

Title	走化性方程式に対する指数アトラクター
Author(s)	大崎, 浩一
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/42342
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	おお さい こう いち 大 崎 浩 一
博士の専攻分野の名称	博 士 (工 学)
学位記番号	第 1 6 1 9 9 号
学位授与年月日	平成 13 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 工学研究科応用物理学専攻
学位論文名	走化性方程式に対する指数アトラクター
論文審査委員	(主査) 教授 八木 厚志 (副査) 教授 石井 博昭 教授 川上 則雄 教授 増原 宏 教授 高井 義造

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、走化性方程式に対する大域解の構成と解の漸近的な挙動を調べることを目的とした研究をまとめたものであり、序論 1 章、本文 4 章、総括 1 章の 6 章から構成されている。

第 1 章の序論では、走化性菌類によるパターン形成の観察例を紹介するとともに走化性方程式の導出について述べ、本論文の目的と位置付けを明確にしている。

第 2 章では、本研究の数学的準備として、関数解析、関数空間、線形作用素、抽象発展方程式、無限次元力学系などの各分野から必要となる概念、定理を取り上げてそれらについてまとめている。

第 3 章では、1 次元 Keller-Segel 方程式を扱っている。まず、各々の非負初期関数に対して一意的な非負時間局所解を抽象発展方程式の手法により構成し、次いでエネルギー法により時間局所解の Sobolev ノルムについてのアприオリ評価式を得て、各々の初期関数に対して一意的な非負時間大域解を構成している。さらに、このようにして定められた Keller-Segel 方程式の非線形半群について収縮性を証明し、無限次元力学系の基本定理が適用可能であることを明らかにして、非線形半群に対する指数アトラクターの構成を行っている。

第 4 章では、2 次元三村・辻川方程式を扱っている。前章と平行した議論にしたがって、各々の非負初期関数に対して一意的な非負時間局所解を構成し、局所解のノルムについてのアприオリ評価式を得て、一意的な非負時間大域解を構成している。さらに、本方程式について定まった非線形半群について収縮性を証明し、無限次元力学系の基本定理から指数アトラクターが構成できることを結論付けている。

第 5 章では、Keller-Segel 方程式と三村・辻川方程式に対する定数定常解の安定性について調べている。方程式に現れる係数の間に適当な関係式が成立すれば、定数定常解は安定であることを抽象発展方程式の定理を用いて示している。

第 6 章では、本研究で得られた結果を要約するとともに、パターン形成について本研究から得られた知見について述べている。

論文審査の結果の要旨

走化性菌類は、拡散、走化性、増殖などの効果により顕著な集合パターンを形成する。このようなパターン形成過程を理論的に解明するために、いくつかの走化性方程式が提案されている。本論文は、1次元 Keller–Segel 方程式および2次元三村・辻川方程式について、時間大域解を構成するとともに解の漸近的な挙動を無限次元力学系の方法により調べた結果をまとめたものであり、その主な成果は以下の3点に集約できる。

- (1) 1次元 Keller–Segel 方程式および2次元三村・辻川方程式の時間局所解に対してエネルギー法を基に対数関数を用いた新しいノルムを導入しアприオリ評価式を示すことにより、与えられた非負初期関数に対して一意的な非負時間大域解が構成できることを示している。
- (2) 1次元 Keller–Segel 方程式および2次元三村・辻川方程式から定まる各々の非線形半群は、1次 Sobolev 空間 H^1 と L^2 空間との積空間において、無限次元力学系の概念の一つである収縮性を有することを証明している。このことから、これらの方程式にはすべての解を指数オーダーで引き付けるような一定のコンパクトなアトラクターが存在することを結論付けるとともに、このような指数アトラクターの構成方法についても手順を示している。
- (3) 走化性方程式には、有限なフラクタル次元の指数アトラクターが存在することから、このような方程式で記述されるパターン形成においては、初期関数をもつ無限個の独立成分のうち、特定の有限個の成分を除いてほとんどの成分は急速に減衰し、残った有限個の成分のみが時間的に発展して行くことを見出している。この結果から、走化性方程式のパターン形成は有限次元の力学系問題として捉えられる可能性が強いことを明らかにしている。

以上のように、本論文は Keller–Segel 方程式および三村・辻川方程式に対して一意的な時間大域解を構成するとともに、すべての解を指数オーダーで引き付けるような有限フラクタル次元をもつアトラクターが存在することを見出し、パターン形成過程の解明に向けて新しい知見を与えており、応用物理学、特に数理情報工学に寄与するところが大きい、よって本論文は、博士論文として価値あるものと認める。