



Title	Algebraic combinatorics on Grobner bases of toric ideals
Author(s)	大杉, 英史
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/42527">http://hdl.handle.net/11094/42527</a>
DOI	
rights	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名	大 杉 英 史
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 15940 号
学位授与年月日	平成13年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Algebraic combinatorics on Gröbner bases of toric ideals (トーリックイデアルのグレブナー基底における代数的組合せ論)
論文審査委員	(主査) 教授 日比 孝之  (副査) 教授 坂根 由昌 教授 山本 芳彦 教授 小田中紳二 教授 Jürgen Herzog (エッセン大学)

### 論文内容の要旨

1975年、Richard Stanley によってコーエン・マコーレー環の理論を使った球面版上限予想が肯定的に解決され、凸多面体を巡る組合せ論と可換代数の関わりが注目されるようになった。その後、1980年以降はトーリック多様体の理論、1990年以降はグレブナー基底の理論が、凸多面体の離散構造についての様々な問題の研究を飛躍的に進展させた。この理論を用いることにより、本論文では主に、トーリックイデアルの2次のイニシャルイデアル、及び、スクエアフリーなイニシャルイデアルについて議論している。

第一に、半順序集合からくる半群環、すなわち、ある半順序集合のスタンレー・ライスナーイデアルであるようなイニシャルイデアルを持つ半群環について研究した。このような半群環はコスツル代数の研究から注目されたものである。一般に半群環がコスツルであることと、そのディバイザー半順序集合がコーエン・マコーレーであることは同値であることが知られている。また、一般に半順序集合が殻化可能ならば、コーエン・マコーレーであることが知られている。半群環が半順序集合からくるというのは、ディバイザー半順序集合が殻化可能であることの十分条件である。まず、多項式環のセグレ積・ベロネーゼ部分環を含む類として、セグレ・ベロネーゼ型代数を定義し、そのような代数がスクエアフリーな2次のイニシャルイデアルを持つことを示した。従って特に、これらの代数は正規、コーエン・マコーレー、かつ、コスツルである。そこで、当該論文では、セグレ・ベロネーゼ型代数の一種であるスクエアフリーベロネーゼ部分環について研究し、半順序集合からくるスクエアフリーベロネーゼ部分環を決定した。

第二に、圧搾的凸多面体、すなわち、任意の逆辞書式順序に関して対応する三角形分割が単模であるような凸多面体について議論した。ここで、三角形分割が単模であるとは、三角形分割に属する任意の極大単体の正規化体積が1であるときをいう。このとき、凸多面体が圧搾的であることと、任意の逆辞書式順序に関して対応するトーリックイデアルのイニシャルイデアルがスクエアフリーであることは同値であることが知られている。この事実を踏まえ、 $(0, 1)$ -凸多面体が圧搾的であるための、効果的な十分条件を発見した。特に、(i) 超単体 (ii) 有限半順序集合の順序多面体 (iii) パーフェクトグラフの安定多面体がこの判定条件を満たし、圧搾的であることが判明した。

最後に、これらの問題を完全多部グラフに付随する半群環・凸多面体についての問題に適應した。このような半群環は第二スクエアフリーベロネーゼ部分環の部分環であり、また、セグレ・ベロネーゼ型代数になっている。更に、完全多部グラフに付随する凸多面体は圧搾的である。

## 論文審査の結果の要旨

当該論文では、凸多面体の三角形分割の正則単模性と単項式が生成する次数環の殻化可能性を巡って、squarefree乃至 quadratic なイニシャルイデアルを道具として具象的な研究が遂行されている。組合せ論におけるグレブナー基底の理論的有効性を立証したもので博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。