【81】

氏名	貝瀬秀裕（かいせ ひでひろ）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 15548 号
学位授与年月日	平成12年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 基礎工学研究科情報数理系専攻
学位論文名	On Bellman equations of ergodic type related to risk-sensitive control （リスク鋭感的制御に関連するエルゴード型ベルマン方程式について）
論文審査委員	（主査） 教授 長井 英生 （副査） 教授 亀高 惟倫　教授 中村 佳正　助教授 会田 茂樹

論文内容の要旨

確率制御において、制御確率微分方程式の解の汎関数で表される評価関数の最小値は値関数と呼ばれる。値関数は制御確率微分方程式の初期値を変数とする関数であり、Bellman 原理を通じて2階の非線形偏微分方程式である Bellman 方程式を形式的に満たすことが知られている。Bellman 方程式は値関数を特徴づける重要な方程式であり、その解について調べることは基本的であると考えられている。LQG (Linear Quadratic Gaussian) 制御を典型とする古典的確率制御とは異なり、リスク鋭感的確率制御（risk-sensitive control）においては対数・指数型の評価関数を考える。このことから、リスク鋭感的確率制御における Bellman 方程式は古典的確率制御の Bellman 方程式と異なる非線形性を持ち、その可解性はリスク鋭感的制御における break down の問題と関係が深い。典型例である LEQG (Linear Exponential Quadratic Gaussian) を含む条件の下で可解性を示すことは非常に難しく、エルゴード型方程式についてもその可解性を一般的に論じることは重要であるが困難な問題として残されてきた。

リスク鋭感的確率制御は、ノイズの強さを表すパラメーターを組み込みある種の特異極限を取ることにより、一定の条件の下で H_∞ 制御と関連があることが知られている。リスク鋭感的制御と H_∞ 制御の関係を見るためには、H_∞ 制御を微分ゲームの問題として定式化し、その微分ゲームの値が形式的に満たす Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJI) 方程式と呼ばれている1階の非線形偏微分方程式を調べることになる。一般にこの微分ゲームの値に対応する HJI 方程式の解は滑らかであることは期待できず、弱解として捉えなければならない。

本論文において、リスク鋭感的制御に関連するエルゴード型 Bellman 方程式の解の存在と一意性、及びその解と HJI 方程式の関係を LEQG を含む条件の下で解析的観点から研究した。この方程式は対数・指数型評価関数の長時間平均を特徴付け、また有限時間における Bellman 方程式に比べて計算量が少なくて済む利点を持つ。まず特別な形をしている場合について、Schrödinger 作用素の第一固有値、固有関数と関連させてエルゴード型 Bellman 方程式に対応する減価型方程式の解を構成し、その極限としてエルゴード型 Bellman 方程式の解を導出した。さらに特異極限を取ることによりその解が HJB 方程式の特定の粘性解に収束することを粘性解の方法を用いて示した。また特別な場合に上で示したことがどの程度一般化できるか考察し、十分一般的な形の Bellman 方程式に対しても、ロバスト性との関連から重要とされるリスク鋭感的パラメーターが大きい場合に、困難な問題を克服し同様の結果が得られることを証明した。

論文審査の結果の要旨

リスク鋭感的確率制御問題は'90年代初頭に、P. Whittleにより、発見的議論で非線形H無限大制御と関連づけて論じられて以来、その議論の数学的正当化が多くの研究者の関心を呼んできた問題である。

本論文は、まず、シュレーディンガー作用素の固有値問題とエルゴード型ベルマン方程式の関連に着目したBensoussan-Nagaiの結果を、勾配型の一階微分項をふくむ、楕円型作用素を線形部分にもつベルマン方程式に一般化することからはじめ、その楕円型作用素をゲージ変換によって変換して得られるシュレーディンガー作用素の第一固有関数の性質を媒介にして、減価型ベルマン方程式の一意解の存在を示し、その解の極限として、エルゴード型ベルマン方程式の解を導出した。さらに、粘性解の方法を用い、その特異極限として、非線型H無限大制御に対応する、微分ゲームのHamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs方程式の解を導いた。その証明においては、量子物理における準古典近似とこの特異極限の関連に着目し、第一固有値の漸近的性質を解析したことが鍵となっている。

さらに、上の結果を一般化する問題を考察するにあたっては、第一段階の減価型ベルマン方程式の可解性の証明に多くの困難が生じるが、優解・劣解の方法やBernsteinによる勾配評価の方法等、非線形解析の手法を援用することにより、この困難を切り抜け、可解性を示した。また、上の結果の一般化として、エルゴード型ベルマン方程式を導出し、その特異極限としてHamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs方程式を導く結果を得ている。また、エルゴード型ベルマン方程式の解の一意性に関して新たな観察を得ている。

これらの結果は従来の結果において仮定されていた、評価関数を定義する関数の増大度に関する強い制約条件を取り払った形で証明されており、その結果、H無限大制御で基本的である外乱除去レベルが、リスク鋭感的制御の側で何に対応するかまでが観察されうる結果となっており、リスク鋭感的確率制御と非線形H無限大制御とを関連付ける研究において、基本的な進展があったことを示している。数学的にも他の研究にはみられない、種々の高度な解析的手法を独自に用いることにより得られた水準の高い研究である。さらにまた、新たな数学的問題を提起する結果となっている。

以上により、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。