

Title	Optimal Control Problems for Keller-Segel Equations
Author(s)	柳, 相旭
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/42392
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	柳 相 旭
博士の専攻分野の名称	博士(工学)
学位記番号	第 15819 号
学位授与年月日	平成13年1月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 工学研究科応用物理学専攻
学位論文名	Optimal Control Problems for Keller-Segel Equations (Keller-Segel 方程式に対する最適制御問題)
論文審査委員	(主査) 教授 八木 厚志 (副査) 教授 石井 博昭 教授 岩崎 裕 教授 河田 聡 助教授 大中幸三郎 助教授 笠井 康弘

論文内容の要旨

本論文は、細胞性粘菌の走化性による集合体形成過程を記述した Keller-Segel 方程式に対して最適制御問題を数学的に研究したものをまとめたもので、全8章から構成されている。

第1章では、本研究の背景と論文の構成について述べている。

第2章では、本研究の準備として、実解析、関数解析、関数空間、Galerkin 法、単調作用素などの数学事項について述べている。

第3章では、線形および非線形放物型偏微分方程式に対する最適制御問題についてこれまでの研究経過ならびに研究成果をまとめている。同時に、本研究で扱う Keller-Segel 方程式は、相互作用と反応を含む非単調型非線形方程式であることを示して、単調型非線形方程式に対する理論の枠組みの中では扱うことが困難な方程式であることを指摘している。

第4章では、粘菌の密度分布と化学物質の濃度分布の対により系の状態が表されるとし、制御関数と状態関数のそれぞれの空間を適当に設定することにより Keller-Segel 方程式に対する最適制御問題を定式化している。最適制御問題の解の存在を示す方法としては、状態関数の空間を有限次元空間の増大列で近似し、近似問題の解の極限として真の解を得るという Galerkin 法が使われるが、本研究ではこの方法を一般化して適用することにより最適制御の存在性を示している。

第5章では、最適制御が満たすべき必要条件を導いている。一般に Galerkin 法では最適解の存在は得られるもののその構成方法は必ずしも明確でない。そこで、最適解が満たすべき必要条件を何か別な形で表現し明らかにすることが求められる。本研究では、コスト関数の制御関数に関する微分可能性を示すと同時に随伴方程式を導入することにより最大原理型の必要条件を得ている。

第6章では、Keller-Segel 方程式に対する最適解について適当な仮定の下に解をフィードバック則により与える方法を示している。実用上の観点から、各時点における状態関数の情報から直接その時点の最適制御関数を決める方法が重要となる。このような方法はフィードバック則と呼ばれる。本研究では、適当なバリュー関数を導入し、一方でこの関数は Hamilton-Jacobi 方程式を通して状態関数から定まる関数であることを、他方でこのバリュー関数から最適制御が直接与えられることを示している。

第7章では、本研究の提案手法を一般的にまとめるとともに、大腸菌の走化性と増殖による集合パターン形成過程

を記述する三村・辻川方程式に対する最適制御問題についても本提案手法が有効であることを示している。

第8章では、本論文の内容についてまとめ、今後の課題について述べている。

論文審査の結果の要旨

細胞性粘菌の走化性による集合体形成過程は、生態学の自己組織化現象の典型的な例として注目を集めている。1970年に Keller と Segel は、粘菌はある化学物質に対して走性を示すとともに粘菌自身はその誘因物質を産出しているという事実に着目し、集合体形成過程を記述するモデル方程式を提案した。その後、このモデル方程式は基礎方程式の一つとして定着しつつある。本論文は、細胞性粘菌の集合過程を誘因化学物質の分布で最適制御するという問題を、数学の枠組みの中で Keller-Segel 方程式に対する最適制御問題としてモデル化し研究した内容をまとめたものであり、その主な成果は次のように要約される。

- (1) 粘菌の密度分布と誘因物質の濃度分布の対を系の状態と見なし、制御関数と状態関数の空間を適切に設定するとともにコスト関数を導入することにより最適制御問題を定式化している。最適制御問題の解法において有力な Galerkin 法を、本問題に適用できるように一般化し、最適解の存在を示している。
- (2) コスト関数の制御関数に関する微分可能性を示すとともに、最適制御に対応する随伴方程式を導入することにより、すべての最適解が満たすべき最大原理型の必要条件を求めている。これにより、Keller-Segel 方程式に対する最適制御の必要性が、ある積分に関する非負条件として特徴付けられることを明らかにしている。
- (3) 初期時刻をパラメータとして変化させた最適制御問題を導入し、それらの最適解を使ってバリュー関数を定義している。適当な仮定の下、一方でこの関数は状態関数から決まる Hamilton-Jacobi 方程式の弱い意味の解として求められること、他方でバリュー関数の各時点での情報から同時点での最適制御が直接与えられることを示している。これは、フィードバック則と呼ばれ実用上重要である。
- (4) 本論文で提案した手法を、他の関連する方程式の最適制御問題にも適用できるように、一般的な形式へと取りまとめをしている。その応用例として、三村・辻川によって提案された、大腸菌の集合パターン形成をモデル化した方程式に対する最適制御問題を扱っている。

以上のように、本論文は走化性菌類の集合過程を誘因化学物質でもって最適制御するという問題を Keller-Segel 方程式や三村・辻川方程式を用いて数学の枠組みの中でモデル化し理論的に研究したものである。最適解の存在性、最適制御の必要条件、最適制御を状態の観測から同時的に決定するためのフィードバック則などに関して一般性のある新しい手法を提案するとともにいくつかの成果を得ており、応用物理学、特に数理情報工学に寄与するところが大きい。よって本論文は、博士論文として価値あるものと認める。