間のすべりによって消費される，単位時間あたりのエネルギE_l は

$$E_l = \frac{W_t\ \mu_s}{l_p} \int_{R_1'}^{R_2'} \omega_c\ | R' |\ dR' \tag{4.9}$$

で与えられる。式（4．1）′，（4．9）より，軸受で消費される全エネルギをE_tとすれば，

$$\begin{aligned} E_t &= E_u + E_l \\ &= \frac{c_1 (\omega_h - \omega_c)}{2} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{c_1\ \omega_c}{2} (R_2'^2 - R_1'^2) \end{aligned} \tag{4.10}$$

となる。ただし

$$c_1 = \frac{W_t\ \mu_s}{l_p}$$

とする。ころの運動は，全エネルギE_t が最小となる条件から求める。よって

$$\frac{\partial E_t}{\partial \omega_r} = \frac{\partial E_t}{\partial \omega_c} = 0$$

なる条件を求めると

$$\begin{aligned} R_1 &= -R_2 \\ R_1' &= -R_2' \end{aligned} \tag{4.11}$$

である。したがって式（4．6），（4．8），（4．11）より

$$\omega_c = \omega_h / 2$$

$$\omega_r = \frac{l_g}{2r}\omega_h \qquad (4.12)$$

となる。すなわち，ころは軌道輪の１／２の角速度で公転し，ころのピッチ半径上で，すべりのない純ころがり運動をすることが明らかになる。

４．３　摩擦モーメント（弾性変形を考慮しない場合）

式（４．１２）より，式（４．４）のS_{r1}，式（４．７）のS_{r2}は等しくなり，これらをS_rとおくと

$$S_r = S_{r1} = S_{r2} = \frac{\omega_h}{2}(y - l_g) \qquad (4.13)$$

となる。したがって，式（４．１０）のE_tは

$$E_t = 0.25 W_t \omega_h \mu_s l_p \qquad (4.14)$$

で与えられる。したがって，摩擦モーメントM_tは

$$M_t = \frac{E_t}{\omega_h} = 0.25 W_t \mu_s l_p \qquad (4.15)$$

となる。このように，境界潤滑における摩擦モーメントM_tは，すべり摩擦係数が得られれば，簡単な式で与えられることになる。

４．４　接触部の弾性変形と摩擦モーメント

４．３節において示したように，ころと軌道輪の接触はピッチ半径上で純ころがり，それ以外の部分ではすべりを伴う運動をすることになる。このとき，接触幅２ｂ内に発生する摩擦抵抗は，ころと軌道輪との接触部の相対変位が弾性変形にとどまる範囲内に発生する摩擦抵抗と，その相対変位が大きくなりせん断分離される範囲内に発生する摩擦抵抗の二つからなる[2)]。４．３節においては，前者の弾性変形を考慮せずに，すべてせん断分離されるものとして，摩擦抵抗およびモーメントを求めたものであった。しか

し，式（4．13）で与えたすべり量が小さい場合は，その変位が弾性変形にとどまることも考えられる。ここでは，このような弾性変形を考慮に入れたときの摩擦モーメントについて検討する。

軸受の回転中心より，接触部の任意の位置yにおけるすべり率をsとして，次のように定義する。

$$s=\frac{|l_g-y|}{l_g} \tag{4.16}$$

図4－2[2] において，$l_0 \leqq y \leqq l_{e1}$ $l_{e2} \leqq y \leqq l_1$ および $l_{e1} \leqq y \leqq l_{e2}$（$l_{e1}$は，接触部の相対変位が弾性変形し始める軸受中心からの半径，l_{e2}は，せん断分離し始める軸受中心からの半径を表わす）の範囲にあるころの単位長さあたりの摩擦抵抗（変形抵抗）をそれぞれf_s，f_eとすると

$$f_s=\mu_s p_m\left(2b-\frac{\mu_s p_m}{2sk_e}\right) \tag{4.17}$$

$$f_e=\frac{1}{2}(2b)^2 sk_e \tag{4.18}$$

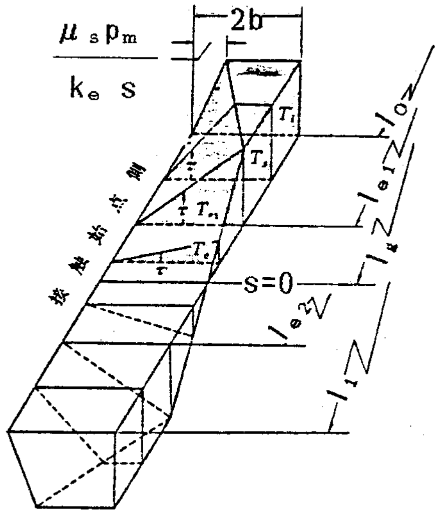


図4－2　接触部における
せん断抵抗の分布

で与えられる。ここでk_eは比例定数である。また，ころと軌道輪接触部の任意の半径位置yにおける相対すべり量S_rは，式（4．13）で与えられるから，単位時間に消費されるエネルギE_eは

$$E_e=\int_{l_0}^{l_{e1}} f_s S_r\,dy+\int_{l_{e1}}^{l_g} f_e S_r\,dy$$

$$+\int_{l_g}^{l_{e2}} f_e S_r\,dy+\int_{l_{e2}}^{l_1} f_s S_r\,dy$$

$$=\frac{\mu_s p_m b\omega_h}{2}\left\{-(l_g-l_{e1})^2+(l_g-l_0)^2\right.$$

$$+(l_1-l_g)^2-(l_{e2}-l_g)^2$$

$$\left.-\frac{\mu_s p_m l_g}{2bk_e}(l_{e1}-l_0+l_1-l_{e2})\right\}$$

$$-\frac{b^2 k_e\omega_h}{3l_g}\left\{(l_g-l_{e1})^3+(l_{e2}-l_g)^3\right\} \qquad (4.19)$$

となる。ここで，接触部のせん断変形が，弾性的となるための最大相対変位量をs_cとすれば

$$l_{e1}=l_g-\frac{l_g s_c}{2b} \quad , \quad l_{e2}=l_g+\frac{l_g s_c}{2b} \qquad (4.20)$$

となる。　さらに

$$\frac{\mu_s p_m}{s k_e}=2b \quad \text{のとき} \quad y=l_{e1} \ , \ l_{e2}$$

となることから，式（4．20）は

$$l_{e1}=l_g-\frac{\mu_s l_g p_m}{2bk_e} \quad , \quad l_{e2}=l_g+\frac{\mu_s l_g p_m}{2bk_e} \qquad (4.21)$$

に書き直される。式（4．20），（4．21）より，

$$k_e=\frac{\mu_s p_m}{s_c} \qquad (4.22)$$

となるから，式（4．19）のE_eは

$$E_e = \frac{1}{8} \mu_s \omega_h W_1 l_p \left\{ 1 - \left(\frac{l_g s_c}{l_p b} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{l_g s_c}{l_p b} \right)^2 \right\} \quad (4.23)$$

で与えられる。また，ころと軌道輪間の摩擦抵抗をすべり率に関係なく全域で

$$f_s = 2 b \mu_s p_m \quad (4.24)$$

とすれば，このときのエネルギをEとして

$$E = \int_{l_0}^{l_1} f_s S_r dy = \frac{1}{8} \mu_s \omega_h l_p W_1 \quad (4.25)$$

である。このEに対するE_eの比が，接触部の弾性変形を，考慮に入れたときと入れないときの摩擦モーメントの比になる。この比をγ_eとすると

$$\gamma_e = \frac{E_e}{E} = R_l \left(\frac{1}{R_l} - \frac{s_c}{b} \right) + \frac{R_l^{\ 2}}{3} \left(\frac{s_c}{b} \right)^2 \quad (4.26)$$

となる。ただし，$R_l = l_g / l_p$ である。

4．5　計算結果および考察

境界潤滑におけるころの運動を求めた結果，式（4．12）に示したように，ころはピッチ半径上で軌道輪と同じ表面速度になることがわかった。したがって，ころと軌道輪との相対すべり量は，ころの中央部（ピッチ半径上）を中心に直線的分布をもつことになる。このすべり量が小さい場合は，接触部の変位が弾性変形内に止まることも考えられる。

弾性変形を考慮しない場合は，相対すべり量の大小にかかわらず，接触部のすべての領域でせん断分離されるものである。このときの摩擦モーメントM_tは式（4．15）で与えられるように，軸受全荷重W_t，ころの有効長さl_pおよびすべり摩擦係数μ_sだけで表わされることになる。またμ_sが一定であれば回転速度の影響はなく，すべて同一の摩擦モーメントになる。

接触部の弾性変形を考慮した場合の摩擦モーメントは，考慮しない場合のそれに対する比として式（4．26）のγ_eで与えられる。このγ_eを，R_l（$= l_g / l_p$），R_m（$= r / l_p$）の関係で示したのが図4－3である。γ_eは軸受全荷重W_tの増加と共にゆるやかに大きくなる。またR_lすなわちころの有効長さl_pに対するピッチ半

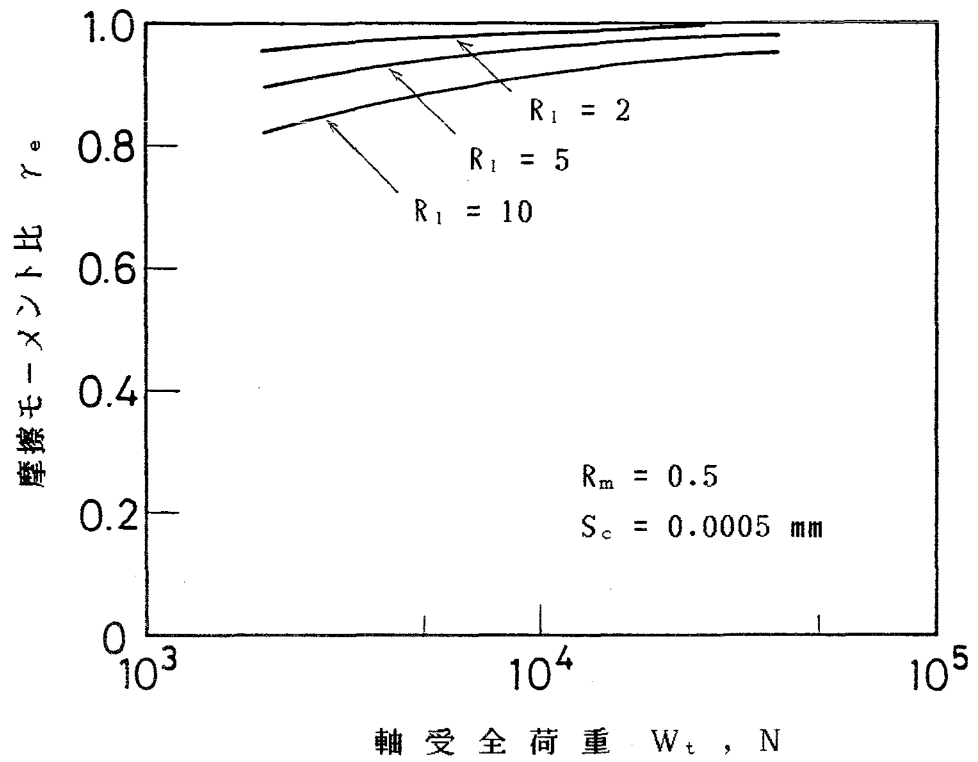


図４－３　軸受全荷重と摩擦モーメント比の関係

径 l_g の比に，多少影響を受けることになる。接触部の相対変位が弾性的となるための最大変位量 s_c は 10^{-4}～10^{-3}mm程度とされているが[1)]，図４－３に示した結果は $s_c=5\times10^{-4}$mmとして計算を行なったものである。s_c を 10^{-4}mmから 10^{-3}mmに変化させて計算を行なった結果，例えば $W_t=10^4$ N，$R_l=5$，$R_m=0.5$ の場合，$\gamma_e=0.99$～0.92 の値になり，γ_e は s_c に大きな影響を受けないことがわかった。ただし W_t の小さい範囲においては γ_e も小さくなり，弾性変形を考慮に入れた解析も必要になってくると思われるが，逆に境界潤滑領域を対象とする場合は荷重が大きいのでその影響は小さいことになる。

4.6 結　言

境界潤滑におけるころの運動および摩擦モーメントについて理論解析を行なった。とくに，ころの運動についてのこれまでの理論解析は，ころがり接触の幾何学的関係においてのみとらえたものであったのに対し，本研究ではころと軌道輪との接触部で消費されるエネルギが最小になる条件より求めたものである。得られた結果をまとめると次のようになる。

（１）ころの運動は，軌道輪（回転輪）の１／２の速度で公転し，かつピッチ半径上でころと軌道輪の表面速度は一致する。したがってころと軌道輪との相対すべり量はピッチ半径上を中心に直線的に分布することになり，このすべりによるエネルギ損失を小さくするためにはころの有効長さを小さくすることが望ましい。

（２）接触部のすべり方向に対する弾性変形を考慮しない場合，摩擦モーメントM_tは軸受全荷重W_t，ころの有効長さl_pおよびすべり摩擦係数μ_sに比例し，回転速度，ピッチ半径の大きさには関係ない。この場合もころの有効長さを小さくすることによって摩擦モーメントを軽減することが可能となる。

（３）ころと軌道輪との接触部において，相対すべり量が小さいとき接触部の相対変位が弾性変形内にとどまるものとし，この弾性変形を考慮した場合の摩擦モーメントは，相対変位の大小にかかわらず，接触部がすべてせん断分離されるとしたいわゆる弾性変形を考慮しない場合のそれに比べて多少小さくなる。

第 5 章　実験的検討

5．1　緒　言

第2章～第4章においては，スラスト円筒ころ軸受の摩擦モーメントに関する理論的検討を行なった。とくに，第2章および第3章のそれぞれの潤滑における理論解析は，これまでにほとんど行なわれていなかっただけに，大きな意義があるものと思われる。前章までの解析結果をまとめると，次のようになる。

流体潤滑における理論解析の結果，ころの速度は軌道輪の速度の約1／5になり，軌道輪との間に大きな速度差の生ずることがわかった。また摩擦モーメントは軸受荷重，軌道輪の回転速度，および常圧粘度のそれぞれ1／2乗に比例する。この二つが第2章の主な結果である。

弾性流体潤滑においては，ニュートン性流体，非ニュートン性流体と仮定する二つの潤滑理論を適用して理論解析を行なった。弾性流体潤滑における摩擦力そのものが十分に確立されたとはいえない面もあるので，それぞれの解析結果，およびこれらの比較検討を行ないながら，スラスト円筒ころ軸受の摩擦モーメントについて検討した。その結果，ニュートン性流体とした場合の摩擦モーメントは，一般に考えられる値よりもはるかに大きく，この理論では摩擦モーメントの特性を説明できないものと思われ，非ニュートン性流体の場合についても検討した。

境界潤滑においては，これまでに十分な解析のなされていなかったころの運動についても求め，ころはピッチ半径上で軌道輪と相対すべりのないことを確認した。また摩擦モーメントについては，接触部のすべり方向に対する相対すべりが，弾性変形内にとどまる場合のものについても考えたが，比較的荷重の大きい領域を対象とすれば，その影響はほとんどないものと考えられる。結果的に，境界潤滑における摩擦モーメントは軸受荷重，ころ有効長さ，すべり摩擦係数に比例する。

以上のような理論的結果に対して，ここでは実験的に検討するものである。三つの潤滑形態を対象としているので，主な実験条件である荷重，回転速度，常圧粘度については広範囲に設定した。また，実験的に潤滑形態を検討するために，ころの自転速度を実測すると共に，油膜形成の有無を確認するために直流電源回路を設け，ころと軌道輪間の接触状態もシンクロスコープで観察した。

５．２ 実　験

５．２．１ 実験装置および実験方法

実験装置の概略を図５－１に，その主要部外観を図５－２に示す。供試軸受であるスラスト円筒ころ軸受①の回転輪は主軸⑪に，固定輪は，ゴムパッドを介してプラスチックガイド②に取り付けられ，かつころと軌道輪間で偏心荷重が作用しないように，十分注意して実験を行なった。供試軸受への荷重は，負荷用ネジ③で板バネ④をたわませ，その反力を負荷用軸⑤を介して作用させるものである。板バネには抵抗線ひずみゲージを貼り付け，予め荷重－ひずみ較正曲線を求めてある。軌道輪の一方である回転輪は無段変速機付モータ，タイミングプーリ，ベルトを介して駆動され，所定の回転速度が与えられるようになっている。潤滑油は，プラスチックガイド上部の穴を通して軸受中央部に給油する。なお潤滑油の入口温度を制御することはしなかったが，給油方法には循環方式をとり測定前に運転を行ない，装置，潤滑油とも十分に温度を安定させて，実験中に潤滑油の入口温度および装置全体の温度に大きな変化のないことを確認した後，測定を行なった。

摩擦モーメントは次のようにして測定した。すなわち，供試軸受に所定の荷重を与えた後，回転輪を正転および逆転（一方の回転方向に対して他方を反転させること）させ，このとき固定輪に発生する摩擦モーメントを，固定輪を取り付けた負荷用軸に貼った抵抗線ひずみゲージを介して，それぞれペンレコーダに記録する。そのときの半分のひずみに相当する量を，予め求めておいた摩擦モーメント－ひずみ曲線より換算して求めるものである。

一方，幾何学的関係から求められるころの速度は，第４章の境界潤滑における解析でも示したように，軸受のピッチ半径上で軌道輪の速度と同じになる。しかし，流体潤滑および弾性流体潤滑においては必ずしもそうではない。とくに，流体潤滑の理論解析におけるころの速度は軌道輪の約１／５になった。このような結果を確認するために，実験においてもころの自転速度を測定した。ころの自転速度の実測方法は図５－３に示すように，平野らが玉軸受の運動を測定する際に行なっている，磁化したころの回転によって検出コイル内に誘導起電圧を発生させる原理[33]を利用する。すなわち，ころの一個を直径方向に磁化すると共に，図５－１にあるように供試軸受の固定輪外周に導線を巻いたコイル⑥を取り付け，磁化したころの回転によって発生する起電圧の変化を直流増幅器を介してシンクロスコープ⑨で観察するものである。

流体潤滑および弾性流体潤滑においては油膜の存在が必要であるが，このことも，実

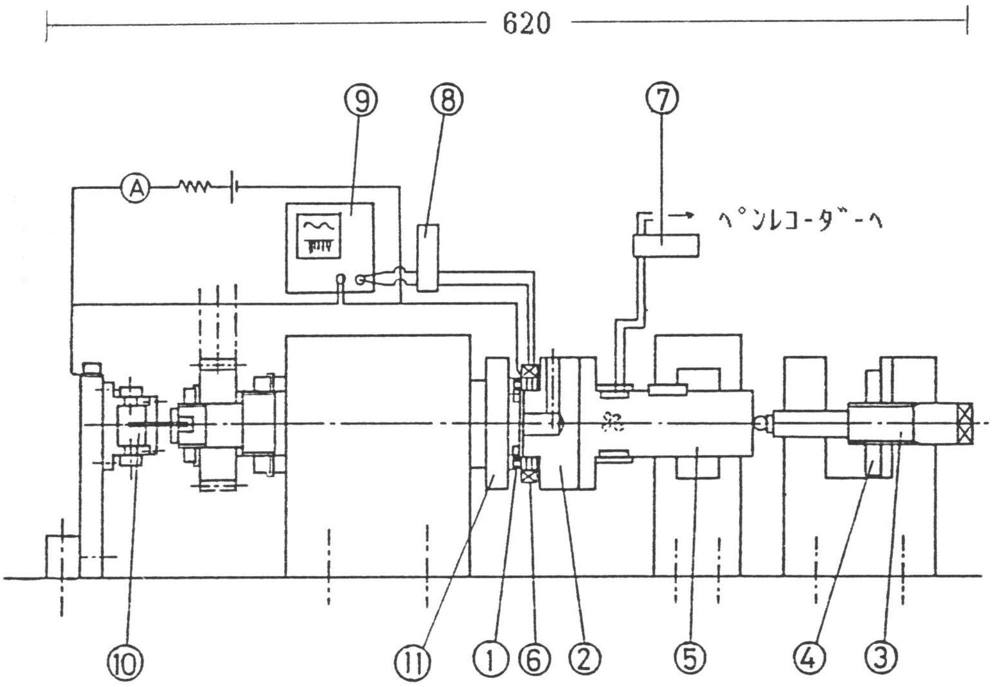


図５－１　実験装置の概略図

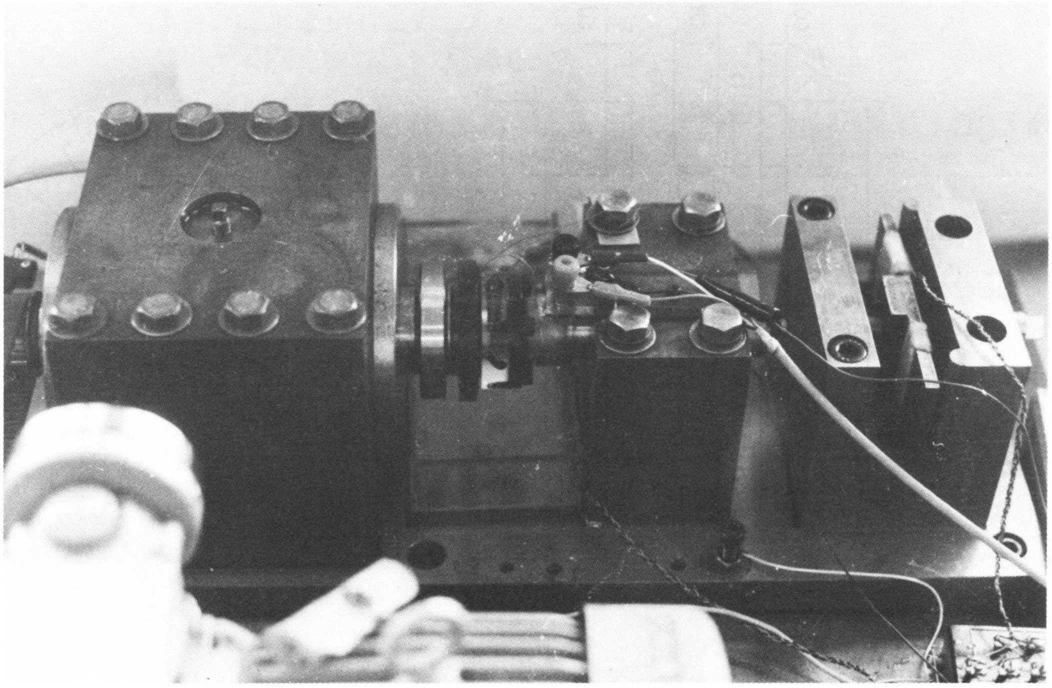


図５－２　実験装置主要部の外観図

験的に確認することが重要な課題である。このために供試軸受の両軌道輪間に可変抵抗，水銀接点⑩を含む１．５Ｖの直流電源回路を設け，両軌道輪間の通電による電圧降下を，同じくシンクロスコープ上で観察した。

潤滑油の粘度を求めるためにその温度を知る必要があるが，温度は固定輪軌道面の反対側の面にアルメルークロメル熱電対をあてて測定し，この温度を潤滑油の温度とし，この温度に対応する粘度を用いた。

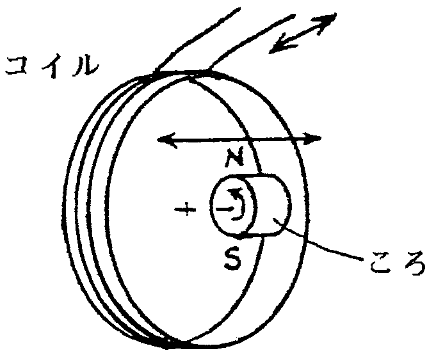


図５－３　自転速度の測定原理

５．２．２　供試軸受および実験条件

実験に使用したスラスト円筒ころ軸受の形状・寸法を図５－４に示す。これはＮＴＮ東洋ベアリング社製の８１１０６型の単式単列のものである。保持器材質は合成樹脂でできており，ころを保持・案内するためのポケットが放射線状にもみ抜きされてできて

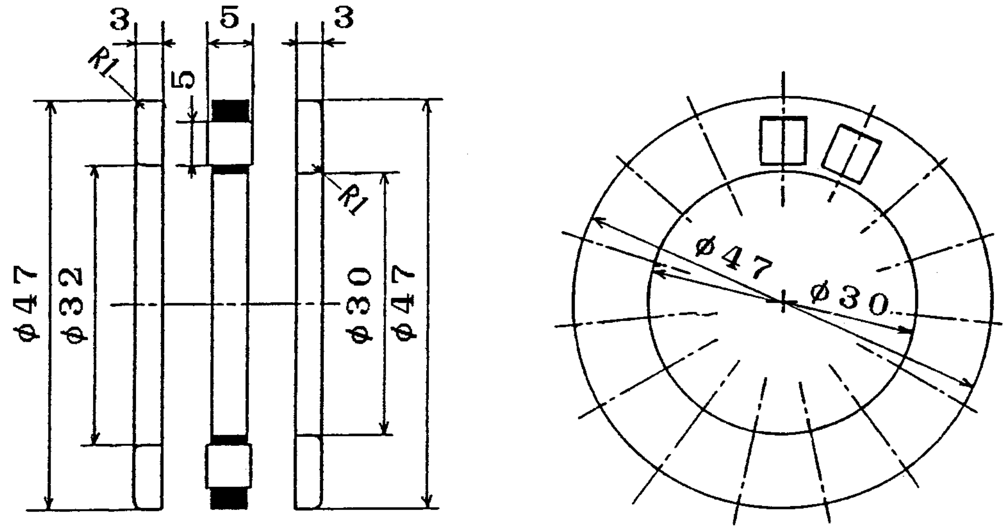


図５－４　供試軸受の形状・寸法

表１－１　実験条件

軸受全荷重　W_t，N	４９，６９，９８，－－－－－，２９４２０
回転速度　N_p，ｒｐｍ	１７０，４１０，１１２０，２５００ ３９００，７３００
潤滑油	マシン油　ＩＳＯ　ＶＧ　２　（Ｌ１） タービン油　ＩＳＯ　ＶＧ　３２　（Ｌ２） タービン油　ＩＳＯ　ＶＧ　６８　（Ｌ３）
表面あらさ　Ｒａ，μｍ	０．０７

いるものである。ころは直径５ｍｍ，全長５ｍｍの大きさで，１５個組み込まれているが，このうちの１個は自転速度の測定のために直径方向に磁化した。次に，本研究における実験条件を表１－１に示す。この軸受の，油潤滑下における摩擦特性に及ぼす主な因子としては荷重，回転速度，潤滑剤の種類，表面あらさなどが考えられる。通常この軸受は高荷重，低速域において使用されることが多いが，これ以外の条件における特性も検討するために荷重域，速度域は比較的広範囲に設定した。また潤滑油の違いも潤滑形態に重要な影響を及ぼすものと思われるが，本実験では主として常圧粘度の違う３種類のものについて検討した。その潤滑油の温度に対するそれぞれの粘度特性を図５－５に示す。さらに表面あらさも潤滑形態に大きな影響を与えるが，本研究においてはスラスト円筒ころ軸受の基礎的摩擦特性を検討するという目的のため，ころ，軌道輪共実験前に酸化第二クロム（Cr_2O_3）でラッピングを施し，その中心線平均あらさＲａは約０．０７μｍとした。弾性流体潤滑および境界潤滑における理論解析においては，接触部の圧力分布をヘルツ圧力と仮定しているが，表面あらさが大きい場合はヘルツの圧力分布と異なったものになる[34)]。したがって表面あらさを極力小さくすることも理論と実験との摩擦モーメントを比較するうえで重要であると思われる。

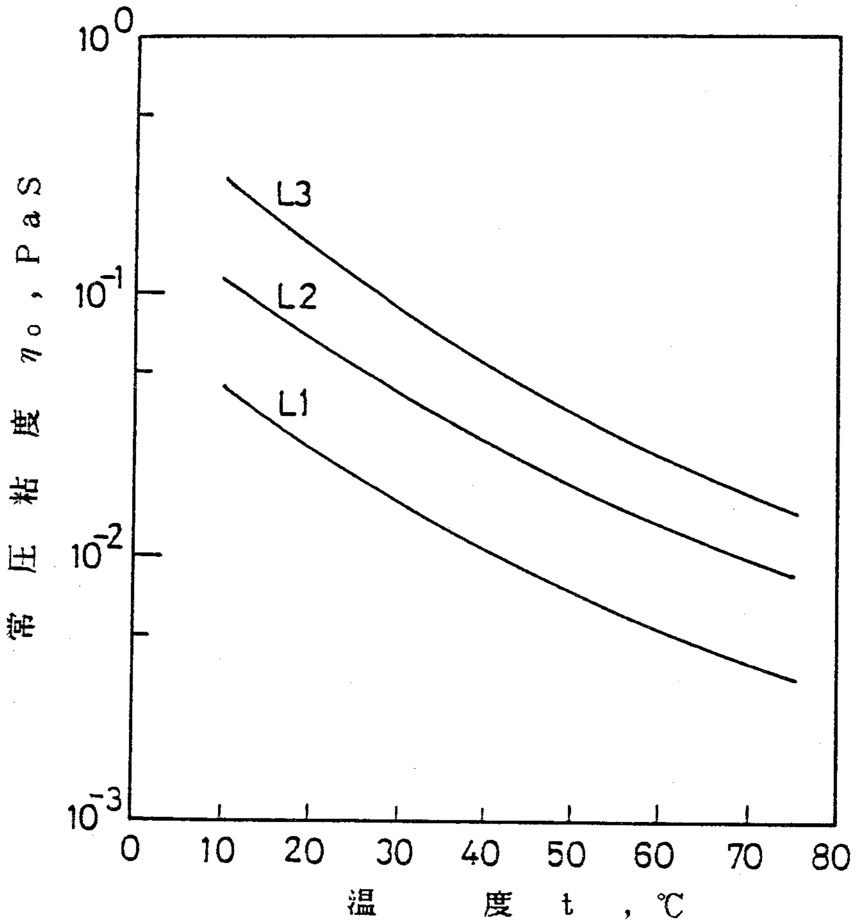


図5－5　潤滑油の常圧粘度

５．３　実験結果および考察

５．３．１　ころと軌道輪の接触状態

スラスト円筒ころ軸受においても種々の潤滑形態が存在することは十分に予想されることである。一般に，潤滑形態と接触問題に関する実験的研究において，使用される試験機および実験装置はディスクあるいは円筒の試験機，実験装置が多く，さらに油膜形成の条件，とくに弾性流体潤滑から境界潤滑領域への遷移の条件としては，油膜比（後述）の大きさで議論されることが多い。しかしながら本研究では，多くのころを有する実際の軸受を対象にしたこともあって，実験的に油膜形成の有無を，ころと両軌道輪間に生じる通電の状態を観察することによって推測した。

図５－６はＬ２を潤滑油に使用し，軸受全荷重W_t（Ｎ）と軸の回転速度N_p（ｒｐｍ）を変化させた場合のころと軌道輪間の接触状態を，シンクロスコープ上で観察したものである。図の横軸は時間を表わし，縦軸は電圧を表わしている。なおここでは示さなかったが，N_p＝１７０ｒｐｍ　の場合は，本実験条件における最も小さい荷重であるW_t＝４９Ｎからすでにころと軌道輪間の通電が見られ，油膜形成が十分でなかった

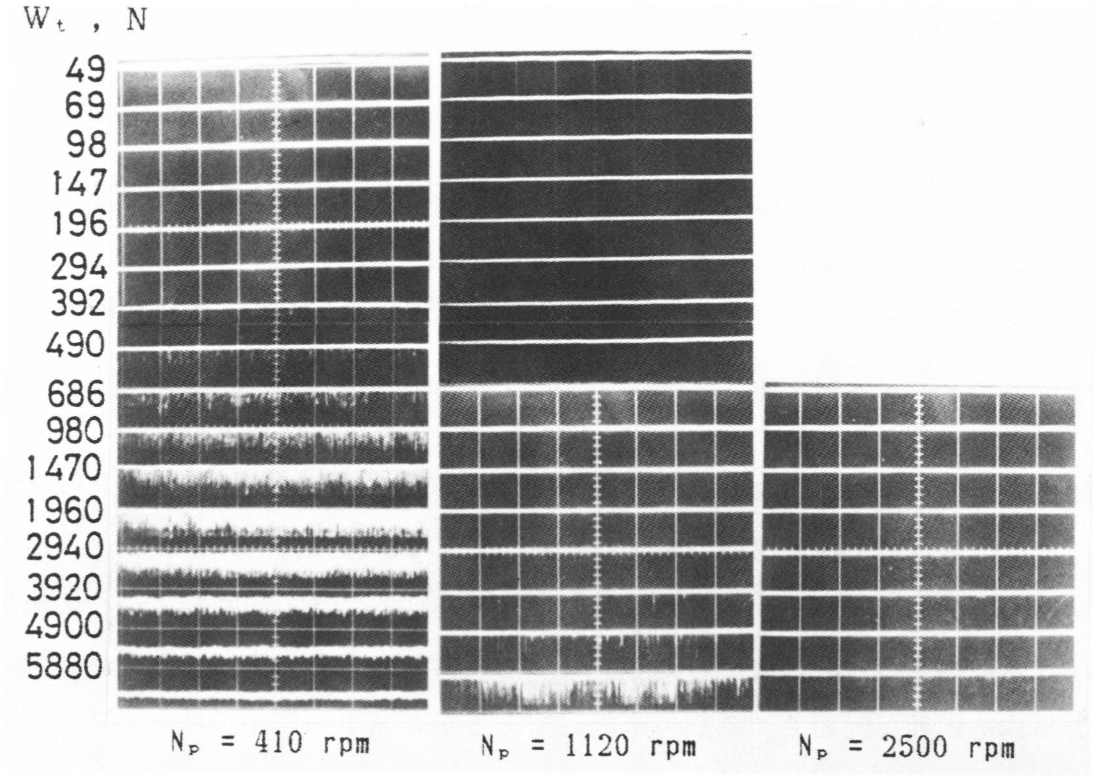


図５－６　ころと軌道輪の接触状態

のに対し，図に示すように，N_p ＝４１０ｒｐｍにおいては，W_t ＝４９０Ｎ付近になって初めて通電がみられそれ以後は荷重の増加と共に接触割合の増加している様子がわかる。N_p ＝１１２０ｒｐｍになるとさらに通電の始まる荷重が大きくなり，いまの場合はW_t ＝４９００Ｎになって初めて通電がみられる。このように，ころと軌道輪間の通電がほとんど見られない状態においては，油膜を介する潤滑状態にあるものと判断される。油膜を介する潤滑には，前にも述べたように，流体潤滑と弾性流体潤滑の二つが考えられる。荷重が小さい場合は接触部の圧力も小さいのでその弾性変形は小さく，また粘度の圧力依存性も大きくないので，この場合は流体潤滑と考えられる。しかしW_t ＝４９００Ｎ程度になると，本軸受の条件より求まる平均ヘルツ圧力p_m は０．８５ＧＰａとなり，通常，弾性流体潤滑を考える十分な大きさの圧力である。さらに通電量が増加し，接触割合が増大している状態にある接触部は境界潤滑と考えられる。このように，本軸受においても，主として三つの潤滑形態が存在することを実験的にある程度確認できたことはこの軸受の摩擦機構を考える上で極めて重要である。　このような接触状態の傾向は他の潤滑油Ｌ１，Ｌ３による実験においても観察された。油膜形成の条件は常圧粘度の大きさにも影響され，同一回転速度に対しては，粘度の低い方が小さい軸

受荷重で通電が開始する。

5．3．2　ころの運動（自転速度）

スラスト円筒ころ軸受のころの運動に関して，潤滑形態全般にわたっての詳細な研究例はほとんど見られない。境界潤滑と異なり，油膜を介するころの運動は流体からのトラクションドライブによってなされるものと考えられる。また，流体潤滑か弾性流体潤滑かによってその運動に違いの生ずることが予想される。それ故，ころの速度を知ることも潤滑形態を判断する上で重要な手掛りになり得るものと考えられる。

図５－７は，同じくＬ２を潤滑油に使用したときの，N_p ＝４１０および２５００ｒｐｍにおけるころの運動の様子を示したものである。直径方向に磁化したころの自転に伴い磁力線の向きが変化するが，これがコイルを切るとき，一回転に一つの波形になって現れるものである。図に示したいずれの回転においても，小さい荷重域ではころの自転の平均的周期は大きく，運動も不安定であるが，荷重の増加に伴い周期の短い安定した運動になる。小さい荷重域でころの自転速度が一定にならない理由としては，ころお

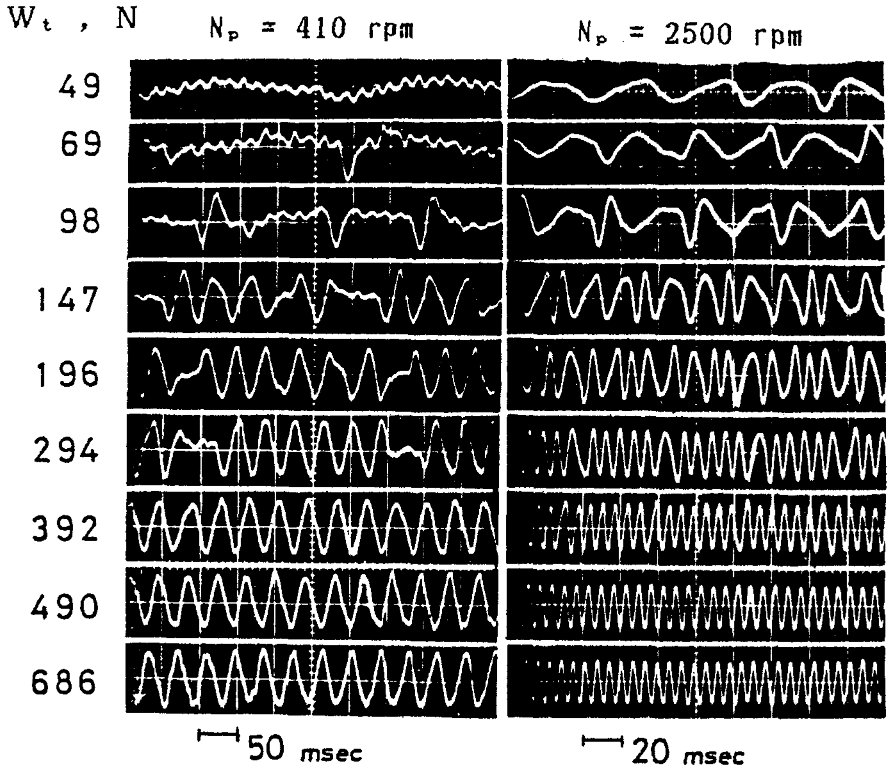


図５－７　ころの自転運動の様子

よび軌道輪の形状誤差あるいは表面あらさがあるため局部的にころと軌道輪の直接接触が起こるためであると考えられる。ころの運動に関する研究において自転数の測定した例もあるが[2)]，これによればピッチ半径上で，ころと軌道輪との速度が一致するという解析結果に対し，実験値はこれよりわずか数％減少する結果を得ているにすぎない。しかしながら図５－７の結果より明らかなように，小さい荷重域においては二つの回転速度においてかなり遅い自転速度を示している。いま軌道輪ピッチ半径上の速度をu_1とし，図５－７の結果より求められるころの表面速度をu_2とする場合，N_p＝２５００ｒｐｍ，W_t＝４９Ｎのときu_2/u_1≒０．２８となり，境界潤滑のときの解析結果に対し約１／４程度の大きさになる。荷重の増加と共にu_2/u_1は大きくなり，W_t＝１４７０Ｎ程度でu_2/u_1≒１になる。N_p＝４１０ｒｐｍ　のとき，u_2/u_1≒１になるのはW_t＝４９０Ｎ程度であり，N_p＝２５００ｒｐｍのときよりも小さい荷重である。他の回転速度においても同様な傾向にあり，回転速度の大きい方がu_2/u_1≒１になる荷重は大きくなる。

以上のようにして求められるころと軌道輪の速度比u_2/u_1の結果と５．３．１項で述べた接触状態の観察結果とを併せて検討してみると，各回転速度において通電がみられずしかも荷重の小さい範囲で，接触部は流体潤滑にあるものと判断される。しかしその後の荷重の増加に対する潤滑領域の遷移には，回転速度の大きさによる違いがみられる。すなわち，N_p＝４１０ｒｐｍにおいては，W_t＝４９０Ｎ（p_m≒０．２７ＧＰａ）の比較的小さい荷重から通電が認められ，油膜形成は十分でない。このように回転速度が大きくないと，接触部の圧力が十分に大きくなる前に油膜の破断が起こり，潤滑形態は荷重の増加と共に流体潤滑から混合・境界潤滑に移行していくものと考えられる。これに対して，N_p＝２５００ｒｐｍ　においてはW_t≒７８４５Ｎ（p_m≒１．０７ＧＰａ）付近になって初めて通電がみられた。この場合は流体潤滑から弾性流体潤滑を経て混合・境界潤滑に移行していくものと思われる。他の二つの潤滑油Ｌ１，Ｌ３においても自転速度を求めた結果，僅かながら違いが見られた。すなわち同一荷重においては常圧粘度の高いものほどu_2/u_1は小さくなる傾向にあり，したがってu_2/u_1≒１になる荷重は逆に大きくなる。このようにu_2/u_1＜１なる荷重域においては粘度の圧力依存性による効果も大きくなく，したがってせん断による油膜の温度上昇も小さいので，結果的には常圧粘度の大きさで油膜形成の条件がある程度決定されるものと判断される。５．３．１項で述べたように，粘度の低い潤滑油ほど通電の始まる荷重が小さくなり，境界潤滑に移行しやすくなるためである。

5．3．3　摩擦モーメント

（a）荷重特性　　図5－8は，L2の潤滑油を使用したときの摩擦モーメントM_tを，回転速度N_pをパラメータにして横軸に軸受全荷重W_tをとり両対数紙上に整理した実験結果を示す。なお，$W_t \leqq 5884$Nの範囲においては，ころを15個保持器に組み込んだ市販のままで，$5884\text{N} < W_t \leqq 17652$N　ではころ数5個，17652N＜$W_t$ではころ数3個を，それぞれ保持器に組み込んで得た結果を，ころ数15個にした場合の荷重，モーメントに換算したものである。すなわち，ころ数5個，3個の場合，実際の荷重W_t'はそれぞれ$W_t/3$，$W_t/5$を負荷して，そのときのモーメントM_t'を測定し，整理の際にW_t'，M_t'をそれぞれ3倍および5倍したものである。ころ数を変える前後二，三の荷重においては，同一荷重条件（例えばころ数5個にした場合はW_t＝3923Nから始める）で摩擦モーメントを測定すると共に，ころと軌道輪間の接触状態，自転速度の観察も行ない，これらいずれもころ数の違いによる影響はほとんどないことを確認している。摩擦モーメントM_tの大きさはこれらすべてを平均したものである。

荷重に対するモーメントの特性は見掛け上二つの領域に分類される。ある一つの回転速度において，低荷重域では勾配が約1／2すなわちモーメントM_tは軸受全荷重W_t

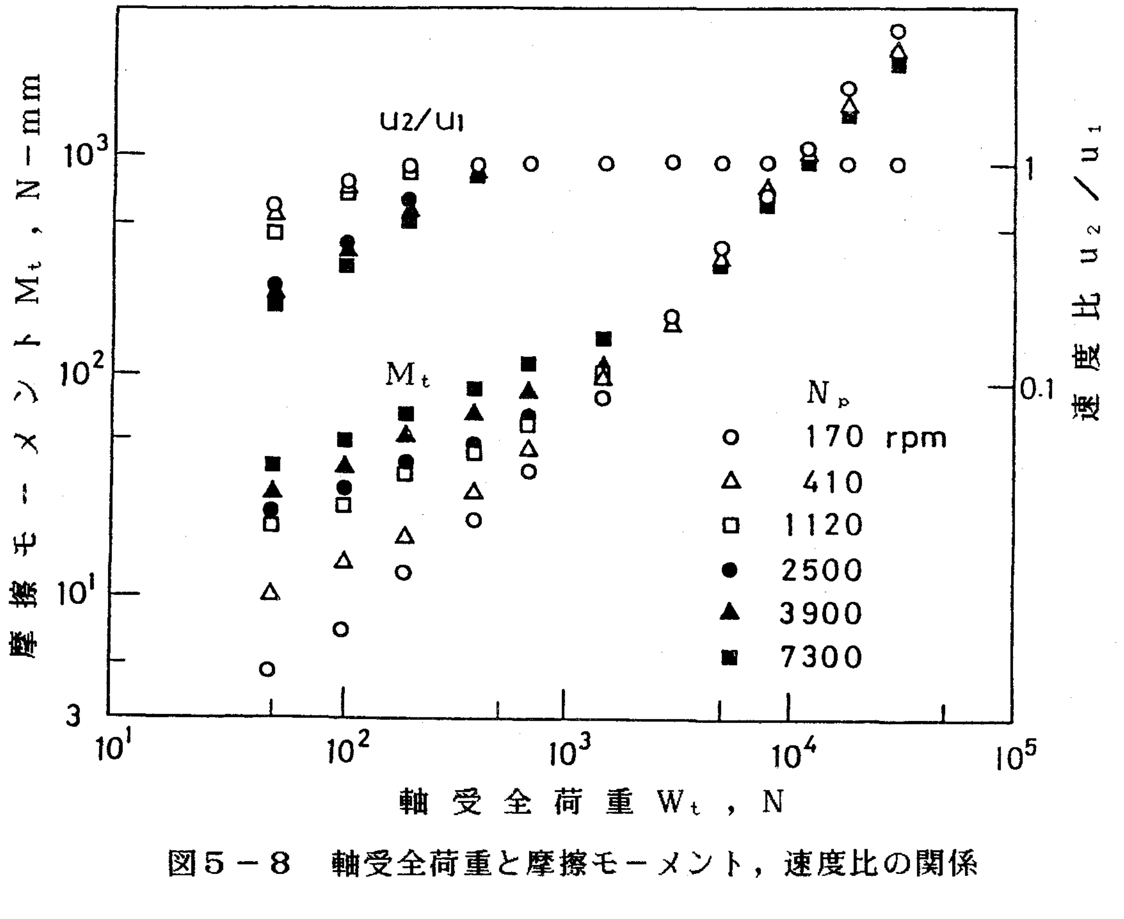


図5－8　軸受全荷重と摩擦モーメント，速度比の関係

の１／２乗に比例し，高荷重域においてはW_tの約１乗に比例するという特性になる。

また，回転速度が大きくなるにつれて，１／２の勾配域がより高荷重域まで拡がる傾向を示す。一方，低荷重におけるもう一つの大きな特徴は，回転速度の影響が顕著に現れていることである。つまり低荷重域では回転速度の増加につれて摩擦モーメントも大きくなっている。荷重の増加につれて回転速度に対する変化は小さくなり，W_t ＝３×１０^3 Ｎ前後でほぼ同じモーメントの値を示し，それ以上の荷重では，逆に低速の方がやや大きくなる傾向を示している。

同じように図５－９はN_p ＝２５００ｒｐｍ一定とし，３種類の潤滑油に対する軸受全荷重W_tと摩擦モーメントM_tの関係を示したものである。Ｌ２の場合と同様，他の二つの潤滑油においても同じような荷重特性を示す。また回転速度の影響と同様，常圧粘度の高い方がより高荷重域まで１／２の勾配が拡がる傾向を示す。同じように低荷重において常圧粘度の影響が大きく，粘度の高い方がより大きいモーメントの値を示し，高荷重域ではその影響がほとんどなくなる。このように見掛け上，摩擦モーメントの荷重特性は二つの領域に分類された。すなわち，いずれの回転速度，潤滑油に対してもモーメントが軸受荷重のほぼ１／２乗に比例する領域と，荷重のほぼ１乗に比例する領域である。

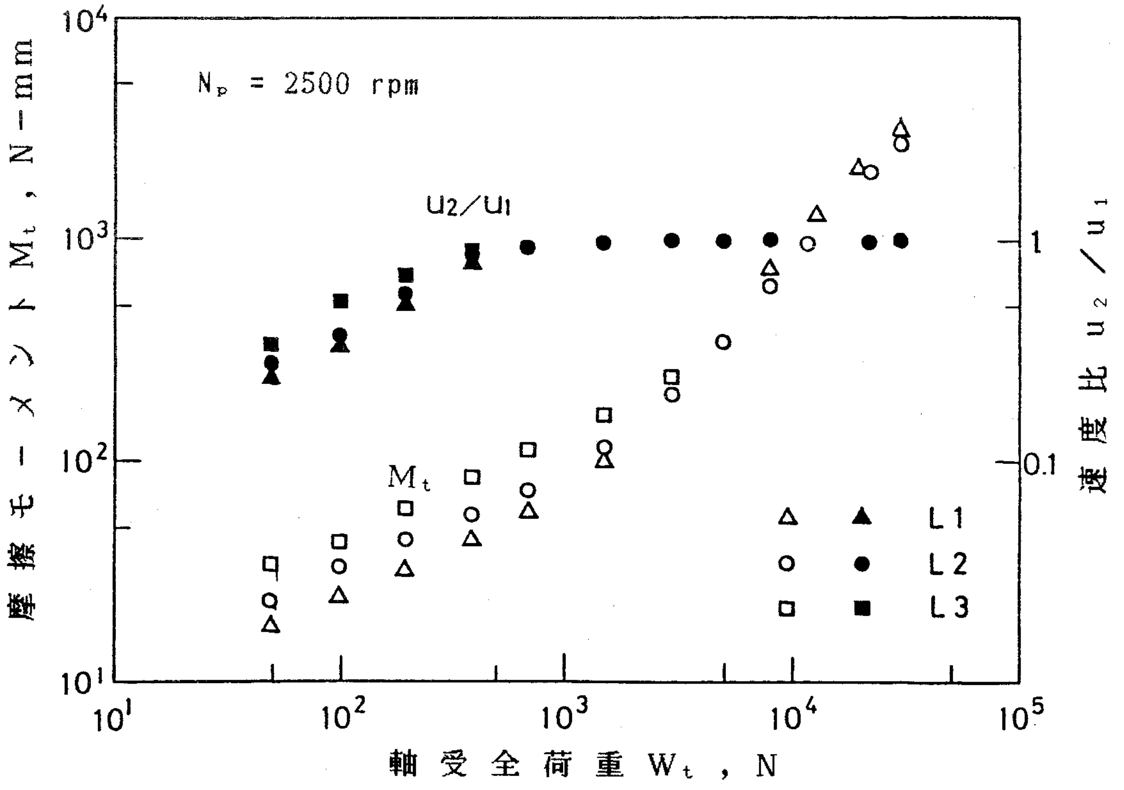


図５－９　軸受全荷重と摩擦モーメント，速度比の関係

（b）速度特性　図５－１０は図５－８に示した結果を軸受荷重　W_t をパラメータにして，横軸に回転速度N_p をとって示したものである。回転速度に対する摩擦モーメントの全体的特性としては，低荷重域では右上がり，高荷重域でほぼ一定という傾向を示す。同図には５．３．１項および５．３．２項で述べた各回転速度において，通電が開始する荷重点を結ぶ線を一点鎖線で，u_2 ／u_1 ≒１になる荷重点を結ぶ線を破線で示してある。これらの線は潤滑領域を区分する一つの目安になるものと思われる。すなわち破線より下方の領域は主として流体潤滑であると思われるが，この領域におけるモーメントはN_p のほぼ１／２乗に比例していることがわかる。破線と一点鎖線ではさまれた領域が主として弾性流体潤滑であると思われるが，この領域におけるM_t の値は低荷重で多少N_p の影響を受けるが，高荷重ではその影響はほとんどなくなる。一点鎖線より上方が混合，境界潤滑領域になると思われるが，この場合M_t はN_p に関係なくほぼ一定値を示す。さらに一点鎖線，破線ともN_p の増加に対して比較的大きな傾きを示している。すなわち流体潤滑，弾性流体潤滑領域のいずれも回転速度N_p の増加に伴って高荷重域へ拡がっていることがわかる。

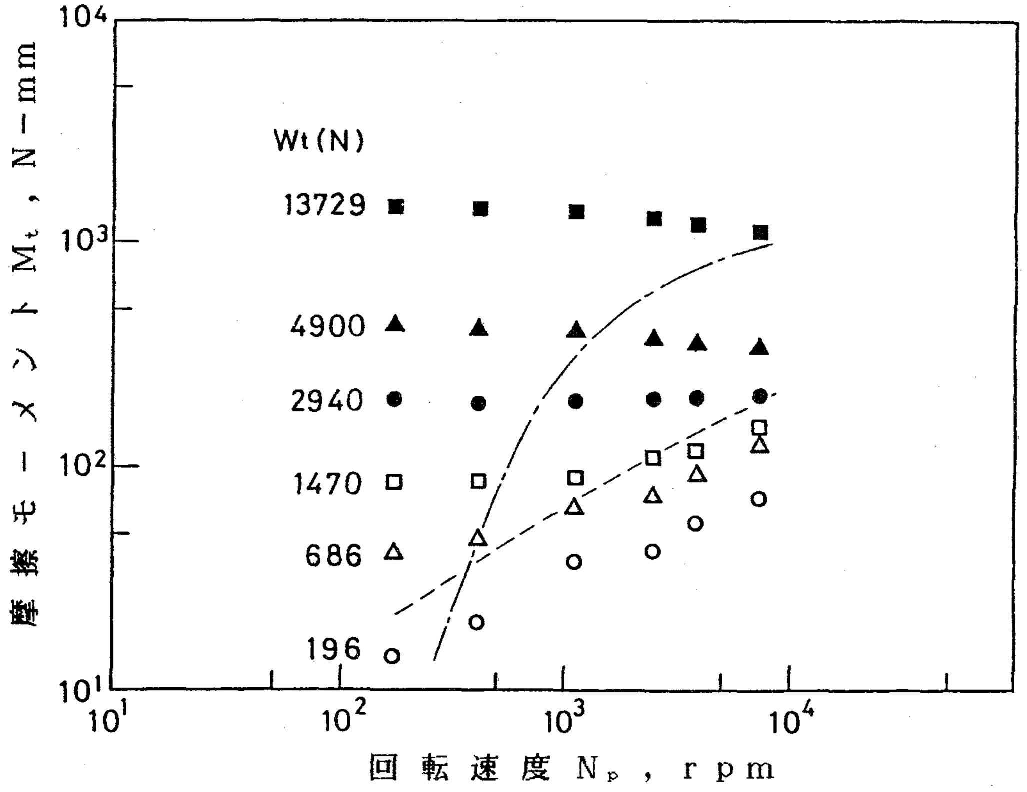


図５－１０　回転速度と摩擦モーメントの関係

5．4　潤滑領域の検討

前節で示したように，実験的に得られた摩擦モーメントは，軸受荷重，回転速度，潤滑油の常圧粘度の変化に伴って，その特性も異なることがわかった。このことは，潤滑形態の違いによるものと考えられるが，理論的結果と比較する前に，潤滑形態のそれぞれの領域が如何なる条件において成立するか確認することが重要である。ここでは以下に示すような内容で，潤滑領域の検討を行ない，その成立条件を把握するものである。

5．4．1　摩擦係数

図5－11は，η_0（潤滑油の常圧粘度）×N_p（回転速度）／W_t（軸受全荷重）を横軸にとり，摩擦係数f（$=M_t / l_g W_t$，l_gは軸受ピッチ半径）の値を縦軸の一つとして示したものである。η_0は，各実験値毎に測定した軸受の温度から求めた値を用いている。この図から，$\eta_0 N_p / W_t$に対するfは，例えば三つの領域に分類される。すなわち，まず，$\eta_0 N_p / W_t$の小さい範囲でfはほぼ一定の値になる。さらに$\eta_0 N_p / W_t$の増加と共にfは少しずつ減少し，やがて最小値をとり，最後に$\eta_0 N_p / W_t$の増加と共に，fの値がほぼ1／2の勾配で増加する領域である。このよう

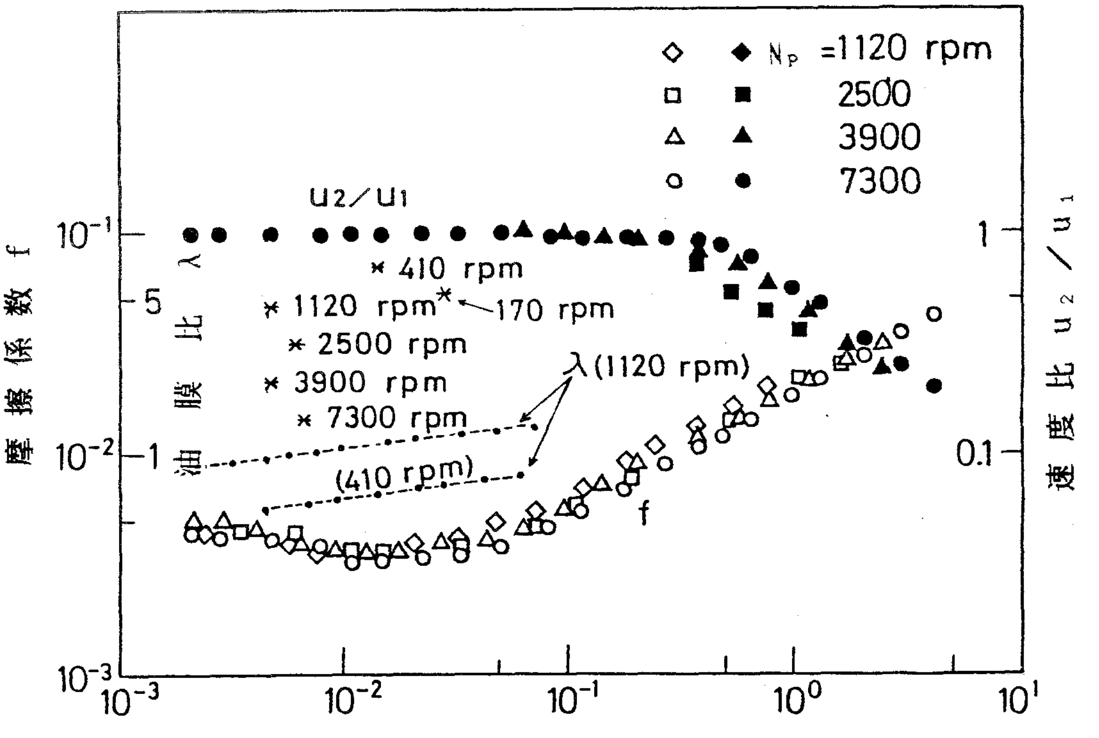


図5－11　$\eta_0 N_p / W_t$と摩擦係数，油膜比，速度比の関係

にスラスト円筒ころ軸受の潤滑特性も，いわゆるストライベック曲線の特性と一致する傾向にあることがわかる。しかしながら，この曲線だけからすべての条件に対する潤滑領域を判断することはできないものと思われる。図５－１１には，５．３．１項で得られた，ころと軌道輪間の各回転速度に対して，通電の始まるη_0 N_p ／W_t の値（縦軸の大きさは無関係）も＊印で示しているが，このことも潤滑領域を判定する際には考慮する必要があると思われる。すなわちN_p ＝１７０ｒｐｍ，４１０ｒｐｍにおいても，ｆは上に述べた三つの領域に分類されたが，５．３．１項で述べたように，これらの回転速度においてはη_0 N_p ／W_t の大きい値，つまりW_t の小さい値（N_p＝１７０ｒｐｍでW_t ＝４９Ｎ，N_p ＝４１０ｒｐｍでW_t ＝４９０Ｎ）で通電が見られ，弾性流体潤滑はほとんどなく，流体潤滑から混合，境界潤滑に移行することが想像される。しかし，N_p ＝１１２０ｒｐｍ以上においては，ほぼ同じ大きさのη_0 N_p ／W_t で通電が見られ，しかもｆの最小値のやや左側に位置する。この前後のη_0 N_p ／W_t の値における平均ヘルツ圧力p_m の値は０．７６～１．１９ＧＰａと大きいことを考えれば，ｆの最小値前後のη_0 N_p ／W_t で，かつ通電がなければ，この条件において接触部は弾性流体潤滑にあるものと推測される。

５．４．２　油膜比

前項において述べたように，摩擦係数および通電状態の観察結果からも，弾性流体潤滑領域をある程度判断することは可能であると思われるが，一般的に，弾性流体潤滑から境界潤滑への遷移に，重要な影響を与える因子として考えられているのは油膜比である。 本研究でも油膜比の大きさから潤滑領域を検討した。油膜比λは，弾性流体潤滑における最小油膜厚さh_{min} と二物体の合成表面あらさσとの比で表わされるが，σは自乗平均平方根あらさR_{rms} を合成した値であり，R_{rms} ＝（π／２）$^{1/2}$ ・Ｒａより求めた[32]。なお，Ｒａは中心線平均あらさで，ころおよび軌道輪の実測値で与えるものである。h_{min} については，第３章，式（３．７）で示されたものである。この式に含まれる圧力－粘度係数αの値は実測してないが，他の文献[11, 29]を参考にして，ここでは無次元材料パラメータ$G=\alpha E' \fallingdotseq 5000$なる$\alpha$を選んだ。この場合$\alpha \fallingdotseq 21.5$ GPa^{-1}となる。

以上のようにして得られた油膜比λの値を，同じく図５－１１に，N_p ＝４１０ｒｐｍ，１１２０ｒｐｍの場合について示した。N_p ＝４１０ｒｐｍについてみると，同図に示した全域にわたって$\lambda<1$であるのに対し，N_p ＝１１２０ｒｐｍの場合は，通電の始まるη_0 N_p ／W_t の値で$\lambda \fallingdotseq 1$となる。したがって，通電もなく，かつ$\lambda>1$と

いう条件であれば，スラスト円筒ころ軸受も弾性流体潤滑で運転されているものと言える。油膜比と潤滑領域との関係についてはこれまでにも多くの研究があるが，λ＞１で弾性流体潤滑になることは村木・木村の研究結果とも概ね一致する[32]。

５．４．３　速度比

図５－１１において，$\eta_0 N_p / W_t > 10^{-1}$でｆはほぼ１／２の勾配を示すと共に速度比$u_2 / u_1$は１より小さくなる。$\eta_0 N_p / W_t > 10^{-1}$の範囲においては，平均ヘルツ圧力$p_m$も比較的小さいので，この場合は，流体潤滑領域であると推測される。逆に自転速度の測定結果から求められるu_2 / u_1が１より小さければ，この軸受は流体潤滑で運転されているものと判断できる。

図５－１１と同様な関係を，潤滑油の種類毎に示したのが図５－１２である。上に述べたことは，この図においてもほぼ同様である。

以上のように，スラスト円筒ころ軸受の潤滑領域を検討したが，とくに流体潤滑領域および混合・境界潤滑については摩擦係数ｆの，$\eta_0 N_p / W_t$に対する特性だけから大方判断が可能なものと思われる。すなわち前者は$f \propto (\eta_0 N_p / W_t)^{1/2}$，後者は$f \fallingdotseq$一定ということに対応するものである。しかし，弾性流体潤滑領域を判断するには

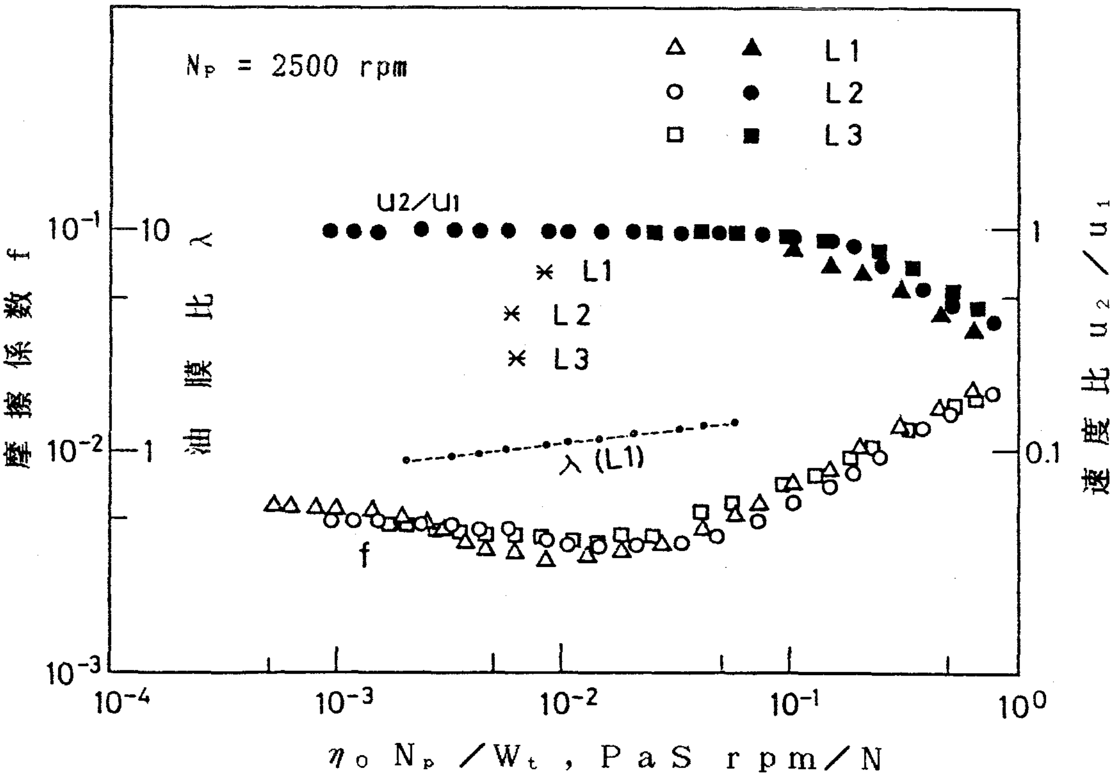


図５－１２　$\eta_0 N_p / W_t$と摩擦係数，油膜比，速度比の関係

摩擦係数 f のほかにころと軌道輪間の通電状態，油膜比λの大きさなども考慮すべきものと思われる。

5．5　計算結果と実験結果との比較

図5－13～図5－15は，それぞれの回転速度 N_p における摩擦モーメント M_t の実験結果（潤滑油：L2，●）に対して，前節で検討した各潤滑領域における計算結果を併せて示したものである。以下各潤滑領域毎に比較，考察する。

5．5．1　流体潤滑領域

各図において，流体潤滑における摩擦モーメント M_t の計算結果を，実線で示してある。潤滑油の常圧粘度 η_0 は，各実験毎に測定した軌道輪の温度に対応する粘度を用いての計算結果である。低荷重域における摩擦モーメント M_t の実験値は軸受全荷重 W_t の1／2乗に比例して増加するが，各図において明らかなように，計算結果もほぼ同じ傾向を示している。定量的には計算値の方が実験値より多少大きいが，この差は常圧粘度 η_0 の大きさに起因するものと考えられる。すなわち計算に使用した η_0 は，軌道輪

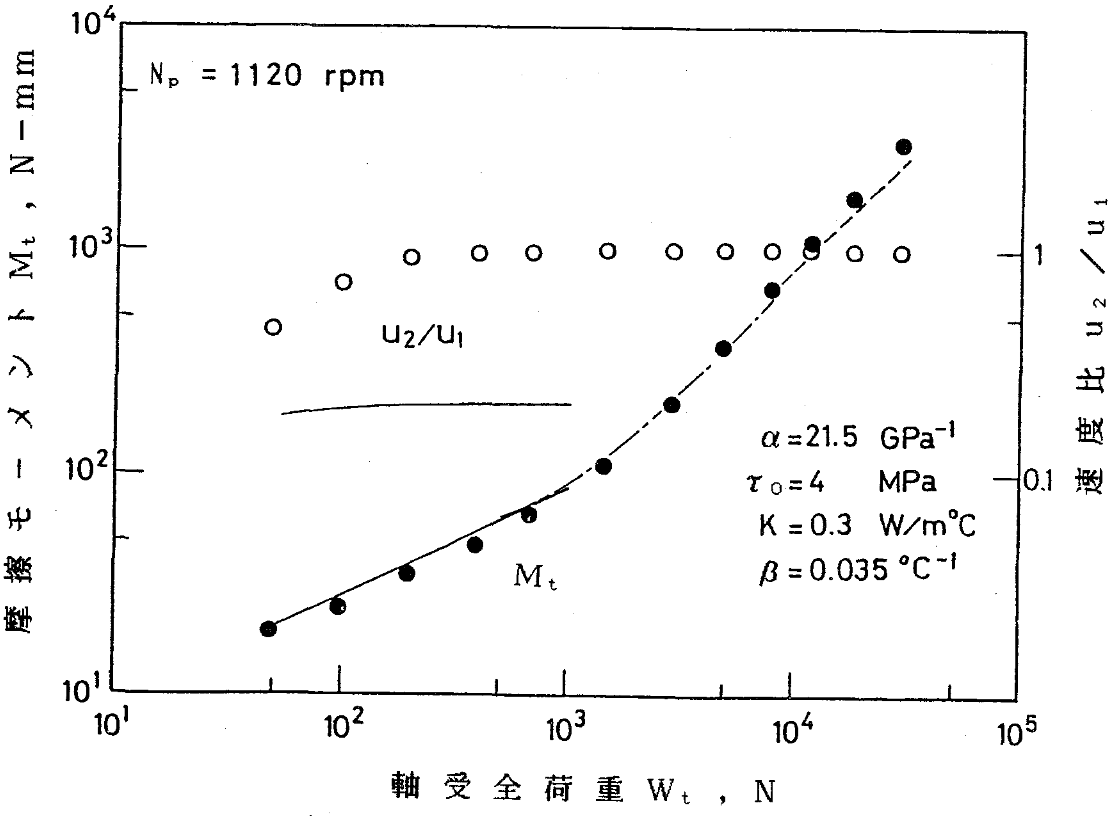


図5－13　摩擦モーメント，速度比の理論値と実験値の比較

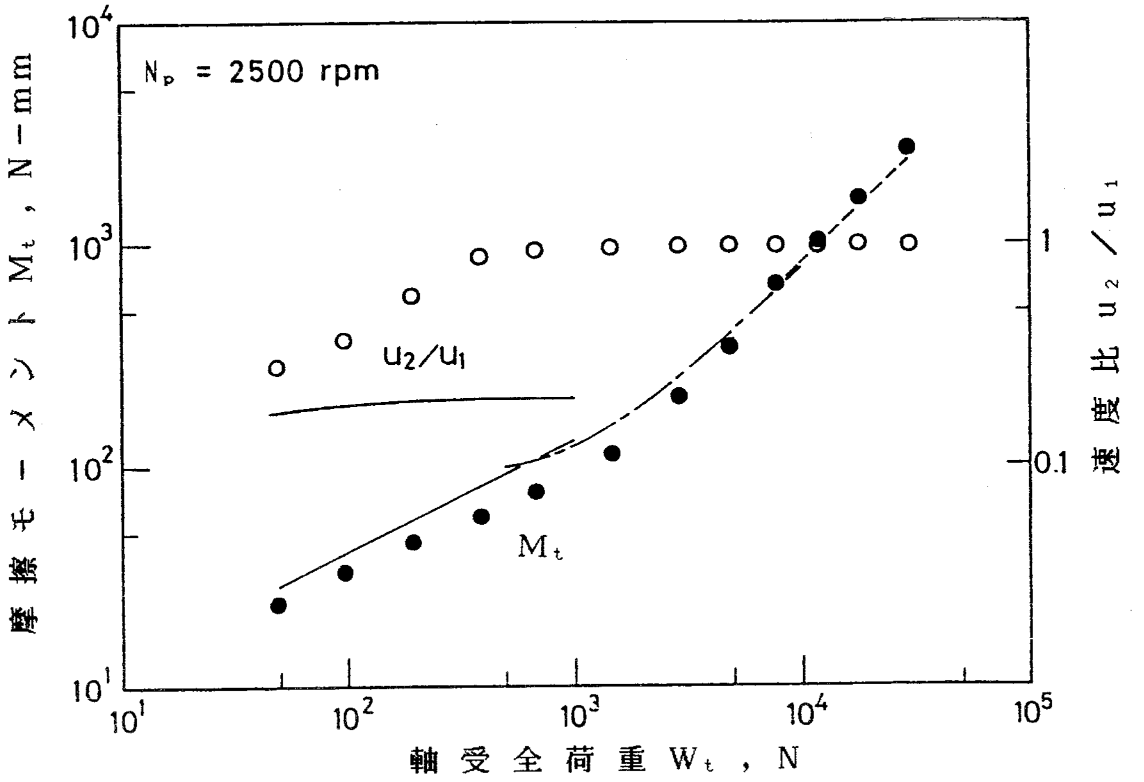


図５－１４　摩擦モーメント，速度比の理論値と実験値の比較

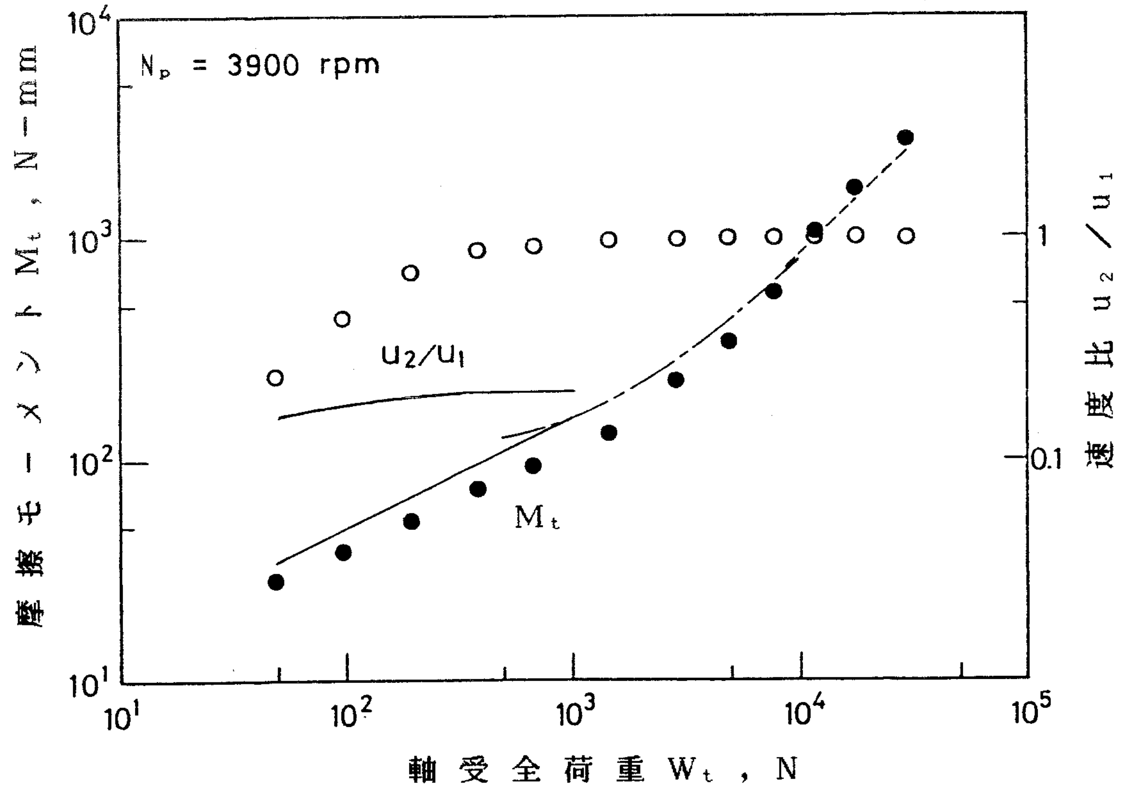


図５－１５　摩擦モーメント，速度比の理論値と実験値の比較

の測定温度に対応するものであるが，少なくともころと軌道輪との接触部の潤滑油温度はこれより高くなるものと思われ，この温度に対応する粘度は当然低くなる。この温度差を正確に求めることは難しいが，例えば，接触部の温度が軌道輪の温度より５～１０℃程度高いものとして，この温度に対応する粘度を用いて計算を行なえば，摩擦モーメントはほぼ定量的にも一致する結果を得る。

次に速度比u_2/u_1についてみると，実験値（○印）は荷重の増加と共に大きくなるのに対し，計算値はほぼ０．２程度であり両者に多少違いがみられる。この差について考察すると，本研究における理論解析では軌道輪，ころとも表面あらさおよび形状誤差がないものとして扱っており，ころの理論的速度は第２章，２．５．２項のk_0より求められる。このk_0は軸受全荷重W_tに大きな依存性がなく，その結果$u_2/u_1 \fallingdotseq 0.2$となる。これに対して実験結果は各図に見られるように軸受全荷重W_tの増加と共にしだいに大きくなるが，図５－７に示したころの自転運動の様子を表わした写真でもわかるように，低荷重域におけるころの実際の運動はかなり不安定である。この理由として考えられることは，軸受の形状誤差あるいはころおよび軌道輪の表面あらさのためにころと軌道輪は局部的に直接接触が起こるためであると考えられる。しかし実験より得られるころの自転速度が理論的速度より大きくなっても摩擦モーメントに大きな影響を与えないが，このことは次のように考えられる。すなわち，軸受の摩擦モーメントの大きさを決定する主なものは最小油膜厚さH_0とk_0であるが（第２章，式(2.31)）第２章，式（2.28）よりk_0が大きくなってもH_0の変化は極めて小さく，結果的にころの速度は摩擦モーメントM_tにほとんど影響しないことになるものと思われる。このようなことを考えれば，u_2/u_1の実験値と理論値に定量的違いはみられるものの，定性的にはほぼ同じ傾向にあるものと考えられる。したがって，低荷重域における摩擦モーメントは第２章で述べた潤滑理論で説明できるものと思われる。

流体潤滑における解析より得られた，そのほかの主要な結果は，摩擦モーメントM_tは軌道輪の回転速度N_pおよび潤滑油の常圧粘度η_0のそれぞれ１／２乗に比例するというものであった。これに対する実験結果は，例えば図５－１１，５－１２に示す摩擦係数ｆに表わされている。すなわちそれぞれの図において，ｆが１／２の傾きを示している領域は流体潤滑であると思われるが，このように，$f \propto (\eta_0 N_p / W_t)^{1/2}$であることは，実験より得られる摩擦モーメントも回転速度および常圧粘度のそれぞれの１／２乗に比例することになり，理論結果と一致する。

５．５．２　弾性流体潤滑領域

この潤滑領域においては，ニュートン性流体，非ニュートン性流体と仮定する二つの理論解析を示した。しかしながら，第３章の結言で述べたようにニュートン性流体と仮定した場合の理論解析より得られた摩擦モーメントは，一般的に考えられる転がり軸受の摩擦モーメントよりはるかに大きく，スラスト円筒ころ軸受の摩擦モーメントについてもニュートン性流体で説明することは困難であると考えられる。したがってここでは非ニュートン性流体（アイリング粘性体）とした場合の解析結果と比較をする。

同じく図５－１３～図５－１５には，その結果を一点鎖線で示した。この場合の計算には潤滑油の種々の物性値が含まれている。本研究においては，これらの物性値を十分に確認していないので実験値と定量的比較はできず，定性的比較を試みるものである。各図にみられるように，一応計算値と実験値は比較的良い一致を示している。 N_p ＝１１２０ｒｐｍに比べて N_p ＝２５００ｒｐｍ，３９００ｒｐｍでは，一点鎖線で示した範囲内の小さい荷重域で両者は多少離れる傾向にあるが，５．５．１項と同様，この場合も実際の接触部の温度に対応する粘度で計算を行なえば，さらに実験値に近い結果を得ることができる。図に示す物性値の影響を検討するために，これらの値を種々変化させて計算した結果，摩擦モーメント M_t に比較的大きな影響を及ぼすのは，圧力－粘

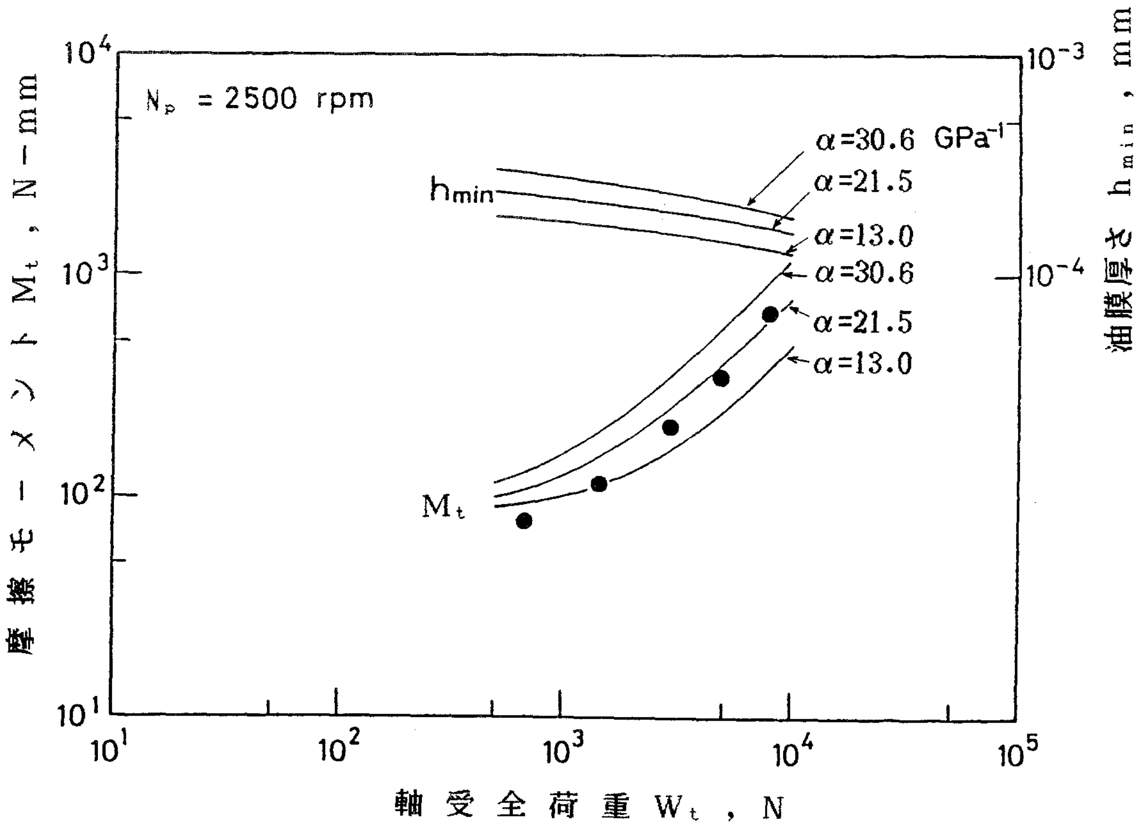


図５－１６　摩擦モーメント　　　の理論値と実験値の比較

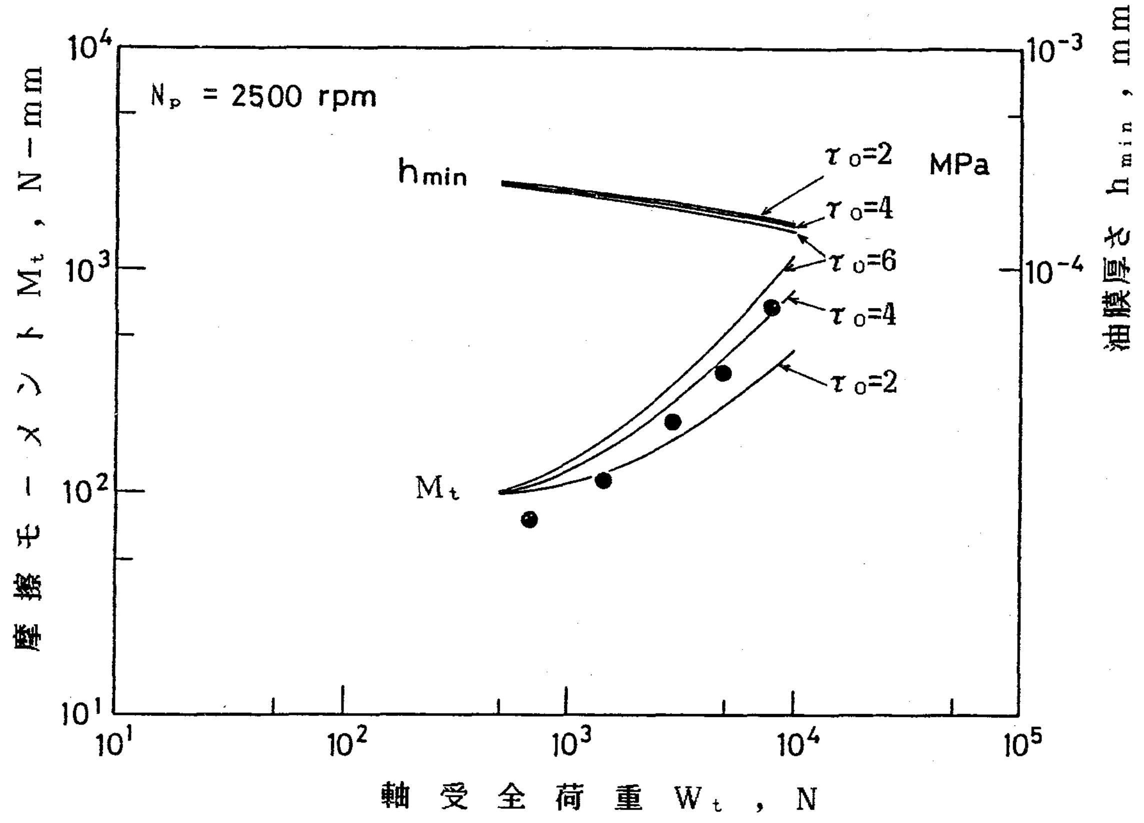


図５－１７　摩擦モーメント　　　の理論値と実験値の比較

度係数αと特性応力τ_0であった。このことは，村木・木村の研究結果[27]とも一致する。図５－１６，５－１７には，それぞれα，τ_0の変化に対する計算結果（実線）を実験値と共に示した。α，τ_0とも比較的大きな範囲のものを示すと思われるが，いずれの曲線に対しても大きな差はなく，定性的には一致していることがわかる。

５．５．３　境界潤滑領域

境界潤滑の摩擦モーメントについては，接触部の相対すべり量の大きさにかかわらずすべてせん断分離される場合と，そのすべり量が小さい範囲で接触部の相対変位が弾性変形内にとどまる場合の解析を行なった。その結果，荷重が小さい場合は後者の影響も大きく現れるが，本実験条件の範囲内においては，比較的大きな荷重域で境界潤滑になることがわかった。したがって，実験との比較は，第４章，４．３節における解析結果と行なうものとする。この場合の摩擦モーメントM_tは式（４．１５）に示されるように，摩擦係数μ_sが一定であれば軸受全荷重W_tに比例することになる。図５－１３～図５－１５の各図には，μ_s＝０．０８とした場合の計算結果を破線で示してある。μ_sの大きさに関しては，この軸受の一方の軌道輪に，ころを保持器と共に固定し，他

方を低速（２５～８０ｒｐｍ）で回転させたときの摩擦モーメントM_sを測定し，このM_sより，$M_s = \mu_s W_t l_g$の関係式を用いて求めた。その結果，μ_s＝０．０６～０．１１の値になった。したがって，計算に用いた上記のμ_s＝０．０８もほぼ妥当な値と思われる。各図の計算値と，その範囲における実験値とはほぼ定量的に一致しており，高荷重域における摩擦特性については，第４章，４．３節で述べた理論で説明が可能なものと思われる。

５．６　結　　言

第２章～第４章におけるころの運動，摩擦モーメントの理論的検討に対して，種々の条件の下にこれらの実験的検討を行なった。得られた結果は次のとおりである。

（１）ころと軌道輪との接触部における油膜の存在を確認するための接触状態の観察，および磁化したころの自転速度の実測結果などから，実験的にもスラスト円筒ころ軸受は，境界潤滑のほかに流体潤滑および弾性流体潤滑の状態で運転される可能性のあることを確認した。また流体潤滑および弾性流体潤滑領域は軌道輪の回転速度が大きくなるにしたがい，それぞれ高荷重側に移行する。

（２）実験的に得られる流体潤滑の摩擦モーメントは，解析結果と同様，軸受荷重，回転速度および潤滑油の常圧粘度のそれぞれの１／２乗に比例する。また，実験から得られるころと軌道輪とのピッチ半径上における速度比は０．３～１となり，これに対して計算結果の速度比は荷重の大きさにかかわらずほぼ０．２の一定値を示し，両者に定量的違いが見られるが，ころの自転速度の大きさは摩擦モーメントに大きな影響を及ぼさない。

（３）弾性流体潤滑におけるスラスト円筒ころ軸受の摩擦特性は，接触部の流体膜の挙動をアイリング粘性体と仮定する潤滑理論で説明が可能と思われる。

（４）境界潤滑においても摩擦モーメントの実験値と理論値はほぼ定量的に一致する。

第　6　章　単式複列形軸受の摩擦特性

6．1　緒　　言

第２章～第５章ではスラスト円筒ころ軸受の基礎的摩擦特性について論じた。すなわち，図６－１（ａ）に示すように，保持器のポケット一つに一個の単体ころを組み込んだものである。通称，この軸受は単式単列形と呼ばれているものである。ころの長さは比較的短く，ころの長さ方向に分布する差動すべりを大きくしないためであると考えられる。本研究で，主として使用した８１１０６型（ＮＴＮ東洋ベアリング社製）は図５－４に示したように，軌道輪（回転輪）の内径，外径はそれぞれ３０ｍｍ，４７ｍｍ，ころ全長は５ｍｍと小さいものであるが，例えば，内径が６０ｍｍの軸受（８１１１２型）であつても，ころの全長はせいぜい７．５ｍｍ程度とあまり大きくない。したがって，内径が８１１０６型の軸受と同程度であり，かつ負荷容量を大きくするために，保持器のポケット一つに複数のころを組み込んだ軸受を使用する場合がある。これは単式複列形と呼ばれるものであるが，通常市販されている軸受は大形のものであっても２列しか組み込まれていない。複列形にする理由もはっきりされていないようでありいわば，この軸受の構造上から考えられる差動すべりを小さくするという，経験上から生まれたもののように想像される。このような複列円筒ころ軸受に関する研究例はほとんど見られず，複列にすることによって種々の特性に変化が生ずるかどうか明らかにされていないのが現状である。

本章においては，単式複列形スラスト円筒ころ軸受の摩擦について理論的・実験的に検討し，それが種々の条件に対していかなる特性を示すのかを明らかにする。さらに単列形のものとも比較検討することによ

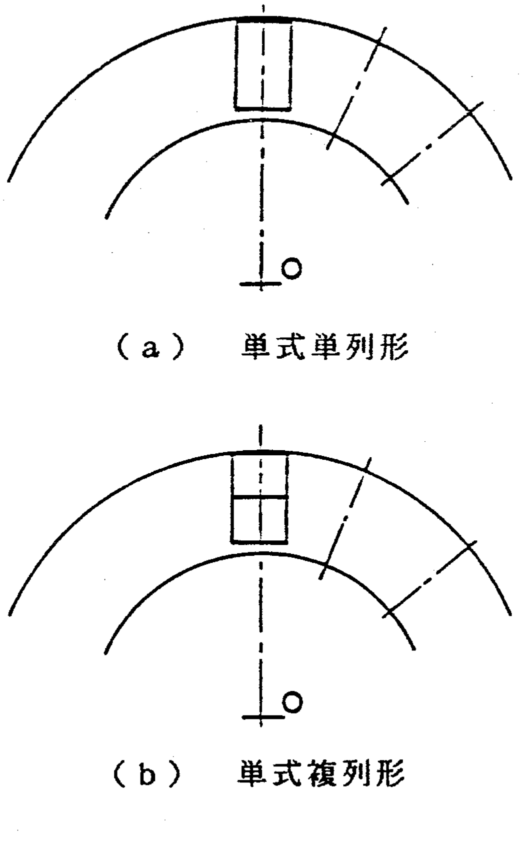


図６－１　スラスト円筒ころ軸受
（単列形，複列形）

って，この軸受のより有効な使用方法などについて述べるものである。

6．2　理論的検討

6．2．1　流体潤滑における理論解析

図6－2に示すように，単列のときの有効長さl_pのころをk等分した場合のころの運動および摩擦モーメントについて考える。軌道輪に対するころの接触はこの場合も上下対称であり，かつ接触部は剛体とするので分割された各列のころは，同一の最小油膜厚さh_0を有しながらも独立の運動をするものとする。したがって分割されたそれぞれのころについて摩擦力および摩擦モーメントを求め，最後に軸受全体のつりあいを考えて解析するものである。

分割された各列のころに対して，軸受中心側より順に1，2，・・j・・kの番号を付し，単列の場合と同様にしてj列目のころの摩擦モーメントを求める。第2章，2．4節における解析と同様，j列目の分割ころと軌道輪との接触において，軌道輪，ころの表面速度をそれぞれu_{1j}，u_{2j}とすると

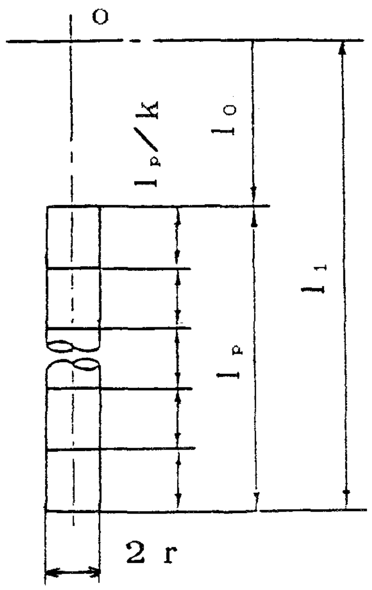


図6－2　複列形ころの分割

$$u_{1j}=\frac{\omega_h}{2}y_j$$

$$u_{2j}=\omega_{rj}\,r$$

で与えられる。したがってj列目のころに働く単位長さあたりの摩擦力f_{2j}は，第2章式（2．14）に，上式のu_{1j}，u_{2j}を代入することにより

$$f_{2j}=\frac{\eta}{2H_{0j}^{1/2}}\left\{\frac{\omega_h}{2}y_j(2C-B)-r\omega_{rj}(B+2C)\right\} \qquad (6.1)$$

となる。よってこのころに働く摩擦モーメントm_{pj}は

$$m_{pj}=\int_{l_{j-1}}^{l_j}f_{2j}\,r\,dy \qquad (6.2)$$

で求められる。ただし

$$l_{j-1}=l_0+\frac{j-1}{k}l_p\ ,\quad l_j=l_0+\frac{j}{k}l_p$$

である。したがって式（6．1）を用いて式（6．2）を積分するとm_{pj}は

$$m_{pj}=\frac{\eta\ \omega_h\ r^3}{8H_{0j}{}^{1/2}}\frac{L_p}{k}\left\{(2C-B)\left(2L_0+\frac{2j-1}{k}L_p\right)\right.$$

$$\left.-4k_{0j}\ (B+2C)\right\} \tag{6.3}$$

となる。ただし　$k_{0j}=u_{2j}/u_{1j}$　である。

同様にして，保持器のポケットから受ける摩擦力f_{rj}　は

$$f_{rj}=-\frac{\eta u_{2j}}{h_c}r\left(\frac{\pi}{2}-\theta_3\right)\times 2 \tag{6.4}$$

であるから，摩擦モーメントm_{rj}　は

$$m_{rj}=f_{rj}\ (l_p\ /k)\ r$$

$$=-\frac{\eta}{H_c}\omega_{rj}\ r^3\ (\pi-2\theta_3)\frac{L_p}{k} \tag{6.5}$$

となる。なお各列のころ間のそれぞれの接触端面において，遠心力によって生ずるすべり摩擦力も作用するが，この摩擦力は十分に大きくはないのでここでは無視する。

次に，ころより受ける軌道輪の摩擦力f_{1j}は

$$f_{1j}=-\frac{\eta}{2H_{0j}{}^{1/2}}\left\{y_j\frac{\omega_h}{2}(B+2C)+r\,\omega_{rj}\,(B-2C)\right\} \tag{6.6}$$

で与えられる。よって摩擦モーメント　m_{ppj} は

$$m_{ppj}=\int_{l_{j-1}}^{l_j} f_{1j}\ y_j\ dy$$

$$= -\frac{\eta \omega_h r^3 L_p}{12 H_{0j}^{1/2} k} \left\{ (B+2C) \left(3L_{j-1}{}^2 + 3L_{j-1}\frac{L_p}{k} + \frac{L_p{}^2}{k^2} \right) + 3k_{0j}(B-2C)\left(2L_{j-1} + \frac{L_p}{k} \right) \right\} \quad (6.7)$$

となる。保持器より受ける軌道輪の摩擦モーメントは，２．４．５節と同様である。

一方，ｊ列目のころと接触部に作用する荷重W_{1j}は

$$W_{1j} = \int_{l_{j-1}}^{l_j} w\,dy$$

$$= \frac{3\eta\ \omega_h\ r^2 L_p}{16 H_{0j}\ k} \left\{ \left(2L_{j-1} + \frac{L_p}{k} \right) + 4k_{0j} \right\} I_{hj} \quad (6.8)$$

となる。このように，各列のころおよび軌道輪に作用する摩擦力，摩擦モーメントは上述のように与えられるが，これらのころが定常運動を行ない，かつ軸受全体の荷重等がつりあうためには，次の条件が必要となる。

まずｊ列目のころが定常運動を行なっているとき，その速度比k_{0j} は

$$m_{pj} + m_{rj} = 0$$

より決定される。したがって式（６．３），（６．５）より

$$k_{0j} = \frac{\dfrac{\eta}{8 H_{0j}{}^{1/2}}(2C-B)(2L_{j-1} + L_p/k)}{\dfrac{\eta}{2 H_{0j}{}^{1/2}}(B+2C) + \dfrac{\eta}{H_c}(\pi - 2\theta_3)} \quad (6.9)$$

より求められる。

解法についても同様で，最小油膜厚さH_{0j}（$=h_{0j}/r$）は，式（６．９）を式（６．８）に代入することにより

$$16W_{Bj}'(\pi-2\theta_3)H_{0j}^{3/2}+8W_{Bj}'H_c(B+2C)H_{0j}$$

$$-\left\{3\frac{L_p}{k}I_{hj}\left(2L_{j-1}+\frac{L_p}{k}\right)(\pi-2\theta_3)\right\}H_{0j}^{1/2}$$

$$-6\frac{L_p}{k}I_{hj}H_c\left(2L_{j-1}+\frac{L_p}{k}\right)C=0 \tag{6.10}$$

が得られる。ただし

$$W_{Bj}'=\frac{W_{1j}}{\eta\ \omega_h\ r^2}$$

である。式（6．10）において，$j=1\sim k$を入れることによりW_{1j}'とH_{0j}に関するk個の関係式が得られるが，H_{0j}は前にも述べたように各列のころとも同一であるのでこれをH_0とする。結局，未知量はW_{11}'，W_{12}'，・・，W_{1k}'とH_0の$k+1$個となる。これらの荷重ところに外力として作用する荷重W_1の間には

$$W_1=\sum_{j=1}^{k}W_{1j} \tag{6.11}$$

が成立する。以上の式（6．10），（6．11）を連立させることによって上記未知量を求めることが可能となる。よって，複列形軸受の摩擦モーメントM_{tk}は

$$M_{tk}=m\sum_{j=1}^{k}m_{ppj}+m_w \tag{6.12}$$

より計算できることになる。

6．2．2 弾性流体潤滑における理論解析

第3章で示したように，単式単列形の軸受の場合はニュートン性流体，非ニュートン性流体について示した。さらに摩擦モーメントの計算結果と実験結果とを比較をした場合，ニュートン性流体では非等温解析でもなお両者には大きな差があり，やはり定性的に一致するのは非ニュートン性流体である。したがって，複列形においては非ニュートン性流体の場合の解析および結果を示し，実験との比較検討をする。

6．2．1項と同様，ころの有効長さl_pを分割しk列に組み込んだとき，流体潤滑

のときと同じく軸受中心より j＝１，２，・・，kの番号を付す。各列のころおよび軌道輪に働く摩擦力，モーメントについて考える。さらに各列のころにおいても，ころの長さ方向に速度分布をもつので，これをさらに概念上 n に分割する。各分割要素と軌道輪の接触部における諸量の関係はすべて３．３節で述べたものと同じとする。

j 列目のころの，各分割要素と軌道輪との接触部において，ころと軌道輪に働く流体摩擦力 f_{1ji} ，f_{2ji} は，式（３．４４）を利用することにより

$$f_{1ji,2ji}=\left\{-9.2G^{-0.3}U_{ji}^{0.7}\mp\frac{2b_{ji}\ \tau_{ji}}{E'\ r}\right\}E'\ r \quad (3.44)'$$

である。添字 j i は j 列目のころの i 番目の分割要素に対応する。各列の各分割ころがこのような力を受けて，軸受全体として定常運動を行なうためには，次に示す種々のつりあい条件が必要である。

（a）荷重のつりあい

ころの有効長さ（単列）が l_p であるので，これを k 列にした場合，各ころの有効長さ l_p' を考える。これらをさらに n 分割するものとする。n 分割された各ころと軌道輪との接触部に発生する単位長さあたりの荷重を w_{ji} とすると，これらの総和はころ一個に作用する外力 W_1 に等しくなる。すなわち

$$W_1 - \sum_{j=1}^{k}\left(\Delta l' \sum_{i=1}^{n} w_{ji}\right)=0 \qquad (6.13)$$

となる。ただし $\Delta l'=l_p'/n$ である。

（b）モーメントのつりあい

同じく k 列に組み込まれたときの各ころにおいて，ころが定常運動するためには各ころについてそれぞれモーメントのつりあいが必要となる。

$$\Delta l' \sum_{i=1}^{n} f_{21i}\ r + m_{r1} = 0$$

$$\Delta l' \sum_{i=1}^{n} f_{22i}\ r + m_{r2} = 0 \qquad (6.14)$$

$$\Delta l' \sum_{i=1}^{n} f_{2ki}\, r + m_{rk} = 0$$

（ｃ）変位の条件

単列の場合に解析したように，ころを分割したとき各分割要素と軌道輪との相対変位量は一定になることが必要であった。複列形の場合も各列においてこのことが成立すると共に，さらに各列のころ相互間にも成立することが必要である。よって，ｊ列目のころのｉ番目の分割要素の相対変位量をα_{ji}とし，さらに，そのときの弾性変形量をδ_{eji}，平行部油膜厚さをh_{mji}とすると

$$\alpha_{ji} = \delta_{eji} - h_{mji} = 一定$$

の関係が成立することが必要である。このことより，第３章，３．４．３項と同様にそれぞれの列の各分割要素において次の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \alpha_{1i} - \alpha_{1i+1} &= 0 \\ \alpha_{2i} - \alpha_{2i+1} &= 0 \\ &\cdot \\ \alpha_{ki} - \alpha_{ki+1} &= 0 \end{aligned} \qquad (6.15)$$

このほかに，各列どうしの変位量も一定になる必要がある。すなわち

$$\begin{aligned} \alpha_{1n} - \alpha_{21} &= 0 \\ \alpha_{2n} - \alpha_{31} &= 0 \\ &\cdot \\ \alpha_{k-1n} - \alpha_{k1} &= 0 \end{aligned} \qquad (6.16)$$

のｋ－１個の式が成立する。

未知量は，単位長さあたりの荷重w_{ji}（$j=1 \sim k$，$i=1 \sim n$）のｋ×ｎ個および各列のころの自転速度ω_{rj}（$j=1 \sim k$）のｋ個，合計ｋ（ｎ＋１）個である。上式（６．１３）～（６．１６）の同じくｋ（ｎ＋１）個の式を連立させることによって，未知量を求めるものである。したがってｊ列目のころより受ける軌道輪の摩擦モーメントm_{ji}は，軸受の回転中心から，ころの各分割要素の中心までの距離　y_{ji}を

$$y_{ji} = l_{0j} + \Delta l' (i - 1/2)$$

として

$$m_{ji} = \sum_{i=1}^{n} f_{1ji}\,\Delta l'\,y_{ji}$$

となる。よって軸受の全摩擦モーメントM_{tk}は

$$M_{tk} = m\sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{i=1}^{n} f_{1ji}\,\Delta l'\,y_{ji}\right) \tag{6.17}$$

より求めることができる。

6．2．3　境界潤滑における理論解析

第４章の単列形軸受の境界潤滑における解析では，ころと軌道輪との相対すべり量S_rの大小にかかわらず，接触部のすべての領域でせん断分離される場合と，S_rが小さい場合，その相対変位が弾性変形内にとどまる場合の二つについて示した。第４章，図４－３に示したように，荷重の大きい領域では弾性変形を考慮しても，その影響はほとんどないことがわかった。したがって，ここでは接触部のすべての領域でせん断分離される場合のみについて解析する。

単列の場合の摩擦モーメントM_tは，第４章，式（４．１５）で与えられた。すなわち，M_tは軸受全荷重W_t，ころ有効長さl_pおよびすべり摩擦係数μ_sに比例する。

$$M_t = 0.25 W_t \mu_s l_p \tag{4.15}$$

この式からもわかるように，M_tはピッチ半径には影響されないことになる。したがって，複列形の場合は次のように考えればよい。

いま，軸受全荷重の大きさを同じW_tとし，単列形のときのころ有効長さl_pをｋ個に切断して一つのポケットに組み込むものとする。したがって，これらのころはそれぞれのピッチ半径上を中心に並んだものになり，荷重は等分に受けるものとする。このとき，複列形軸受の摩擦モーメントM_{tk}は，有効長さl_p/kのころが，W_t/kの荷重を受け，それがｋ列並んだものになる。よって

$$M_{tk} = 0.25\left(\frac{W_t}{k}\right)\mu_s\left(\frac{l_p}{k}\right)\times k = \frac{0.25}{k}W_t\,\mu_s\,l_p \tag{6.18}$$

となる。この式からわかるように，複列形の摩擦モーメントM_{tk}は単列形の１／ｋになることがわかる。したがってこの軸受を境界潤滑で使用すれば，列数ｋを大きくするほど動力損失を小さくすることができる。

６．３　実験的検討

６．３．１　実験装置および実験方法

実験装置および方法に関する基本的原理は，第５章の単列形のときと同様であるが，装置そのものは，別のものを使用した。その装置の概略図を図６－３に，外観を図６－４にそれぞれ示す。この場合の供試軸受は②が固定輪，③がころ，④が回転輪である。第５章の実験装置においても，軸受に偏心荷重が作用しないように注意したが，いまの場合は，固定輪を取り付けたトルクバー①を球面滑り軸受で支持することによって，さらに偏心荷重が作用しないようにした点が大きな違いである。供試軸受への荷重は，負荷用ネジ⑨で板バネ⑧をたわませ，この反力をベルクランク⑩，負荷用レバー⑦を介して作用させるものである。なお，第５章の実験装置（図５－２）と本実験装置は違うものであるが，ころの運動，ころと軌道輪の接触状態および摩擦モーメントの測定結果は装置の違いによってもほとんど変化のないことを確認している。

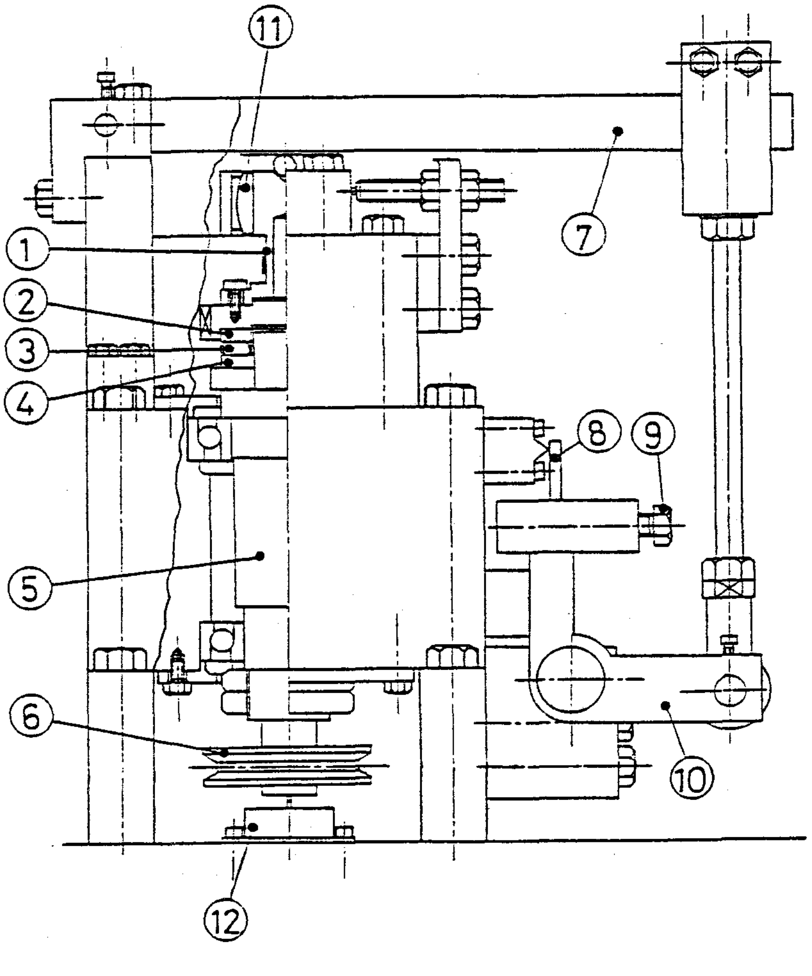


図６－３　実験装置の概略図

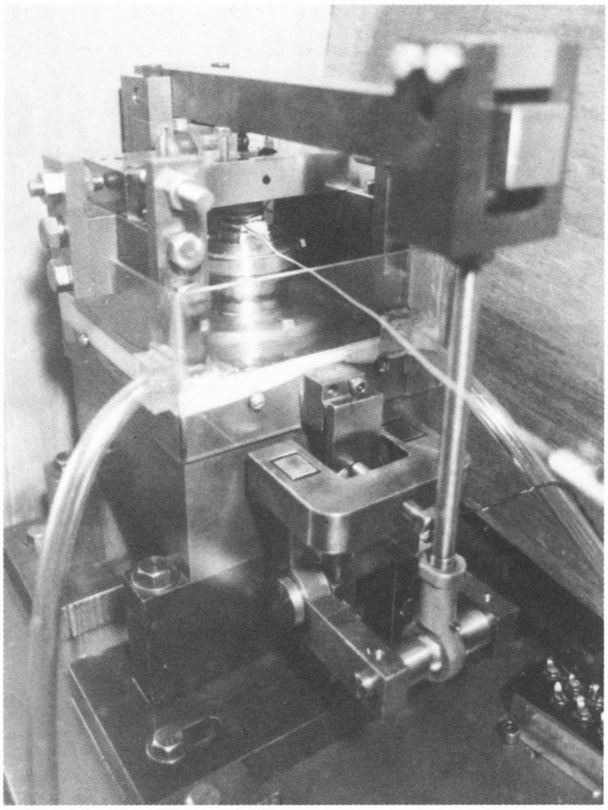


図６−４　実験装置主要部の外観図

６．３．２　供試軸受

この章では主として複列形軸受の摩擦モーメントについて検討するものであるが，単列形との比較のためにこれについても実験を行なった。供試軸受の形状・寸法を図６−５に示す。軸道輪内径は 81106型 軸受と同一であるが，外径はそれよりも大きいものである。単列形（ｋ＝１）のころ有効長さ l_p は９．８８ mm（全長は１１mmであ

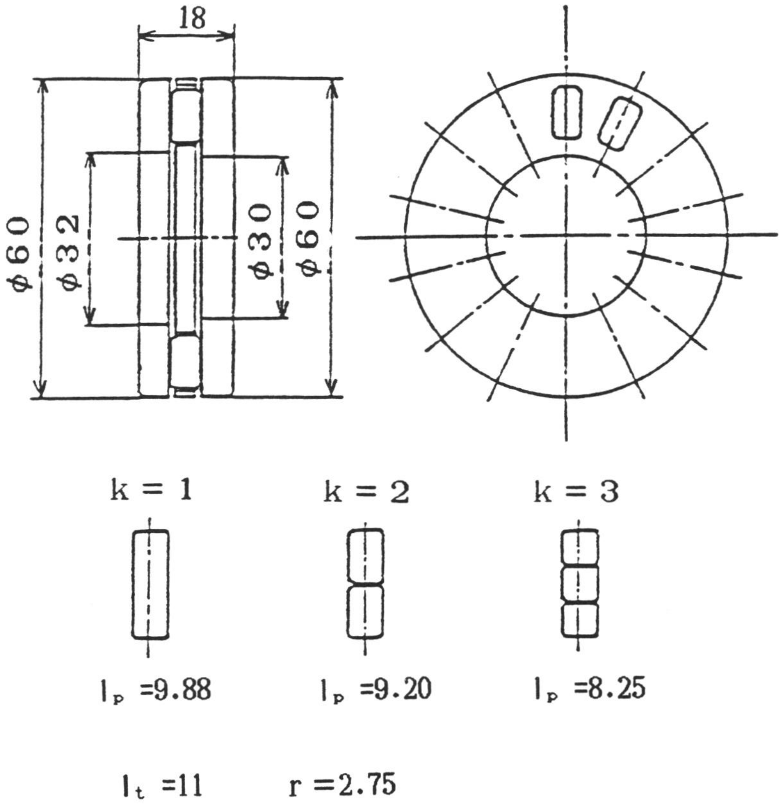


図６−５　供試軸受の形状・寸法（ｋ＝１，２，３）

る）を使用し，これと同じ全長のころを２個（ｋ＝２），あるいは３個（ｋ＝３）に分割したようなころを複列形として供試した。ただしｋ＝２ではl_p＝９．２０mm，ｋ＝３ではl_p＝８．２５mmと少しずつ小さくなる。したがって同じ軸受全荷重W_t（Ｎ）に対して接触部の単位長さ当りの荷重の大きさが異なったものになる。ここでは必要に応じて，軸受線荷重W_l（$=W_t/ml_p$：Ｎ／mm）として整理する。

６．４　結果および考察

６．４．１　ころと軌道輪の接触状態

図６－６は潤滑油Ｌ２を使用したときの，ころと軌道輪との接触状態を観察したものである。単列（ｋ＝１），２列（ｋ＝２），３列（ｋ＝３）の場合のものを，軸受全荷重W_tとの関係において示したものである。単列形については前にも述べたように，この軸受も，接触部の圧力が大きい高荷重域でかつ通電が見られなければ，弾性流体潤滑で運転される可能性のあることを示した。複列形においてもこのことは十分予想されることである。同じ図に示すように，ｋ＝２，３においても通電が始まるのは比較的大きな荷重域であることがわかる。いまの場合，ｋ＝１では，W_t＝２００００Ｎ程度の荷重域から通電が見られるが，ｋ＝２，３ではその荷重は大きくなり，弾性流体潤滑領域はさらに高荷重側に拡がる傾向にあるものと思われる。弾性流体潤滑とする基本的条件は接触圧力と油膜比の大きさであると思われるが，複列形においても，理論上は接触圧力および油膜比は単列形のものと同じであるので，ほぼ同一のW_tで通電が開始するものと予想される。しかし，実験的には複列形の方が軸受の形状誤差が少ないこと，あるいは相対すべり量が小さく運転中の温度上昇が少ないので，接触部の潤滑油粘度が高く

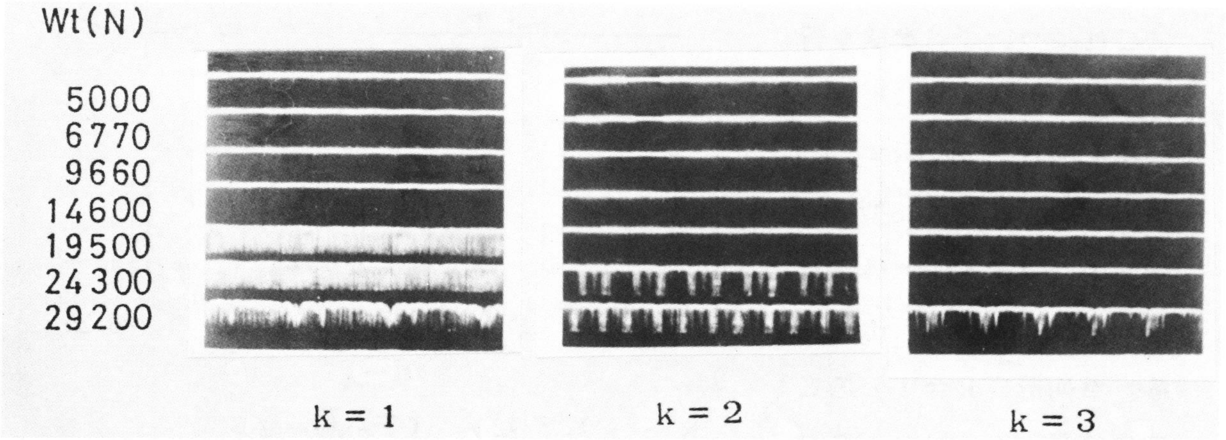


図６－６　ころと軌道輪の接触状態の観察（N_p＝２４００ｒｐｍ，潤滑油：Ｌ２）

なることが，結果的に複列形の方が大きい荷重域に移行するものと考えられる。ころと軌道輪間で通電が始まる軸受荷重の大きさは，当然のことながら軌道輪の回転速度N_pの影響を受け，N_pが小さくなれば小さくなる。

接触状態の様子は，常圧粘度η_0にも影響を受けるが，その一例をｋ＝１の場合について示したのが図６－７である。これは，N_p＝２４００ｒｐｍのときの３種類の潤滑油における接触状態を示したものである。L_1，L_2，L_3の順に同一温度における粘度は高くなるが，図からわかるように，通電の始まる荷重はその順で大きくなる。

このように複列形においても，通電がない場合は油膜を介する潤滑形態にあり，この場合も，さらに接触圧力の大きいときは弾性流体潤滑であると考えられる。

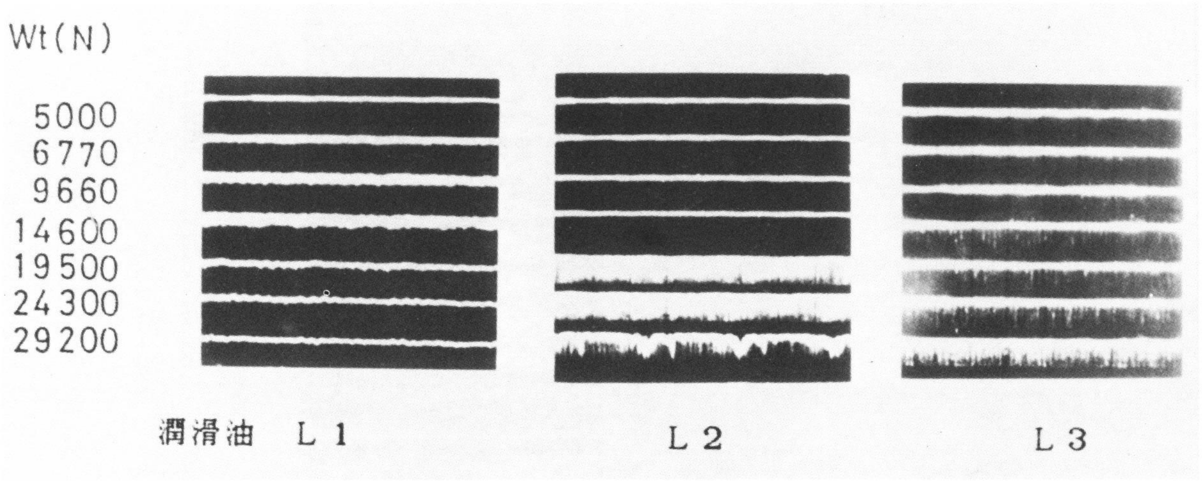


図６－７　ころと軌道輪の接触状態の観察（N_p＝２４００ｒｐｍ，ｋ＝１）

６．４．２　ころの運動

図６－８は，ころの運動の一例を示したものである。単列形の流体潤滑における解析結果，あるいは小さい荷重域において実験的に得られた，ころと軌道輪との速度比u_2／u_1は１以下になるが，複列形においてもこのことを確認したものである。なお複列形の場合，ｋ＝２においては軸受中心から数えて１列目のころを，ｋ＝３においては２列目，すなわち中央のころをそれぞれ一個磁化して得られた結果である。ｋ＝２，３の場合についても，定性的にはｋ＝１と同様，図に示した荷重範囲で，W_1が小さいほど速度比は小さくなる。さらにｋ＝１に比べてｋ＝２，３と列数の大きいほど，同一荷重に対して速度比は小さくなる傾向にある。他の回転速度に対しても同様な傾向を示すと同時に，N_pが大きくなればさらに速度比は小さい値になる。

別の潤滑油においても同じような結果を示したが，この場合は常圧粘度が高いものほど速度比u_2/u_1は小さくなる。

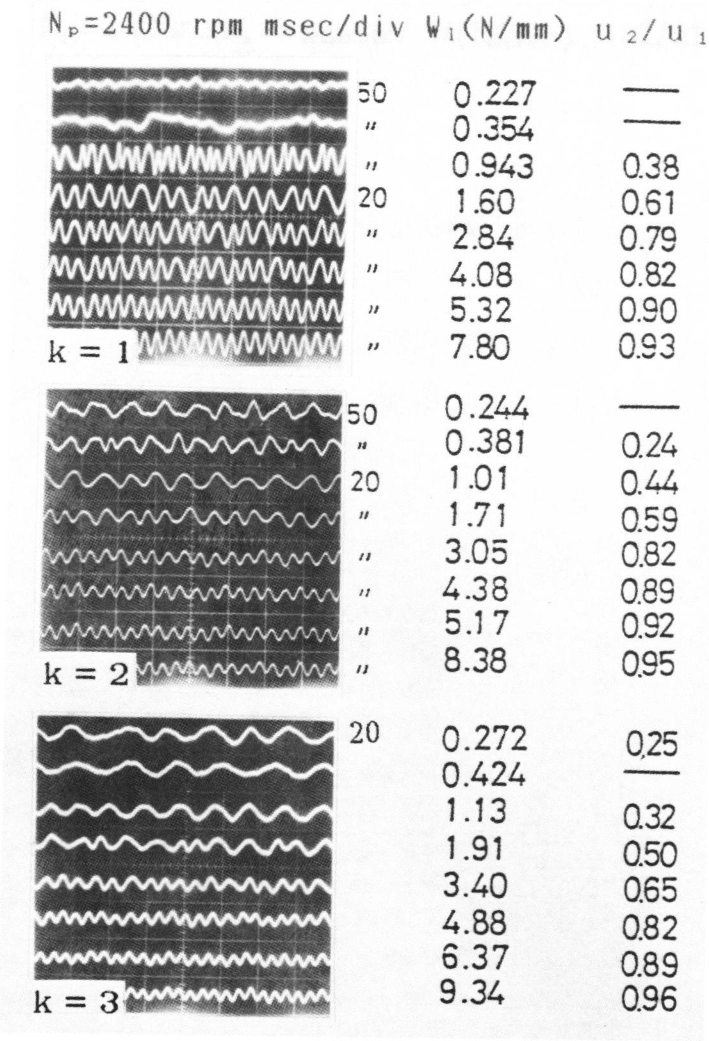


図６－８　ころの自転運動の様子

６．４．３　摩擦モーメント

図６－９，図６－１０は，それぞれｋ＝２，３の場合の摩擦モーメントM_{t2}，M_{t3}，速度比u_2/u_1を軌道輪の回転速度N_pをパラメータにして示したものである。単列形のものと同様，摩擦モーメントM_{tk}は低荷重域でW_1の１／２乗に比例し，高荷重域でW_1のほぼ１乗に比例する結果を得る。さらに複列形においても，低荷重域で回転速度N_pの影響が顕著に現れていることがわかる。このように見掛け上，摩擦モーメントM_{tk}の荷重特性は２つに分類されるが，単列形と同じように接触部の圧力が大きく，しかしながら通電のない弾性流体潤滑領域も存在し，潤滑形態としては流体潤滑，弾性流体潤滑，境界潤滑の三つから成るものと予想される。

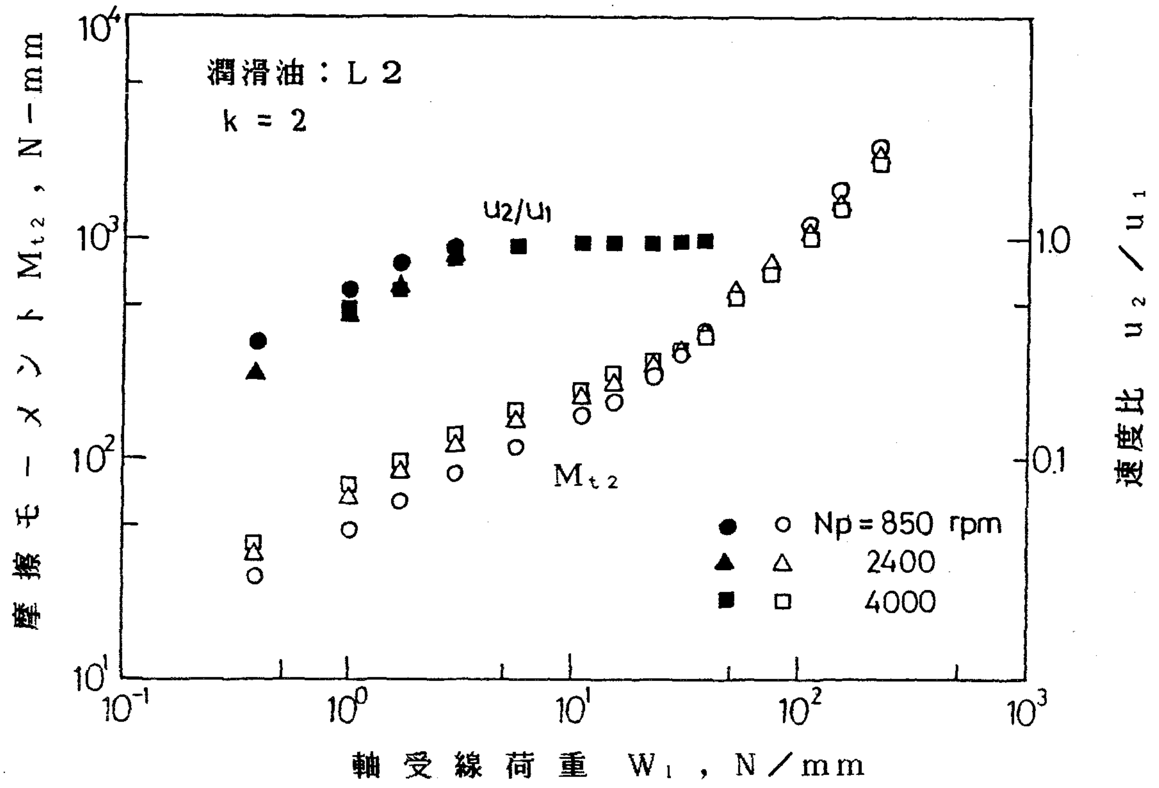


図6－9 軸受線荷重と摩擦モーメント，速度比の関係（k＝2）

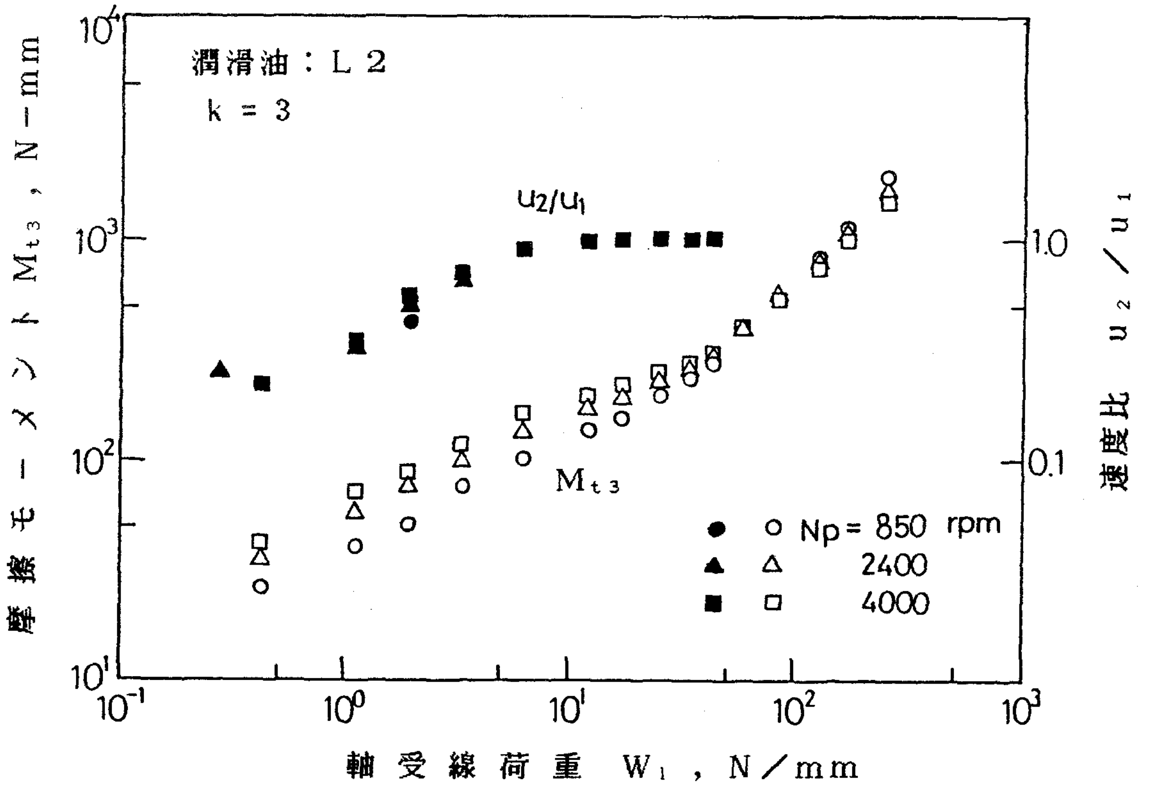


図6－10 軸受線荷重と摩擦モーメント，速度比の関係（k＝3）

図６－１１，６－１２は，同じくｋ＝２，３の場合のものを潤滑油の種類をパラメータにして示したものである。この場合も摩擦モーメントM_{tk}，速度比u_2/u_1の特性は単列形のものと同様である。このように複列形の軸受においても，軸受線荷重W_l，軌道輪の回転速度N_pおよび潤滑油の常圧粘度η_0に対する摩擦モーメントM_{tk}，速度比u_2/u_1は単列形のものとほぼ同様な傾向を示すことがわかった。

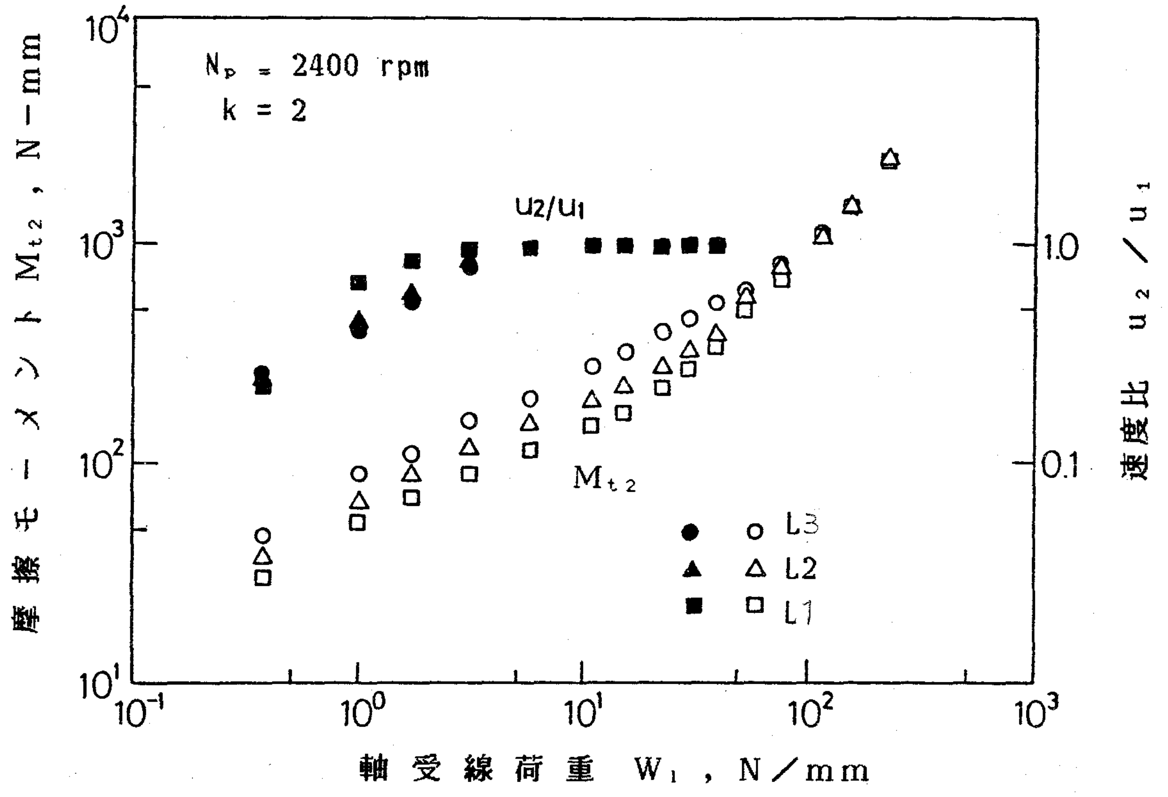


図６－１１　軸受線荷重と摩擦モーメント，速度比の関係（ｋ＝２）

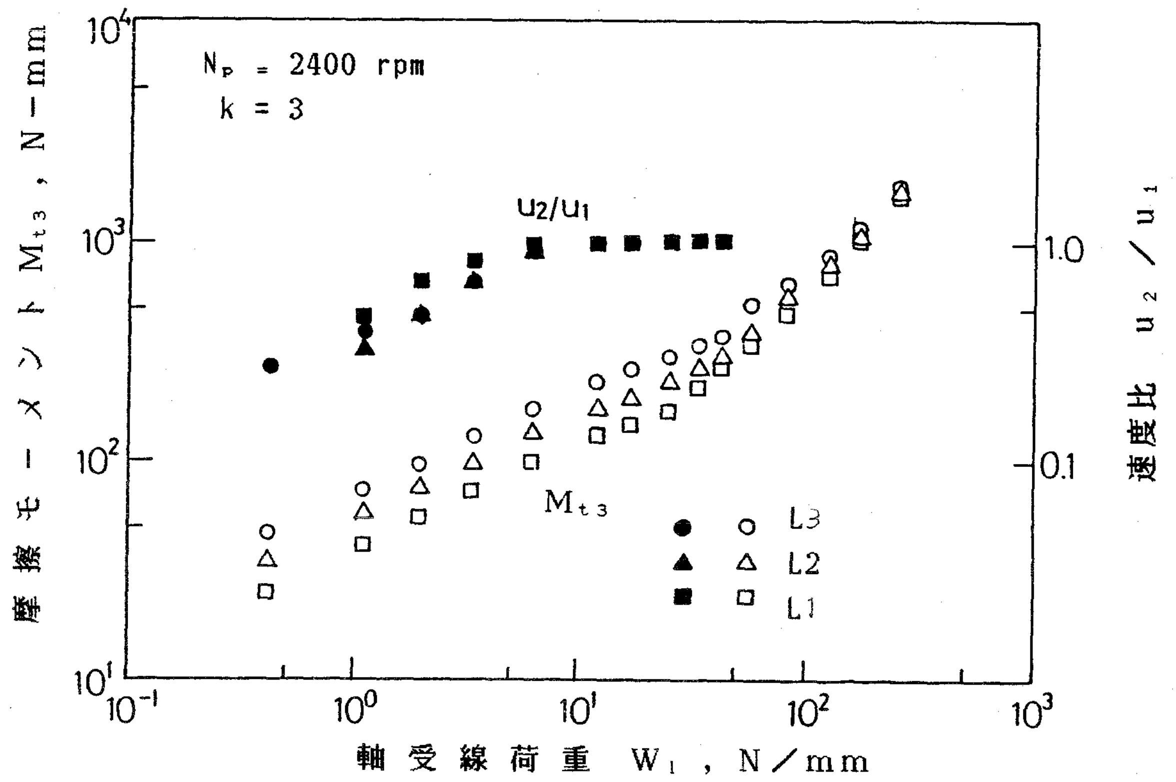


図６−１２　軸受線荷重と摩擦モーメント，速度比の関係（ｋ＝３）

次に単列形，複列形の比較を示す。図６−１３は列数ｋをパラメータにしたときの摩擦モーメントM_{tk}，速度比u_2/u_1を示したものである。この図からわかるように，傾きがほぼ１／２となる荷重域，すなわち流体潤滑においては，列数ｋの大きいものほど摩擦モーメントM_{tk}は多少小さくなる傾向にあるが，弾性流体潤滑および境界潤滑と思われる荷重域では明らかに列数による違いを示すことがわかる。弾性流体潤滑においては荷重の大きさによって列数の影響の割合は多少異なるが，この二つの潤滑形態における摩擦モーメントM_{tk}は列数ｋに反比例する傾向にある。

一方，流体潤滑においても見掛け上，列数の影響を受けるように思われるが，この場合，とくにｋ＝３において小さくなっているのは，実験におけるころの有効長さの違いによるものと思われる。流体潤滑における摩擦モーメントはころの有効長さにほぼ比例するという結果になるが，ｋ＝１に対するｋ＝３の長さの比は約０．８４となり，同じく摩擦モーメントの比は約０．８５である。このことから，ころの有効長さが同じであれば，複列形であってもモーメントの大きさはほとんど変わらないことになる。

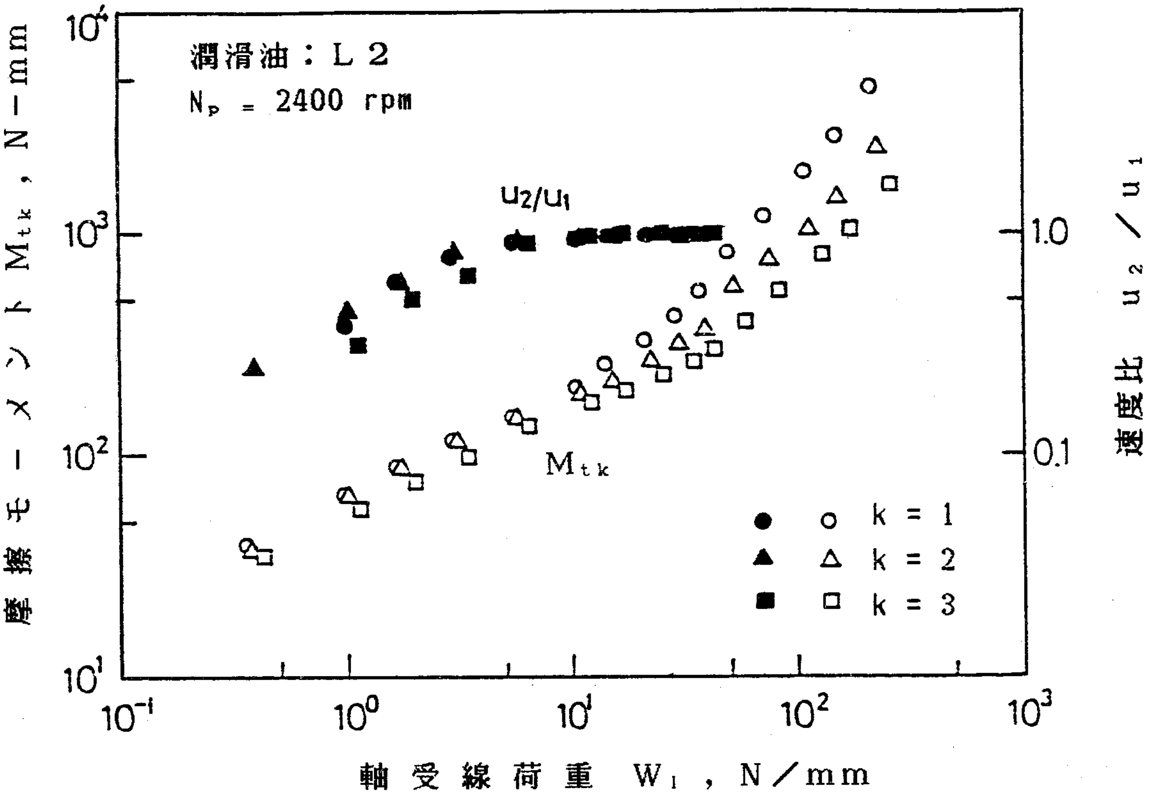


図6－13　軸受線荷重と摩擦モーメント，速度比の関係

列数ｋの影響を各荷重をパラメータにして示したのが図6－14である。この場合は軸受全荷重W_tで表わしているが，W_t＝130，1430Nの流体潤滑ではｋの影響はほとんどないことが明らかになる。一方，弾性流体潤滑（W_t＝6770N）および境界潤滑（W_t＝19500N）では，ほぼｋに反比例していることがわかる。

次に，複列形の実験結果と，それぞれの潤滑形態における計算結果との比較について述べる。図6－15，6－16は，それぞれｋ＝2，3の場合の両者の摩擦モーメントの比較を示したものである。各図において実線は流体潤滑，一点鎖線は弾性流体潤滑そして破線は境界潤滑における計算値である。弾性流体潤滑において計算に用いた潤滑油の物性値は，圧力－粘度係数α＝21．5GPa^{-1}，特性応力τ_0＝4MPa，熱伝導率K＝0．3W／m℃，温度－粘度係数β＝0．035$℃^{-1}$である。それぞれの潤滑形態の計算値はそれに対応する実験値とほぼ一致している様子がわかる。

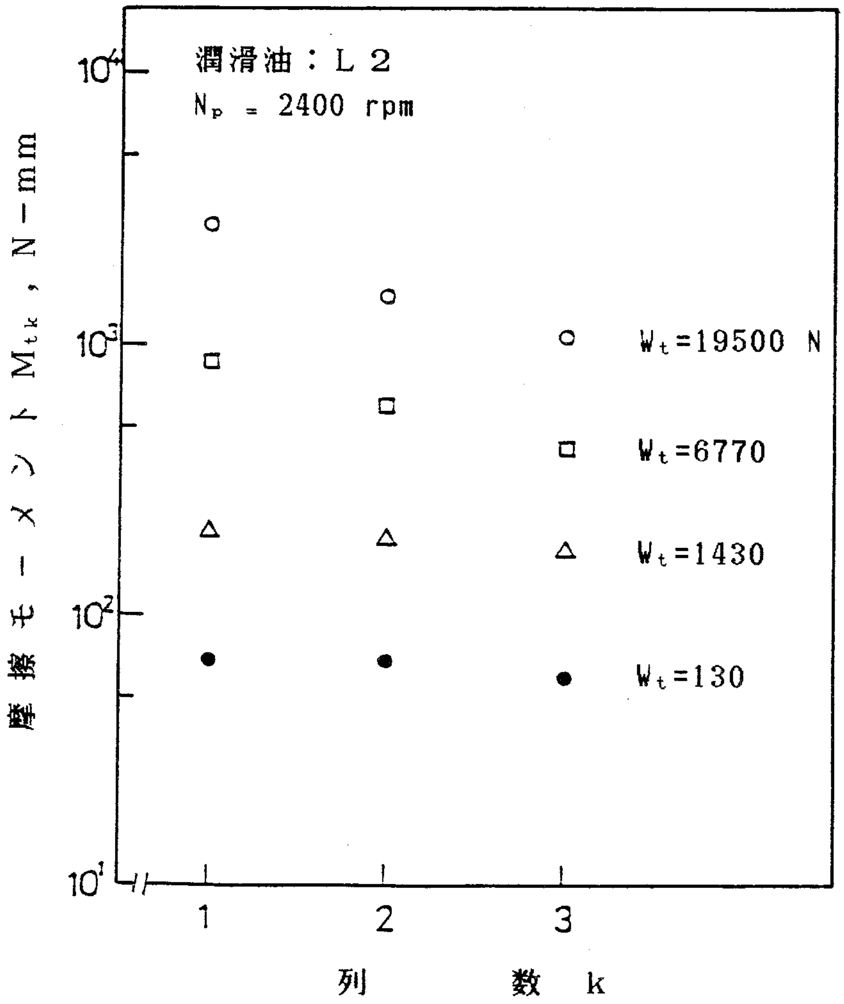


図６－１４　列数と摩擦モーメントの関係

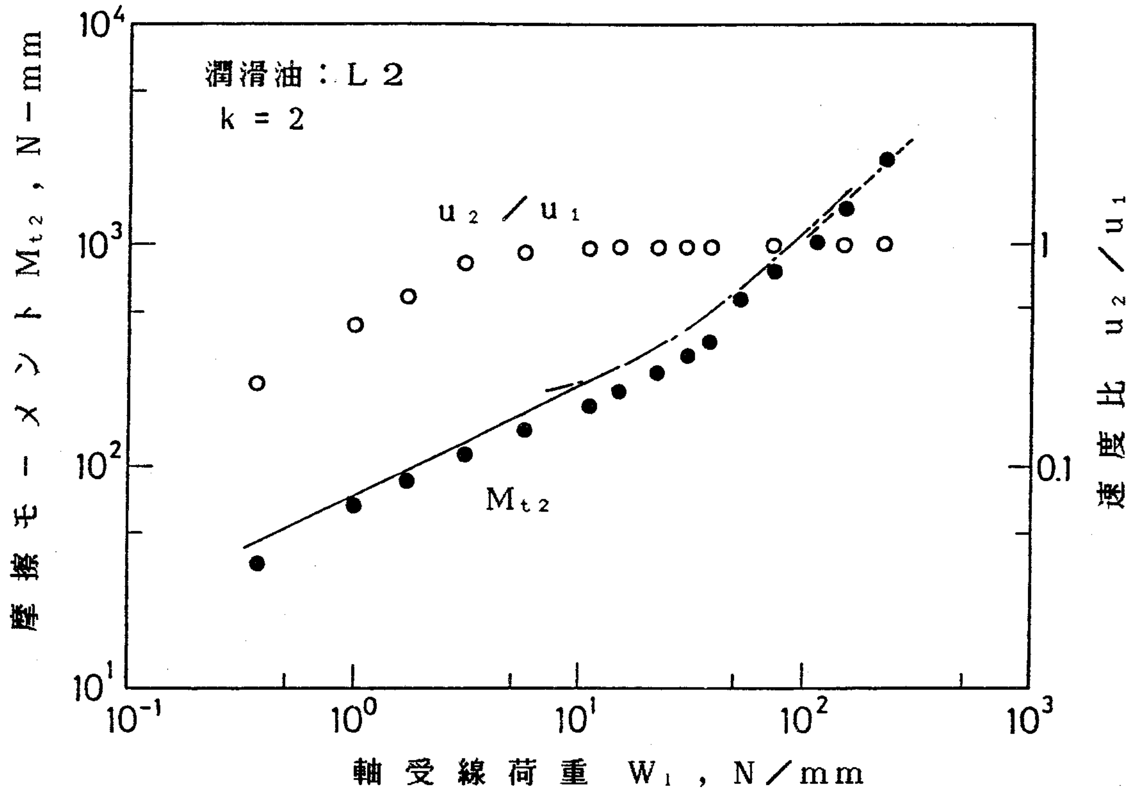


図6－15　摩擦モーメントの理論値と実験値の比較

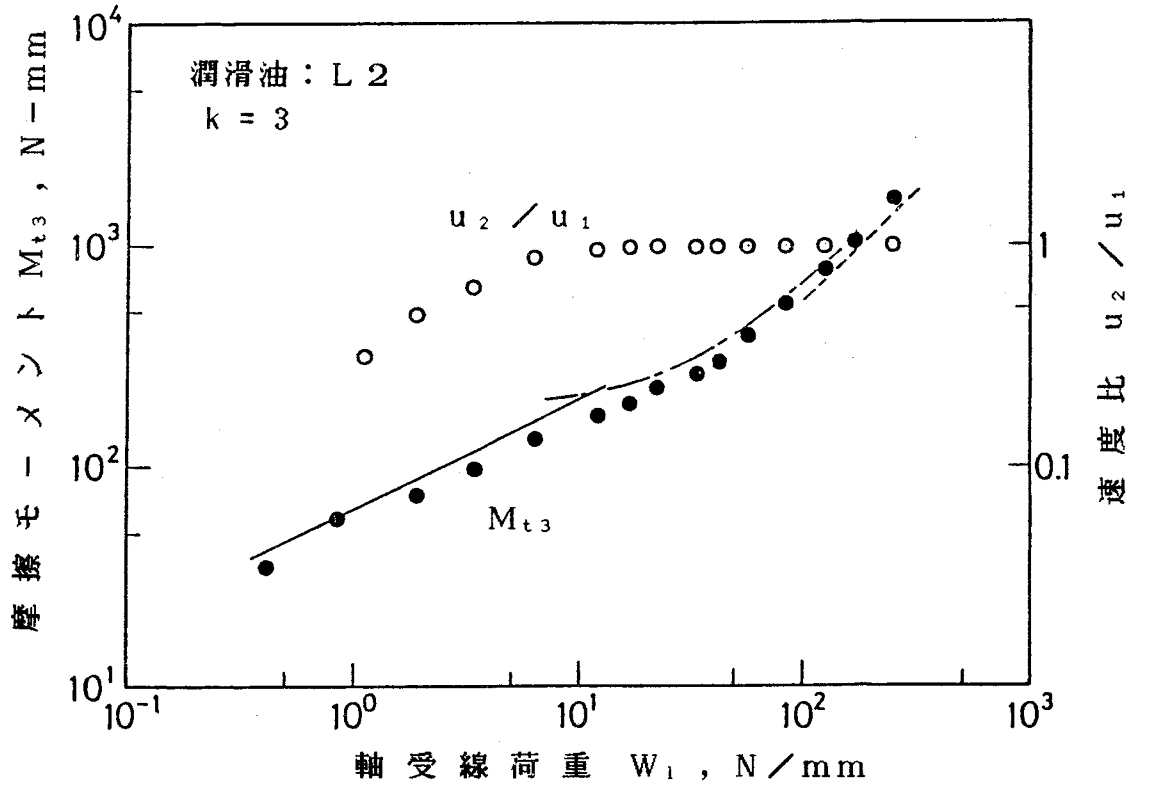


図6－16　摩擦モーメントの理論値と実験値の比較

6.5 結　言

以上のように，複列形スラスト円筒ころ軸受の摩擦モーメントについて，単列形のものと比較しながら理論的，実験的に検討した。得られた結果は次のとおりである。

（1）複列形の実験的検討において，ころと軌道輪との接触部における潤滑油膜の存在を確認するため通電による接触状態を観察した結果，複列形の列数を多くするほど接触部で通電の始まる軸受荷重は大きくなることがわかった。

（2）複列形においても，軸受荷重，回転速度，潤滑油の常圧粘度に対する摩擦モーメントは単列形のものとほぼ同様の傾向を示す。すなわち，流体潤滑における摩擦モーメントは軸受荷重，回転速度および潤滑油の常圧粘度のそれぞれに対して１／２乗に比例する。また弾性流体潤滑においても単列形と同様に，軸受荷重の増加に伴い回転速度，潤滑油の常圧粘度の摩擦モーメントへ及ぼす影響は小さくなる。同じく境界潤滑においてはほぼ軸受荷重に比例して摩擦モーメントは増加する。

（3）流体潤滑における摩擦モーメントは単列形，複列形のいずれにおいてもほぼ同じ値になり，摩擦モーメントに対する複列形の効果はほとんどないことが理論的，実験的にわかった。

（4）弾性流体潤滑，境界潤滑においては，列数ｋに反比例して摩擦モーメントは小さくなる。

第７章　結　論

本研究は，スラスト円筒ころ軸受の摩擦について理論的，実験的に検討を行なったものである。他の転がり軸受に関してはこれまでにも多くの研究がなされ，種々の特性が明らかにされている。スラスト円筒ころ軸受に関する研究例も多少見られるようになったが，その摩擦機構についてはいわゆる境界潤滑を対象にしたものに限られている。しかし，この軸受においても境界潤滑のほかに流体潤滑，弾性流体潤滑も十分考えられ，これらの潤滑形態における摩擦機構の解明も重要な課題であると思われる。

本研究の結論は，次のとおりである。

第２章　流体潤滑における理論解析　においては，スラスト円筒ころ軸受にレイノルズの式を適用して摩擦モーメントの解析を行なったものである。ここで得られた結果は次のとおりである。

（１）流体潤滑におけるころの自転速度は，ころがり接触の幾何学的関係より得られる自転速度の約１／５程度になる。すなわち，ころと軌道輪とのピッチ半径上における速度比は約０．２である。この比は回転速度の増加に伴ってさらに小さくなる傾向にあるが，ころと保持器ポケット間における摩擦力およびころの遠心力によって生ずる摩擦力は比較的小さいのでこれらを無視すれば，速度比は軸受の寸法だけで決定される。

（２）流体潤滑における摩擦モーメントは軸受荷重，軌道輪の回転速度，潤滑油の常圧粘度のそれぞれの１／２乗に比例する。

（３）ころの有効長さ，ピッチ半径の大きさも流体潤滑における摩擦モーメントに比較的大きな影響を及ぼし，この場合の摩擦モーメントはころの有効長さ，ピッチ半径にほぼ比例する。

流体潤滑における理論解析の結果は以上のとおりである。この軸受の一般的使用条件としては低速・高荷重であるとされているが，一方で，流体潤滑の条件は高速・低荷重において成立するものである。これら二つの条件は相反するものであるが，この軸受の利用の拡張を考えたとき，流体潤滑における摩擦特性を把握しておくことは重要であると考える。

第３章　弾性流体潤滑における理論解析　では接触部の流体膜挙動をニュートン性流

体と仮定する場合と，非ニュートン性流体（本研究ではその中でもアイリング粘性体とした）と仮定する場合について解析した。弾性流体潤滑における摩擦については，今なお議論されているものであるが，やはりこの軸受の潤滑としては弾性流体潤滑も十分に考えられ，この形態における摩擦特性を明らかにしておくことも重要であると考えた。得られた結果は次のとおりである。

（１）接触部の流体膜挙動をニュートン性流体と仮定した場合，等温解析，非等温解析のいずれでも，摩擦モーメントは，一般的に得られる転がり軸受の摩擦モーメントよりはるかに大きいものになる。したがって接触部の流体膜挙動をニュートン性流体とする考え方で，スラスト円筒ころ軸受の摩擦機構の説明はできないものと思われる。

（２）同じく接触部の流体膜挙動を，アイリング粘性体と仮定した場合の摩擦モーメントは，ニュートン性流体の場合のものに比べてはるかに小さくなり，スラスト円筒ころ軸受の弾性流体潤滑における摩擦特性は，この理論で説明が可能であると思われる。

（３）アイリング粘性体とした場合の摩擦モーメントは，軸受荷重の小さい範囲では回転速度，潤滑油の常圧粘度に比較的大きく依存するが，荷重の増加と共にこれらの影響は小さくなり，ついにはほとんど同じ値の摩擦モーメントを示す。

弾性流体潤滑における主な解析結果としては以上である。この潤滑の成立条件としては，荷重も比較的大きいので，実際の軸受の運転時も回転速度が大きい場合はこの潤滑形態にあることが予想される。勿論，この場合もころと軌道輪との接触は流体膜を介することになるので，摩耗などの表面損傷を大きく軽減できる可能性があるものと思われる。その意味においても弾性流体潤滑の成立条件，あるいはその潤滑形態における摩擦特性を知っておくことは重要であり，この章の解析結果も大きな意義があるものと思われる。

第４章　境界潤滑における理論解析　ではころの運動および摩擦モーメントについて解析した。結果は次のとおりである。

（１）ころの運動は軌道輪（回転輪）の１／２の速度で公転し，かつピッチ半径上でころと軌道輪との表面速度は一致する。したがってころと軌道輪　との相対すべり量はピッチ半径上を中心に直線的に分布することになり，このすべりによるエネルギ損失を小さくするためにはころの有効長さを小さくすることが望ましい。

（２）接触部のすべり方向に対する弾性変形を考慮しない場合，すなわち相対すべり量の大小にかかわらず，接触部のすべての領域でころと軌道輪はせん断分離されるとしたとき，摩擦モーメントは軸受荷重，ころの有効長さ，およびすべり摩擦係数に比例し，

回転速度，ピッチ半径の大きさには関係ない。

（3）ころと軌道輪との接触部において，相対すべり量が小さいとき接触部の相対変位が弾性変形内にとどまるものとし，この弾性変形を考慮した場合の摩擦モーメントは，相対変位の大小にかかわらず，接触部がすべてせん断分離されるとしたいわゆる弾性変形を考慮しない場合のそれに比べて多少小さくなる。

以上が境界潤滑における解析結果である。これまでのころの運動についての研究は，これを，スラスト円筒ころ軸受のころがり接触による幾何学的関係において解析したものであった。本研究では，ころと軌道輪の相対すべり量から求められるエネルギ損失が最小になる条件よりころの運動を解析したものであり，理論的にもころの運動を明らかにした。ここで得られた結果は，この軸受の一般的使用条件（低速・高荷重）に対する重要な知見を与えるものと考える。

第５章　実験的検討　においては第２章～第４章の理論的検討に対して，実験的にころの運動および摩擦モーメントを検討したものである。ここで重要なことは，第２章，第３章のそれぞれの潤滑形態が，実験的にも存在することを確認することである。したがって実験的検討においては，このことにも重点をおき，これらの潤滑領域を十分に検討した上で理論結果と実験結果とを比較した。結果は次のとおりである。

（1）ころと軌道輪との接触部における油膜の存在を確認するための接触状態の観察，および磁化したころの自転速度の実測結果などから，実験的にもスラスト円筒ころ軸受は，運転条件の変化に伴って境界潤滑のほかに，流体潤滑および弾性流体潤滑でも運転される可能性のあることを確認した。また流体潤滑領域および弾性流体潤滑領域は軌道輪の回転速度が大きくなるにしたがい，いずれも高荷重側に移行する。

（2）上の結果をもとに，実験的に得られる流体潤滑の摩擦モーメントは，解析結果と同様，軸受荷重，回転速度および潤滑油の常圧粘度のそれぞれの１／２乗に比例する。また，実験から得られるころと軌道輪とのピッチ半径上における速度比は０．３～１となり，これに対して計算結果の速度比は軸受荷重の大きさにかかわらずほぼ０．２の一定値を示し，両者に定量的違いが見られるが，ころの自転速度の大きさはスラスト円筒ころ軸受の摩擦モーメントに大きな影響を及ぼさない。

（3）同じく実験的に得られる弾性流体潤滑における摩擦モーメントは，接触部の流体膜挙動をアイリング粘性体と仮定する弾性流体潤滑理論で説明が可能と思われる。

（4）境界潤滑における摩擦モーメントの実験値と理論値はほぼ一致する。

以上の結果によって，第２章～第４章の理論解析の結果を裏付けることになり，単列

形スラスト円筒ころ軸受の基礎的摩擦機構の解明は，ほぼできたものと思われる。

第６章　単式複列形軸受の摩擦特性　においては前章までの単列形の応用的内容である。ここで得られた結果は次のとおりである。

（１）複列形の実験的検討において，ころと軌道輪との接触部における潤滑油膜の存在を確認するため通電による接触状態を観察した結果，複列形の列数を多くするほど接触部で通電の始まる軸受荷重は大きくなることがわかった。

（２）複列形においても，軸受荷重，回転速度，潤滑油の常圧粘度に対する摩擦モーメントは単列形のものとほぼ同様の傾向を示す。すなわち，流体潤滑における摩擦モーメントは軸受荷重，回転速度および潤滑油の常圧粘度のそれぞれに対して１／２乗に比例する。また弾性流体潤滑においても単列形と同様に，軸受荷重の増加に伴い回転速度，潤滑油の常圧粘度の摩擦モーメントへ及ぼす影響は小さくなる。同じく境界潤滑における摩擦モーメントは軸受荷重に比例する。

（３）流体潤滑における摩擦モーメントは単列形，複列形のいずれにおいてもほぼ同じ値になり，摩擦モーメントに対する複列形の効果はほとんどないことが理論的，実験的にわかった。

（４）弾性流体潤滑，境界潤滑においては，列数ｋに反比例して摩擦モーメントは小さくなる。

以上のように，複列形軸受についても摩擦モーメントの大方の特性を明らかにすることができた。この結果は工学的，実用的にも重要な意義があるものと確信する。スラスト円筒ころ軸受は構造的にすべりが大きいものとされ，それを少なくする手段として考えられたものが複列形であると思われる。しかしながら，複列形にすることによって種々の特性が如何なる結果を示すかは，十分に明らかにされていないものと思われる。とくに重要な結果は，（４）に示した二つの潤滑形態における摩擦モーメントの特性である。前にも述べたように，この軸受の，実際の使用条件において考えられる潤滑形態は弾性流体潤滑あるいは境界潤滑であると思われる。したがって，スラスト円筒ころ軸受は複列形で，さらに列数を増すことによって摩擦モーメントを大幅に小さくすることが可能となり，それに伴って動力損失を軽減できることになる。また結果的には複列にすることによって，弾性流体潤滑領域を高荷重側に移行させる傾向にあるので，摩耗などの損傷を軽減する可能性がさらに多くなるものと思われる。ところが現在使用されている複列形は２列のものがほとんどである。これを３列，４列にすればさらに複列形の効果は大きくなる。また境界潤滑における摩擦モーメントは，ピッチ半径の大きさにも影

響を受けないことより，複列形にすることによって摩擦モーメントの大きさを同じくして負荷容量を増すことができる。

以上が，本研究の結論であるが，これらはあくまでもスラスト円筒ころ軸受の摩擦機構に関する基礎的結果である。本研究のスラスト円筒ころ軸受の摩擦に関する研究で対象にした潤滑形態は流体潤滑，弾性流体潤滑および境界潤滑の三つ　であるが，このほかに弾性流体潤滑と境界潤滑が混合するいわゆる混合潤滑もあり，この潤滑における摩擦特性も，表面あらさとの関係をも含めて，明らかにすることがこの軸受の摩擦機構に関して残された大きな課題であると考えられる。

参　考　文　献

１）曽田範宗：軸受，岩波（1964)99.

２）船橋鉀一・小野田賢一・高橋秀郎：潤滑，17，10(1972)654.

３）竹原　康：潤滑，26，9(1981)624.

４）桜井敏男：新版　潤滑の物理化学，幸書房（1983)28.

５）高田浩年・飯島三男：ＮＳＫ　Bearing Journal No.621(1966)37.

６）三木敏雄・奥瀬裕従：潤滑，22，2(1977)93.

７）畑沢鉄三・山田国男・鏡重次郎：潤滑，27，12(1982)903.

８）D.DOWSON & G.R.HIGGINSON：Inst.Mech.Engrs.,Lubrication and Wear Convention (1963).

９）D.DOWSON & G.R.HIGGINSON：ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION, PERGAMON PRESS (1977).

１０）A.W.CROOK：Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A 254, 1040(1961)237.

１１）K.L.JOHNSON & J.L.TEVAARWERK：Proc. Roy. Soc. Lond., A 356, 1685(1977)215.

１２）K.L.JOHNSON & J.A.GREENWOOD：Wear, 61, 2(1980)353.

１３）T.F.CONRY：Trans. ASME, J. Lub. Tech., 103, 4(1981)533.

１４）A.CAMERON：THE PRINCIPLES of LUBRICATION , LONGMANS(1966).

１５）D.DOWSON, P.H.MARKHO & D.A.JONES：Trans. ASME, J. Lub. Tech., 98, 10(1976)509.

１６）D.G.WYMER & A.CAMERON：Proc.Inst. Mech. Engrs., 188(1974) 232.

１７）J.PRAKASH & H.CHRISTENSEN：Trans. ASME, J. Lub. Tech., 99, 1(1977)24.

１８）H.S.NAGARAJ , D.M.SANBORN & W.O.WINER：Trans. ASME, J. Lub. Tech., 99, 4(1977)254.

１９）T.WILLIS & B.SETH：Trans. ASME, J. Lub. Tech., 99, 4(1977)290.

２０）C.CUSANO & L.D.WEDEVEN：ASLE Trans., 24, 1(1979)1.

２１）A.JACKSON ：ASLE Trans., 24, 2(1979)147.

２２）村木正芳・木村好次：潤滑，29，3(1984)216.

２３）T.A.HARRIS ：ASLE Trans., 9, 3(1966)229.

２４）K.L.JOHNSON & A.D.ROBERTS：Proc. Roy. Soc. Lond., A 337, 1609(1974)217.
２５）W.HIRST & A.J.MOORE：Proc. Roy. Soc. Lond., A 360, 1702(1978)403.
２６）D.DOWSON：Proc. Inst. Mech. Eng., 182 Pt. 3A(1967-68)151.
２７）村木正芳・木村好次：潤滑，28，10(1983)753.
２８）S.P.TIMOSHENKO & J.N.GOODIER：THEORY of ELASTICITY, McGRAW-HILL(1951)381.
２９）村木正芳・木村好次：潤滑，30，1(1985)45.
３０）K.L.JOHNSON, et al. ：Wear, 19, 1(1972)91.
３１）W.O.WINER, et al. ：Trans. ASME, F, 100, 2(1978)246.
３２）村木正芳・木村好次：潤滑，28，1(1983)67.
３３）平野富士夫・田上寛男：潤滑，5，3(1960)175.
３４）鏡重次郎・山田国男・畑沢鉄三：精密機械，48，7(1982)873.

謝　　　辞

本研究を遂行するにあたり，種々御指導，御鞭撻を賜りました宇都宮大学山田国男教授，鏡重次郎教授に厚く御礼申し上げます。

本論文をまとめるにあたり，終始懇切な御指導をいただくとともに，詳細なる御校閲を賜りました大阪大学井川直哉教授に深謝の意を表します。

また，有益な御討論，御助言をいただいた大阪大学岸田敬三教授，森勇蔵教授，三宅裕教授に感謝の意を表します。

実験に供したスラスト円筒ころ軸受を提供していただいたエヌ・テー・エヌ東洋ベアリング株式会社柳澤明雄氏，坂本三郎氏を始めとする同株式会社関係各位，宇都宮機器株式会社鏡原一郎氏を始めとする同株式会社関係各位，および種々御討論，御助言をいただいた日本精工株式会社角田和雄氏，澤本　毅氏，相原　了氏に御礼申し上げます。

さらに，実験および装置の製作にあたっていろいろ御協力いただいた宇都宮大学直井貞司技官を始め，卒業研究などを通して御尽力いただいた方々に対し謝意を表します。