



Title	A family of complete invariants of knots and a study of knot exteriors
Author(s)	中川, 義行
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/42543
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	なか がわ よし ゆき 中 川 義 行
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 1 5 9 4 3 号
学位授与年月日	平成13年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	A family of complete invariants of knots and a study of knot exteriors (結び目の完全な不変量の族および結び目の補空間の研究について)
論文審査委員	(主査) 教授 難波 誠
	(副査) 教授 満淵 俊樹 教授 小磯 憲史 助教授 作間 誠 助教授 大和 健二 講師 長崎 生光

論 文 内 容 の 要 旨

申請者の博士論文は、2つの異なるテーマから構成されている。第1章では、有向結び目の完全な整数値不変量について述べてあり、第2章・第3章では、解消トンネルに関する研究について述べてある。

有向結び目の完全な整数値不変量について

力学系の研究において、相流に現れる周期軌道を研究するために、パーマンとウィリアムスがテンプレート理論を提唱した。その大きな成果として、あらゆる絡み目型が、 $L(0, -m)$ ($m \in \mathbb{N}$) というローレンツ型テンプレート上の周期軌道として実現されることを、1997年にグライストが証明した。申請者はこの結果を受けて、ローレンツ型テンプレート $L(0, -2n)$ ($n \in \mathbb{N}$) 上の周期軌道の集合と自然数の部分集合との間に全単射を構成することによって、有向結び目の完全な整数値不変量 ν_n を定義した。さらに有向結び目の種数を用いて、この不変量を下から評価した。特に、ある種のトーラス結び目の不変量の値を具体的に計算することによって、この評価は最良であることを証明した。また、有向結び目のブレイド表示の語長を用いて、この不変量を上から評価した。この評価はグライストの証明を利用するが、一部を変更することによって、評価値を大きく改善することができた。

解消トンネルに関する研究について

M をコンパクトな3次元多様体で、その境界が1つまたは2つのトーラスであるものとする。その M が種数2のハンドル体 V_1 と、 M の境界を内包するコンプレッション体 V_2 との貼り合わせとして分解できるとき、その分解を指定する解消トンネルが定義できる。この解消トンネルについて、次の2つの問題が精力的に研究されてきた。

1. どのような M が解消トンネルをもつか調べよ。
2. M の解消トンネルと M の幾何構造との関係について調べよ。

これらの問題について、申請者はそれぞれ研究結果を得た。

第2章は、2成分絡み目の補空間の解消トンネルに関する研究である。2成分絡み目 L の補空間が解消トンネルを持つための必要十分条件は、 L が強インボリューション h を持ち、さらに $(S^3, \text{Fix}(h) \cup L)/h$ が3橋分解を持つということである。このことを利用して、申請者は代表的な双曲的絡み目のクラスであるモンテシーノス絡み目の中で、解消トンネルをもつものを決定した。そして、その結果を利用して最小交点数が9交点以下の2成分絡み目のトンネル数を決定した。

第3章は、秋吉宏尚氏と作間誠助教授との共同研究で、ホワイトヘッド絡み目の補空間にデーンフィリングを施し

て得られるカスプ付き双曲的 3 次元多様体の最短垂直測地線を決定し、それらは常に解消トンネルにアイソトピックであることを観察した。特に、解消トンネルを持つ円周上の穴開きトーラスバンドルについては、その解消トンネルは最短垂直測地線にアイソトピックであることが分かった。

論文審査の結果の要旨

中川君は、ユニヴァーサルテンプレートの性質を詳しく調べる事により、すべての向きづけ可能な結び目の同値類から、自然数の集合の中への 1 対 1 関数（つまり完全不変量）を無限個構成した。これらは幾何学的不変量なので、結び目の研究に重要である。これらの完全不変量の具体的決定は難しい問題だが、中川君はこれらの完全不変量を他の良く知られている幾何学的不変量で下からと上からの両方から評価している。

さらに、トンネル数 1 の 2 成分モンテシノス絡み目を決定した研究、および共同研究ではあるが円周上の穴開きトーラス束の解消トンネルは、最短垂直測地線と同位であることもつけ加えている。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。