



Title	1次元量子系の光誘起された電子相関効果に関する理論的研究
Author(s)	藤井, 達也
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3184348
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

1次元量子系の光誘起された
電子相関効果に関する理論的研究

2000

藤井 達也

大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻



1次元量子系の光誘起された
電子相関効果に関する理論的研究

2000

藤井 達也

大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻

目次

第1章 序論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的と意義	2
1.3 本論文の構成	2
第2章 1次元モット絶縁体の光電子スペクトルにおける臨界現象	4
2.1 緒言	4
2.2 軌道縮退の効果	6
2.2.1 軌道縮退したモット絶縁体に光励起されたホールの性質	7
2.2.2 1粒子グリーン関数と光電子スペクトル	13
2.3 スピン間の交換相互作用の異方性	21
2.4 スピンギャップ系への応用	23
2.5 朝永-Luttinger 液体中の動く不純物への拡張	27
2.6 結言	29
第3章 モット絶縁体の動的な電荷密度相関	30
3.1 緒言	30
3.2 モット絶縁体における電荷励起	32
3.2.1 ハーフフィルドでの粒子-正孔対励起	33
3.2.2 磁場中での分散関係	34
3.3 動的な電荷密度相関関数の臨界的な振る舞い	36
3.3.1 有限サイズ補正と共形次元	38
3.3.2 スペクトルの異常な振る舞い	41
3.3.3 光電子スペクトルとの比較	43
3.4 結言	44

第4章 光誘起されたマルチチャネル近藤効果	45
4.1 緒言	45
4.2 光電子スペクトルにおける低エネルギーダイナミクス	46
4.2.1 動的に励起された近藤効果	46
4.2.2 厳密解による解析	50
4.2.3 オーバースクリーニングの場合	52
4.2.4 アンダースクリーニングの場合	55
4.3 量子スピン鎖への応用	56
4.4 結言	61
第5章 量子ドット系の吸収スペクトル端異常	
- 光誘起近藤効果 -	62
5.1 緒言	62
5.2 多準位量子ドット系のモデル	64
5.3 光誘起された s-d 相互作用の導出	67
5.4 吸収スペクトル端異常	69
5.4.1 $J_{K1} > 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合	71
5.4.2 $J_{K1} < 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合	74
5.5 結言	76
第6章 総括	77
6.1 各章における結果の要約と成果	77
6.2 今後の課題と展望	79
付録 共形場の理論における相関関数と有限サイズスケールリング法	81
参考文献	89
謝辞	96
研究業績	97

第1章 序論

1.1 研究背景

近年、人工的に合成された物質や自在にデザインされた微小半導体など最先端のテクノロジーを駆使した舞台上で、物性物理の研究が活発にくりひろげられ、多くの成果が生み出されてきた。これらの舞台上における精度のよい実験が、新しい研究の可能性を切り開いている。その1つとして光を用いた研究によって、新しい物性現象を探索する試みが現在集中的に行われつつある。光励起された系での電子間相互作用の効果にとくに注目が集まり、理論と実験の両側面から活発に研究が行われている。[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] 光励起状態という非平衡系において、多体効果に起因した興味深い現象が次々に確認されている。たとえば物質に光照射することによって、相転移が生じることなどが発見されている。

その研究対象となる系として通常の半導体や有機導体にとどまらず、低次元系に対する解析も進められており、そこでは量子ゆらぎの効果や強い電子相関の重要性が認識されている。とくに実際に作成されるようになってきた様々な1次元量子系に対する研究が精力的に行われている。このような1次元系は有機導体だけではなく、モット絶縁体、量子細線、量子スピン系など様々な系で実現され、光を用いた研究だけではなく、非常に多くの理論と実験の研究が行われ、魅力的な研究対象として独自の地位を築いている。

従来より、光電子放出や光吸収により測定される、周波数に依存した動的な物理量を解析することは、物性物理における重要な課題となっている。その中で、光励起された状態ではじめて生じる相互作用の効果によって、このような系の動的な応答はどのような影響を受けるのかという問題が浮上してきた。とくに1次元量子系の低エネルギー領域の物理において、以下の各章において詳しく述べるように、この光誘起された電子相関の効果が非常に顕著に現れる。励起エネルギーにギャップのない1次元量子系の低エネルギー物理の特徴的な性質は、朝永-Luttinger液体という枠組みで記述され、その集団励起が光誘起された電子相関によって誘発されることになる。その結果として、動的な物理量である光によるスペクトルの特徴が、光励起された相互作用

によって決定される。

1次元系における動的な応答に対して、このような視点からの系統的な解析はこれまでに行われてこなかった。従って、物性物理において非常に興味を持たれている1次元量子系に対して、光によるスペクトルの新しい視点からの解析は重要となっている。1次元量子系の光誘起された電子相関効果を、様々な低エネルギー物理を通じて解析する必要がある。

1.2 研究目的と意義

以上のような背景に基づき、1次元量子系の光誘起された電子相関の効果を明らかにするために、低エネルギー物理に注目した理論的な解析を行う。このような系では、場の理論などの非摂動的な方法や数値計算などによる解析が威力を発揮することになる。臨界現象という視点を通じて、光励起状態での相関効果に対して正確な情報を得るということが本研究の特色である。このような効果を解析することによって、1次元量子系の光によるスペクトルに対して、新しい視点からの知見を得ることができる。

1.3 本論文の構成

本論文では、具体的な研究成果を第2章から第5章において報告し、第6章において本論文を総括し今後の課題について述べる。以下、各章の研究内容を要約し、本論文の構成を示す。

第2章ではまず、1次元モット絶縁体の光電子スペクトルの臨界現象において、光電子放出に伴う光誘起された電子相関効果を明らかにする。モット絶縁体の特徴を踏まえて、様々な低エネルギー物理を考察するために、ここでは系に軌道縮退やスピン間相互作用の異方性がある場合を考える。これらの臨界現象を通じて、光励起状態ではじめて生じた相互作用の影響を解析する。さらに、ここまでのモット絶縁体の成果に基づいて、「1次元系で粒子のような素励起が1つ時刻ゼロで動的に生じ、それらが系の異なる粒子と散乱する」という事実が、臨界現象にとって本質的に重要であることを示す。この視点から、得られた成果をスピン励起にギャップを持つ系へ応用する。最後に光誘起された相関効果に普遍的な性質について議論し、朝永-Luttinger液体中の動く不純物問題との関連について述べる。

第3章では、光誘起された相関効果を多くの視点から理解していくために、第2章でのアプローチを系統的に拡張して、1次元モット絶縁体の動的な電荷密度相関を解析す

る。まずモット絶縁体の電荷密度相関の果たす役割について簡単に触れる。次に、粒子-正孔対励起がスピンシングレットを保存した励起であったとしても、光励起状態で電荷とスピンの終状態相互作用するために、スピンの低エネルギー励起が誘起されることを明らかにする。その結果として、動的な電荷密度相関関数に臨界現象が現れることを示す。さらに得られた結果に対して、光電子放出と異なり電荷励起が2粒子励起であることの特徴を議論する。

第4章では、第2章と第3章での研究を拡張して、近藤効果が光誘起されることを提案し、そのスピン相関によるダイナミクスを明らかにする。スピンと直接相互作用しない光によってスピン相関が誘起されるという現象は、光誘起された電子相関の効果の興味深い一側面である。従来では系の熱力学量や伝導性を通じて研究されてきた近藤効果の研究に対して、本章での成果は光による新しい側面からの研究の可能性を示唆している。まず従来の近藤効果について簡単に触れた後、近藤効果が光誘起されることを提案する。さらにこの効果が、量子スピン系でも見出される可能性について議論する。

第5章では、さらに発展的な研究として光誘起された近藤効果というアイデアが、半導体量子ドット系の光吸収スペクトルの理解にとって非常に重要となってくることを明らかにする。このような光を用いた研究は、ドット系の光学スペクトルの理解にとって重要な知見を提供し、さらにドット系の近藤効果に対する新しい研究の典型的な例ともなっている。また本章での成果によって、光による非平衡状態での局所スピン相関を考察する重要性が示されている。まず、量子ドット系の研究の状況について簡単に触れ、光学実験で観測が期待される現象を詳しく解析した結果について報告する。

第6章において、本論文を総括し今後の課題について述べる。

第2章 1次元モット絶縁体の光電子スペクトルにおける臨界現象

2.1 緒言

本章ではまず、1次元モット絶縁体の光電子スペクトルの臨界的な振る舞いに現れる、光誘起された電子間相互作用の効果を明らかにする。このモット絶縁体とは、電子相関のために生じている絶縁体で電荷励起にギャップがあり、さらに1次元系ではスピン励起にはギャップがない。そのために光電子スペクトルにはスピン励起を反映した臨界現象が現れる。モット絶縁体の軌道縮退やスピン間相互作用の異方性による効果を通じて、この臨界現象がどのような影響を受けるかを解析する。ここでの成果は、モット絶縁体の光電子スペクトルに対する知見を与えているだけでなく、このように動的に生成された終状態相互作用を考察する重要性を示唆している。この拡張された視点から、モット絶縁体での成果をスピン励起にギャップを持つ系へ応用する。さらには朝永-Luttinger液体中の動く不純物問題との関連についても述べ、光によって誘起された相関効果に共通の性質について議論する。

近年、角度分解型光電子分光に基づく1次元相関電子系の実験[11, 12, 13, 14]により、1次元系の興味深い性質が明らかにされつつある。これまでに、1次元相関系に対してスペクトル関数の理論的な研究が、解析的な手法[15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]と数値的な手法[23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]を用いて精力的になされてきた。とくにSrCuO₂、Sr₂CuO₃やNaV₂O₅などのモット絶縁体に対する光電子分光実験[32, 33, 34]によって、1つのホールが系に励起された時の、特徴的な性質が明らかにされている。光電子が放出されると、モット絶縁体の強い電子相関の効果で、励起されたホールが電荷の素励起とスピンの素励起に分離してしまう。実際にそれぞれの分散上で大きなスペクトル強度が得られ、数値計算による理論的な解析と合わせて、スピンと電荷の分離が観測されたと報告されている。[32]

一方これらの解析とは独立して、1次元モット絶縁体のスペクトル関数において、電荷の素励起の分散上のスペクトルが、ベキ型の異常を示すことが明らかにされた。

[15, 18, 19] 電荷ギャップのために、スペクトルは指数関数的に減衰するのではなく、ギャップレスなスピンの低エネルギー励起を反映した臨界現象が現れていることが明らかにされた。すなわち、電荷の素励起上のスペクトルは電荷自由度のみによって決定されているわけではなく、スピンの低エネルギー物理によって支配されている。実験的に観測されているスピンと電荷の分離は、見た目ほど単純ではないことがわかる。興味深い性質を持つこの電荷の素励起上のスペクトルに関して、SorellaとParola[18]によって、スピンの低エネルギー物理に注目した発展的な解析がなされた。彼らの研究において、光電子を放出した励起状態を考察する際、相互作用する1次元系の特徴として、生成されたホールが電荷とスピンの素励起に分離していたとしても、1つの電子としての拘束条件が、それらの相互作用として働くことが示されている。モット絶縁体の光電子スペクトルの大域的な構造を明らかにすることは基本的な課題であるが、それとは相補的なこのような研究によって、光による励起状態での多体効果を考慮する重要性と面白さが示唆されている。

このような相互作用は、基底状態では存在せず、光励起によって初めて生じる終状態相互作用であると言える。序論でも述べたように、これらの効果はとくに臨界現象を通じて顕著に現れてくることになる。従って、光誘起された電子間相互作用の影響を理解していくためには、様々な角度からモット絶縁体の低エネルギー物理を通じて、この効果を解析する必要がある。すなわち、軌道自由度を加えたり、スピン間の相互作用の異方性を入れたりすることで、モット絶縁体に現れる臨界現象の解析を行う。

以上の考察より本章ではまず、軌道縮退やスピン間相互作用の異方性をもつモット絶縁体の低エネルギー物理を通じて、光電子スペクトルに現れる終状態相互作用の効果を考察する。次に、モット絶縁体の光電子放出において、本質的に重要な役割を果たしている部分を一般化し、スピン励起にギャップを持つ系へ、モット絶縁体での成果を応用する。最後に一般的な議論として、光によって誘起された相関効果に共通の性質について言及する。

次節では、軌道縮退したモット絶縁体の光電子スペクトルの臨界現象を解析する。光電子放出による励起状態を記述するモデルを導入し、低エネルギー物理を解析するために必要な計算の詳細を示す。ここでの計算方法は、後の章での解析でも基礎となるので、詳しく説明する。その解析上の主要な点は、光電子放出に伴う励起状態での電荷とスピンの終状態相互作用を考慮した、エネルギースペクトルに対する有限サイズ補正を計算することである。次に、共形場の理論に基づき、スペクトル関数とその臨界指数を導出する。これらを通じて、ギャップのある電荷素励起近傍の光電子スペク

トルについて議論する。さらに同様な解析を用いることで、スピンの素励起分散上での光電子スペクトルの赤外発散についても解析する。またより具体的に、結晶場のある2バンドモデルを考察する。この時、光誘起された終状態相互作用の効果によって、臨界指数が励起されたホール運動量に依存することを明らかにする。

2.2 軌道縮退の効果

モット絶縁体の中でいくつかの物質は、Mn 酸化物のようにスピン自由度だけではなく、軌道自由度も重要な役割を果たしている。[35] モット絶縁体のこの最近の話題に触発されて、軌道縮退したハバードモデルやそれに関連した強相関係の理論的な研究が行われるようになってきている。系の軌道の効果を明らかにするために、相互作用が強い極限での、軌道縮退したハバードモデルの1次元版における相関効果も集中的に研究されている。[36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44] 軌道縮退したモット絶縁体の光電子放出を考察するために、このハバードモデルから出発する。

同一格子上でクーロン相互作用し、さらにフント結合も含む通常のハバードモデルを考える。このモデルには L 重に縮退した軌道自由度と $\sigma = \uparrow, \downarrow$ をもつスピン自由度が含まれている。クーロン相互作用が強い極限での絶縁相では、このモデルは一般に Kugel-Khomskii 型のモデルとなる。[45] もしフント結合が無視できるなら、 $SU(2L)$ 対称性をもつスピン-軌道結合モデルとなる。ここで $2L$ とは、スピンと軌道の両方を合わせた自由度の数である。[36, 46] 本節では、このモデルを軌道縮退したモット絶縁体として用いる。今のスピン-軌道結合モデルにホールがドーピングされることによって、モデルには運動エネルギーの項が加わることになる。このようなモデルは、とくに光電子放出に伴い1つのホールが光励起された状態を詳しく解析するために必要である。これは銅酸化物超伝導の解明のために導入された、 $t-J$ モデルの1次元版を軌道自由度も含んだ形で一般化したものとなっている。ハミルトニアンは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -t \sum_i \sum_{\sigma, m} (c_{i, \sigma}^{m \dagger} c_{i+1, \sigma}^m + c_{i+1, \sigma}^{m \dagger} c_{i, \sigma}^m) \\ & + J \sum_i \sum_{\sigma, \sigma', m, m'} (c_{i, \sigma}^{m \dagger} c_{i, \sigma'}^{m'} c_{i+1, \sigma'}^{m' \dagger} c_{i+1, \sigma}^m - n_i n_{i+1}) \\ & - \sum_m \sum_i \Delta_m (n_i^{(m)} - n_i^{(m+1)}) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$c_{i, \sigma}^{m \dagger}$ は1次元格子上的 i サイトにおいて、軌道 $m (= 1, 2, \dots, L)$ でスピン $\sigma (= \uparrow, \downarrow)$ の電子を生成する演算子である。強相関の極限を考えているために、各サイトにおける電

子の二重占有は禁止されているものとする。量子数 m で分類されている各軌道は、エネルギー的に Δ_m だけ軌道分裂している。運動エネルギーのスケールである t と交換相互作用 J が等しくなる $t = J$ の超対称性のある場合に、このモデルはベータ仮説法を用いて厳密に解かれている。[47, 48] この厳密解を用いて、光電子放出された励起状態を詳しく解析する。モデルに含まれているパラメータをこのように制限していたとしても、今の場合は特に問題ではない。 t の大きさが可解な点から変化したとしても、電荷の素励起の運動エネルギーが少し変化するだけで、今注目している低エネルギーの臨界現象には有効的ではない。以下では、このベータ仮説法による厳密解の特徴を通じて、これを用いる利点を述べる。さらに、それを積極的に利用して、モット絶縁体に光励起されたホールの性質を厳密に調べる。

2.2.1 軌道縮退したモット絶縁体に光励起されたホールの性質

このモデルの絶縁相からホールが1つ励起された時の、低エネルギー物理を考察する。まずはじめにホールが1つという条件のもとで、モデル(2.1)のベータ方程式を基礎方程式として用いる。簡単のために、量子数 $n = 2L$ と $\mu (= 1, \dots, n-1)$ を導入する。ベータ方程式は、 $n-1$ 種類の擬運動量 $\lambda_\alpha^{(\mu)}$ と呼ばれる、相互作用がくりこまれた運動量に相当する量から構成されている。[47]

$$\begin{aligned} -N \Theta_2(\lambda_\alpha^{(\mu)}) \delta_{\mu 1} + 2\pi I_\alpha^{(\mu)} = & \sum_{\nu=1}^{n-1} \sum_{\beta=1}^{M_\mu} \Theta_{\mu\nu}(\lambda_\alpha^{(\mu)} - \lambda_\beta^{(\nu)}) \\ & + \Theta_2(\lambda_\alpha^{(\mu)} - q) \delta_{\mu n-1} \quad 1 \leq \alpha \leq M_\mu \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで $\Theta_{\mu\nu} = -\Theta_1 \delta_{\mu\nu} + \Theta_2(\delta_{\mu\nu+1} + \delta_{\mu+1\nu})$ 、 $\Theta_n(\lambda) = 2 \tan^{-1}(n\lambda)$ である。さらに $M_\mu = \sum_{\gamma=\mu+1}^{n+1} N_\gamma$ という量を導入した。 N_γ は γ ($\gamma = 1, \dots, n+1$) によって分類されたスピンの軌道の素励起の粒子数を表す。 N はシステムサイズである。

ベータ仮説法においては、スピンや軌道といったものを直接扱うのではなく、それらの素励起を粒子のように扱う。本節では系の $SU(n = 2L)$ 対称性のために $n-1$ 種類存在する、これらのスピンと軌道の素励起をまとめてスピノンと呼ぶ。後ほど詳しく述べる電荷の素励起をホロンと呼ぶ。それらの素励起間の多体相互作用が、第1行の右辺の散乱行列によって記述されている。この多体の散乱行列が2体の散乱行列に矛盾なく分解されている事実が、この系が可積分系であることと密接に結びついている。その可積分性を保証しているのが、散乱行列の満たす Yang-Baxter 関係式である。このような粒子的な描像に基づいた理論的な土台で、電子としての性質は、電荷とスピ

ンさらに軌道という異なるタイプの粒子の散乱として記述されている。従って、光電子放出に伴う1つのホールが励起されたことによる相互作用も、これらの粒子の散乱として自然に表されることになる。このようなペーテ仮説に基づく厳密解を用いる利点は、この光誘起された相互作用を、理論の整合性を保ったまま系統的に、かつ厳密に解析を進めることができる点があげられる。

方程式(2.2)の第2行において、 $\Theta_2(\lambda_\alpha^\mu - q)\delta_{\mu n-1}$ という電荷自由度からの寄与を表す項に注目する。この項によって、光電子放出の際に動的に生成された、電荷とスピン及び軌道の素励起間の散乱が記述されている。電荷擬運動量 q が生成されたホールの運動量を決定している。この散乱は、ホールが生成されて初めて生じているので、終状態相互作用とみなしうる。系はモット絶縁体であるために、ギャップのある電荷自由度は、低エネルギー物理に有効的ではないと考えられる。しかしこの終状態相互作用が存在することで、光電子スペクトルにおけるスピノンの臨界現象は、電荷励起の影響を受けることになる。

又、それぞれのスピノンの量子数 $I_\alpha^{(\mu)}$ は、電子の統計性を反映して次の関係式に従う。

$$I_\alpha^{(\mu)} = -\frac{1}{2}(M_{\mu-1} - M_\mu + M_{\mu+1}) + M_{\mu+1}\delta_{\mu 1} \pmod{1} \quad (2.3)$$

これらの関係式は、有限サイズ補正から各種の臨界指数を読み取る際に重要となってくる。次に、動的に生じた電荷素励起からの散乱を考慮した、有限サイズ補正の計算方法について述べる。

量子臨界現象を扱う際に、共形場の理論(CFT)は非常に強力な解析手法である。[49] この共形場の理論の多くの成果の中で、本研究を通じて重要な事柄のみを述べる。まず、この枠組みでは、2点相関関数を共形不変性から直接決定でき、その臨界指数を励起エネルギーの有限サイズ補正から見積もることができる。詳しくは付録参照。これらはどちらも光電子放出に重要な1粒子グリーン関数の、低エネルギー部分を解析する際に必要になる。これらの解析を用いるために、以下で基底エネルギーと励起エネルギーの有限サイズ補正を厳密に計算する。[50, 51, 52] 得られた結果を共形場の理論の標準的な方法に従って、この有限サイズ補正を解析する。ここで重要な点は、ギャップのある電荷自由度からの終状態相互作用の効果を、正確に引き出すことである。ここでの解析は、不純物や境界を含む可積分な1次元量子系のものに関連している。[53, 54, 55, 56, 57, 58, 59] しかし本節での結果は、光誘起された電子相関の効果を含まない点と、不純物に相当するホロンが動いていることによって、従来の結果とは物理的な内容が全く異なる。この点については具体的に式(2.24)で考察し、より一

般化した議論を2.5節で行う。

系の全エネルギーと全運動量は、擬運動量を用いて次のように定義されている。

$$E = \sum_{\alpha=1}^n \sum_{j=1}^{M_\alpha} \varepsilon_\alpha^0(\lambda_j^\alpha), \quad P = \sum_{\alpha=1}^n \sum_{j=1}^{M_\alpha} p_\alpha^0(\lambda_j^\alpha) \quad (2.4)$$

Euler-Maclaurin の公式に従い、基底エネルギーに対する有限サイズ補正を計算できる。

$$E_0 = N\varepsilon_0 - \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{\pi v_\alpha}{6N} \quad (2.5)$$

ここで $N\varepsilon_0$ は、熱力学的な極限のもとでの基底エネルギーである。 v_α は α によってラベルづけされた、 $n-1$ 種類存在するギャップレスなスピノンの速度であり、次のように求められている。

$$v_\alpha = \frac{\varepsilon'_\alpha(\lambda_\alpha)}{2\pi\sigma_{\infty\alpha}(\lambda_\alpha)} \Big|_{\lambda_\alpha=\lambda_\alpha^0} \quad (2.6)$$

ε_α と $\sigma_{\infty\alpha}$ は、スピノン-軌道結合系の素励起に対する、くりこまれた励起エネルギーとくりこまれた状態密度に対応する量であり、以下の連立積分方程式の解として得られる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha(\lambda_\alpha|\lambda_\nu^\pm) &= \varepsilon_\alpha^0(\lambda_\alpha) \\ &+ \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{\lambda_\gamma^-}^{\lambda_\gamma^+} K_{\alpha\gamma}(\lambda_\alpha - \lambda'_\gamma) \varepsilon_\gamma(\lambda'_\gamma|\lambda_\nu^\pm) d\lambda'_\gamma, \\ \sigma_{\infty\alpha}(\lambda_\alpha|\lambda_\nu^\pm) &= \sigma_{\infty\alpha}^0(\lambda_\alpha) \\ &+ \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{\lambda_\gamma^-}^{\lambda_\gamma^+} K_{\alpha\gamma}(\lambda_\alpha - \lambda'_\gamma) \sigma_{\infty\gamma}(\lambda'_\gamma|\lambda_\nu^\pm) d\lambda'_\gamma \end{aligned} \quad (2.7)$$

ここで $\sigma_{\infty\alpha}^0(\lambda_\alpha) = \Theta'_2(\lambda_\alpha)\delta_{\alpha 1}/2\pi$ と $K_{\alpha\gamma}(\lambda) = \Theta'_{\alpha\gamma}(\lambda)/2\pi$ を既知関数として導入した。このくりこまれた励起エネルギーによって、ギャップのないスピノンのフェルミ点が、 $\varepsilon_\alpha(\lambda_\alpha^\pm|\lambda_\nu^\pm) = 0$ の条件によって決定されている。共形場の理論の有限サイズスケール法(付録参照)より、基底状態の $SU(n)$ スピノン-軌道結合系の固定点は、式(2.5)のシステムサイズ N に逆比例する項から、セントラルチャージ $c=1$ をもつ $n-1$ 種類の独立なCFTに分類されることがわかる。[60, 61] さらに、ここに電荷自由度からの散乱項を考慮しても、この結果は変わらない。ただし、光励起状態と基底状態は完全に同じユニバーサリティクラスに属するわけではなく、動くホロンを含む分の寄与は次の励起エネルギーの解析に現れてくる。

次に、ホールが1つ存在する光励起状態の励起エネルギー $\Delta E = E - E_0$ と励起運動量 $\Delta P = P - P_0$ を解析する。厳密解を用いた表式では、励起エネルギーや励起運動量

はホロンとスピノンからの寄与の和として書かれる。

$$\begin{aligned}\Delta E &= \Delta \varepsilon_c(q) + \Delta \varepsilon_s(\lambda_\nu^\pm), \\ \Delta P &= \Delta p_c(q) + \Delta p_s(\lambda_\nu^\pm)\end{aligned}\quad (2.8)$$

$\Delta \varepsilon_c(q)$ ($\Delta p_c(q)$) が、ギャップのあるホロンの励起エネルギー (励起運動量) であり、一方 $\Delta \varepsilon_s(\lambda_\nu^\pm)$ ($\Delta p_s(\lambda_\nu^\pm)$) が $(n-1)$ 種類あるスピノンのそれに対応している。 $\Delta \varepsilon_c(q)$ と $\Delta p_c(q)$ によって、電荷の素励起の分散関係が決定されている。ここでは低エネルギー物理を解析するので、ギャップレスな $\Delta \varepsilon_s(\lambda_\nu^\pm)$ と $\Delta p_s(\lambda_\nu^\pm)$ に主眼を置いた解析を進め、終状態相互作用の効果を明らかにする。スピノンの励起エネルギーは次のように与えられている。

$$\varepsilon_s(\lambda_\nu^\pm) = N \sum_{\alpha=1}^{n-1} \int_{\lambda_\alpha^-}^{\lambda_\alpha^+} \sigma_\alpha^0(\lambda_\alpha) \varepsilon_\alpha(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm) d\lambda_\alpha \quad (2.9)$$

既知関数として、 $\sigma_\alpha^0(\lambda_\alpha) = \sigma_{\infty, \alpha}^0(\lambda_\alpha) + \sigma_{c, \alpha}^0(\lambda_\alpha)/N$ と $\sigma_{c, \alpha}^0(\lambda_\alpha) = \Theta_2'(\lambda_\alpha - q)/2\pi\delta_{\alpha n-1}$ を導入した。ここで、この励起エネルギー $\varepsilon_s(\lambda_\nu^\pm)$ を基底エネルギー $N\varepsilon_0 = \varepsilon_s(\pm\lambda_\nu^0)$ のまわりで展開する。

$$\Delta \varepsilon_s(\lambda_\nu^\pm) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{n-1} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial \lambda_\alpha^2} \Big|_{\lambda_\alpha^+ = \lambda_\alpha^0} (\lambda_\alpha^+ - \lambda_\alpha^0)^2 + \frac{\partial^2 \varepsilon_s}{\partial \lambda_\alpha^2} \Big|_{\lambda_\alpha^- = -\lambda_\alpha^0} (\lambda_\alpha^- + \lambda_\alpha^0)^2 \right\} \quad (2.10)$$

フェルミ点からのずれを表す $\lambda_\alpha^+ - \lambda_\alpha^0$ と $\lambda_\alpha^- + \lambda_\alpha^0$ は、系の粒子数変化やそれに伴うカレント変化を表している。これらの具体的な関係式を導く。

まず、基底状態での各種類のスピノンの粒子数 M_α^0 とカレント $D_\alpha^0 (= 0)$ は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned}\frac{M_\alpha^0}{N} &= \int_{-\lambda_\alpha^0}^{+\lambda_\alpha^0} \sigma_{\infty, \alpha}(\lambda_\alpha | \pm \lambda_\nu^0), \\ \frac{D_\alpha^0}{N} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\pi} z_{\infty, \alpha}(+\infty) + \frac{1}{2\pi} z_{\infty, \alpha}(-\infty) \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\int_{+\lambda_\alpha^0}^{\infty} \sigma_{\infty, \alpha}(\lambda_\alpha | \pm \lambda_\nu^0) - \int_{-\infty}^{-\lambda_\alpha^0} \sigma_{\infty, \alpha}(\lambda_\alpha | \pm \lambda_\nu^0) \right)\end{aligned}\quad (2.11)$$

ここで、

$$\begin{aligned}z_{\infty, \alpha}(\lambda_\alpha) &= \Theta_2(\lambda_\alpha) \delta_{\alpha 1} \\ &\quad + \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{-\lambda_\gamma^0}^{+\lambda_\gamma^0} \Theta_{\alpha\gamma}(\lambda_\alpha - \lambda'_\gamma) \sigma_{\infty, \gamma}(\lambda'_\gamma | \pm \lambda_\nu^0) d\lambda'_\gamma\end{aligned}\quad (2.12)$$

である。一方、モット絶縁体から光電子が放出された時、これらの関係式は

$$\frac{M_\alpha^0 + 1}{N} = \int_{\lambda_\alpha^-}^{\lambda_\alpha^+} \sigma_\alpha(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm)$$

$$\begin{aligned}\frac{D_\alpha^0 + 1/2\delta_{\alpha,1}}{N} &= \int_{\lambda_\alpha^-}^{\lambda_\alpha^+} \left(\sigma_{\infty, \alpha}(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm) + \frac{1}{N} \sigma_{c, \alpha}(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm) \right), \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\pi} z_\alpha(+\infty) + \frac{1}{2\pi} z_\alpha(-\infty) \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\int_{\lambda_\alpha^+}^{\infty} \sigma_\alpha(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm) - \int_{-\infty}^{\lambda_\alpha^-} \sigma_\alpha(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm) \right)\end{aligned}\quad (2.13)$$

と変更される。ここで、

$$\begin{aligned}z_\alpha(\lambda_\alpha) &= \Theta_2(\lambda_\alpha) \delta_{\alpha 1} + \frac{1}{N} \Theta_2(\lambda_\alpha - q) \delta_{\alpha n-1} \\ &\quad + \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{\lambda_\alpha^-}^{\lambda_\alpha^+} \Theta_{\alpha\gamma}(\lambda_\alpha - \lambda'_\gamma) \sigma_\gamma(\lambda'_\gamma | \lambda_\nu^\pm) d\lambda'_\gamma\end{aligned}\quad (2.14)$$

を導入した。従って、この励起に伴う粒子数変化 $\Delta M_\alpha = M_\alpha - M_\alpha^0$ とカレント変化 $\Delta D_\alpha = D_\alpha - D_\alpha^0$ は、次式を満たすことになる。

$$\begin{aligned}\frac{\Delta M_\alpha + 1 - n_{c, \alpha}}{N} &= \sum_{\beta=1}^{n-1} \xi_{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0) \sigma_{\infty, \beta}(\lambda_\beta^0) (\lambda_\beta^+ - \lambda_\beta^0) \\ &\quad - \xi_{\alpha\beta}(-\lambda_\beta^0) \sigma_{\infty, \beta}(-\lambda_\beta^0) (\lambda_\beta^- + \lambda_\beta^0), \\ \frac{\Delta D_\alpha + 1/2\delta_{\alpha,1} - d_{c, \alpha}}{N} &= \sum_{\beta=1}^{n-1} z_{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0) \sigma_{\infty, \beta}(\lambda_\beta^0) (\lambda_\beta^+ - \lambda_\beta^0) \\ &\quad + z_{\alpha\beta}(-\lambda_\beta^0) \sigma_{\infty, \beta}(-\lambda_\beta^0) (\lambda_\beta^- + \lambda_\beta^0)\end{aligned}\quad (2.15)$$

ここで $1/N^2$ のオーダーの項は、臨界現象においてユニバーサルな項ではないので落とした。量子数 ΔM_α と ΔD_α には、電子という拘束条件から導かれた関係式 (2.3) より、次の選択則がある。

$$\Delta D_\mu = -\frac{1}{2} (\Delta M_{\mu-1} + \Delta M_{\mu+1}) + \Delta M_{\mu+1} \delta_{\mu 1} \pmod{1} \quad (2.16)$$

式 (2.15) で導入した量 $\xi_{\alpha\beta} = \xi_{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0 | \pm \lambda_\nu^0)$ は dressed charge [62] と呼ばれ、相互作用や外場を変えると変化し、 $c = 1U(1)$ CFT の臨界線の特徴付ける。これは次の連立積分方程式の解として得られる。[61]

$$\begin{aligned}\xi_{\alpha\beta}(\lambda_\beta | \pm \lambda_\nu^0) &= \delta_{\alpha\beta} \\ &\quad + \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{-\lambda_\gamma^0}^{+\lambda_\gamma^0} \xi_{\alpha\gamma}(\lambda'_\gamma | \pm \lambda_\nu^0) K_{\gamma\beta}(\lambda'_\gamma - \lambda_\beta) d\lambda'_\gamma\end{aligned}\quad (2.17)$$

また $z_{\alpha\beta}(\lambda_\beta^0 | \pm \lambda_\nu^0)$ という量は、各種類のスピノンがもつ $U(1)$ 対称性を反映して $2 \sum_{\beta} z_{\alpha\beta} \xi_{\beta\gamma} = \delta_{\alpha\gamma}$ を満たすことが特徴的となっている。

式(2.15)において最も重要な点は、2つの位相シフト $n_{c,\alpha}$ と $d_{c,\alpha}$ を含んでいることである。これらの量は、光電子放出によって動的に生じたホロンとスピノン間の終状態相互作用から生じており、次式のように厳密に計算される。

$$\begin{aligned} n_{c,\alpha} &= \int_{-\lambda_\alpha^0}^{+\lambda_\alpha^0} \sigma_{c,\alpha}(\lambda_\alpha | \pm \lambda_\nu^0), \\ d_{c,\alpha} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\pi} z_{c,\alpha}(\infty) + \frac{1}{2\pi} z_{c,\alpha}(-\infty) \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\int_{+\lambda_\alpha^0}^{\infty} \sigma_{c,\alpha}(\lambda_\alpha | \pm \lambda_\nu^0) - \int_{-\infty}^{-\lambda_\alpha^0} \sigma_{c,\alpha}(\lambda_\alpha | \pm \lambda_\nu^0) \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \sigma_{c,\alpha}(\lambda_\alpha | \lambda_\nu^\pm) &= \sigma_{c,\alpha}^0(\lambda_\alpha) \\ &\quad + \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{-\lambda_\alpha^0}^{+\lambda_\alpha^0} K_{\alpha\gamma}(\lambda_\alpha - \lambda'_\gamma) \sigma_{c,\gamma}(\lambda'_\gamma | \pm \lambda_\nu) d\lambda'_\gamma, \\ z_{c,\alpha}(\lambda_\alpha) &= \Theta_2(\lambda_\alpha - q) \delta_{\alpha n-1} \\ &\quad + \sum_{\gamma=1}^{n-1} \int_{-\lambda_\alpha^0}^{+\lambda_\alpha^0} \Theta_{\alpha\gamma}(\lambda_\alpha - \lambda'_\gamma) \sigma_{c,\gamma}(\lambda'_\gamma | \pm \lambda_\nu^0) d\lambda'_\gamma \end{aligned} \quad (2.19)$$

である。このようにして得られた式(2.15)を式(2.10)に代入すると、次のようなユニバーサルな表式にまとめることができる。

$$\Delta \varepsilon_s = \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{2\pi v_\alpha}{N} \left\{ \frac{1}{4} (\xi^{-1} \mathbf{n})_\alpha^2 + (\xi^T \mathbf{d})_\alpha^2 + N_\alpha^+ + N_\alpha^- \right\} \quad (2.20)$$

ここで、スピノンの粒子-正孔対励起を詳述する、 N_α^+ と N_α^- を加えた。また簡単のために次の表記を導入した。

$$\begin{aligned} (\xi)_{\alpha\beta} &= \xi_{\alpha\beta}, \quad (\mathbf{n})_\alpha = \Delta M_\alpha + 1 - n_{c,\alpha}, \\ (\mathbf{d})_\alpha &= \Delta D_\alpha + \frac{1}{2} \delta_{\alpha,1} - d_{c,\alpha} \end{aligned} \quad (2.21)$$

同様な解析を励起運動量 Δp_s に対しても行うと、

$$\Delta p_s = 2\pi \sum_{\alpha=1}^{n-1} Q_{F,\alpha}(\mathbf{d})_\alpha + \frac{2\pi}{N} \sum_{\alpha=1}^{n-1} \{ (\mathbf{n})_\alpha + (\mathbf{d})_\alpha + N_\alpha^+ - N_\alpha^- \} \quad (2.22)$$

と求めることができる。以上で、モット絶縁体から光電が放出された時の、有限サイズ補正が厳密に計算された。最も強調すべき点は、終状態相互作用の効果のために、ギャップのある電荷自由度からの寄与が、2つの位相シフトという自明でない形で、低エネルギー物理へ寄与している点である。

最後に、共形場の理論における有限サイズスケールリング法に従い、 $n-1$ 種類あるスピノンの α 番目の共形次元 Δ_α^\pm を、励起エネルギー $\Delta \varepsilon_s$ と励起運動量 Δp_s から読み取ることができる。

$$\begin{aligned} \Delta_\alpha^+ + \Delta_\alpha^- &= \frac{1}{4} (\xi^{-1} \mathbf{n})_\alpha^2 + (\xi^T \mathbf{d})_\alpha^2 + N_\alpha^+ + N_\alpha^-, \\ \Delta_\alpha^+ - \Delta_\alpha^- &= (\mathbf{n})_\alpha + (\mathbf{d})_\alpha + N_\alpha^+ - N_\alpha^- \end{aligned} \quad (2.23)$$

従って、共形次元は

$$\Delta_\alpha^\pm = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \xi^{-1} \mathbf{n} \pm \xi^T \mathbf{d} \right)_\alpha^2 \pm N_\alpha^\pm \quad (2.24)$$

と得られる。これらの共形次元は $n-1$ 種類あるスピノンの $c=1$ CFT に典型的な表式となっている。[63, 64] しかしながら、先ほども強調したように2つの位相シフト $n_{c,\alpha}(q)$ と $d_{c,\alpha}(q)$ を通じて、ギャップのある電荷自由度からの寄与も含まれている点が新しい結果である。これが光誘起された電子相関による結果である。この意味で、モット絶縁体にホールが動的に励起された状態は、*shifted* $c=1$ CFT のユニバーサリティクラスに分類される。この固定点は、Sorella と Parola[18] によって指摘されたように、静的な不純物問題の場合と決定的に異なり、1次元朝永-Luttinger 液体中の「動く不純物」というユニバーサリティクラスに属している。[65] この固定点の特徴は、非対称な位相シフト $d_{c,\alpha}(q)$ の存在に最も端的に現れている。今の場合、動く不純物がホロンに、朝永-Luttinger 液体がスピノンに対応している。このような一般化については非常に重要な成果を含んでいるので、節を改めて2.5節で議論する。

次節では、得られた共形次元を用いて1粒子グリーン関数の長時間での振る舞いを求め、光電子スペクトルの臨界現象を解析する。動的に生成された相互作用によって生じた位相シフトを通じて、この低エネルギー物理を議論する。

2.2.2 1粒子グリーン関数と光電子スペクトル

ホロン分散上での臨界的な振る舞い

まずはじめに電荷の素励起分散上の光電子スペクトルの振るまいに注目する。そのために共形場の理論によって得られた共形次元を用いて、絶対零度での1粒子グリーン関数を解析する。

$$G_\beta(x, t) = i \sum_q \theta(-t) e^{i\Delta \varepsilon_c t - i\Delta p_c x}$$

$$\times \sum_{N, \bar{N}=0}^{\infty} \langle 0 | \psi^\dagger(0) | N, \bar{N} \rangle \langle N, \bar{N} | \psi(0) | 0 \rangle e^{i\Delta\epsilon_s t - i\Delta p_s x} \quad (2.25)$$

$\beta = 0, \dots, n-1$ は、 n 種類ある 1 粒子グリーン関数を分類する量子数である。具体的には、軌道 $m=1$ の上向き電子が放出された場合、軌道 $m=1$ の下向き電子が放出された場合などを表す。また $|0\rangle$ は、基底状態の軌道縮退したモット絶縁体を表す。ここで、共形場の理論によって Lehmann 展開された部分の長距離、長時間での漸近的な表式が求められる。相関関数の具体的な計算は付録参照。

$$\sum_{N, \bar{N}=0}^{\infty} \langle 0 | \psi^\dagger(0) | N, \bar{N} \rangle \langle N, \bar{N} | \psi(0) | 0 \rangle e^{i\Delta\epsilon_s t - i\Delta p_s x} \rightarrow \prod_{\alpha=1}^{n-1} \frac{e^{-i2\pi Q_{F,\alpha}(\mathbf{d})_\alpha x}}{(x - v_\alpha t)^{2\Delta_\alpha^+} (x + v_\alpha t)^{2\Delta_\alpha^-}} \quad (2.26)$$

Δ_α^\pm は式 (2.24) において厳密に計算された共形次元である。これらはスケール次元 x_β と次の関係式がある。

$$x_\beta = \sum_{\alpha=1}^{n-1} (\Delta_\alpha^+ + \Delta_\alpha^-) = \frac{1}{4} \mathbf{n}^T (\xi^{-1})^T (\xi^{-1}) \mathbf{n} + \mathbf{d}^T \xi \xi^T \mathbf{d} \quad (2.27)$$

1 粒子グリーン関数のフーリエ変換の虚部から、スペクトル関数が求められる、電荷の素励起分散上近傍の光電子スペクトルの長距離、長時間での漸近形は、

$$A_\beta(k, \omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im} G_\beta(k, \omega) \sim (\omega - \omega_c(k - Q))^{X_\beta(k)} \quad (2.28)$$

と求めることができる。臨界指数 $X_\beta(k)$ は、

$$X_\beta(k) = 2x_\beta - 1 \quad (2.29)$$

によって与えられる。電荷の素励起の分散関係は $\omega_c(k - Q) = \Delta\epsilon_c(q)$ によって定義され、 Q はスピノンの全運動量で、 $Q = 2\pi \sum_{\alpha=1}^{n-1} Q_{F,\alpha}(\mathbf{d})_\alpha$ により与えられる。この表式からスペクトル関数の電荷素励起の分散上のベキ異常は、スピノンの臨界現象によって決定されていることがわかる。[18] さらに、この臨界指数 X_β は終状態相互作用からの寄与である、2つの位相シフトを含んでいる。その結果として、電荷からの寄与もこのベキ異常に影響を与えていることがわかる。これらの2つの位相シフトは電荷の擬運動量 q に依存している。従って、臨界指数には一般にホールの運動量依存性が現れることになる。

この 1 粒子グリーン関数のスケール次元を決定するために、選択則 (2.16) に従い、量子数 ΔM_α と ΔD_α を適切に選ぶ必要がある。今、光電子放出によって系から電子が 1 つ減り、ホロンが 1 つ増えスピノンが 1 つ減ったことになる。この点が量子数の選び方の指針を与えている。ここで、 n 種類ある 1 粒子グリーン関数のなかで β 番目のものに注目する。簡単のため、量子数を $\Delta M_\alpha \rightarrow (\Delta \mathbf{M}^\beta)_\alpha$ と $\Delta D_\alpha \rightarrow (\Delta \mathbf{D}^\beta)_\alpha$ のように書きなおし、それらを次のように選び量子数を決定する。

$$\begin{aligned} (\Delta \mathbf{M}^\beta)_\alpha &= -1 \quad (0 \leq \alpha \leq \beta), \quad 0 \quad (\beta < \alpha \leq n-1), \\ (\Delta \mathbf{D}^\beta)_\alpha &= -\frac{1}{2} \delta_{\alpha 1} + \frac{1}{2} \delta_{\alpha \beta} - \frac{1}{2} \delta_{\alpha \beta + 1} \end{aligned} \quad (2.30)$$

次に、厳密に得られた共形次元に含まれている dressed charge に注目する。まず軌道分裂がなく、系に $SU(n)$ 対称性がある場合から考察する。このとき dressed charge $\xi_{\alpha\beta}$ を $(n-1) \times (n-1)$ の行列として取り扱えば、共形次元に含まれる $(\xi^{-1})^T (\xi^{-1})$ は、

$$(\xi^{-1})^T (\xi^{-1}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & \\ -1 & 2 & -1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

と求めることができる。これは $SU(n)$ リー代数における Cartan 行列に他ならない。[60] もう一方の $\xi \xi^T$ は、式 (2.31) の逆行列によって求めることができる。

これらの量子数と dressed charge を式 (2.27) に代入することによって、 $\beta = 0, 1, \dots, n-1$ に対してスケール次元を求めることができる。

$$x_\beta(k) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (2.32)$$

従って、ホロン分散上の臨界指数は β によらず、 $X_\beta = -1/n$ となる。軌道縮退数 n が大きくなると、スペクトルの赤外発散が抑えられることがわかる。とくに軌道縮退のない $n=2$ の $SU(2)$ 対称性の場合には、以前に得られていた結果 [18, 19] を再現している。系に $SU(n)$ 対称性の強い制限があるために、この臨界指数はスピンと軌道の量子数 β にも、ホールの運動量にも依存しない。

次に具体的に、臨界指数の軌道分裂からの寄与を考察する。以下ではとくに2つの軌道がある場合、すなわち $n=2L=4$ の場合を詳しく解析する。[66] この $SU(4)$ スピナー軌道結合モデルは、数値的手法や解析的手法を用いた研究が集中的に行われ、基底状態や臨界的な性質などが明らかにされている。[36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44] 以下での議論は、ただちに一般の軌道縮退数が L の場合に拡張できる。結晶場が存在

することで、軌道分裂が生じている。SU(4)の場合3種類のスピノンが存在する。それらのフェルミ点は、結晶場 $\Delta_1 = \Delta$ が存在し、軌道間のゆらぎが U(1) 対称性となっているために、 λ_2^0 だけが有限であり、各軌道内ではスピンの SU(2) 対称性のために、 λ_1^0 と λ_3^0 が無限大となっている。この時 dressed charge から得られる行列は、

$$\begin{aligned} (\xi^{-1})^T(\xi^{-1}) &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 + \frac{1}{\xi_\Delta^2} & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \\ \xi\xi^T &= \begin{pmatrix} 1 + \frac{\xi_\Delta^2}{2} & \xi_\Delta^2 & \frac{\xi_\Delta^2}{2} \\ \xi_\Delta^2 & 2\xi_\Delta^2 & \xi_\Delta^2 \\ \frac{\xi_\Delta^2}{2} & \xi_\Delta^2 & 1 + \frac{\xi_\Delta^2}{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.33)$$

となる。ここで、軌道間のゆらぎを表す U(1) 対称性の部分の dressed charge $\xi_\Delta \equiv \xi_\Delta(\lambda_2^0)$ を導入した。これは式 (2.17) の連立積分方程式から変形して得られた、次の積分方程式の解として定義される。

$$\xi_\Delta(\lambda \pm \lambda_2^0) = 1 + \int_{-\lambda_2^0}^{+\lambda_2^0} G(\lambda - \lambda') \xi_\Delta(\lambda' \pm \lambda_2^0) \quad (2.34)$$

ここで積分核として次の既知関数を導入した。

$$G(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{1 - e^{|k|}}{1 + e^{|k|}} e^{ik\lambda} \quad (2.35)$$

先ほども述べたように、この系は結晶場分裂がなくなると SU(4) 対称性をもつ。この時、 $\xi_\Delta \rightarrow 1$ となり $(\xi^{-1})^T(\xi^{-1})$ は確かに SU(4) Cartan 行列となっている。

式 (2.33) を用いてスケール次元を求めることができる。

$$\begin{aligned} x_0 &= x_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\xi_\Delta^2} (1 - n_c)^2 + \xi_\Delta^2 \left(-\frac{1}{4} - d_c\right)^2, \\ x_2 &= x_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\xi_\Delta^2} (-n_c)^2 + \xi_\Delta^2 \left(\frac{1}{4} - d_c\right)^2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

ここで、

$$\begin{aligned} n_c &= \int_{-\lambda_2^0}^{+\lambda_2^0} \sigma_c(\lambda \pm \lambda_2^0) \\ d_c &= \frac{1}{2} \left(\int_{-\infty}^{-\lambda_2^0} \sigma_c(\lambda \pm \lambda_2^0) - \int_{+\lambda_2^0}^{\infty} \sigma_c(\lambda \pm \lambda_2^0) \right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

であり、又

$$\sigma_c(\lambda \pm \lambda_2^0) = \sigma_c^0(\lambda) + \int_{-\lambda_2^0}^{+\lambda_2^0} G(\lambda - \lambda') \sigma_c(\lambda' \pm \lambda_2^0)$$

$$\sigma_c^0(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{e^{-|k|/2}}{1 + e^{|k|}} e^{ik(\lambda - q)} \quad (2.38)$$

とした。ここで、 $x_{0,1}$ ($x_{2,3}$) は、結晶場分裂による下部バンド (上部バンド) から光電子が放出された時のスケール次元である。これらのスケール次元は、位相シフト n_c と d_c を通じてホールの運動量に依存している。また、どちらのスケール次元も第1項に $1/4$ というユニバーサルな量を含んでいる。これは、上下バンド内のスピン SU(2) 対称性を反映した結果である。さらに、軌道間の低エネルギー励起は、dressed charge ξ_Δ による U(1)CFT によって記述されている。すなわちこの結果は、結晶場の存在によって系の対称性が、SU(4) から SU(2) \otimes SU(2) \otimes U(1) に落ちていることを直接反映している。

この時の臨界指数 $X_\beta(k)$ を格子間隔の逆数 $1/a$ を単位としたホール運動量の関数として図 2.1 に示す。

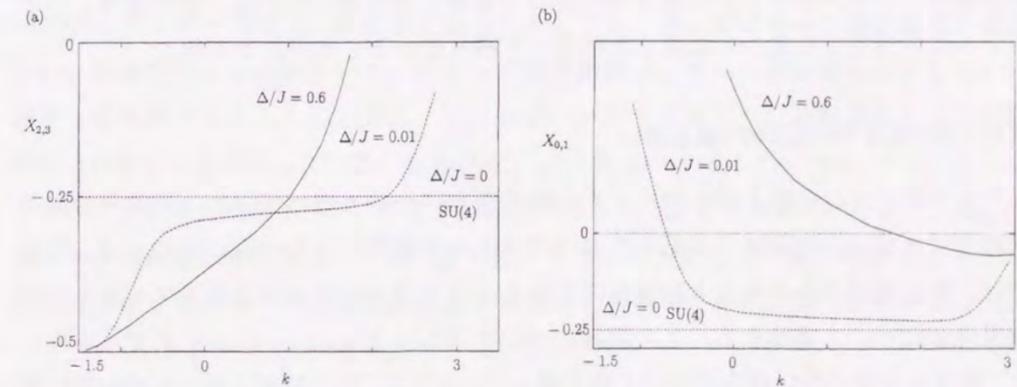


図 2.1: 電荷の素励起の分散上近傍に対する光電子スペクトルの臨界指数 $X_\beta(k)$ のホール運動量依存性。(a) と (b) はそれぞれ上部バンドと下部バンドから光電子放出された場合に対応する。 $X_2 = X_3$ であり又 $X_0 = X_1$ となっている。

図 2.1(a) では、交換相互作用 J でスケールされた結晶場 Δ の大きさをいくつか変えて、上部バンドから光電子が放出された時の臨界指数 X_2 と X_3 を示している。この図から明らかなように、臨界指数にはホールの運動量依存性がある。臨界指数は全て負となっているために、スペクトル端では発散の構造となっている。また、臨界指数は SU(4) の時の $-1/4$ という値より、運動量によって大きくなる時と小さくなる時がある。これは特に非対称位相シフトの効果で、結晶場分裂が大きくなるほど顕著に現れている。

次に、図 2.1(b) では、下部バンドから光電子放出された時の臨界指数 X_0 と X_1 を同

様に示している。この時も、臨界指数がホールの運動量に依存していることがわかる。臨界指数はSU(4)の時の $-1/4$ より常に大きくなっている。これは軌道分裂が大きくなるにつれ、より顕著に現れているので、軌道間の量子ゆらぎが抑えられてくるにつれ、終状態相互作用の効果が強く現れていることになる。この場合特徴的なことは、運動量に依存して臨界指数が負と正の両方の値をとっている。これはすなわち、スペクトル端の構造が発散から収束する構造となることを意味している。最後に、結晶場分裂 Δ が臨界値 Δ_c を超えると、上部バンドは空になってしまうので、臨界指数 X_0 と X_1 は下部バンドのスピンのSU(2)を反映した、 $-1/2$ となる。これはちょうど軌道縮退のない場合で得られていた結果[15, 18, 19]と確かに一致する。

以上より、結晶場分裂がなく軌道縮退度が大きくなるにつれ、光誘起された相関効果が抑えられていることがわかった。さらに、具体的な2バンド系で結晶場により系が低対称化され、軌道間の低エネルギーゆらぎが抑えられていくと、終状態相互作用の効果は、下部バンドから光電子放出される場合に最も強められる。その結果、スペクトルの構造は、発散から収束する構造へと移り変わることがわかった。

スピノン分散上での臨界的な振る舞い

今までホロンの分散上のスペクトルの臨界現象について述べてきた。光電子分光の実験ではスピノンの分散上にも大きなスペクトルが観測されている[32, 33, 34]。本節では、軌道縮退のあるモット絶縁体における、スピノン分散上の光電子スペクトルの臨界現象について議論する。この問題についてはVoitがLuther-Emeryモデルを用いて、軌道自由度のない場合について取り扱っている[19]。彼の計算は幾つかの仮説に基づいている。ここでは、この仮説の妥当性を共形場の理論を用いた解析を通じて確認し、かつ軌道自由度をもつ場合に拡張する。[21]

そこでまず比較のため、 $J \rightarrow 0$ (又は $U \rightarrow \infty$ ハバードモデル)の場合を考える。この時、スピノンの分散上のスペクトルはホロンのバンド端の異常を反映していることが知られている[15, 20]。しかし、これは $J \rightarrow 0$ の特殊事情で、 $J \neq 0$ の場合には低エネルギー領域では、やはりスピノン励起が本質的に重要となる。つまり、スピノン分散上の臨界的な振る舞いは、スピノンによって決定されている。

SU(n)スピンモデルでは $n-1$ 本のスピノン分散がある。量子数 a でラベルづけされた各分散上のスペクトルは漸近的に、

$$A_{\beta a}(k, \omega) \sim (\tilde{\omega} - v_a \tilde{k})^{X_{\beta a}} \quad (2.39)$$

と振る舞う。 $\tilde{\omega}, \tilde{k}$ はホロンの最低励起エネルギーと、それに付随した運動量のずれを表す。また臨界指数は各 $a = 1, \dots, n-1$ に対して、次式のように得られる。

$$X_{\beta a} = 2\Delta_a^- + \sum_{i \neq a}^{n-1} (2\Delta_i^+ + 2\Delta_i^-) - 1 \quad (2.40)$$

ここで共形次元 Δ_a^\pm は、式(2.23)で得られたものである。ここで得られたスペクトル関数は単純にスピノンの1粒子グリーン関数ではなく、ギャップのあるホロンとの終状態相互作用による位相シフトを含んだものである。

そこで、まず軌道分裂がなくSU(n)の対称性がある場合を考える。臨界指数は $X_{\beta a} = -1/n$ となり、ホロンの分散に対するものと一致する。これはモデルのもつSU(n)対称性を反映している。縮退のない $L=1$ すなわち $n=2$ の場合は、以前SU(2)の場合に対して得られていた答を再現する[19]。また、前節と同様の考察で、2つの軌道がある場合を議論し、結晶場の影響を通じて終状態相互作用の効果を検討する。今注目している低エネルギー領域で、結晶場があったとしても、 $X_{\beta a}$ にはホール運動量依存性がない。前節でホロン分散上のスペクトルの臨界指数が、ホール運動量に依存していた結果と対照的である。この結果は、ホロンがバンドのさまざまな運動量をもった点に励起されることに起因していた。今のスピノン分散上のスペクトルでは、ホロンはちょうどバンドの底に励起されて、スピノンの低エネルギー励起を考えているので、 $X_{\beta a}$ にはホール運動量依存性がない。図2.2では、スピノン分散上での臨界指数 $X_{\beta a}$ を、交換相互作用 J でスケールした結晶場 Δ の関数として示している。図2.2(a)と図2.2(b)

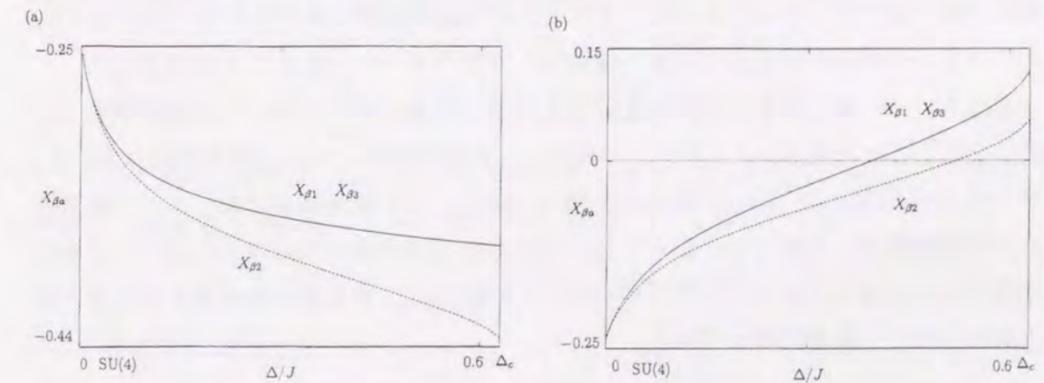


図 2.2: スピン-軌道結合系の素励起の分散上近傍に対する光電子スペクトルの臨界指数 $X_{\beta a}$ の結晶場依存性。(a)と(b)はそれぞれ上部バンドと下部バンドから光電子放出された場合に対応する。

では、それぞれ上部バンドと下部バンドから光電子放出された場合を表している。上

下バンドともにスピンのSU(2)対称性のために、 $X_{\beta 1} = X_{\beta 3}$ となっている。結晶場がゼロとなると、臨界指数は $-1/4$ となっており、ホロン分散上の臨界指数と一致する。これは一般的な縮重度での結果と同じである。さらに、図2.2(b)を見ると、結晶場の増大に伴いその符号が変化している。これは終状態相互作用の効果であり、スピノン分散上の光電子スペクトル端は、結晶場に依存して発散から収束へと構造はクロスオーバーする。光誘起された相関効果は、上部バンドから放出される場合は弱められ、下部バンドの場合は逆に強められていることがわかる。この効果は、結晶場分裂が大きくなり、軌道間の量子ゆらぎが抑えられるほど端的に現れている。

本節では、軌道縮退したモット絶縁体の光電子スペクトルにおける臨界現象を通じて、光によって励起された相関効果を解析した。この効果が軌道自由度を通じて、どのように低エネルギー物理に現れてくるかを明らかにした。超対称性のある場合の軌道縮退 t - J モデルを用いて、厳密解と共形場の理論の有限サイズスケールリング法を組み合わせることによって、スペクトル関数とその臨界指数を計算した。ギャップのある電荷の素励起分散上のスペクトルは、スピノン-軌道結合系の臨界現象を反映して赤外発散を示す。結晶場分裂がない場合、この臨界指数は対称性のために、ユニバーサルな値となった。軌道縮重度が大きくなるほど、この値は小さくなり、系の内部自由度が増えていくにつれ終状態相互作用の効果が抑えられている。さらに結晶場の効果を調べるために、具体的な2バンドの場合も解析した。この時、得られた臨界指数は、ホールの運動量に依存することがわかった。とくに結晶場により低対称化され、軌道間の量子ゆらぎが抑えられてくるにつれ、下部バンドからの光電子放出では、終状態相互作用の効果が強まることわかった。これによって臨界指数は負だけでなく正にもなり、スペクトルの構造が発散から収束の構造へとクロスオーバーすることを見出した。

またスピノン-軌道結合系の素励起分散上のスペクトルも、スピノンの臨界現象を反映していることを明らかにした。この結果は、電荷素励起のバンド端を反映している、クーロン相互作用 $U \rightarrow \infty$ の場合と対照的である。この臨界現象において、光誘起された相関効果は、上部バンドから光電子放出される場合は弱められ、下部バンドからの場合は逆に強められることがわかった。この結果は、結晶場による量子ゆらぎが抑えられるほど、顕著になってくる。

2.3 スピン間の交換相互作用の異方性

前節では、モット絶縁体の軌道縮退の効果を通じて、光誘起された電子相関効果について述べた。本節では、スピン間交換相互作用に異方性があるモット絶縁体の解析を進める。[21] まず、異方的な t - J モデルを導入する。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_2 = & -t \mathcal{P} \left\{ \sum_{i,\sigma} (c_{i,\sigma}^\dagger c_{i+1,\sigma} + c_{i+1,\sigma}^\dagger c_{i,\sigma}) \right\} \mathcal{P} \\ & - J \sum_i \{ \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \cos(2\eta) (\sigma_i^z \sigma_{i+1}^z - 1) \\ & + H (\sigma_i^z - 1) \} \end{aligned} \quad (2.41)$$

σ はパウリ行列であり、スピン間相互作用の異方性を特徴付けているパラメータ η は、 $\eta \geq 0$ を満たすものとする。 H は z 軸方向に加えられた磁場である。このモデルは可積分な1次元XXZスピンモデル[62]にホールをドープすることによって実現される。前節で示したように、 t - J モデルは1つのホールが動的に励起された状態を解析するために有用なモデルである。一般的に、電子間クーロン相互作用が十分に大きい時の系の振る舞いは、強相関電子系を理解していく上で重要な指針を与えている。従って、クーロン相互作用 $U \rightarrow \infty$ のハバードモデルと同じユニバーサリティクラスに属する、 $J/t \ll 1$ を満たす t - J モデルを考察することは重要である。この強相関の極限のもとで、スピン間相互作用の異方性を通じて、系に光誘起された相互作用の効果を調べる。この効果は前節の解析からわかるように、ギャップのある電荷自由度からの位相シフトという形で、スピンの低エネルギー物理へ寄与することになる。

前節での解析にならって、共形場の理論の有限サイズスケールリング法に基づき、 $J/t \ll 1$ のもとでのスペクトル関数とスケールリング次元 x_s を計算できる。

$$x_s = \frac{1}{4\xi_s^2} (\Delta M_s + n^{(c)})^2 + \xi_s^2 (\Delta D_s + d^{(c)})^2 \quad (2.42)$$

ここで量子数は、選択則 $\Delta D_s = \Delta M_s/2$ に従い、 $\Delta M_s = -1$ 、 $\Delta D_s = -1/2$ と選ぶ。dressed charge $\xi_s = \xi_s(\Lambda_0)$ は、次の積分方程式の解として得られる。

$$\xi_s(\Lambda) = 1 + \int_{-\Lambda_0}^{\Lambda_0} \frac{1}{2\pi} K(\Lambda - \Lambda', \eta) \xi_s(\Lambda') d\Lambda' \quad (2.43)$$

ここで積分核として、

$$K(\Lambda, \eta) = \frac{\sin 4\eta}{\sinh(\Lambda + i2\eta) \sinh(\Lambda - i2\eta)} \quad (2.44)$$

を導入した。電荷とスピンの終状態相互作用から生じている位相シフトは、

$$n^{(c)} = \frac{1}{2}(m+1), \quad d^{(c)} = 0 \quad (2.45)$$

と得られている。 m は $g\mu_B = 1$ とした時の磁化である。今の場合、位相シフトが運動量依存性がなく、磁化のみに依存しているのは $J/t \ll 1$ の特徴である。さらに、ホロン分散上でのスペクトル関数の漸近形は、

$$A(k, \omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im}G(k, \omega) \sim (\omega - \omega_c(k - Q_s))^X \quad (2.46)$$

と得られる。ここで、 $Q_s = 2Q_F(\Delta D_s + d^{(c)})$ はスピノンの運動量であり、 $\omega_c(k) = -2 \cos k$ はホロンの分散を表す。

図 2.3 に得られた臨界指数 X の磁化依存性を示す。完全に磁化 ($m = 1$) する極限で

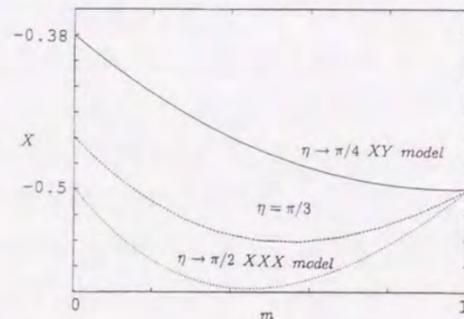


図 2.3: スピン間相互作用に異方性のあるモット絶縁体に対する、スペクトル関数の臨界指数 X の磁化 m 依存性。各グラフは、異方性を決定しているパラメータを $\eta \rightarrow \pi/4, \eta = \pi/3, \eta \rightarrow \pi/2$ とした時のものを表す。交換相互作用のスケール J よりも、光励起されたホロンの運動エネルギーのスケール t が非常に大きい、 $J/t \ll 1$ の強相関の場合を考察しているので、臨界指数は異方性によらずホロンの運動量に依存しない。

は、dressed charge ξ_s が、相互作用がない時のように 1 になってしまう。その結果、異方性を決定しているパラメータ η が変化しても、 $-1/2$ に固定されてしまう。 $\eta \rightarrow \pi/2$ の極限のもとでは、XXZ モデルは XXX モデルとなる。この時 $m = 0$ では、臨界指数が $-1/2$ となっており、以前に得られた結果と一致する。[15, 19] さらに、 $\eta \rightarrow \pi/4$ では XXZ モデルは XY モデルとなり、これは粒子の言葉で言うと自由なフェルミ粒子系に他ならない。自由なフェルミ粒子系に対する臨界指数は一般に、整数値をとると期待されるが、2つの位相シフト $n^{(c)}$ と $d^{(c)}$ が存在するために、異常臨界指数が現れている。それらの影響はスペクトルの発散を強めている。スピン間相互作用の異方性が大きくなる、すなわちスピン間の量子ゆらぎが大きくなり、磁気秩序を形成しようとする働きが押さえられていくにつれ、動的に生じた電荷とスピンの相互作用の効果が端的に表れていることがわかる。

本節では、スピン間相互作用に異方性のあるモット絶縁体の、光電子放出における光誘起された相関効果を調べた。強相関電子系を理解していく上で重要なクーロン相互作用 $U \rightarrow \infty$ のハバードモデルと同じユニバーサルリティクラスに属する、 $J/t \ll 1$ を満たす $t-J$ モデルを用いた。厳密解と共形場の理論を組み合わせ、スペクトル関数とその臨界指数を計算した。前節と同様に、動的に生成された相互作用の効果は、位相シフトを通じてスペクトルの赤外発散に影響を与えている。 $J/t \ll 1$ という条件のために、異方性によらず臨界指数はホール運動量に依存しない。異方性が大きくなり、スピン間の量子ゆらぎが大きくなっていくほど、モット絶縁体に光誘起された相関効果が顕著に現れ、スペクトルの発散を強めることがわかった。

2.4 スピンギャップ系への応用

2.2 節と 2.3 節を通じて、1次元モット絶縁体の光電子スペクトルの低エネルギー物理に現れる、光誘起された相互作用の効果をも明らかにした。軌道縮退やスピン間相互作用の異方性をもつモット絶縁体の、様々な低エネルギー物理を通じて、この終状態相互作用による影響を議論した。得られた結果は、モット絶縁体の光電子スペクトルの理解にとって有用であるだけでなく、このように時刻ゼロで突然に生成された終状態相互作用を考察する重要性も示唆している。

モット絶縁体で得られた重要な視点をまとめると、1次元系で粒子のような素励起が 1 つ突然に生じ、それらが系の異なる粒子と散乱することによって、低エネルギースペクトラムに終状態相互作用の効果が現れる、と言える。この事実が、モット絶縁体のようなギャップのある系の光電子放出を解析する上での鍵となっている。従ってこの視点に立つと、スピン励起にギャップをもち電荷励起にはギャップのない系にも、モット絶縁体の成果を応用できることは自然にわかる。光誘起された相関効果を多くの視点から明らかにしていくために、モット絶縁体とは全く性質の異なる 1次元系を解析することも重要である。

この考察に基づき、本節ではスピンギャップをもち、電荷ギャップがない 1次元系の典型的なモデルとして、1次元異方的な $t-J$ モデルを導入する。これは前節のモデルとは異なり、スピンギャップを有している点が特徴的である。このモデルに対して、モット絶縁体での解析と同様にして、スペクトル関数とその臨界指数を計算する。

まずスピングャップをもつ1次元異方的な $t-J$ モデルを導入する。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 = & -t \sum_{i,\sigma} \mathcal{P}(c_{i,\sigma}^\dagger c_{i+1,\sigma} + c_{i+1,\sigma}^\dagger c_{i,\sigma}) \mathcal{P} \\ & + J \sum_i (c_{i,\downarrow}^\dagger c_{i,\uparrow} c_{i+1,\uparrow}^\dagger c_{i+1,\downarrow} + c_{i,\uparrow}^\dagger c_{i,\downarrow} c_{i+1,\downarrow}^\dagger c_{i+1,\uparrow} \\ & - e^{-\eta} n_{i,\downarrow} n_{i+1,\uparrow} - e^{\eta} n_{i,\uparrow} n_{i+1,\downarrow}) \end{aligned} \quad (2.47)$$

各サイトで二重占有を禁止する演算子として、 $\mathcal{P} = \prod_{j=1}^N (1 - n_{j,\uparrow} n_{j,\downarrow})$ を導入した。2.5節のように $t=J$ の可積分な場合を取り扱うことによって、厳密な解析を行う。 $t=J$ からのずれの寄与は、スピンの素励起のエネルギー分散が少し変形されるだけで、低エネルギー物理の結果には影響はない。このモデルは超対称性のある $t-J$ モデルの系統的な変形によって得られたもので、ベータ仮説法による厳密解が得られている。[67]

η はスピン間の相互作用の異方性を特徴付けるパラメータで、 $\eta=0$ が等方的な場合に対応する。この場合(2.47)のモデルは、通常のシングルバンドの超対称性 $t-J$ モデルとなる。このモデルもベータ仮説法により厳密に解かれており[47, 68, 69, 70, 71]、その量子臨界現象も共形場の理論を用いて系統的に解析され、1次元電子系の朝永-Luttinger液体としての性質が明らかにされている。[63]

まず、ホールが1つ励起された状態を考えるために、次の有効的なベータ方程式を導入する。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sin(\Lambda_\alpha + i\eta)}{\sin(\Lambda_\alpha - i\eta)} \right)^N &= \frac{\sin(\Lambda_\alpha - \lambda + i\eta/2)}{\sin(\Lambda_\alpha - \lambda - i\eta/2)} \\ &\times \prod_{\beta=1}^M \frac{\sin(\Lambda_\alpha - \Lambda_\beta + i\eta)}{\sin(\Lambda_\alpha - \Lambda_\beta - i\eta)} \end{aligned} \quad (2.48)$$

N は1次元系の格子点数であり、 M は下向きスピン数を表す。 Λ_α ($\alpha=1, 2, \dots, M$)は電荷擬運動量である。この方程式には、ギャップのあるスピンの擬運動量 λ も含まれている。これを含む項が励起状態で生じた終状態相互作用の効果を表している。ギャップのあるスピン励起は、低エネルギーの臨界現象に直接関与しないように思われるが、この終状態相互作用を通じて影響を与えることになる。この点はモット絶縁体と同じであり、今の場合では、ちょうどスピンと電荷の役割が入れ替わっている。

この基礎方程式に対して有限サイズ補正を、

$$\begin{aligned} E_0 &= N\epsilon_0 - \frac{\pi v_c}{6N}, \\ E - E_0 &= \Delta\epsilon_s + \Delta\epsilon_c = e_s(\lambda) + \frac{2\pi v_c}{N} x_c \end{aligned} \quad (2.49)$$

と見積もることができる。 $N\epsilon_0$ は熱力学的な極限のもとでの基底エネルギーである。 N に依存しない $\Delta\epsilon_s = e_s$ という項は、ギャップのあるスピン素励起を表し、ギャップレスな電荷励起 $\Delta\epsilon_c$ と分離している。共形場の理論の有限サイズスケール法より、励起エネルギー $\Delta\epsilon_c$ のユニバーサルな $1/N$ の項から、スケール法次元を読み取ることができる。

$$x_c = \frac{1}{4\xi_c^2} (\Delta M_c + n^{(s)})^2 + \xi_c^2 (\Delta D_c + d^{(s)})^2 \quad (2.50)$$

ここで、 ΔD_c と ΔM_c は量子数であり、選択則 $\Delta D_c = -\Delta M_c/2$ に従って、 $\Delta M_c = -1$ 、 $\Delta D_c = 1/2$ と選ぶ。 $\xi_c = \xi_c(v_0)$ はdressed chargeであり、次の積分方程式の解として与えられる。[67]

$$\xi_c(v) = 1 - \left(\int_{-\pi}^{-v_0} + \int_{v_0}^{\pi} \right) \frac{1}{2\pi} \Theta'(v-v', \eta) \xi_c(v') dv' \quad (2.51)$$

ここで、既知関数として

$$\Theta(v, \eta) = 2 \tan^{-1}(\coth(\eta) \tan(v/2)) \quad (2.52)$$

を用いた。この表式は $c=1$ CFTに典型的な表式であるが、終状態相互作用の効果より2つの位相シフト $n^{(s)}$ と $d^{(s)}$ を含んでいる点が重要である。これらは、

$$\begin{aligned} n^{(s)} &= \left(\int_{-\pi}^{-v_0} + \int_{v_0}^{\pi} \right) \sigma_s(v) dv \\ d^{(s)} &= \frac{1}{2} (z_s(\pi) + z_s(-\pi)) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\int_{-\pi}^{-v_0} - \int_{v_0}^{\pi} \right) \sigma_s(v) dv \end{aligned} \quad (2.53)$$

と得られている。ここで、

$$\begin{aligned} z_s(v) &= \Theta(v - 2\lambda, \eta/2) \\ &\quad - \left(\int_{-\pi}^{-v_0} + \int_{v_0}^{\pi} \right) \Theta(v-v', \eta) \sigma_s(v') dv' \\ \sigma_s(v) &= \frac{1}{2\pi} \Theta'(v - 2\lambda, \eta/2) \\ &\quad - \left(\int_{-\pi}^{-v_0} + \int_{v_0}^{\pi} \right) \frac{1}{2\pi} \Theta'(v-v', \eta) \sigma_s(v') dv' \end{aligned} \quad (2.54)$$

を導入した。

次に1粒子グリーン関数 $G(x, t)$ を考える。素励起においてスピンと電荷は分離しているので、それは次のように得られる。

$$G(x, t) = i \sum_{\lambda} \theta(-t) e^{i\Delta\epsilon_s t - i\Delta p_s x}$$

$$\begin{aligned} & \times \langle \Psi_0 | \hat{\psi}^\dagger(0) | \lambda \rangle \langle \lambda | \hat{\psi}(0) | \Psi_0 \rangle e^{i\Delta\epsilon_c t - i\Delta p_c x} \\ & = \sum_{\lambda} G_s(x, t) \times G_c(x, t) \end{aligned} \quad (2.55)$$

共形場の理論より $G_c(x, t)$ の長距離、長時間での表式は、

$$G_c(x, t) \sim \frac{e^{iQ_c x}}{(x - iv_c t)^{2\Delta^+} (x + iv_c t)^{2\Delta^-}} \quad (2.56)$$

と求められる。ここで、 v_c は電荷の素励起の速度であり、 $Q_c = 2Q_F(\Delta D_c + d^{(s)})$ はその運動量である。 Δ^\pm は共形次元であり、スケーリング次元と次の関係式がある。

$$x_c = \Delta^+ + \Delta^- \quad (2.57)$$

従って、スペクトル関数の臨界的な振る舞いは、

$$A(k, \omega) = \frac{1}{\pi} \text{Im} G(k, \omega) \sim (\omega - \omega_s(k - Q_c))^{X(k)} \quad (2.58)$$

と求められる。ここで、臨界指数は $X(k) = 2x_c - 1$ を満たす。この臨界指数を図 2.4 に示す。この場合も臨界指数は、終状態相互作用を通じてホール運動量に依存する。ホール運動量の増加に伴って臨界指数も大きくなっているのは、ギャップフルなスピノ

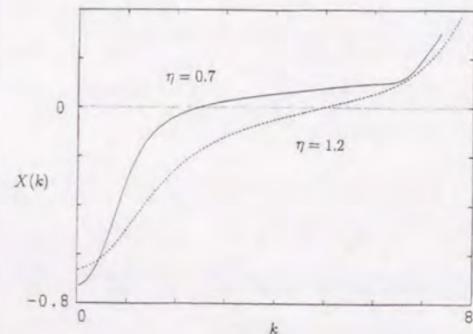


図 2.4: 電荷ギャップはなくスピングャップをもつ 1 次元系に対する、スペクトル関数の臨界指数のホール運動量依存性。各グラフは、異方性を決定しているパラメータを $\eta = 0.7, 1.2$ とした時のものを表す。

ンの運動を特徴付ける、非対称な位相シフト $d^{(s)}$ に起因している。ギャップレスなホロンの運動量 Q_c 近傍で、異方性が小さくなるにつれて、このホール運動量への依存性も小さくなっている。これは、対称な位相シフト $n^{(s)}$ の影響が強く現れていることを示

している。この時、スピンの磁気秩序の形成が弱まってくるにつれ、光誘起された電荷とスピンの散乱において、スピノンの動く効果が抑えられていることがわかる。

本節では、まずモット絶縁体の光電子放出の解析を通じて、「1次元系で粒子のような素励起が 1 つ突然に生じそれらが系の異なる粒子と散乱する」という事実が、低エネルギー物理にとって本質的に重要であることを見出した。この拡張された視点に立って、スピン励起にギャップをもち電荷励起にはギャップのない系にモット絶縁体の成果を応用した。そのようなモデルの典型的な例として異方的な $t-J$ モデルを用いて、モット絶縁体での解析と同様にして、スペクトル関数とその臨界指数を計算した。スペクトル端の赤外発散は、ホール運動量に依存することを示した。この臨界現象を通じて、スピンの磁気秩序の形成が抑えられるにつれて、光誘起された電荷とスピンの素励起間の相互作用において、スピノンの動く効果が抑制されることがわかった。

2.5 朝永-Luttinger 液体中の動く不純物への拡張

本節では、2.2 節と 2.3 節で得られた成果を土台として、光誘起された相関効果の普遍的な側面を抽出し、より一般的な理論との関連を議論する。

光電子放出の場合を例にとって考察すると、生成されたホロンは一個であるので、ホロンを「動く不純物」に、ギャップレスなスピン系を朝永-Luttinger 液体に対応させると、モット絶縁体の光電子放出は、まさしく朝永-Luttinger 液体中の「動く不純物問題」であることがわかる。[18, 21] すなわち、この新しいユニバーサルリティクラスは、朝永-Luttinger 液体中の動く不純物のクラスであると言える。一見マニアックな印象を受ける動く不純物の問題であるが、1次元量子系の種々の興味深い現象に直接関連した基礎的なものである。理論的な発展の流れからみても、共形場理論が成功を収めた局在不純物の問題を動く不純物に拡張することはしごく自然であり、それがいくつかの物理現象の本質を捉えた拡張となっている点が重要である。

以下では、議論を明確にするために、バルクの朝永-Luttinger 液体は 1 成分であるとする。2.2 節では、モット絶縁体がスピンと軌道の自由度を持っていたために、多成分の朝永-Luttinger 液体となっていた。このような多成分の場合でも、2.2 節にならって一般化することは容易である。従って、一般性を失わずに、1 成分の朝永-Luttinger 液体を考察してもよい。次に、このクラスを特徴付ける量について考察を進める。

通常、ユニバーサルリティクラスを分類するのは、共形場の理論のセントラルチャージである。しかしこのセントラルチャージだけなら、動く不純物のクラスは、バルク

の朝永-Luttinger液体と同じく $c=1$ CFTに分類される。このユニバーサリティクラスを最も特徴付けているのは、スケーリング次元 x である。それは一般的に、

$$x = \frac{1}{4\xi^2}(\Delta M + n_c)^2 + \xi^2(\Delta D + d_c)^2 \quad (2.59)$$

という形にまとめることができる。上式で ΔM は粒子数変化を表し、 ΔD はそれに伴うカレント変化を表す。例えば、系から粒子が1つ消えると $\Delta M = -1$ 、また $2k_F$ のカレントが誘起されると $\Delta D = 1$ である。また、 ξ は dressed charge で、 ξ^2 が通常の TL パラメータ K_ρ に対応する。式(2.59)は、セントラルチャージ $c=1$ の CFT のプライマリ場に対するスケーリング次元の一般的表式とほとんど同じ形をしている。ただし、式(2.59)で強調すべきことは、不純物を含まない通常の場合に比べて、動く不純物の効果を2種類の位相シフト n_c と d_c の形で含んでいることである。ここで左右のフェルミ点における位相シフトを δ_L, δ_R とおくと、 $n_c = (\delta_L + \delta_R)/2\pi$ であり、これは通常の位相シフトである。一方、 $d_c = (\delta_L - \delta_R)/2\pi$ は不純物が静止していれば消える項であり、不純物の運動とバルクのカレントが結合したために生じている。この項の存在が、朝永-Luttinger液体中の動く不純物のユニバーサリティクラスを特徴付けている。動く不純物による位相シフト n_c と d_c は不純物とホストとの相互作用の関数であるのはもちろんであるが、不純物の質量と運動量の非自明な関数にもなっている [65]。

以上のことをまとめると、動く不純物のユニバーサリティクラスは式(2.59)のスケーリング次元によって特徴づけられている。2つの位相シフトを通して系の低エネルギー物理に寄与する。ただし、相関関数の臨界的な振る舞いにこの位相シフトが実質的に意味を持つのは、不純物が突然生成された場合である。その結果、これらの位相シフトを通して、不純物の質量と運動量が臨界指数に影響を与えることになる。特に、位相シフト d_c の存在が動く不純物のユニバーサリティクラスに特徴的なものとなっている。以上の議論は、可解模型という特別な場合に基づくものであるが、動く不純物を含む1次元系の臨界指数は一般に式(2.59)で表現されるということを強調しておく。

上に述べた「動く不純物を含む1次元系」の研究は、可解モデルを用いて塚本等 [65] によって行われている。さらにその結果は、量子細線での光吸収スペクトルのフェルミ端異常の解析にも応用されている。とくにコアホールが動く場合、臨界指数は運動量に依存しないと考えられていたが、[72, 73] 厳密解およびボゾン化法による解析によって運動量依存性が厳密に計算されている。

2.6 結言

本章での具体的な成果は、各節の最後に詳しく述べたので、本節の結言では全体を通してのまとめを述べる。

本章ではまず2.2節と2.3節を通じて、1次元モット絶縁体の光電子スペクトルの低エネルギー物理に現れる、光誘起された電子間相互作用の効果を解析した。軌道縮退やスピン間相互作用の異方性をもつ、モット絶縁体の臨界現象を通じて、終状態相互作用による効果を明らかにした。光電子放出の低エネルギー物理を理解する上で重要な視点は、「1次元系で粒子のような素励起が1つ突然に生じ、それらが系の異なる粒子と散乱する」とまとめることができた。さらに、この拡張された視点から2.4節では、スピン励起にギャップをもち電荷励起にはギャップのない系へも、モット絶縁体の成果を応用することができた。さらに2.5節では、朝永-Luttinger液体中の動く不純物問題との関連について述べ、光によって誘起された相関効果の一般的な性質について議論した。それは、2つの位相シフトを通じて、動的に生じた動く不純物が臨界現象へ影響を与えるというものである。とくにこのユニバーサリティクラスを特徴付けるのは、非対称な位相シフトの存在であることを明らかにした。

第3章 モット絶縁体の動的な電荷密度相関

3.1 緒言

本章では第2章でのアプローチを系統的に拡張して、1次元モット絶縁体の動的な電荷密度相関を解析する。このように様々な物理量を通じてモット絶縁体の性質を明らかにしていくことは、光励起による相関効果を多くの視点から理解していく上で重要である。以下では、まずモット絶縁体の電荷密度相関の果たす役割について簡単に触れる。次に粒子-正孔対励起がスピニングレットを保存した励起にもかかわらず、電荷とスピンの終状態相互作用が光誘起される結果、動的な電荷密度相関関数に臨界的な振るまいが現れることを明らかにする。さらに得られた結果に対して、光電子放出と異なり電荷励起が2粒子励起であることの特徴も述べる。

1次元系における強い電子相関のある系が非常に注目され、とくにモット絶縁体における電荷とスピンの励起に対する研究が盛んに行われている。その中で光を用いた様々な実験によって、モット絶縁体の興味深い性質が明らかにされつつある。第2章で述べたように、たとえば1次元物質である SrCuO_2 、 Sr_2CuO_3 や NaV_2O_5 に対する最近の光電子分光実験は [32, 33, 34]、1次元モット絶縁体に1つのホールが動的に励起されたときの性質を明らかにした。この光電子分光で観測されたスペクトルの大域的な構造は、解析的な計算や数値的な計算を通じてよく理解されている。[15, 30] これと相補的な研究として、第2章では光電子放出に伴うモット絶縁体の電子相関の効果が顕著に現れてくる、スペクトルの赤外発散 [15, 18, 19, 21] に注目した解析を行った。電荷とスピンの光励起による終状態で相互作用するという新しい視点からの解析は、モット絶縁体の光励起された電子相関効果を理解するための有用な情報を提供している。

一方動的な電荷密度相関も、モット絶縁体の性質を明らかにしていくためには欠かせない物理量である。こういった量は今まで1次元強相関系に対して研究がなされてきた。[74, 75, 76, 77, 78] 電子相関の結果生じているハバードギャップをこえるような電荷励起された状態の時間発展には、モット絶縁体の典型的な性質が現れてくることになる。とくに光学実験では、ほぼ励起運動量がゼロの電荷励起が重要となってくるが、励起運動量に依存した電荷密度相関を解析することも意味があり、より一般化され

た視点からモット絶縁体の光励起の性質を眺めることは重要である。励起運動量に依存した動的な電荷密度相関関数は光学実験に対する理解にとって有用であるだけでなく、その他にも実際に測定や解析が行われている。例えば Sr_2CuO_3 に対する electron energy-loss spectroscopy を用いた測定では、励起運動量に依存した動的な電荷密度相関関数が直接測定され、励起された粒子-正孔対のダイナミクスも議論されている。[79] さらにこの量を通じて、モット転移近傍の金属相では金属-絶縁体転移の特徴が議論されている。[76] 以下では簡単のために、たんに動的な電荷密度相関関数とえば励起運動量依存性があるものとする。

この動的な電荷密度相関関数では、モット絶縁体での粒子-正孔対励起というスピニングレットを保った高いエネルギーが重要となる。このような励起の際には、スピン自由度は本質的に重要ではないと予想される。しかしながら第2章で明らかにしたように、光励起による終状態相互作用が存在することによって、動的な電荷密度相関関数には非自明なスピンの臨界現象が現れてくることになる。このような視点からモット絶縁体の電荷励起が系統的に研究されたことは、今までにはないと思われる。モット絶縁体の動的な電荷密度相関の臨界現象に焦点をあてた研究は、光励起による電子相関効果を様々な物理量を通じて明らかにしていく上で重要となっている。

本章では、1次元モット絶縁体の動的な電荷密度相関関数の、臨界的な振る舞いに焦点をあてた解析を行う。[80] 1次元モット絶縁体を記述するためにハーフフィールドのハバードモデルを導入する。まずベーテ仮説による厳密解 [81, 82, 83] を用いて、文献 [82, 83] の基本的な計算方法に従いハバードギャップをこえる粒子-正孔対励起を解析する。さらに有限サイズスペクトルを厳密に計算することによって、電荷とスピンの終状態相互作用を正確に取り扱う。これによって誘起されたスピンの低エネルギー励起を共形場の理論の有限サイズスケールリング法を用いて解析をすることによって、動的な電荷密度相関関数に臨界的な振るまいが生じることを示す。粒子-正孔対が励起された状態は、第2章と同様に朝永-Luttinger 液体中の動く不純物と同じユニバーサルリティクラスに属することを指摘する。今回は粒子-正孔対励起の特徴として、「2つの動く不純物」を含むことになり、それに応じた相関関数の赤外発散を議論する。最後に本章のまとめを述べる。

3.2 モット絶縁体における電荷励起

まずはじめに1次元モット絶縁体の電荷励起を調べる。電荷密度相関を解析するためには、基底状態に対して粒子-正孔対が励起された状態を詳しく調べる必要がある。電子相関の結果生じているハバードギャップをこえるような粒子-正孔対励起には、通常のバンド絶縁体でのものとは異なる情報が含まれている。この点を考察しさらにモット絶縁体の動的な電荷密度相関関数を解析するために、1次元ハバードモデルを導入する。

$$\mathcal{H} = -t \sum_i \sum_{\sigma} (c_{i,\sigma}^{\dagger} c_{i+1,\sigma} + c_{i+1,\sigma}^{\dagger} c_{i,\sigma}) + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} - \frac{h}{2} \sum_i (n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow}) \quad (3.1)$$

ここで $c_{i,\sigma}^{\dagger}$ は1次元格子におけるサイト i でスピン σ の電子を生成する演算子である。 U は同一サイトに異なるスピンをもった電子が来た時に感じるクーロン斥力であり、 h は磁場である。このモデルの相互作用の強さは、クーロン相互作用 U と運動エネルギーのスケールである t との比 U/t を通じて、各種物理量に現れることが知られているので、ここでは簡単のために $t=1$ とする。モット絶縁体は1次元系の格子点数 N と電子数 N_e がちょうど等しくなるハーフフィルドの状態を実現される。

同じ1次元モット絶縁体を考察するために、前章では t - J モデルを導入した。このモデルは $U \rightarrow \infty$ ハバードモデルの下部ハバードバンドに注目した、低エネルギー有効モデルとなっていることはよく知られている。従って前章での下部ハバードバンドからの光電子放出に伴うホール励起の性質は、 t - J モデルによってよく記述されたが、今回のようにハバードギャップをこえるような高エネルギー励起を調べるためには、必然的にもとのハバードモデルに立ちかえる必要がある。ともに単純なモデルながら、強相関電子系を記述する基礎的なモデルであると一般的に認識されている。

この1次元ハバードモデルのベータ仮説による厳密解を用いる。電荷の擬運動量 k_j とスピンの擬運動量 λ_{α} を用いたベータ方程式は、以下のように得られている。[81]

$$Nk_j = 2\pi \mathcal{I}_j - \sum_{\beta=1}^M 2 \tan^{-1} \left[\frac{\sin k_j - \lambda_{\beta}}{c} \right] \quad (j = 1, \dots, N_e) \\ \sum_{j=1}^{N_e} 2 \tan^{-1} \left[\frac{\lambda_{\alpha} - \sin k_j}{c} \right] = 2\pi \mathcal{J}_{\alpha} + \sum_{\beta=1}^M 2 \tan^{-1} \left[\frac{\lambda_{\alpha} - \lambda_{\beta}}{2c} \right] \quad (\alpha = 1, \dots, M) \quad (3.2)$$

ここで $c = U/4 (> 0)$ とおいた。 N_e と M はそれぞれ電子数及び下向きスピンの数を表し、 N は1次元系の格子点数である。クーロン相互作用 U が正か負、すなわち斥力か

引力かで、モデルの基底状態の性質は著しく異なることが知られている。モット絶縁体は斥力の場合に実現される。絶対零度において $U > 0$ の場合、電荷の擬運動量 k_j は下部ハバードバンド内の電荷励起を記述する場合は実数の解のみが存在し、それら一つ一つに量子数 \mathcal{I}_j が対応付けられている。さらにスピン励起においても、擬運動量 λ_{α} に量子数 \mathcal{J}_{α} が対応付けられている。

スピンスグレットを保存した粒子-正孔対励起を考える際にも、電荷自由度のみに着目すればよいわけではなく、「電子」としての拘束条件のもとに、スピンの低エネルギー励起も誘発されることに注意しなくてはならない。前章でもこの事実を強調し、その結果生じる光電子スペクトルの異常性を議論した。このような厳密解を用いる利点を本章での目的に則して述べると、「電子」としての拘束条件である電荷とスピンの相互作用が方程式の中に自然と含まれているために、この項による影響を厳密にかつ系統的に取り扱える点である。

前章で述べたように、電荷自由度によりスピン励起が引き起こされるこの現象は、朝永-Luttinger 液体中の動く不純物とみなせた。したがって不純物問題であるために、電荷とスピンの相互作用による寄与は、エネルギーや運動量に対してシステムサイズ N 分の1程度である。このためエネルギー分散関係などの熱力学的極限のもとでの量には影響しない。しかし量子臨界現象においては、このシステムサイズ N 分の1からの補正項が重要な情報を担っていることは、共形場の理論の有限サイズスケリングのアイデアで強調されている。(付録参照) 本節ではまず、このシステムサイズ N 分の1の補正項を無視して、電荷励起の分散関係をもとめる。得られた分散関係に対して強相関系としての特徴を述べ、それを踏まえて動的な電荷密度相関関数を次節において解析する。この分散関係の性質が臨界現象に与える影響にも触れる。以下ではまずモット絶縁体の粒子-正孔対励起を熱力学的な極限のもとで解析する。

3.2.1 ハーフフィルドでの粒子-正孔対励起

電子数がちょうど格子点数に等しくなる ($N_e = N$) ハーフフィルドでのモット絶縁体の場合、電荷自由度の量子数 \mathcal{I}_j はとりうる範囲を全て占めている。すなわち、動的な電荷密度相関関数を解析するために必要な、ハバードギャップをこえるような電荷励起は、実数の擬運動量だけでは記述できないことを表す。このような電荷励起を記述するために、束縛解を表す複素数の擬運動量 [82] を導入する必要がある。Woynarovich [83] による計算にしたがい、ここではその束縛解の取り扱い方を簡単に述べる。

ハーフフィルドでの電荷の素励起として、互いに共役な1対の複素数の擬運動量 $k^\pm = \kappa \pm i\chi$ を導入する。 κ と χ は実数である。熱力学的な極限のもとでは、これらの擬運動量は束縛解となっているので、対応したスピンの擬運動量 Λ が次の関係式を満たすことになる。

$$\sin(\kappa \pm i\chi) = \Lambda \mp ic \quad (3.3)$$

この対によって2つの粒子が系に励起されるので、粒子数を保存するために、2つの正孔に対応した実数の電荷擬運動量 k_l と k_m を導入する必要がある。以上よりハバードギャップをこえる粒子-正孔対励起を記述するベーテ方程式を得る。[83]

$$\begin{aligned} Nk_j &= 2\pi\mathcal{I}_j - \sum_{\beta=1}^{M-1} 2\tan^{-1}\left[\frac{\sin k_j - \lambda_\beta}{c}\right] - 2\tan^{-1}\left[\frac{\sin k_j - \Lambda}{c}\right] \quad (j=1, \dots, N_e) \\ \sum_{j \neq l, m} 2\tan^{-1}\left[\frac{\lambda_\alpha - \sin k_j}{c}\right] &= 2\pi\mathcal{J}'_\alpha + \sum_{\beta=1}^{M-1} 2\tan^{-1}\left[\frac{\lambda_\alpha - \lambda_\beta}{2c}\right] \quad (\alpha=1, \dots, M, \lambda_\alpha \neq \Lambda) \end{aligned} \quad (3.4)$$

ここで新たな量子数 $\mathcal{J}'_\alpha = \mathcal{J}_\alpha - 1/2\text{sign}(\lambda_\alpha - \Lambda)$ を導入した。これらの方程式は運動量保存に対応する以下のような拘束条件をもつ。

$$\begin{aligned} N\kappa &= 2\pi\mathcal{I} - \frac{\pi}{2} \sum_{\beta=1}^{M-1} \text{sign}(\Lambda - \lambda_\beta) - \sum_{\beta=1}^{M-1} \tan^{-1}\left[\frac{\Lambda - \lambda_\beta}{2c}\right] \\ \sum_{j \neq l, m} 2\tan^{-1}\left[\frac{\Lambda - \sin k_j}{c}\right] &= 2\pi\mathcal{J} + \sum_{\beta=1}^{M-1} 2\tan^{-1}\left[\frac{\Lambda - \lambda_\beta}{2c}\right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

擬運動量 κ, Λ に対応する量子数を \mathcal{I}, \mathcal{J} とした。この関係式を後の計算上より便利な形に書きなおすと、

$$\Lambda = \frac{1}{2}(\sin k_l + \sin k_m) \quad (3.6)$$

となる。電荷励起に対して導入された2つの未知のパラメータである k_l と k_m が存在することは、粒子と正孔の励起運動量を自由に選べる事実を反映している。式(3.4)と式(3.6)が出发点であり、これらに基づいて、まず有限磁場中での電荷励起の性質を調べる。

3.2.2 磁場中での分散関係

文献[83]のアプローチを有限磁場の系へ拡張することによって、電荷励起の分散関係を解析する。まず標準的な方法に従って、電荷とスピンの分布関数 $\rho(k)$ と $\sigma(\lambda)$ を導

入する。

$$\begin{aligned} \rho(k) &= \frac{1}{2\pi} + \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \frac{d\lambda}{2\pi} \cos k K_{12}(\sin k - \lambda) \sigma(\lambda) \\ &\quad + \frac{1}{2\pi N} \cos k K_{12}(\sin k - \Lambda) \\ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} K_{21}(\lambda - \sin k) \rho(k) &- \frac{1}{2\pi N} \sum_{\alpha=l, m} K_{21}(\lambda - \sin k_\alpha) \\ &= \sigma(\lambda) + \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \frac{d\lambda'}{2\pi} K_{22}(\lambda - \lambda') \sigma(\lambda') \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで $K_{12}(x) = K_{21}(x) = 2c/(c^2 + x^2)$, $K_{22}(x) = 4c/(4c^2 + x^2)$ とした。 Λ や k_l と k_m を含む項が、粒子-正孔対励起に伴う電荷とスピンの相互作用を表している。分布関数におけるシステムサイズ N 分の1の寄与は、ちょうど熱力学的な極限のもとで残ってくる量になっている。より高次の寄与が量子臨界現象にとって重要となってくる。これによる影響は次節の解析において詳しく述べる。本節では分散関係を求めるために、熱力学的な極限での励起エネルギーや励起運動量に注目する。

励起状態に対するエネルギーと運動量は、

$$\begin{aligned} E &= \sum_{j \neq l, m} (h_c - 2 \cos k_j) + \sum_{\alpha=1}^M h_s \\ &\quad + (h_c - 2 \cos k^+ + h_c - 2 \cos k^-) \\ P &= \sum_{j \neq l, m} k_j + (k^+ + k^-) \end{aligned} \quad (3.8)$$

と与えられる。ここで、 $h_c = -h/2$ であり $h_s = h$ である。式(3.7)を用いれば、以下のような簡単な形式に書きなおせる。

$$\begin{aligned} \omega_c &\equiv E - E_0 = U - \varepsilon_c(k_l) - \varepsilon_c(k_m) \\ q_c &\equiv P - P_0 = -p(k_l) - p(k_m) \end{aligned} \quad (3.9)$$

ここで E_0 と P_0 は基底状態のエネルギーと運動量である。さらに相互作用によってくりこまれたエネルギー $\varepsilon_c(k)$ とくりこまれた運動量 $p(k)$ を導入した。それらは、

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(k) &= -2 \cos k - 2 \int_0^\infty \frac{e^{-c\omega}}{\omega \cosh c\omega} J_1(\omega) \cos(\omega \sin k) d\omega \\ &\quad - \int_{|\lambda| > \lambda_0} \frac{1}{4c} \cosh^{-1} \frac{\pi}{2c(\sin k - \lambda)} \varepsilon_s(\lambda) d\lambda \\ p(k) &= k + \int_0^\infty \frac{e^{-c\omega}}{\omega \cosh c\omega} J_0(\omega) \sin(\omega \sin k) d\omega \\ &\quad - \int_{|\lambda| > \lambda_0} G(\sin k - \lambda) \sigma(\lambda) \end{aligned} \quad (3.10)$$

と求められている。ここで $J_n(\omega)$ は n 次のベッセル関数である。 ε_s によってスピン励起が記述され、それは次の積分方程式の解によって与えられる。

$$\varepsilon_s(\lambda) = \varepsilon_s^0(\lambda) - \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \frac{d\lambda'}{2\pi} K_{22}(\lambda - \lambda') \varepsilon_s(\lambda') \quad (3.11)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \varepsilon_s^0(\lambda) &= h - 2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} \cos^2 k K_{12}(\sin k - \lambda) \\ G(\lambda) &= \int_0^{\infty} \frac{\sin \omega \lambda}{\omega \cosh c\omega} d\omega \end{aligned} \quad (3.12)$$

である。

$\omega \equiv \omega_c, q \equiv q_c$ として図 3.1 に、相互作用 U を固定した有限磁場中における電荷励起の分散関係を示す。電荷励起はハーフフィールドなので 2π の周期を持っている。従って図には $0 \leq q \leq 2\pi$ の範囲を示した。系の最低エネルギー励起は $q = 2n\pi$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$) において現れ、モット絶縁体であることを反映して有限のエネルギーが必要であることがわかる。このエネルギーギャップがちょうどハバードギャップに対応している。さらに電荷励起はハバードギャップをこえた領域に連続的に分布していることもわかる。その領域は斜線で示されている。また図からわかるように、臨界運動量 $q = \pi \pm q_L(h)$ を境として最低励起エネルギーの分散関係の性質が変わっている。領域 $\pi - q_L < q < \pi + q_L$ においては、最低励起エネルギーの分散関係は擬運動量 $k_l = -\pi$ を固定して k_m を変化させることにより得られる。この励起は、下部ハバードバンドの一番上から上部ハバードバンドへの励起を表している。一方、領域 $0 < q < \pi - q_L$ と領域 $\pi + q_L < q < 2\pi$ においては、最低励起エネルギーは $k_l = k_m$ によって特徴付けられ、それらは上部ハバードバンド(下部ハバードバンド)での運動量 $q/2$ ($-q/2$) をもつ粒子(正孔)の励起となっている。このような特徴的な構造は、格子系において多体相互作用がくりこまれた素励起(ホロン)が電荷励起の基本となっていることを直接反映している。

以上においてバンド絶縁体にはない、モット絶縁体の電荷励起の性質が明らかにされた。この結果として、これらの分散関係の性質に対応して、動的な電荷密度相関関数の臨界的な振る舞いも異なってくる。次節ではこの量子臨界現象を、熱力学的な極限のもとでは無視していたスピンの低エネルギー励起に焦点をあてた解析を進める。

3.3 動的な電荷密度相関関数の臨界的な振る舞い

本節ではモット絶縁体の動的な電荷密度相関関数を考え、それをフーリエ変換して得られるスペクトルに赤外発散が現れることを示す。それらの振る舞いは、粒子-正

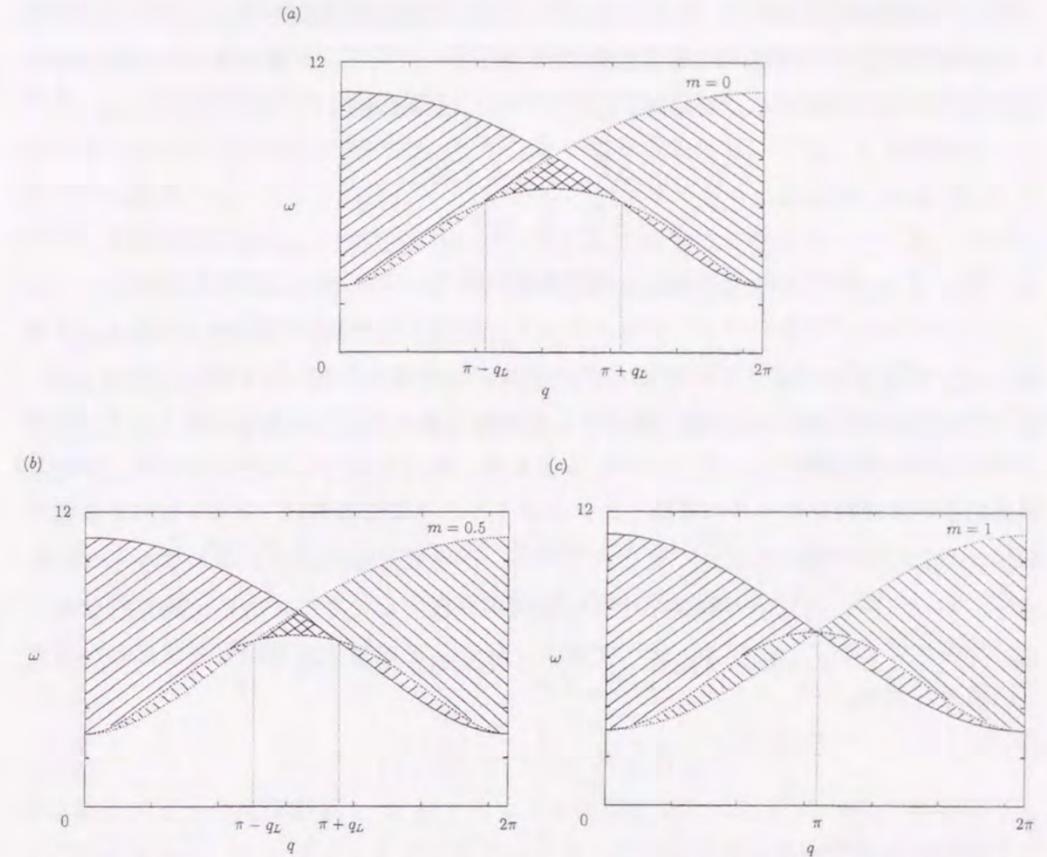


図 3.1: 電荷励起の分散関係。クーロン相互作用 $U = 6$ に固定して、いくつかの磁場を選んである。(a),(b),(c) はそれぞれ磁化が $m = 0, 0.5, 1$ の場合に対応している。励起が可能な領域が斜線で示してある。臨界運動量 $\pi \pm q_L(h)$ において最低励起エネルギーの分散関係の性質が変化している。また $U \rightarrow \infty$ もしくは $m \rightarrow 1$ の時、 $0 < q < 2\pi$ において $q_L = 0$ となる。一方 $U = 0$ では $q_L = \pi$ となる。

孔対励起における電荷自由度からの 2 つの位相シフトを通じて引き起こされた、ギャップレスなスピン励起によって決定づけられていることを明らかにする。前節で明らかにした分散関係の性質に応じて、スペクトルの赤外発散の様子も異なってくることになる。

まずはじめに動的な電荷密度相関関数を考える。

$$\begin{aligned} D(x, t) &= \langle n(x, t) n(0, 0) \rangle \\ &= \sum_{\mu} | \langle 0 | n(0) | \mu \rangle |^2 e^{i\Delta P_{\mu} x - i\Delta E_{\mu} t} \end{aligned} \quad (3.13)$$

ここで $n = \sum_{i\sigma} n_{i\sigma}$ は電荷密度の演算子であり、スピン $\sigma = \uparrow, \downarrow$ を表す。 ΔE_{μ} と ΔP_{μ}

は粒子-正孔対励起に伴う、励起エネルギーと励起運動量である。電荷密度の演算子 n には、前節で詳しく議論した電荷励起だけでなく、スピンの低エネルギー励起も含まれてることに注意する。この時、 ΔE_μ と ΔP_μ は自然と以下のようにかける。

$$\begin{aligned}\Delta E_\mu &= \omega_c + \omega_s \\ \Delta P_\mu &= q_c + q_s\end{aligned}\quad (3.14)$$

ここで ω_c と q_c は式(3.9)で示した、電荷励起に伴うエネルギーと運動量である。一方、 ω_s と q_s はギャップのないスピンの低エネルギー励起からの寄与である。 μ は $\{q_c, \omega_c\}$ と $\{q_s, \omega_s\}$ を表している。このスピンの低エネルギー物理を記述している ω_s と q_s に対して、その起源も含めて3.3.1節以降で詳しく議論する。ここではまず準備として、動的な電荷密度相関関数においてこのスピン自由度に焦点をあてた式変形を行う。動的な電荷密度相関関数をフーリエ変換したスペクトルの主要な部分は、ギャップのある電荷励起 $\omega_c(q)$ 近傍の構造によって表されている。その電荷励起による高エネルギー励起近傍においては、スピンの低エネルギー励起が存在することによって、臨界的な振る舞いが現れてくることになる。そこで式(3.13)を、その事実が明らかさまにわかるように書きなおす。

$$D(x, t) \simeq \sum_{q_c, \omega_c} e^{iq_c x - i\omega_c t} D_s(x, t) \quad (3.15)$$

ここで、

$$D_s(x, t) = \sum_{q_s, \omega_s} |\langle 0|n(0)|\mu\rangle|^2 e^{iq_s x - i\omega_s t} \quad (3.16)$$

とした。最終的には主に相関関数をフーリエ変換した

$$D(q, \omega) \simeq \sum_{q_c, \omega_c} \int dx \int dt e^{-i(q-q_c)x + i(\omega-\omega_c)t} D_s(x, t) \quad (3.17)$$

を用いてスペクトルの構造を議論する。この表式から、 $D_s(x, t)$ の長距離、長時間の振る舞いが、動的な密度相関関数の臨界的な振る舞いを議論するために重要であることがわかる。従って次では、粒子-正孔対励起が生成されたときの $D_s(x, t)$ の低エネルギー物理に主眼を置いた解析を進める。

3.3.1 有限サイズ補正と共形次元

まずはじめに、粒子-正孔対励起に伴いスピン励起が誘発される現象について議論する。前章でも述べたように、この現象は朝永-Luttinger 液体中の動く不純物とみな

せた。したがって不純物問題であるために、電荷とスピンの相互作用が動的に生成されたことによる寄与は、エネルギーや運動量に対してシステムサイズ N 分の1程度である。このためエネルギー分散関係などの熱力学的極限のもとでの量には、この効果は影響しないことは前節で述べた。しかし量子臨界現象においては、この有限サイズ補正項が重要になってくる。従って、 $D_s(x, t)$ の低エネルギーの振る舞いを見積もるために、共形場の理論において開発された方法 [49] が非常に有用となって来る。励起エネルギーに対して、この電荷とスピンの終状態相互作用を考慮することによって、有限サイズ補正を厳密に計算する。[50, 51]

第2章での光電子スペクトルの解析を拡張して、有限サイズ補正を計算することができる。[21] この有限サイズの効果を取り扱うために、式(3.7)の連立積分方程式を書き直す。

$$\begin{aligned}\rho(k) &= \frac{1}{2\pi} + \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} \frac{d\lambda}{2\pi} \cos k K_{12}(\sin k - \lambda) \sigma(\lambda) \\ &\quad + \frac{1}{2\pi N} \cos k K_{12}(\sin k - \Lambda), \\ \int_{-\pi}^{\pi} \frac{dk}{2\pi} K_{21}(\lambda - \sin k) \rho(k) - \frac{1}{2\pi N} \sum_{\alpha=l, m} K_{21}(\lambda - \sin k_\alpha) \\ &= \sigma(\lambda) + \int_{\lambda^-}^{\lambda^+} \frac{d\lambda'}{2\pi} K_{22}(\lambda - \lambda') \sigma(\lambda')\end{aligned}\quad (3.18)$$

非対称なスピンの擬運動量 λ^\pm に対するカットオフを導入した点が、式(3.7)と異なっている点である。このカットオフの変化の中に、本質的に終状態相互作用の効果が含まれている。すなわち、ギャップのある電荷励起がギャップレスなスピンへ位相シフトとして寄与し、動的にスピンの低エネルギー励起が引き起こされている。この効果の重要性は、第2章モット絶縁体における光電子スペクトルにおいても強調した。

この影響はスピンの低エネルギー励起の有限サイズ補正に現れてくることになる。第2章に示した計算方法 [21] を応用することによって、励起エネルギーを正確に解析する。

$$\begin{aligned}\Delta E &= \omega_c + \omega_s \\ &= U - \varepsilon_c(k_l) - \varepsilon_c(k_m) + \frac{2\pi v_s}{N} (x + N_+ + N_-)\end{aligned}\quad (3.19)$$

ここで v_s はくりこまれたスピン励起の速度で

$$v_s = \left. \frac{\varepsilon'_s(\lambda)}{2\pi\sigma(\lambda)} \right|_{\lambda=\lambda_0} \quad (3.20)$$

と与えられる。式(3.19)の第2行における $U - \varepsilon_c(k_l) - \varepsilon_c(k_m)$ が、ギャップのある電荷励起 ω_c をあらわしている。最後のシステムサイズ N 分の1の項が、スピンの低エネ

ルギー励起 ω_s に対応している。ここで共形場の理論における有限サイズスケールリング法 [50, 90] を用いると (付録参照)、スピン部分に対するスケールリング次元 x は $1/N$ の補正から読み取ることができる。

$$x = \frac{1}{4\xi_s^2}(-1 + n_c(k_l) + n_c(k_m))^2 + \xi_s^2(d_c(k_l) + d_c(k_m))^2 \quad (3.21)$$

この表式は $c = 1$ に分類される朝永-Luttinger 液体のクラスに典型的な表式となっている。ここで dressed charge とよばれる $\xi_s = \xi_s(\lambda_0)$ 量を導入した。これは以下の積分方程式の解として与えられる。

$$\xi_s(\lambda) = 1 - \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \frac{d\lambda'}{2\pi} K_{22}(\lambda - \lambda') \xi_s(\lambda'), \quad (3.22)$$

この量は相互作用や磁場の大きさを変えることにより変化し、 $c = 1$ CFT の U(1) 臨界線の特徴付けている。式 (3.21) において特徴的なことは、2種類の位相シフト n_c と d_c が存在することである。それらは電荷とスピン間の終状態相互作用から生じており、その位相シフトの表式は、

$$\begin{aligned} n_c(k_\alpha) &= \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \sigma_\alpha(\lambda) \\ d_c(k_\alpha) &= -\frac{1}{2} \left(\int_{\lambda_0}^{\infty} \sigma_\alpha(\lambda) - \int_{-\infty}^{-\lambda_0} \sigma_\alpha(\lambda) \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

と求められている。ここで、 σ_α は次の方程式の解として与えられる。

$$\sigma_\alpha(\lambda) = \frac{1}{2\pi} K_{21}(\lambda - \sin k_\alpha) - \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \frac{d\lambda'}{2\pi} K_{22}(\lambda - \lambda') \sigma_\alpha(\lambda') \quad (3.24)$$

従って、スケールリング次元 x はギャップレスなスピンの $c = 1$ CFT [64, 63] に典型的な表式をあらわしているが、ギャップのある電荷自由度の寄与も位相シフト n_c と d_c を通じて含んでいることがわかる。この意味で第2章で明らかにしたユニバーサリティクラスと同様に、粒子-正孔対が励起された状態は *shifted* $c = 1$ CFT に分類される。それを最も特徴付けているのが非対称な位相シフト d_c の存在である。今の問題においては、これらの位相シフトは「2つのホロン」によって生じているので、「2つの動く不純物を含む朝永-Luttinger 液体」に分類される。

さらに共形場の理論より、動的な電荷密度相関関数の低エネルギー部分、すなわちスピン自由度からの寄与である $D_s(x, t)$ は

$$D_s(x, t) \simeq \frac{1}{(x - v_s t)^{2\Delta_s^+} (x + v_s t)^{2\Delta_s^-}} \quad (3.25)$$

と計算される。ここで Δ_s^\pm は共形次元でスケールリング次元と $x = \Delta_s^+ + \Delta_s^-$ の関係がある。従って、 $D_s(x, t)$ の長時間、長距離の振る舞いを、厳密に計算された共形次元 (またはスケールリング次元) から決定できる。次では、とくに得られた位相シフトを通じてスペクトルの低エネルギー物理を議論する。

3.3.2 スペクトルの異常な振る舞い

動的な電荷密度相関関数における臨界的な振る舞いを、得られた $D_s(x, t)$ の性質を通じて議論する。前節で強調したように、最低励起エネルギーの分散が臨界運動量を境としてその性質が全く異なっていた。従って以下ではこの2つの領域を分けて議論する。

$\pi - q_L < q < \pi + q_L$ における赤外発散

粒子-正孔対励起の最低励起エネルギーの分散上のスペクトルについて議論する。まず図 3.1 において、領域 $\pi - q_L < q < \pi + q_L$ に対する結果を述べる。前節で示したように、この時の最低励起エネルギー分散は $\omega_c(q) = U - \varepsilon(-\pi) - \varepsilon(k_m)$ によって与えられる。この場合スピン自由度からの寄与を無視したとしたなら、電荷密度相関関数にはベキ型の異常は現れない。従って、分散上のスペクトルの臨界的な振る舞いは、スピンからの寄与だけとなる。動的な電荷密度相関関数をフーリエ変換したスペクトルの $\omega \simeq \omega_c(q)$ 近傍の漸近的な振る舞いは、

$$D(q, \omega) \propto \theta(\omega - \omega_c(q)) (\omega - \omega_c(q))^{X_1(q)} \quad (3.26)$$

となる。対応する臨界指数 $X_1(q)$ は式 (3.21) のスケールリング次元 x から直接求めることができる。

$$X_1(q) = 2x - 1 \quad (3.27)$$

ここでもっとも強調すべきことは、臨界指数が粒子-正孔対の励起運動量 q に依存するという点である。この結果はスケールリング次元 x に含まれている終状態相互作用による2つの位相シフトから生じている。図 3.2 に、磁場の大きさをいくつか選んだ時の臨界指数 $X_1(q)$ を運動量 q の関数として示した。磁場がなくなっていく極限ではスケールリング次元が0となっていくので、臨界指数は-1に近づいていく。一方で磁場の値が0そのものでは、ベキ的な振る舞いはなくなってしまう。それは臨界指数が $X_1 = 0$ を意味する。これら2つの振る舞いのクロスオーバーを特徴付けるエネルギースケールが存在す

る。すなわち、スペクトル端近傍の非常に低エネルギー領域 $(\omega - \omega_c(q))^{(2x-1)} < 1/\Gamma(2x)$ のみで、ベキ異常の振る舞いは観測できる。ここで Γ はガンマ関数である。外部磁場が小さくなるにつれ $\Gamma(2x) \rightarrow \infty$ となるため、この領域はだんだん小さくなり、結果としてスペクトルは漸近的に $D(q, \omega \rightarrow \omega_c) \simeq \text{constant}$ という振る舞いが支配的となる。

$0 < q < \pi - q_L$ と $\pi + q_L < q < 2\pi$ における赤外発散

それでは次に、図 3.1 での領域 $0 < q < \pi - q_L$ と $\pi + q_L < q < 2\pi$ の場合を議論する。それらの励起は $k_l = k_m$ によって与えられる。この分散は、上部と下部ハバードバンドに運動量 $q/2$ と $-q/2$ をもった粒子-正孔対を、対称に励起したものにほかならない。この時スペクトルの臨界的な振る舞いを解析するためには、前節と異なり少し注意する必要がある。まず最初にスピンからの寄与を仮に無視することによって、この注意が必要な部分を抜き出す。式 (3.9) で、運動量 q を固定した電荷励起 ω_c は $k_l = k_m$ で最小となることを思い出す必要がある。その結果、分散 $\omega = \omega_c$ 近傍では運動量 q を固定して以下のような性質がある。

$$\omega_c'|_{k_m=k_l} = 0, \quad \omega_c''|_{k_m=k_l} > 0 \quad (3.28)$$

分散関係のこの一般的な関係式により、ファン-ホーベ型のルートの異常 $(\omega - \omega_c(q))^{-1/2}$ がスペクトルにあらわれてくることになる。この異常性はスピンからの寄与を無視している限り、クーロン相互作用 U にも磁場 h にも依存しない。

さらにここで、電荷とスピンの間の終状態相互作用を考慮した解析を、前節にならって行う。位相シフトの効果によるスピンの低エネルギー物理は赤外発散を示す。その寄与も考慮すると、領域 $0 < q < \pi - q_L$ と $\pi + q_L < q < 2\pi$ 上のスペクトル端異常は

$$D(q, \omega) \propto \theta(\omega - \omega_c(q))(\omega - \omega_c(q))^{X_2(q)} \quad (3.29)$$

となる。対応する臨界指数 $X_2(q)$ はスケール次元 x を用いて

$$X_2(q) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2x - 1) \quad (3.30)$$

と得られる。第1項の $-1/2$ の項が、この領域の分散関係の性質である式 (3.28) から導かれるファン-ホーベ型の異常を表し、第2項がスピンからの寄与となっている。この第2項からの寄与は、式 (3.27) と比べると半分になっている。この結果もこの領域での分散関係の性質が原因となっている。これと似た性質が、モット絶縁体の光電

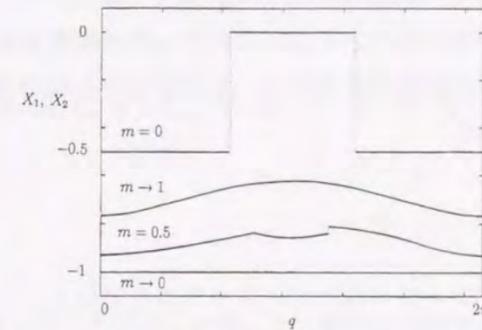


図 3.2: 運動量に依存した臨界指数 $X_1(q)$ と $X_2(q)$ を、領域 $\pi - q_L < q < \pi + q_L$ と領域 $0 < q < \pi - q_L$, $\pi + q_L < q < 2\pi$ においてそれぞれ示した。各々のグラフはクーロン相互作用を $U = 6$ に固定して、磁化 $m = 0, 0.5, 1$ の場合を表す。

子スペクトルにおけるバンド端にも現れている。図 3.2 に、領域 $0 < q < \pi - q_L$ と $\pi + q_L < q < 2\pi$ におけるスペクトルの臨界指数 $X_2(q)$ を示す。

ここで再び得られた臨界指数は磁場が 0 に近づくにつれて -1 という値に漸近していることがわかる。一方で、磁場のない場合の正しい臨界指数は $-1/2$ で、ファン-ホーベ異常に対応している。先ほども述べたように、これらの 2 つの領域はクロスオーバーしている。 $(\omega - \omega_c(q))^{(2x-1)/2} < 1/\Gamma(2x)$ では、臨界指数 $X_2 = -1/2 + (2x-1)/2$ のベキ異常となっているが、より高エネルギー領域ではルートの発散が支配的となってくる。 $h \rightarrow 0$ につれてスピン励起による異常がみえる領域は、だんだんと小さくなりほとんどの領域でファン-ホーベ型のルートの発散となる。

3.3.3 光電子スペクトルとの比較

以上述べてきたように、1次元モット絶縁体の動的な電荷密度相関関数のベキ型の異常は、終状態相互作用により誘発されたスピン励起により決定されていることが明らかとなった。これと同様なスペクトルの異常性は第2章で述べたように、光電子スペクトルに対する研究によって明らかにされている。[15, 18, 19, 20, 21] その結果、両者の臨界的な振る舞いの起源は、「動く不純物をもつ朝永-Luttinger 液体」というユニバーサリティクラスに属するという意味で同じものである。しかしながら、現在の動的な電荷密度相関関数に対する解析では、粒子-正孔対励起にともない「2つの動く不純物」が存在することに対し、光電子スペクトルの場合は「1つの動く不純物」と

なっていた。3.2節と3.3節で議論したように、動く不純物が2つの場合は2つの異なる最低励起エネルギー分散が現れ、それらに対応した運動量依存したスペクトルが得られた。従って臨界指数の運動量依存性は、不純物が2つの場合と1つの場合では全く異なる結果となっている。

3.4 結言

本章では1次元ハーフフィルドのハバードモデルを用いて、モット絶縁体の動的な電荷密度相関関数に、臨界的な振る舞いが現れてくることを明らかにした。この臨界現象は電荷とスピン間に生じた終状態相互作用が、スピンの低エネルギー励起を誘起することに起因していることがわかった。その結果、運動量に依存した赤外発散がスペクトルに生じた。粒子-正孔対励起というスピンスングレットを保った高いエネルギーが必要な現象において、このようなスピンの低エネルギー励起が決定的に重要な役割を果たしていることが、光励起された1次元モット絶縁体の新しい特徴と言える。さらに、この問題のユニバーサリティクラスが朝永-Luttinger液体中の動く不純物に属していることを指摘した。光電子放出の場合と異なり、今回は「2つの動く不純物」を含むことによって2つの異なる最低エネルギー分散が現れ、それに応じてスペクトル端異常も異なることを明らかにした。本章での結果によって、光励起により粒子-正孔対励起されたモット絶縁体の電子相関効果を理解していく上で、新しい特徴が見出された。

また本章ではハーフフィルドのハバードモデルに対する動的な電荷密度相関関数を解析したが、この解析はそのまま金属状態でスピングャップをもつような系での動的なスピン相関関数にも応用できる。その場合は電荷とスピンの役割が入れ替わり、ギャップのあるスピノンにより誘起された電荷励起が、スピン励起の臨界的な振る舞いを決定づけることになる。

第4章 光誘起されたマルチチャネル近藤効果

4.1 緒言

本章では第2章と第3章での研究を拡張して、動的に近藤効果が光誘起されることを提案し、そのスピン相関によるダイナミクスを明らかにする。スピンと直接相互作用しない光によってスピン相関が誘起されるという現象は、光誘起された電子相関の効果の興味深い一側面である。従来では系の熱力学量や伝導性を通じて研究されてきた近藤効果の研究に対して、本章での成果は光による新しい側面からの研究の可能性を示唆している。以下では、まず従来の近藤効果について簡単に触れた後、近藤効果が光誘起されることを提案する。さらにこの効果が、量子スピン系でも見出される可能性を指摘する。

近藤効果とは不純物スピンが伝導電子による散乱を通じて遮蔽される現象であり、従来では希薄磁性合金が研究対象の中心だった。これは磁性の代表的な問題であり、その物理的な内容の豊富さによって、今でも魅力的な研究対象となっている。

その中でもとくに、マルチチャネル近藤効果[84]の非フェルミ液体的な振る舞いが興味をもたれ、理論[85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92]と実験[93]ともに活発に研究が行われてきた。その研究対象は従来の希薄磁性合金だけではなく、量子ドット系などにも及んでいる。通常の近藤不純物はバルクの金属電子中の磁性不純物であり、時刻が $t = -\infty$ から $t = \infty$ まで、いつでも存在する不純物である。従って、マルチチャネル近藤効果に関する研究は、理論と実験ともにこのような近藤不純物に焦点がおかれ、比熱や帯磁率さらに抵抗率といった物理量が調べられてきた。このような不純物が「動的」に生成された時の議論は今までになく、そのような状況が実験的にも実際に生じる可能性があれば、どのような現象が現れるかを考察することは大変意味のあることだと考えられる。

実際に第2章を通じて、モット絶縁体の光電子分光による光励起状態で、「不純物」が動的に生成されたと考えられるということが明らかとなった。従って本章ではこれらの視点を一般化して、光電子分光(逆光電子分光)により近藤不純物から局在電子が放出(吸収)された励起状態で、マルチチャネル近藤効果が生じることを提案する。こ

これはスピン $S > 1/2$ をもつ近藤不純物が、完全に遮蔽された基底状態から出発する。このような基底状態では、各種の物理量にはフェルミ液体的な振る舞いが期待される。ここで、光電子分光 (逆光電子分光) によって局在電子が放出 (吸収) されることによって、励起状態でオーバースクリーニング系 (アンダースクリーニング系) が生じることになる。すなわち光による励起状態を含むこれらの動的な物理量に、基底状態にはない非フェルミ液体的な振る舞いが現れてくることになる。

本章では、まずこの光誘起されたマルチチャネル近藤効果を詳しく説明し、マルチチャネル近藤モデルの厳密解 [85, 86] と境界のある共形場の理論 [50, 94] を組み合わせて、スペクトルの低エネルギー物理を解析する。この低エネルギー物理にマルチチャネル近藤効果の最も興味深い性質が顕著に現れてくる。不純物に対する 1 粒子グリーン関数を解析し、非フェルミ液体に典型的な振る舞いを議論する。さらにここで提案する光誘起されたマルチチャネル近藤効果は、不純物を含まないスピン $S > 1/2$ の量子スピン系でも見出されることを示す。

4.2 光電子スペクトルにおける低エネルギーダイナミクス

4.2.1 動的に励起された近藤効果

まずはじめに図 4.1 内の上の図のように、スピン $S > 1/2$ の近藤不純物が $n (= 2S)$ 重に軌道縮退した伝導電子に完全に遮蔽された状態を考える。不純物スピンは強いフント結合によって n 個の局在電子から構成されているものとする。この局在電子の光電子放出を研究するために、不純物 1 粒子グリーン関数のスペクトルに対する解析から始める。

$$\begin{aligned} G(t) &= -i \langle T [d(t) d^\dagger(0)] \rangle \\ &= G^>(t) + G^<(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

ここで d は不純物スピンを構成する局在電子のうちの 1 つを消滅させる演算子であり、 T は通常の T 積を表す。 $G^>(t)$ ($G^<(t)$) はグリーン関数であり、時間 t が $t > 0$ ($t < 0$) に制限されている。光電子分光 (逆光電子分光) では $G^<(t)$ ($G^>(t)$) を考察することになる。図 4.1(a) に示すように、まずこの局在電子が光電子放出された励起状態を詳しく議論する。

この励起状態で軌道縮退数より不純物スピンが小さくなる、オーバースクリーニング系が実現されることになる。これは「動的に励起されたオーバースクリーニング近

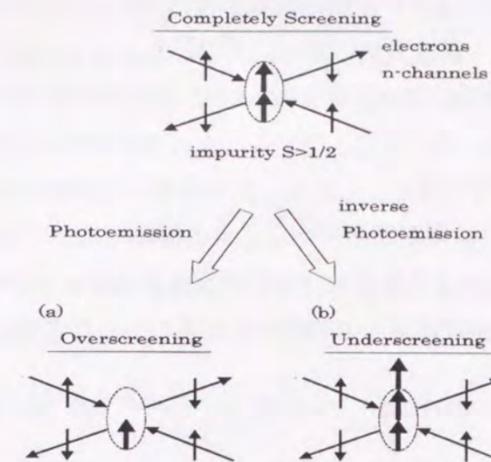


図 4.1: 基底状態でスピンが完全に遮蔽されている状態から光電子分光又は逆光電子分光によって、光励起状態でオーバースクリーニング系又はアンダースクリーニング系が生じる。

藤効果」としてまとめることができる。[95] この局在電子の、フェルミ面から計った束縛エネルギー $-\omega_0$ は、バンド幅 D より十分に大きいものとする。オーバースクリーニング近藤効果では、固定点近傍すなわち低エネルギー物理に非フェルミ液体の性質が端的に現れる。今の問題に則して言えば、時刻 $t = 0$ で光電子放出されてから長時間たった状態すなわち $-\omega_0$ 近傍の低エネルギー物理において、基底状態とは大きく異なる非自明な性質が顕著に現れてくることになる。この現象は、光励起によって初めて生じる電子相関効果であると言える。

本節では局在電子の光電子スペクトルのうち、とくにこの最も興味深い点に主眼を置いた解析を進める。一般的に臨界現象という視点を通じて低エネルギー物理を解析する際、共形場の理論が非常に強力な解析手法となることを第2章及び第3章でも述べてきた。さらにこの不純物近藤問題の臨界現象を取り扱う際には、原点 $x = 0$ での不純物の時間発展 t が、 $1+1$ 次元時空 (t, x) の境界 $(t, 0)$ を構成するので、この境界近傍の臨界現象には必然的に、境界のある共形場の理論が有用となってくる。[89, 90, 91, 92]

そこで、この $-\omega_0$ 近傍の臨界現象を記述するための境界演算子を導入する。この境界演算子とは、境界近傍の臨界現象において中心的な役割を果たす演算子である。[94] 不純物問題の系統的な研究 [89, 90, 91, 92] のなかで、この演算子により例えばフェル

ミ端異常 [96] の問題が再考察された。[97] 時刻 $t = 0$ での光電子放出に伴い1つの局在電子が消滅する際には、様々な種類の励起が伴う。しかしながら、これらの励起は短時間後の1粒子グリーン関数の振るまい、すなわち $-\omega_\alpha$ から計って高エネルギー領域のスペクトルの構造にとっては重要であるが、今興味を持っている低エネルギー領域では有効ではなくなる。そこでは、フェルミ面近傍の非常に多数の低エネルギー散乱が主要な寄与をすることになる。したがって局在電子の演算子を $d(t) \simeq e^{i\omega_\alpha t} \phi_\alpha(t)$ と表すことにする。 $\phi_\alpha(t)$ が境界演算子である。今の問題では、この境界演算子 $\phi_\alpha(t)$ によって光誘起されたオーバースクリーニング近藤効果の低エネルギー物理が記述されている。これを用いて1粒子グリーン関数 $G^<(t)$ をフーリエ変換した量の虚部は、

$$\text{Im}G^<(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \phi_\alpha^\dagger(0) \phi_\alpha(t) \rangle e^{i\omega_\alpha t} e^{i\omega t} dt \quad (4.2)$$

と得られる。これに比例した量が光電子スペクトルとして観測される。

次に図 4.1(b) に示すように、逆光電子分光の場合を考える。不純物のある原点に付け加わった電子が、局在スピン S と強いフント結合によって、より大きなスピン $S+1/2$ を構成するものとする。この場合、励起状態でアンダースクリーニング系が生じることになる。先程と同様な考察によって、局在電子の演算子は境界演算子 ϕ_β を用いて、 $d(t) \simeq e^{-i\omega_\beta t} \phi_\beta(t)$ と書きなおされる。ここで $\omega_\beta > D$ はスピン $S+1/2$ を作るために必要なエネルギーである。この境界演算子 ϕ_β によって、逆光電子分光によって動的に生じたアンダースクリーニング近藤効果の低エネルギー物理が記述されることになる。そのスペクトルは $G^>(\omega)$ の虚部に比例して与えられる。

$$\text{Im}G^>(\omega) = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \phi_\beta(t) \phi_\beta^\dagger(0) \rangle e^{-i\omega_\beta t} e^{i\omega t} dt \quad (4.3)$$

これらの相関関数の臨界指数を求めるために、共形場の理論における有限サイズスケール法 [50] を用いる。相関関数 $\langle \phi_\alpha^\dagger(0) \phi_\alpha(t) \rangle$ と $\langle \phi_\beta(t) \phi_\beta^\dagger(0) \rangle$ の表式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \langle \phi_\alpha^\dagger(0) \phi_\alpha(t) \rangle &= \sum_{N=0}^{\infty} |\langle 0 | \phi_\alpha^\dagger(0) | N \rangle|^2 e^{i \frac{\pi v_F}{l} (\Delta_\alpha + N)t} \\ &= \left(\frac{\frac{\pi}{2l}}{-\sinh \frac{\pi v_F}{2l} it} \right)^{2\Delta_\alpha} \rightarrow \frac{1}{(-iv_F t)^{2\Delta_\alpha}} \\ \langle \phi_\beta(t) \phi_\beta^\dagger(0) \rangle &= \sum_{N=0}^{\infty} |\langle N | \phi_\beta^\dagger(0) | 0 \rangle|^2 e^{-i \frac{\pi v_F}{l} (\Delta_\beta + N)t} \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{\frac{\pi}{2l}}{\sinh \frac{\pi v_F}{2l} it} \right)^{2\Delta_\beta} \rightarrow \frac{1}{(iv_F t)^{2\Delta_\beta}} \quad (4.4)$$

有限サイズスケール法に従い、境界次元 Δ_α と Δ_β は最低励起エネルギーから読み取ることができる。

$$\Delta E_\gamma = \frac{\pi v_F}{l} \Delta_\gamma \quad (4.5)$$

ここで $\gamma = \alpha, \beta$ であり、 l は3次元系における伝導電子の1次元的な動径方向のシステムサイズを表す。従って、スペクトルのスケール法表式を得る。

$$\begin{aligned} \text{Im}G^<(\omega) &= \frac{\pi}{\Gamma(2\Delta_\alpha) v_F^{2\Delta_\alpha}} \theta(-\omega - \omega_\alpha) (-\omega - \omega_\alpha)^{X_\alpha}, \\ \text{Im}G^>(\omega) &= \frac{-\pi}{\Gamma(2\Delta_\beta) v_F^{2\Delta_\beta}} \theta(\omega - \omega_\beta) (\omega - \omega_\beta)^{X_\beta} \end{aligned} \quad (4.6)$$

ここで、 $X_\gamma = 2\Delta_\gamma - 1$ は臨界指数であり、 γ は α と β を表す。このスペクトルの模式的な様子を図 4.2 に示す。

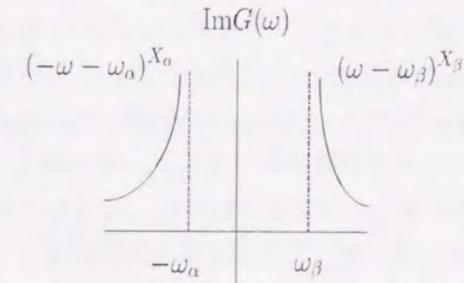


図 4.2: 不純物1粒子グリーン関数の虚部の励起エネルギー依存性の模式図。 $-\omega_\alpha$ 近傍の構造が $\text{Im}G^<$ に対応し、光電子分光により測定される。一方、 ω_β 近傍の構造が $\text{Im}G^>$ に対応し逆光電子分光により測定される。

光電子スペクトル及び逆光電子スペクトルのどちらの場合でも、スペクトル端異常が現れる。この赤外発散は光誘起されたマルチチャネル近藤効果に起因している。以下では、これらの臨界指数を厳密解を用いて計算し、得られた結果を通じて具体的に非フェルミ液体的な振るまいを議論する。

4.2.2 厳密解による解析

本節では、光誘起されたマルチチャネル近藤効果の重要な情報を担っている、共形次元 Δ_α と Δ_β を厳密に見積もる。まず基底状態と励起状態の近藤効果を調べるために、マルチチャネル近藤モデルを用いる。

$$\mathcal{H} = -i \sum_{a,m} \int dx \psi_{am}^\dagger(x) \partial_x \psi_{am}(x) + 2J \sum_{a,b,m} \sum_{\nu} \psi_{am}^\dagger(0) \sigma_{ab}^\nu \psi_{bm}(0) S^\nu - HS^z \quad (4.7)$$

ここで ψ_{am}^\dagger はスピン $a = \uparrow, \downarrow$ をもつ伝導電子を生成する演算子であり、軌道 m は $m = 1, \dots, n$ を表し、 H は磁場である。このモデルの厳密解がベータ仮説法により得られている。[85, 86] スピン擬運動量 λ_α と電荷擬運動量 k_j に関するベータ方程式を以下に示す。

$$e^{ik_j L} = \prod_{\alpha=1}^M \frac{\lambda_\alpha + in/2}{\lambda_\alpha - in/2} \frac{\lambda_\alpha + 1/J + iS}{\lambda_\alpha + 1/J - iS} \left(\frac{\lambda_\alpha + in/2}{\lambda_\alpha - in/2} \right)^N = \prod_{\alpha=1}^M \frac{\lambda_\alpha - \lambda_\beta + i}{\lambda_\alpha - \lambda_\beta - i} \quad (4.8)$$

ここで N は電子数で M は下向きスピンの数を表し、又 $L = 2l$ である。基底状態では $S > 1/2$ のスピンが完全に遮蔽 ($n = 2S$) されていた。この状態から局在電子が光電子放出され、不純物のスピンモーメントが $1/2$ だけ減ったことによって、 $n - 2S = 1$ を満たすオーバースクリーニング近藤効果が生じる。逆光電子分光では、この条件が $n - 2S = -1$ に置き換えられることはすぐにわかる。式(4.8)の第2行における不純物による項はスピン散乱を表している。ここで光電子放出によって局在電子数が変化すると、電荷の散乱も生じることに注意する。この効果はコアホールが突如生成された、通常のフェルミ端異常の問題と同様にして扱うことができる。電荷の散乱による影響は本節の最後でまとめて議論することにする。

絶対零度においてマルチチャネル近藤効果の基底状態の性質は、擬運動量を系統的に複素変数にまで拡張する、 n 次のストリング解をというものを導入することによって記述される。

$$\lambda_l^{n,\alpha} = \lambda_l^n + \frac{i}{2}(n+1-2\alpha) \quad (4.9)$$

ここで、 $\alpha = 1, \dots, n$ であり、 $M = nM_n$ の制限のもとで $l = 1, \dots, M_n$ である。注意として、ここでの n は伝導電子の軌道縮退数を表している。この擬運動量を系統的に複素

変数にまで拡張する方法は、有限温度の定式化において導入された。[82] このストリング仮説に基づき有限サイズ補正を計算すると、磁場がない場合でのオーバースクリーニング系においては、正しい答えが出せないことが知られている。[98, 99, 100, 101] ストリング解を用いた定式化では、離散的な Z_n 対称性をうまく取り扱えないことが要因となっている。しかし有限磁場中では、この離散的な対称性をもった部分はエネルギーギャップをもち、低エネルギーの臨界現象に対して有効的ではなくなってしまう。したがって、以下では有限の磁場が存在するもとの、有限サイズ補正を計算する。のちほど磁場がない場合を境界のある共形場の理論を援用することで議論する。 n 次のストリング解を導入した基礎方程式は、

$$e^{ik_j L} = \prod_{l=1}^{M_n} \prod_{\alpha=1}^n \frac{\lambda_l^n + i/2(2n+1-2\alpha)}{\lambda_l^n - i/2(2n+1-2\alpha)} \prod_{\alpha=1}^n \left(\frac{\lambda_l^n + i/2(2n+1-2\alpha)}{\lambda_l^n - i/2(2n+1-2\alpha)} \right)^{N \min(n, 2S)} \frac{\lambda_l^n + 1/J + i/2(n+1+2S-2\alpha)}{\lambda_l^n + 1/J - i/2(n+1+2S-2\alpha)} = \prod_{l \neq m}^{M_n} \frac{\lambda_l^n - \lambda_m^n + in}{\lambda_l^n - \lambda_m^n - in} \prod_{\alpha=1}^{n-1} \left(\frac{\lambda_l^n - \lambda_m^n + i/2(2n-2\alpha)}{\lambda_l^n - \lambda_m^n - i/2(2n-2\alpha)} \right)^2 \quad (4.10)$$

と得られる。この方程式が以下の解析の出発点となる。

この方程式(4.10)に対して、不純物スピンが基底状態で $n = 2S$ を満たしていたところから、励起状態においてオーバースクリーニング系に対しては $n - 2S = 1$ 、アンダースクリーニング系に対しては $n - 2S = -1$ を満たす不純物が動的に生成されたと考える。第2章や第3章で用いた解析を応用することで、有限磁場中の最低励起エネルギーを厳密に見積もることができる。

$$\Delta E_\gamma = \frac{\pi v_F}{l} \cdot \left(\frac{\delta_\gamma^2}{4n} + n(n_{\text{imp}})^2 \right) \quad (4.11)$$

この有限サイズ補正は、通常の不純物や境界を含む可積分な1次元系のものと一見似ている。[53, 54, 55, 56, 57, 58, 59] しかし今の問題では、光励起状態で生じた終状態相互作用が含まれているという点が重要である。従って、動的な近藤効果に分類される現象の中心的な特徴は、この量から読み取ることができる。式(4.5)に示す境界のある共形場の理論における有限サイズスケール法より、境界次元 Δ_γ ($\gamma = \alpha, \beta$) を求めることができ、それから式(4.6)における臨界指数 X_γ が計算できる。

$$X_\gamma = \frac{\delta_\gamma^2}{2n} + 2n(n_{\text{imp}})^2 - 1 \quad (4.12)$$

ここで δ_γ は電荷散乱の位相シフトを表しており、通常フェルミ端異常の問題[96]と同様に、ホールが動的に生成されることによって生じたものである。この項はポテン

シャル散乱のミクロスコピックな詳細に依存している。最も重要な点は、位相シフト n_{imp} を含む第2項の存在である。この項が光誘起された近藤効果からの寄与であり、次式のように得られる。

$$n_{\text{imp}} = \int_{-\infty}^{\lambda_0} \sigma_{\text{imp}}(\lambda) d\lambda \quad (4.13)$$

ここで σ_{imp} は次の積分方程式の解として与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{imp}}(\lambda) = & \sigma_{\text{imp}}^0(\lambda + 1/J) \\ & - \int_{-\infty}^{\lambda_0} G_n(\lambda - \lambda') \sigma_{\text{imp}}(\lambda') d\lambda' \end{aligned} \quad (4.14)$$

$\sigma_{\text{imp}}^0(\lambda)$ と $G_n(\lambda)$ は、以下のように定義されている。

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{imp}}^0(\lambda) = & \frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^{\min(n, 2S)} \frac{\frac{1}{2}(n + 2S + 1 - 2l)}{\lambda^2 + \frac{1}{4}(n + 2S + 1 - 2l)^2} \\ G_n(\lambda) = & \frac{1}{\pi} \frac{n}{\lambda^2 + n^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{\frac{1}{2}(2n - 2\alpha)}{\lambda^2 + \frac{1}{4}(2n - 2\alpha)^2} \end{aligned} \quad (4.15)$$

これらの諸式から、終状態でのスピン散乱の全ての情報を担った n_{imp} は、Wiener-Hopf 法という積分方程式の解析性に注目した解法を用いて解ける。[85, 86]

$$\begin{aligned} n_{\text{imp}} = & \frac{S}{n} - \left(\frac{S}{n} - \frac{1}{2}\right) \theta\left(\frac{S}{n} - \frac{1}{2}\right) \\ & + \frac{i}{4\pi^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega - i0} e^{-i2\omega \log \frac{H}{T_H}} \frac{\Gamma(1+i\omega) \Gamma(1/2-i\omega)}{\Gamma(1+i\omega)} \\ & \cdot \left(\frac{i\omega+0}{e}\right)^{i\omega} \frac{e^{-\pi|n-2S||\omega|} - e^{-\pi(n+2S)|\omega|}}{1 - e^{-2\pi|\omega|}} \end{aligned} \quad (4.16)$$

ここで、 θ はステップ関数であり Γ はガンマ関数である。以上の解析は、励起状態がオーバースクリーニング系の場合でもアンダースクリーニング系の場合であっても適用できる。次に具体的にそれぞれの場合についての議論をする。

4.2.3 オーバースクリーニングの場合

まず、光電子放出による励起状態がオーバースクリーニング系の場合を詳しく解析する。図 4.3 に式 (4.16) より得られた、 $\text{Im}G^<(\omega)$ の有限磁場中の臨界指数を示す。電

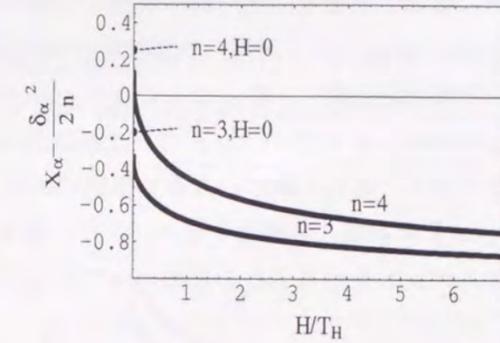


図 4.3: 軌道縮退数 $n = 3, 4$ の場合に対するオーバースクリーニング系の臨界指数 X_α の磁場依存性。簡単のため通常の電荷散乱からの寄与 $\delta_\alpha^2/2n$ は差し引いたものを縦軸に取っている。横軸は磁場に対する近藤温度 T_H でスケールした外部磁場とした。この T_H という量は、 $T_H = [2\pi(n/2e)^{n/2}/\Gamma(n/2)]T_K$ という関係式を通じて近藤温度 T_K に比例して得られている。[85, 86] ちょうどゼロ磁場の点で臨界指数は不連続となっている。系の対称性の回復に伴って、 Z_n 対称性からの寄与が加わったためである。[101, 102, 103]

荷の位相シフト δ_α は磁場にはほとんど依存しないので、この図に示すような臨界指数 X_α から $\delta_\alpha^2/2n$ を引き去った量の磁場依存性は、光誘起されたオーバースクリーニング近藤効果のみによって決定されている。局在スピンの外部磁場によってほとんど磁化しかかっている時には、スピンの遮蔽が弱められて近藤効果の特徴が少ししか現れないため、とくに $H \ll T_H$ の弱磁場領域に注目する。この時、式 (4.12) と (4.16) より厳密に計算された臨界指数は、漸近的に

$$X_\alpha \rightarrow \frac{\delta_\alpha^2}{2n} + \left(\frac{S}{n} - \text{const} \cdot \left(\frac{H}{T_H}\right)^{\frac{2}{n}}\right)^2 - 1 \quad (4.17)$$

のように振舞う。この表式を詳しく見ると、位相シフト n_{imp} にべき的な磁場依存性が現れている。この磁場に対するべき依存性は、オーバースクリーニング系の典型的な非フェルミ液体の振るまいを表している。これが光誘起されたオーバースクリーニング近藤効果の重要な結果の1つである。また別の興味深いオーバースクリーニング系の性質が磁場 $H = 0$ の点にも現れる。

ここで磁場 $H = 0$ の点のみ、系の対称性が $U(1)$ から $SU(2)$ へと高くなることを思い出す必要がある。この点では、Affleck と Ludwig[89, 90, 91, 92] による場の理論を用いた近藤効果の一連の研究の中で導入された、*fusion rules hypothesis* を援用する。彼らは、近藤効果の固定点の解析において、共形場の理論の無限次元代数であるカレント代数が強力な方法論となることを明らかにした。このカレント代数とは、例えば固

定点のSU(2) スピン密度に相当する量を、フーリエ変換して得られた無限個の生成子からなる代数である。*fusion rules*とは、通常の角運動量の合成則の一般化であり、例えばこの無限次元代数の合成規則を表す。彼らは、この*fusion rules*を局在スピントカレント代数間にも*hypothesis*として用いることで、近藤効果の研究においてこれまでに得られていた結果を再現し、さらに新しい成果も系統的に得ることができた。この*fusion rules hypothesis*を今の場合に適用すると、スピン量子数 $j=0$ の伝導電子と時刻ゼロで生じた局在スピン S を合成することによって、この励起によるスピンの境界次元が得られる。

$$\Delta_s = \frac{S(S+1)}{n+2} \quad (4.18)$$

これは、共形場の理論のレベル n のSU(2)カレント代数に典型的な共形次元となっている。通常の場合と異なり、不純物スピン S を含んでいる点が、*fusion rules hypothesis*に特徴的である。第5章において、このカレント代数の有用性をより積極的に利用した解析を行う。その際にカレント代数についても詳しく述べる。以上より、臨界指数が $H=0$ で以下のように不連続になることがわかる。

$$X_\alpha(H=0) - X_\alpha(H \rightarrow 0) = 2 \cdot \frac{S(S+1)}{n+2} - 2 \cdot \frac{S^2}{n} \quad (4.19)$$

一般に共形場の理論のレベル n のSU(2)カレントはU(1)部分と Z_n 部分に分離して書くことができる。この不連続性は、 $H=0$ でのみギャップレスな Z_n 部分からの寄与が加わったことに起因している。式(4.19)の右辺は確かに Z_n 部分の共形次元となっている。[102, 103]

最後に、今まで取り入れていなかった電荷散乱からの寄与を考慮する。この時、図4.3に示す臨界指数は変化し、スペクトルの発散が弱められることになる。この効果を顕著に見るために、図4.3の縮重度 n 依存性に注目する。どの縮重度でも $X_\alpha - \delta_\alpha^2/2n$ は、磁場が小さくなるにつれて大きくなっている。その中でも縮重度 $n \leq 3$ の系では、 $X_\alpha - \delta_\alpha^2/2n$ は全て負となっている。従って、電荷散乱の寄与も考慮した臨界指数 X_α が磁場を小さくしていった場合、負から正へ変化していればそれは電荷の位相シフトに起因している。これに応じてスペクトル端におけるベキ異常は、磁場の減少に伴い発散から収束する構造となる。この発散から収束へのクロスオーバーの詳細は電荷散乱の強さに依存している。

4.2.4 アンダースクリーニングの場合

次に、逆光電子分光による励起状態が、アンダースクリーニング系に対する場合を議論する。 $\text{Im}G^>(\omega)$ に対する臨界指数の磁場依存性を図4.4に示す。弱磁場領域で臨

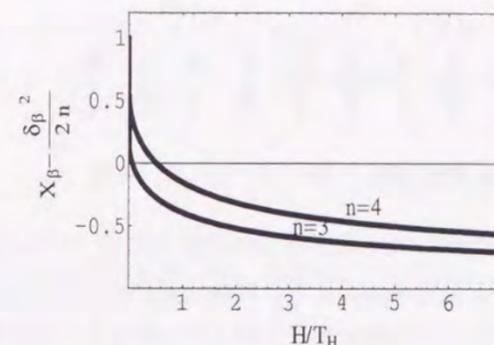


図4.4: 軌道数 $n=3,4$ の場合に対するアンダースクリーニング系の臨界指数 X_β の磁場依存性。簡単のため図4.3と同様に、通常の電荷散乱からの寄与 $\delta_\beta^2/2n$ は差し引いたものを縦軸に取っている。

界指数 X_β は漸近的に、

$$X_\beta \rightarrow \frac{\delta_\beta^2}{2n} + n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\log(H/T_H)} \right)^2 - 1 \quad (4.20)$$

のように振舞う。この対数的な磁場依存性はアンダースクリーニング系に特徴的な振るまいとなっている。これは後の第5章の最後でも議論するように、固定点近傍の場の理論から理解できる。局在電子が強いフント結合によって $S > 1/2$ をもつ局在スピンをつくっている時、アンダースクリーニング系の固定点近傍では遮蔽されずに分離していくスピンの存在する。[84] この分離していくスピンの、伝導電子と有効的な強磁性近藤相互作用によって散乱されることになる。[84, 104] その結果、この相互作用は場の理論の用語でmarginally irrelevantな相互作用となり、位相シフトに対数補正が現れている。また、オーバースクリーニング系とは対照的に、 $H=0$ において臨界指数の不連続性がない。すなわち、 $X_\beta(H=0) = X_\beta(H \rightarrow 0)$ となっている。

本節を終わるにあたって、光誘起された近藤効果の一般的な側面について述べる。重要な点は、この種の現象は不純物系だけではなく、その他の量子系においても見出されうることである。興味深い例として、まず偶数個の電子をもつ量子ドット系がある。局所的にスピンモーメントが0となって、近藤効果が期待できない基底状態に注目する。光吸収による励起状態で有効的にスピンをもった状態が生じ、その結果近

藤効果が光誘起されることになる。この問題では量子ドット系に典型的な振るまいも現れ、本章の単純な拡張ではなく、より発展的な研究である。従って、章を改めて第5章において集中的に議論する。その他の例として、不純物を含まないスピン $S > 1/2$ の量子スピン鎖で、光電子放出に伴い近藤効果が光誘起される。この場合「動く」近藤不純物が重要な役割を果たすことになる。こちらの例は本章の結果を拡張して扱うことができるので、次節において議論する。

4.3 量子スピン鎖への応用

まずはじめに、本章で提案した光誘起された近藤効果が、Heisenberg 型の一様な量子スピン鎖において生じることを述べる。以下ではとくに断らないかぎり量子スピン鎖というと、 $S > 1/2$ をもつスピンが隣接サイト間で反強磁性的に相互作用する Heisenberg 型のモデルを考える。まずはじめに、前節で議論した内容を直接応用できる例として、スピン $S > 1/2$ をもつ可積分なスピンモデルを考える。[105] このモデルは、一般的な $S > 1/2$ をもつ量子スピン鎖の中では幾分特殊である。可積分であるという特徴性のために、スピンの大きさに関わらず励起ギャップを持たない系となっている。整数スピンの場合では、通常の Heisenberg 型のモデルはギャップのある Haldane 系となっている。半整数スピンの場合では、通常の場合もギャップがないと考えられているものの、今の可積分なモデルとは固定点のユニバーサリティクラスが異なる。[106] このように幾分現実的ではない可積分モデルを扱う理由は、前節で提案した光誘起された近藤効果が、スピン系でも見出されうるという自明でない点を明確に示すためである。したがって、以下ではこの可積分な場合を詳しく解析し、最後に一般的な Heisenberg 型の量子スピン鎖へ拡張した場合について議論する。

このモデルはホールがドーピングされた場合でも可積分であり、ベータ方程式が得られている。[107] ここで図 4.5 に示すように、この可積分な量子スピンモデルから、光電子放出により 1 つのホールが突如生成された場合を考える。この時、光電子が放出されたサイトでは有効的にスピン $S - 1/2$ が残ることになる。この終状態において残留しているスピンは不純物スピンのように振るまい、ホストのスピンによって遮蔽される。その結果オーバースクリーニング系が光誘起されることになる。今の場合に特徴的な事柄は、この残留スピンは交換相互作用を通じて格子上を動くことができるという点である。この時、光電子スペクトル端の異常は、「動く」マルチチャネル近藤不純物によって決定されている。

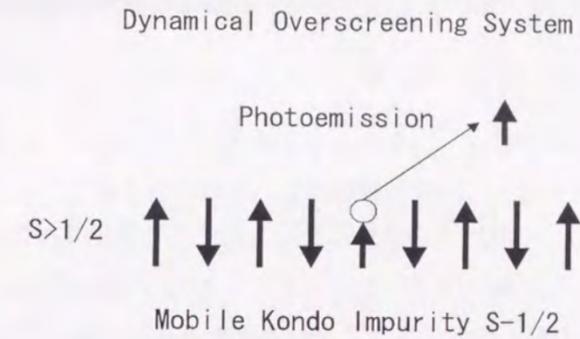


図 4.5: 量子スピン系における光電子放出に伴い、残留スピン $S - 1/2$ がホストスピン $S > 1/2$ に遮蔽され、動的にオーバースクリーニング系が生じている。この場合、不純物スピンは交換相互作用によって「動く不純物」となる。

この現象に対して具体的な解析を行うために、量子逆散乱法を用いて導出されたホールドーピングされた可積分なスピンモデルを導入する。[107] 以下の解析では、とくにホストスピンが $S = 1$ の場合を取り扱う。

$$\mathcal{H} = - \sum_{i=1}^L (1 - \delta_{S_i, S_{i+1}, 1}) \mathcal{P}_{i, i+1} (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1}) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_i S_{i+1}} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} - 1 + \delta_{S_i, S_{i+1}, 1} [1 - (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1})^2] \right) \quad (4.21)$$

ここで各サイトのスピンは $S_i = 1$ もしくは $S_i = 1/2$ であり、 $\mathbf{S}_i^2 = S_i(S_i + 1)$ を満たす。 \mathcal{P}_{ij} はサイト i と j のスピンを交換する演算子である。少しわかりにくいモデルなので簡単に説明する。第 1 行がホールの運動エネルギーを表し、第 2 行がスピン間の磁気的な相互作用を表す。このモデルは第 2 章で導入した t - J モデルのホストスピンを $S = 1$ に拡張したモデルとなっている。モデルに超対称性がある $t = J$ の場合が可積分であるので、運動エネルギーのスケール t と磁気的な相互作用 J に対して $t = J$ とし、さらに簡単のため $t = 1$ としている。ホールが 1 つもないという状況は、全てのサイトで $S_i = 1$ という条件となる。この時 (4.21) 式のハミルトニアンは、 $S = 1$ の可積分モデル $\mathcal{H} \rightarrow \sum \frac{1}{2} (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} - (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1})^2)$ となる。一方全てのサイトにホールがいるという状況は、全てのサイトで $S_i = 1/2$ という条件で表される。同様にハミルトニアンは、 $S = 1/2$ の Heisenberg モデル $\mathcal{H} \rightarrow \sum 2 (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+1} - 1/4)$ となる。もちろんこのモデルも可積分である。このモデルに対して、光電子放出に伴い 1 つのホールが動的に生成された励起状態を考える。

第2章と同様にして、ホールが1つだけ存在する場合のベータ方程式を出発点として用いる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\lambda_j + iS}{\lambda_j - iS} \right)^L &= \frac{\lambda_j - \nu - i/2}{\lambda_j - \nu + i/2} \prod_{k \neq j}^{N_\downarrow+1} \frac{\lambda_j - \lambda_k + i}{\lambda_j - \lambda_k - i}, \\ 1 &= \prod_{k=1}^{N_\downarrow+1} \frac{\nu - \lambda_k + i/2}{\nu - \lambda_k - i/2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

ここで N_\downarrow は下向きスピンの数であり、 $\lambda_j (j=1, \dots, N_\downarrow+1)$ はスピンに対する擬運動量である。この方程式の第1行は、ちょうどマルチチャンネル近藤モデルのベータ方程式(4.8)での第2行に対応していることがわかる。チャンネル数 n がホストスピンの2倍 $2S$ に、また不純物スピンの大きさ S が残留スピンの大きさ $1/2$ に対応している。さらに特徴的なことは、ホールの擬運動量 ν を含む点である。これはギャップのある電荷自由度からの寄与である。この ν によってホールの運動量が記述される。この式(4.22)の電荷とスピンの散乱項が、光電子放出に伴う終状態相互作用であることは第2章でも強調した。その時との違いは、左辺のホストスピン S の大きさに端的に現れている。方程式におけるこの一見単純な違いが、基底状態の性質を大きく変えてしまう。マルチチャンネル近藤効果においては、軌道縮退数の違いによって、オーバースクリーニング系やアンダースクリーニング系など全く異なる性質が現れてきたことに対応する。

前節と第2章での解析をあわせて用いると、有限サイズ補正を厳密に見積もることができ、その結果1粒子グリーン関数のスケールリング次元を計算できる。[18, 21]

$$x(\nu) = \frac{1}{4\xi_{2S}^2} (1 - n_{\text{imp}}(\nu)) + \xi_{2S}^2 \left(\frac{1}{2} - d_{\text{imp}}(\nu) \right)^2 \quad (4.23)$$

ここで $\xi_{2S} \equiv \xi_{2S}(\lambda_0)$ は dressed charge [62] と呼ばれ、次の積分方程式の解として与えられる。

$$\xi_{2S}(\lambda) = 1 - \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} K_{2S}(\lambda - \lambda') \xi_{2S}(\lambda') \quad (4.24)$$

ここで、

$$\begin{aligned} K_{2S}(\lambda) &= \frac{1}{\pi} \frac{\frac{1}{2}(4S)}{\lambda^2 + \frac{1}{4}(4S)^2} \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \sum_{l=1}^{2S+1} \frac{\frac{1}{2}(4S-2l)}{\lambda^2 + \frac{1}{4}(4S-2l)^2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

とした。カットオフ λ_0 は次の関係式を通じて磁化 m と関連がある。

$$S - m = 2S \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \rho_{2S}(\lambda) d\lambda \quad (4.26)$$

ここで導入した分布関数 ρ_{2S} は

$$\rho_{2S}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \Theta'_{2S,2S}(\lambda) - \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} K_{2S}(\lambda - \lambda') \rho_{2S}(\lambda') \quad (4.27)$$

によって得られる。このスケールリング次元の表式に、重要な項である2つの位相シフト $n_{\text{imp}}(\nu)$ と $d_{\text{imp}}(\nu)$ が含まれている。これらは、動的に生成されたホールによる電荷とスピンの終状態相互作用から生じている。それらの位相シフトは、以下のように求められている。

$$\begin{aligned} n_{\text{imp}}(\nu) &= \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} \rho_{\text{imp}}(\lambda) d\lambda \\ d_{\text{imp}}(\nu) &= -\frac{1}{2} \left(\int_{\lambda_0}^{\infty} - \int_{-\infty}^{-\lambda_0} \right) \rho_{\text{imp}}(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (4.28)$$

ここで ρ_{imp} は

$$\rho_{\text{imp}}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \Theta'_{2S,1}(\lambda - \nu) - \int_{-\lambda_0}^{\lambda_0} K_{2S}(\lambda - \lambda') \rho_{\text{imp}}(\lambda') \quad (4.29)$$

を満たす解として得られる。さらに位相関数として次のものを導入した。

$$\frac{1}{2\pi} \Theta'_{n,k}(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^{\min(n,k)} \frac{\frac{1}{2}(n+k+1-2l)}{\lambda^2 + \frac{1}{4}(n+k+1-2l)^2} \quad (4.30)$$

これらの位相シフトは、ギャップレスなスピンの左と右のフェルミ点での位相シフト δ_L と δ_R を用いて、それぞれ $n_{\text{imp}}(\nu) = (\delta_L + \delta_R)/2\pi$, $d_{\text{imp}}(\nu) = (\delta_L - \delta_R)/2\pi$ と表される。この非対称な位相シフト d_{imp} の存在が、前節で解析した局在不純物とは異なる特徴となっている。さらに得られたスケールリング次元は、「動く不純物」を含む特徴としてホールの運動量 q に依存している。

次に、光電子スペクトルにおける臨界的な振るまいを議論する。ホール運動量 q に依存した1粒子グリーン関数は、電荷の素励起近傍で

$$\text{Im}G(q, \omega) \propto (\omega - \omega_c(q))^{X(q)} \quad (4.31)$$

のように振舞う。ここで臨界指数は、 $X(q) = 2x - 1$ より式(4.24)から厳密に求められる。 $\omega_c(q)$ は光電子放出による電荷の素励起の分散関係である。図4.6に得られた臨界指数について、ホストスピンが $S=1$ の場合の運動量依存性を示している。この臨界指数の運動量依存性は、終状態で近藤不純物が動的に生成されたことに要因がある。

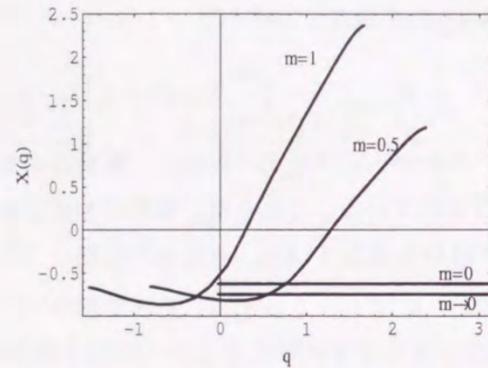


図 4.6: ギャップレスな $S=1$ 可積分スピンモデルに対する臨界指数 $X(q)$ の運動量依存性。それぞれのグラフは磁化が $m \rightarrow 0$ と $m=0, 0.5, 1$ の場合を表している。ホストスピンの $S=1$ の場合は、4.2.1 節での軌道縮退数 $n=2$ の光誘起オーバースクリーニング系に対応している。そのためオーバースクリーニング系の特徴として、 $m \rightarrow 0$ と $m=0$ では臨界指数が不連続になっている。

また 4.2.1 節で詳しく議論したように、臨界指数が $m=0$ で不連続となる。これはオーバースクリーニング系に特徴的な Z_n 対称性からの寄与である。[102, 108]

ここまで、光誘起された近藤効果がスピン系においてどのように生じるのかを、可積分モデルを用いて議論してきた。この可積分なモデルは、 $S > 1/2$ の量子スピン系の中でも幾分特殊であることは少し述べた。本節を終えるにあたって、より現実的な Heisenberg 型の量子スピン鎖に適用する場合を議論する。ここで提案したアイデアは基本的に、そのような量子スピン鎖に対しても適用できる。しかしながら、可積分な点からずれた $S > 1/2$ の Heisenberg 量子スピン系では、レベル n の $SU(2)$ カレントの Z_n 対称性の部分がギャップフルになってしまう。従って、 $c=1$ の $U(1)$ 対称性のみがギャップレスになっており、固定点は可積分モデルとは異なる。[106] このギャップレスな自由度によって、突如生成された不純物が近藤遮蔽されることになる。従って今の場合、光電子放出により残留された不純物スピン $S-1/2 \geq 1$ が、この $c=1$ のホストに遮蔽される結果、アンダースクリーニング系が動的に生じることになる。こういった結果は、実際に合成されている $S > 1/2$ の大きなスピンをもつ、量子スピン鎖において見出されるかもしれない。例えば、 CsVCl_3 [109] では $S=3/2$ スピン鎖が実現されている。磁気秩序が形成されない程度の低温におけるこのスピン鎖において、光誘起された近藤効果の性質が実験的に明らかにされるかもしれない。

4.4 結言

本章では、光電子分光又は逆光電子分光によって、完全に遮蔽された基底状態からマルチチャネル近藤効果が光誘起されることを提案した。光電子スペクトルの低エネルギー物理を解析することによって、この効果によりスペクトルにベキ異常が現れることがわかった。この臨界現象は、マルチチャネル近藤効果に典型的な磁場依存性によって決定されていることを明らかにした。さらに、本章で提案したアイデアは不純物を含まない一様な量子スピン鎖にも適用できることを示した。この場合、光電子放出に伴い動く近藤不純物が動的に生成され、その結果として運動量に依存した臨界指数が得られた。このような光によって誘起された電子相関効果という視点を通じて得られた本章での成果は、光を用いた近藤効果の研究に対する新しい土台となっている。

ここでは磁性不純物に対する光電子スペクトルに焦点をあてた議論を展開してきたが、このアイデアは量子ドット系の吸収スペクトルの解析にも応用できる。この点については第5章でより詳しく議論する。

第5章 量子ドット系の吸収スペクトル端異常 - 光誘起近藤効果 -

5.1 緒言

本章ではさらに発展的な研究として、光誘起された近藤効果というアイデアが、量子ドット系の光吸収スペクトルの理解にとって、決定的に重要となってくることを明らかにする。このような研究は、ドット系の光学スペクトルの理解にとって新しい視点からの情報を提供しているだけでなく、ドット系の近藤効果に対して光を用いた新しい研究の典型的な例となっている。以下ではまず、量子ドット系の研究の状況について簡単に触れ、光学実験で観測が期待される現象について、詳しく解析した結果について報告する。

近年、量子ドット系の研究が電子相関の基礎研究からデバイスへの応用まで幅広く行われている。まず図 5.1 に示している代表的な量子ドット系 [110] の構造を説明し、その特徴を踏まえて具体的にどのような研究が展開されているかについて簡単に述べる。

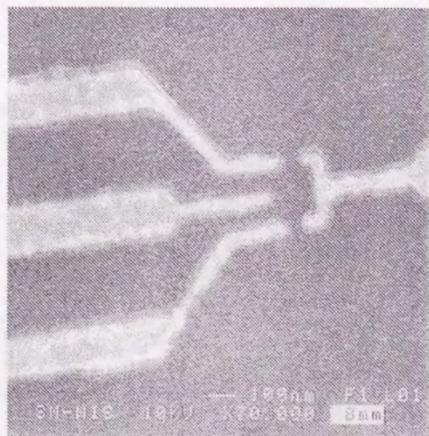


図 5.1: 半導体 GaAs/AlGaAs ヘテロ構造の表面に 4 本の電極をつけ、それらによって囲まれた微小領域に電子溜めをつくることで作成された量子ドット。[110]

半導体 GaAs/AlGaAs ヘテロ構造の表面にいくつかの電極をつけ、それらに負の電圧をかけることで、電極で囲まれた 200 ~ 300nm ほどの微小領域に作成された電子溜めを量子ドットと呼んでいる。これは人工原子に相当するものであり、さらにソース・ドレインと呼ばれる電子溜めに電子を供給するリード線を付着することによって、トランジスタなどに応用されている。この図の上下方向からソース・ドレイン電極がつながれているが、ここには写っていない。このリード線は電子相関の研究においても重要な役割を果たしている。左側の 3 本の電極のうち上下のもので、ソース・ドレイン電極からの電子のトンネル障壁を制御できる。又、左側の真中のゲート電圧と右側の電極によってドット内の電子数も制御できる。このソース・ドレインによるリード線を含む量子ドット系を模式的に図 5.2 に示している。このようにミクロスコピックなパ

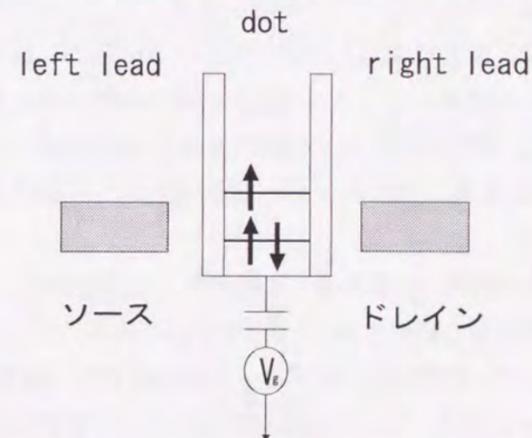


図 5.2: ドットの左右に 1 次元的なリード線が配置された量子ドット系の模式図。左右のリード線とドット間を電子はトンネルできる。ドット内の電子数はゲート電圧 V_g を変化させることで変えられる。

ラメータ (ドット内電子数やトンネル強度) を系統的に制御できることが、単電子トランジスタへの応用や微小領域に閉じ込められた電子の局所電子相関の研究など、半導体加工系であることを積極的に利用した研究が活発に推し進められている要因となっている。

そのなかでドット-リード間の共鳴トンネルにより生じる近藤効果は、実験 [110, 111] と理論 [112, 113, 114, 115, 116] の両側面から輸送現象を中心として、現在集中的に研究が進められている。近藤効果とは不純物スピンの伝導電子による散乱を通じて遮蔽される現象であり、従来では希薄磁性合金が研究対象の中心であった。これは磁性の

代表的な問題であり、基本的な問題点は1960年代から1980年代かけてほぼ解明されたものの、その物理的な内容の豊富さによって今でも魅力的な研究対象となっている。先にも述べた希薄磁性合金にはない半導体量子ドットの特徴によって、近藤効果の研究の幅が広がっている。

一方そのような輸送現象だけでなく光学実験もまた、量子ドット系の多体相関効果を研究する際に有用となっている。これまでも、光学実験により広くメゾスコピック系の興味深い性質が明らかにされてきたが、それらは主に電気的な性質に焦点をあてた研究であった。量子ドット系の光学スペクトルにおける磁気的な相関効果は、今まで系統的にはなされてこなかった。最近 Kikoin らは偶数コの電子をもつドット系に対する吸収スペクトルの形状が、スピン自由度によってどのように影響されるかを議論し、光による励起状態で近藤効果による相関が発達することを示唆した。[117] 一方、前章でも触れたように、動的に生じた近藤効果による磁気的な相関効果は、光電子スペクトルにも現れ、その結果としてスペクトルに赤外発散が現れることを明らかにした。[95, 118] さらに、これらのスピン相関が非線形応答においても見出されている。[119] これらの動的な物理量に現れるスピン相関の効果は、「動的な近藤効果」としてまとめることができる。

本章では、基底状態で偶数コの電子をもつ量子ドット系の吸収スペクトルにおける、動的に誘起された近藤効果を研究する。[120] まずはじめに、1つの電子により占有された光励起状態において、有効的なスピンモーメントがリード線の伝導電子とs-d型の交換相互作用することを示す。それらは励起状態という性質を反映して、反強磁性的にも強磁性的にもなりうることを明らかにする。さらに、この有効的な近藤モデルを用いて、ドット内の粒子-正孔対励起エネルギー近傍での吸収スペクトルの低エネルギー物理を解析する。最後に、この吸収スペクトルの臨界現象には、励起状態でのスピン相関が関与しているので、近藤効果に特有の磁場依存性が現れることを議論する。

5.2 多準位量子ドット系のモデル

まずはじめに量子ドット内での光励起を考えるために、図5.2に示すようにドット内に多準位を持つ系を考える。従来における量子ドット系の研究では、ドット内のエネルギー準位でフェルミ面に一番近いものが、ドット-リード間のトンネルによって最も活性化しているので、有効的にその1準位のみを考慮する場合が多い。それにより様々な実験結果を説明でき、かなりの成功を収めてきた。しかし、本来はドット内に

は多準位のエネルギーレベルが存在し、現在ではそのことに着目した研究も始められている。[121, 122, 123] ここではとくに光励起の本質的な部分を抜き出して、2準位のものを取り扱う。この系はドット内に2つの軌道をもつアンダーソンモデルによって記述される。この様子を図5.3に示す。

$$H = \sum_{bk\sigma} \epsilon_k c_{bk\sigma}^\dagger c_{bk\sigma} + \sum_{\alpha\sigma} \epsilon_\alpha n_{\alpha\sigma} + U \sum_{\alpha} n_{\alpha\uparrow} n_{\alpha\downarrow} + U' \sum_{\sigma\sigma'} n_{1\sigma} n_{2\sigma'} + \sum_{bak\sigma} (V_{ba} c_{bk\sigma}^\dagger d_{\alpha\sigma} + \text{h.c.}) \quad (5.1)$$

ここで、 $c_{lk\sigma}$ ($c_{rk\sigma}$) は左(右)のリード線の消滅演算子で、 $d_{\alpha\sigma}$ はドット内の軌道 α ($\alpha = 1, 2$) の消滅演算子であり、 $n_{\alpha\sigma} = d_{\alpha\sigma}^\dagger d_{\alpha\sigma}$ である。同じ軌道内のクーロン相互作用 U だけでなく、異なる軌道間の相互作用 U' も含まれている。 V_{ba} を含む最後の項は、ドット-リード間のトンネルを記述しており、 H_T ($H = H_0 + H_T$) と表す。

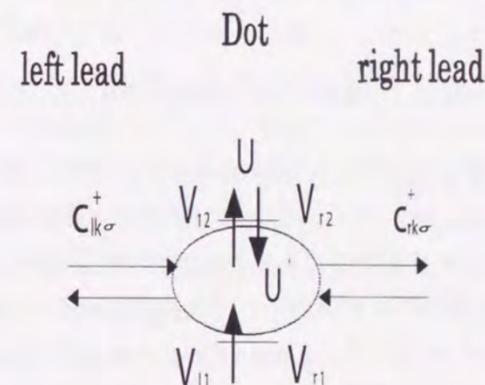


図 5.3: ドット内に2準位をもつドット系のモデルの様子。

ここで図5.4に示すように、ドット内の下の準位 ($\alpha = 1$) だけが2つの電子で占有されている状態から、各準位が1個ずつ占められた状態への光励起を考える。

左右のリード線を持つドット系はその中心に関して、ドット内の波動関数が対称(偶パリティをもつという)か反対称(奇パリティをもつという)になっているものとする。光による双極子遷移ではパリティの異なる状態にのみ遷移できるので、このようなドット内の波動関数の対称性を考慮する必要がある。波動関数の対称性とエネルギー準位については、1次元的にドット内に閉じ込められている電子の離散的なエネルギー準位を考えればわかりやすい。1つエネルギー準位があがると、波動関数の節が1つ増えて空間的な対称性が変化する。今の問題に則して言えば、ドット内の下の準位の波

動関数は対称(偶関数)で上の準位が反対称(奇関数)とする。しかし実際のドットでは、このような理想的な場合からずれている。この効果はドット-リード間のトンネルによる混成 $|V_{b\alpha}|$ が、一般的には左右で異なるということに反映される。このずれによる影響を伝導電子の波動関数とも合わせて考えてみる。

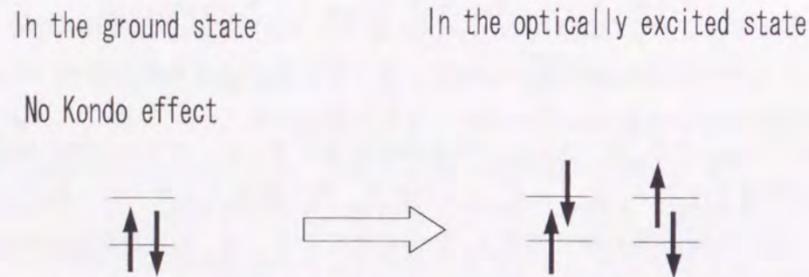


図 5.4: ドット内の下の準位に2つ電子が詰まった基底状態から光による励起状態への遷移

後に詳しく述べるように、この励起状態での各準位のスピンはリード線の伝導電子と近藤交換相互作用をすることになる。左右2つのリード線が存在することによって、伝導電子は互いに直交する(パリティの異なる)2つの軌道にわけることができ、それらによってドット内の各準位のスピンのそれぞれ遮蔽されることになる。これは混成 $|V_{b\alpha}|$ が左右で等しい場合に完全に生じるが、ずれている分だけ余分な相互作用が現れる。しかし、この相互作用は近藤効果にとって本質的に重要ではない。ドット内に1つの準位を持つ場合、左右の混成が異なっても近藤効果が生じていることと基本的に同じである。

したがって以下の近藤効果を議論する際に一般性を失わずに、ドット-リード間のトンネルによる混成項の $V_{b\alpha}$ に対して、 $V_{l1} = V_{r1} \equiv V_1/(2\sqrt{2})$, $V_{l2} = -V_{r2} \equiv V_2/(2\sqrt{2})$. という対称と反対称のものを考えてもよい。これは確かに左右で $|V_{b\alpha}|$ が等しくなっており、ドット内の波動関数に注目すれば、完全に偶関数か奇関数としたことに対応する。このような出発点のもとで、次節においては光励起された状態で近藤効果が誘起されることを示す。

5.3 光誘起された s-d 相互作用の導出

本節では具体的に近藤効果が動的に励起されることを示す。そのために図 5.4 に示すように、このモデルの基底状態として、ドット内の下の準位 ($\alpha = 1$) に2個の電子が詰まったスピンシングレットの状態に注目する。この時、ドット内では局所的にスピンモーメントが0となり、近藤効果は生じない。この状態が一番エネルギーが低くなるという条件は次式で与えられる。

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1 + U - U', \quad \varepsilon_1 < -U, \quad \varepsilon_2 > -2U' \quad (5.2)$$

さらに、ドット内での光による電荷励起のエネルギーに比べてドット-リード間のトンネルは非常に小さく、光励起された電子はほとんどドット内にとどまっている状態を考える。すなわち条件として、電荷揺らぎのパラメータ $\Gamma_\alpha = \pi|V_{b\alpha}|^2/D$ が $\Gamma_\alpha \ll \Delta_0$ を満たすものとする。ここで、 D はバンド幅で $\Delta_0 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - U + U'$ はドット内での光による粒子-正孔対の励起エネルギーを表す。これによりドット内は全体としてスピンシングレットが保たれたまま、各準位にはスピンモーメントを持つ励起状態が生成される。このような条件をもつドット系はドットの形状やゲート電圧を適当に制御することで、実際に作成されることが期待される。基底状態で近藤効果がなくても Fujii, Kikoin[95, 117] 等によって独立に示されたように、励起状態で生じる可能性がある。ここではとくに、ドット内で光誘起された近藤効果による、吸収スペクトルの臨界的な振る舞いに注目して解析を進める。

ドット系の吸収スペクトルは次のように与えられる。

$$I(\omega) = -2|M|^2 \text{Im} G^>(\omega + i\delta) \quad (5.3)$$

ここで δ は正の無限少量で、 M はドット内の2つの準位間の光学遷移に対する行列要素を表す。同じパリティをもつ状態間の遷移では、この量が一般的に0となってしまう。動的な相関関数 $G^>$ は、

$$G^>(\omega) = \frac{1}{\omega - \Delta_0} + \frac{1}{(\omega - \Delta_0)^2} \langle 0 | \mathcal{O} T(\omega) \mathcal{O}^\dagger | 0 \rangle \quad (5.4)$$

と表される。式(5.2)から、基底状態 $|0\rangle$ は $|0\rangle = d_{1\uparrow}^\dagger d_{1\downarrow}^\dagger |F\rangle$ で与えられる。ここで $|F\rangle$ はフェルミ真空である。光学遷移はオペレーター $\mathcal{O}^\dagger = (1/\sqrt{2}) \sum_\sigma d_{2\sigma}^\dagger d_{1\sigma}$ によって生じる。T行列は H_T の2次までで $T(\omega) = H_T + H_T(\omega - H_0)^{-1} H_T + \dots$ と定義される。この時、よく知られているように H_T の2次の摂動項は次の有効ハミルトニアンとなる。

$$H_{\text{eff}} = \sum_\alpha \left(-\frac{\Gamma_\alpha}{\pi} \ln \frac{D}{-\varepsilon_\alpha - U} + V_{\alpha P} \sum_\sigma \psi_{\alpha\sigma}^\dagger(0) \psi_{\alpha\sigma}(0) \right)$$

$$+ 4\pi J_{K\alpha} \sum_{\sigma\sigma'} \psi_{\alpha\sigma}^\dagger(0) \frac{\sigma_{\sigma\sigma'}^a}{2} \psi_{\alpha\sigma'}(0) S_\alpha^a \quad (5.5)$$

第1項がドット内エネルギー準位へのくりこみの効果であり、これにより粒子-正孔対励起エネルギー Δ_0 が少し変更される。第2項がポテンシャル散乱項である。以下では、この $V_{\alpha P}$ によるポテンシャル散乱の項を無視し、近藤効果に注目した解析を行う。この項を無視していても以下の解析には影響はない。このポテンシャル散乱の効果は、図 5.8 の説明と合わせて議論する。最後の $J_{K\alpha}$ を含む第3項が s-d 交換相互作用であり、近藤効果を生み出す重要な項である。ここで、 σ^a はパウリ行列であり $S_\alpha^a = (1/2)d_{\alpha\sigma}^\dagger \sigma_{\sigma\sigma'}^a d_{\alpha\sigma'}$ はドット内の光励起で生じた各準位のスピンである。それぞれの不純物スピンは、リード線の偶パリティと奇パリティをもつ伝導電子 $\psi_{1\sigma}(0) = (1/\sqrt{2})\sum_k(c_{lk\sigma} + c_{rk\sigma})$, $\psi_{2\sigma}(0) = (1/\sqrt{2})\sum_k(c_{lk\sigma} - c_{rk\sigma})$ によって、2種類の近藤交換相互作用

$$J_{K\alpha} = |V_\alpha|^2 \left(-\frac{1}{\varepsilon_\alpha + U'} + \frac{1}{\varepsilon_\alpha + U' + U} \right) \quad (5.6)$$

を通じてスピン散乱されている。

ここで最も重要なことは図 5.5 に示すように、これらの2つの s-d 交換相互作用は光励起された状態 $O^+|0\rangle$ で生じているという点である。基底状態では近藤効果は現れていなかったとしても、光励起された状態で初めて近藤相互作用が生じていることがわかる。これが本研究で提案する光誘起された近藤効果である。

Optically excited state

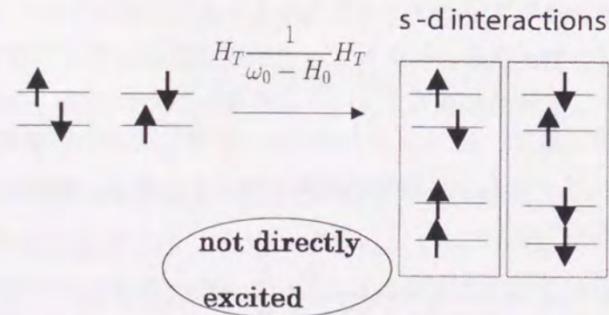


図 5.5: 励起状態 $O^+|0\rangle$ において H_T の2次摂動により2つの s-d 交換相互作用が生じる。摂動により元のスピン配置に戻るもの以外に光により直接励起されないスピン配置が現れ、これらの間の量子力学的なゆらぎが近藤効果にとって重要になる。

さらに興味深い点として、励起状態の近藤交換相互作用 $J_{K\alpha}$ は、反強磁性的なだけでなく強磁性的にもなりうるということである。なぜならば、光励起状態からの摂動

による中間状態への励起エネルギー $-\varepsilon_\alpha - U'$ と $\varepsilon_\alpha + U' + U$ は、必ずしも正である必要はない。基底状態とは異なり励起状態の場合は、中間状態である2重占有や空の状態がエネルギー的により低くてもよい。従って、 $J_{K\alpha}$ はドット内の準位 ε_α やクーロン相互作用 U や U' などのパラメータの大きさによっては正（反強磁性的）にも負（強磁性的）にもなりうる。この様子を図 5.6 に示す。特徴的なことは、異なる軌道間のクーロ

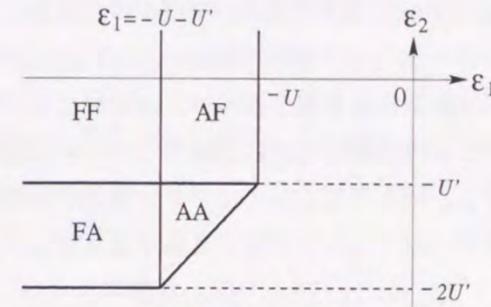


図 5.6: 式 (5.2) のもとで、2つの近藤交換相互作用 $J_{K\alpha}$ が正又は負になる領域をしめしたエネルギーダイアグラム。例えば、"AF" は、 J_{K1} は反強磁性的であり一方 J_{K2} が強磁性的になる領域を示している。

ン相互作用 U' が0の時には反強磁性的な近藤交換相互作用が生じる領域が存在せず、励起状態では近藤遮蔽が起きないことである。

次節では、この反強磁性的な近藤効果を中心としてとくに、2つの領域 (i) $J_{K1} > 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合と、(ii) $J_{K1} < 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合に対する吸収スペクトルの解析を行う。

5.4 吸収スペクトル端異常

前節で得られた低エネルギー有効ハミルトニアン H_{eff} における近藤効果は、伝導電子の1つの軌道がドット内の $S = 1/2$ を遮蔽する、パリティに関して分離した2つの通常の近藤効果に他ならない。その低エネルギー物理は、リード線の伝導電子に対して1次元系の標準的な場の理論を用いて解析できる。[90, 92] まず、左右のリード線におけるフェルミ面近傍の伝導電子を、左のリード線 ($x < 0$) に対して $\psi_{lL\sigma}(x)$ と $\psi_{lR\sigma}(x)$ 、右のリード線 ($x > 0$) に対して $\psi_{rL\sigma}(x)$ と $\psi_{rR\sigma}(x)$ と表す。この半無限空間で定義された4つの伝導電子から、解析接続 $\psi_{lL\sigma}(x) \equiv \psi_{lR\sigma}(-x)$ ($x > 0$) と $\psi_{rL\sigma}(x) \equiv \psi_{rR\sigma}(-x)$ ($x < 0$) を用いることによって、全空間 ($-\infty < x < \infty$) で左向きに進むフェルミオン場 $\psi_{\alpha L\sigma}(x)$ ($\alpha = 1, 2$) を作る。これらは前述の電子場 $\psi_{\alpha\sigma}(0)$ と $\psi_{\alpha L\sigma}(0) = \psi_{\alpha\sigma}(0)$ の関係がある。

ここで非アーベル型ボゾン化法を用いて有効ハミルトニアンを書きなおす。このボゾン化法というものは、1次元量子系の低エネルギーの素励起をボゾンとして表現するもので、様々な解析に応用され成果を上げている標準的な手法である。粒子密度に対応する保存チャージという量が、数学的な可換代数を構成している場合をアーベル型ボゾン化法と呼び、一方非可換代数のうちコンパクト半単純リー群に付随する代数(例えばスピン演算子が従うSU(2)リー代数)を構成している場合を、慣例的に非アーベル型ボゾン化法と呼んでいる。s-d交換相互作用にはSU(2)対称性があるので、このような非アーベル型ボゾン化法による取り扱い、対称性による強い制限を系統的に扱える利点がある。このことは次節ですぐに議論する。この表記では電荷とスピンのハミルトニアンは分離する。相互作用としてはスピン散乱のみを考えているので、1次元電子系の運動エネルギーのうちスピン部分を取り扱えばよい。そのハミルトニアンは、

$$\mathcal{H}_0 = \frac{v_F}{2\pi} \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{k+2} : J_{\alpha L}^a(x) J_{\alpha L}^a(x) : \quad (5.7)$$

となる。ここで v_F はフェルミ速度である。Sugawara構成法により固定点ハミルトニアンがカレントの2乗: J^2 :と書けることは、ボゾン化法の1つの特徴となっている。共形場の理論のレベル $k=1$ のSU(2)カレントは次式で定義される。

$$J_{\alpha L}^a(x) = \sum_{\sigma\sigma'} : \psi_{\alpha L\sigma}^{\dagger}(x) \frac{\sigma_{\sigma\sigma'}^a}{2} \psi_{\alpha L\sigma}(x) : \quad (5.8)$$

:...:はN積を表す。これをフーリエ変換した演算子は波数(モード)に関して無限個存在し、それらから構成される無限次元リー代数をSU(2)カレント代数と呼んでいる。[124, 125]

次に H_{eff} におけるs-d交換相互作用は、

$$\mathcal{H}_K = \sum_{\alpha} \lambda_{K\alpha} J_{\alpha L}^a(0) S_{\alpha}^a \quad (5.9)$$

と書きなおされる。ここでスケールされた近藤相互作用を $\lambda_{K\alpha} = 4\pi J_{K\alpha}/v_F$ とした。最後にこれらを用いて、吸収スペクトル $I(\omega)$ は

$$G(t) = \langle 0 | \mathcal{O} e^{i\mathcal{H}_0 t} e^{-i(\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_K)t} \mathcal{O}^{\dagger} | 0 \rangle e^{-i\Delta t} \quad (5.10)$$

のフーリエ変換で与えられる。ここで、

$$\Delta = \Delta_0 - \sum_{\alpha} \frac{\Gamma_{\alpha}}{\pi} \ln \frac{D}{-\varepsilon_{\alpha} - U} \quad (5.11)$$

は、くりこまれた粒子-正孔対励起エネルギーである。

以下では、図5.6の(i) $J_{K1} > 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合(領域"AA")と(ii) $J_{K1} < 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合(領域"FA")の2つの領域に対して、この非アーベル型ボゾン化法による表式を用いて $G(t)$ の解析を進める。さらにこの不純物近藤問題の臨界現象を取り扱う際には、原点 $x=0$ での不純物の時間発展 t が、1+1次元時空 (t, x) の境界 $(t, 0)$ を構成するために、必然的に境界のある共形場の理論が有用となってくることは前章でも述べた。[89, 90, 91, 92] このことは励起状態のハミルトニアン $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_K$ を見ると、正則な量(サフィックス"L"が付いている。左向きにのみ進むということ)のみで書かれているという事実に端的に現れている。 $G(t)$ の解析の際には、この境界のある共形場の理論に基づいて計算する。

5.4.1 $J_{K1} > 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合

摂動的に得られた近藤相互作用は小さいとしても、反強磁性的な場合は低温又は低エネルギーになるほどくりこみの効果により増大して無視できなくなり、一方強磁性的な場合はどんどん0に近づき無視できることが知られている。今は、2つのs-d交換相互作用が共に反強磁性的な場合を考える。この強結合固定点では、近藤相互作用は $k=1$ として $\lambda_{K\alpha} \rightarrow \lambda_{K\alpha}^* = 2/(k+2)$ と得られている。[89, 90, 91, 92] ここで、AffleckとLudwigらによる近藤効果に対する一連の研究に従って、まずSU(2)カレントを

$$U_{\alpha} J_{\alpha L}^a(x) U_{\alpha}^{\dagger} = J_{\alpha L}^a(x) + 2\pi S_{\alpha}^a \delta(x) \equiv \mathcal{J}_{\alpha L}^a(x) \quad (5.12)$$

のように変換するユニタリー演算子 U_{α} を導入する。この固定点で新しく得られた $\mathcal{J}_{\alpha L}^a$ も元の $J_{\alpha L}^a$ と同じSU(2)カレント代数に従っている事実は、この後の解析で重要となってくる。これらのユニタリー演算子 U_1 と U_2 は、ハミルトニアンがパリティに関して分離しているので互いに可換である。この演算子を用いると、 $\lambda_{K\alpha} = \lambda_{K\alpha}^*$ においてハミルトニアンを

$$U \mathcal{H}_0 U^{\dagger} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_K \quad (5.13)$$

と変換できる。この時、 $G(t)$ の長時間での振る舞いは U_{α} の相関関数を用いて得られる。

$$G(t) \sim \langle U_1(t) U_1^{\dagger}(0) \rangle \langle U_2(t) U_2^{\dagger}(0) \rangle e^{-i\Delta t} \quad (5.14)$$

ここで、 $U_{\alpha}(t) = e^{i\mathcal{H}_0 t} U_{\alpha} e^{-i\mathcal{H}_0 t}$ は境界演算子と呼ばれるもので境界付近の臨界現象を記述するための重要な演算子であり、前章の解析においても中心的な役割を果たして

いた。通常このような演算子の相関関数を実際に計算するためには、演算子のあからさまな表式が必要となってくる。しかし、それが書き下せなくても今のスピンSU(2)対称性をもつ近藤問題では、カレント代数の無限次元対称性のために相関関数自身が非常に強い制限をうける結果、2点相関関数を完全に求めることができる。それを示すために式(5.12)を、新しく得られたSU(2)カレント $\mathcal{J}_{\alpha L}^a$ に関して、演算子積展開(OPE)という場の短距離の異常性に注目して展開する表式を用いて表す。

$$\mathcal{J}_{\alpha L}^a(z)U_{\alpha}^{\dagger}(w) = \frac{-S_{\alpha}^a}{z-w}U_{\alpha}^{\dagger}(w) + \text{reg.} \cdots \quad (5.15)$$

z, w は2次元時空 (t, x) の複素変数である。この表式は、まさにSU(2)カレント代数の最高重みの状態を定義するOPEに他ならないことがわかる。従って、 $U_{\alpha}^{\dagger}(w)$ に対する相関関数は、いわゆる Knizhnik-Zamolodchikov 方程式 [125] を満たす。

$$\left(\frac{\partial}{\partial z_i} + \frac{2}{k+2} \sum_{l \neq i} \frac{\hat{S}_{i\alpha}^a \otimes \hat{S}_{l\alpha}^a}{z_i - z_l} \right) \langle U_{\alpha}(z_i)U_{\alpha}^{\dagger}(z_l) \rangle = 0 \quad (5.16)$$

ここで演算子 $\hat{S}_{i\alpha}^a$ は、 U_{α} に対しては右側から $\hat{S}_{i\alpha}^a \cdot U_{\alpha}(z_i) = U_{\alpha}(z_i)S_{\alpha}^a$ のように作用し、 U_{α}^{\dagger} に対しては左側から $\hat{S}_{i\alpha}^a \cdot U_{\alpha}^{\dagger}(z_i) = S_{\alpha}^a U_{\alpha}^{\dagger}(z_i)$ と作用する。ドット内各準位の不純物スピン S_{α}^a は $\sum_a S_{\alpha}^a S_{\alpha}^a = S(S+1)$ を満たすので、方程式(5.16)の解は

$$\langle U_{\alpha}(t)U_{\alpha}^{\dagger}(0) \rangle = \frac{1}{t^{2\Delta_s}} \quad (5.17)$$

と容易に求めることができる。ここで、境界次元は

$$\Delta_s = \frac{S(S+1)}{k+2} \quad (5.18)$$

と得られる。今のモデルに対してはスピン $S = 1/2$ でありレベル $k = 1$ なので、ドット内のどちらの軌道 α に対しても $\Delta_s = 1/4$ [97] と求められる。

以上からわかるように、2つの軌道に関して独立した近藤効果なので同じ固定点に対する答えが得られたが、実際のドット系で観測可能なエネルギースケールに対しては注意する必要がある。今の問題でのエネルギースケールは近藤温度 $T_{K\alpha}$ で、その大きさは ε_{α} , U や Γ_{α} などのパラメータに依存している。典型的な量子ドット系では、ドット内の下の準位 ($\alpha = 1$) の電荷揺らぎのパラメータ Γ_1 が上の準位の Γ_2 に比べて小さくなるので、 $T_{K1} \ll T_{K2}$ となる場合が多い。従って、一般的に吸収スペクトルには2つの臨界的な領域が現れてくることになる。各領域に対して吸収スペクトルの臨界的な振る舞いは、

$$I(\omega) = \begin{cases} (\omega - \Delta)^{4\Delta_s - 1}, & 0 < \omega - \Delta \ll T_{K1}, \\ (\omega - \Delta)^{2\Delta_s - 1}, & T_{K1} \ll \omega - \Delta \ll T_{K2}. \end{cases} \quad (5.19)$$

と得られる。領域 $0 < \omega - \Delta \ll T_{K1}$ では2つの不純物スピンの十分に近藤遮蔽され、相関関数は $\alpha = 1, 2$ の両方が式(5.17)を満たしている。一方領域 $T_{K1} \ll \omega - \Delta \ll T_{K2}$ では、不純物 S_2 は遮蔽されているものの、不純物スピン S_1 にとってはこのエネルギー領域では十分高エネルギー状態にあたるので、自由なスピンとして遮蔽されていない。 T_{K1} は一般に非常に小さいために実際のドット系では、図5.7に模式的に示すような領域 $T_{K1} \ll \omega - \Delta \ll T_{K2}$ における赤外発散 $(\omega - \Delta)^{-1/2}$ が観測される可能性がある。

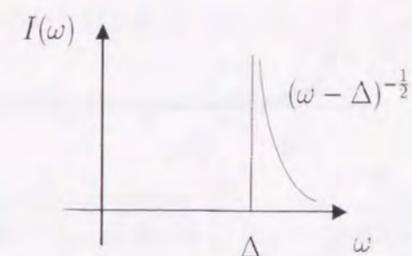


図 5.7: ドット内の粒子-正孔対励起エネルギー Δ 近傍で、領域 $T_{K1} \ll \omega - \Delta \ll T_{K2}$ の吸収スペクトル端異常の様子。 Δ より高エネルギー側のみ構造が現れているのは、電子系にフェルミ面が存在するために、正のエネルギー励起のみが可能であることを反映している。

さらにより発展的な考察として、ドット内の2つの軌道間にフント結合が働く場合を考える。実際のドット系においても、このようなフント結合 $J_H S_1^a S_2^a$ が重要になってくることが明らかにされている。[126] この場合、中間的な温度領域 $T_{K1} \ll T \ll T_{K2}$ においてスペクトルのベキ異常に加えて対数補正が生じることが、後の式(5.24)と同様にして示される。詳しくは後ほど議論する。

これまで、SU(2)カレント代数を援用して吸収スペクトル端異常の低エネルギー物理を議論してきた。この解析は外部から磁場がかかっていると直接は使えないが、第4章と同様にして近藤モデルの厳密解 [85, 86] を用いて有限サイズ補正から、磁場中での境界次元 Δ_s を計算することができる。[95] その時の解析を用いると境界次元は、

$$\Delta_s = n_{\text{imp}}^2, \quad n_{\text{imp}} = \int_{-\infty}^{\Lambda_0} \sigma_{\text{imp}}(\Lambda) d\Lambda \quad (5.20)$$

と得られる。ここで擬運動量のカットオフ Λ_0 は外部磁場 H と $\Lambda_0 = -1/J + (1/\pi) \ln(\sqrt{2}T_H/H)$ の関係がある。また、 σ_{imp} は次の積分方程式の解として得られる。

$$\sigma_{\text{imp}}(\Lambda) = \frac{1}{2\pi[(\Lambda + 1/J)^2 + 1/4]}$$

$$-\int_{-\infty}^{\Lambda_0} \frac{1}{\pi[(\Lambda - \Lambda')^2 + 1]} \sigma_{\text{imp}}(\Lambda') d\Lambda' \quad (5.21)$$

このようにして得られた吸収スペクトルの臨界指数の磁場依存性を図 5.8 に示す。\$H = 0\$

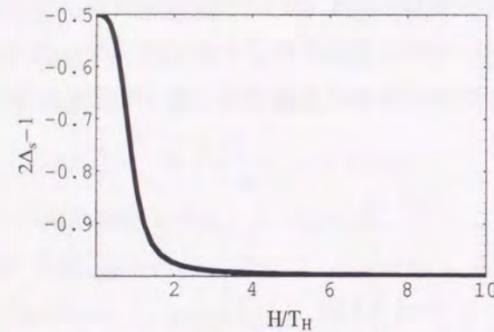


図 5.8: 臨界指数 $2\Delta_s - 1$ の磁場依存性。ここで T_H は文献 [85, 86] で定義された磁場に対する近藤温度である。

ではカレント代数を用いて得られた $\Delta_s = 1/4$ という結果を再現していることがわかる。

ここで、今まで H_{eff} において無視してきた $V_{\alpha P}$ のポテンシャル散乱項の効果を考える。ポテンシャル散乱により、今までのスピン自由度に対する臨界現象だけでなく電荷自由度に対しても考慮する必要がでてくる。低エネルギーの臨界現象に着目している限り、ハミルトニアンはスピンと電荷部分が分離しているので、スピン自由度に関して得られた結果を変更することなく電荷自由度によるべき異常 $t^{-2\Delta_c}$ [96, 97] が $G(t)$ に付加されることになる。電荷自由度の境界次元 Δ_c はポテンシャル散乱の位相シフトの 2 乗に比例している。これによって臨界指数に $2\Delta_c$ が加わるので、スペクトルのべき発散が抑えられる。又 Δ_c は磁場にはほとんど依存しないと考えられるので、実験的に吸収スペクトルの臨界指数の磁場依存性が測定されたなら、図 5.8 で示したように光誘起された近藤効果による結果であると考えられる。

5.4.2 $J_{K1} < 0$ かつ $J_{K2} > 0$ の場合

次に、領域 $J_{K1} < 0$ かつ $J_{K2} > 0$ すなわち、図 5.9(a) に示すように一方の近藤相互作用が強磁性的で、もう一方が反強磁性的な場合の解析を進める。この場合不純物スピン S_1 は強磁性的な相互作用のため、光励起されてから長時間たった固定点ではリード線の伝導電子と分離してしまう。一方で S_2 は反強磁性的な相互作用のために完全に遮蔽されている。この状況は前節で議論したように、近藤温度が著しく異なるために

一方のスピンが完全に遮蔽されていても、もう一方のスピンからみると十分高温である中間的な温度領域 $T_{K1} \ll T \ll T_{K2}$ の場合と少し似ている。ここで図 5.9(a) に示すように、不純物スピン S_1 と S_2 の間にフント結合が働いているなら、これらのスピンは有効的に合成されたスピン三重項を形成する。この時、一方の伝導電子 ($\alpha = 2$) だけが遮蔽しているので、アンダースクリーニング近藤系が生じることになる。[84] このシステムの固定点に対して図 5.9(b) にあるように、分離した不純物スピン S_1 はくりこまれたカレント \mathcal{J}_{2L}^a と、 $\lambda_3 \mathcal{J}_{2L}^a(t) S_1^a$ のように強磁性的に s-d 相互作用することが知られている。[84, 104] 不純物が分離すると $\langle U_1(t) U_1^\dagger(0) \rangle \sim \text{const.}$ となるが、この有効的

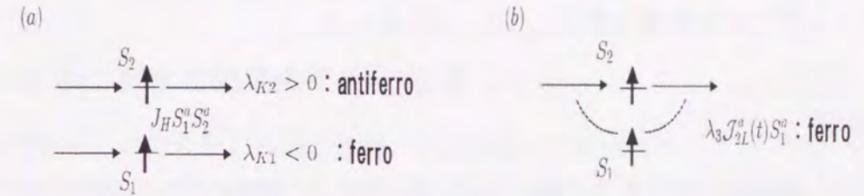


図 5.9: (a) $\lambda_{K\alpha} = 4\pi J_{K\alpha}/v_F$ はスケールされた近藤相互作用。光励起直後のモデルとして、スピン S_1 は強磁性的に一方スピン S_2 は反強磁性的に遮蔽され、それらの不純物スピンのフント結合している。(b) 長時間たったときの固定点近傍の様子。スピン S_1 は伝導電子から分離しスピン S_2 は完全に遮蔽されている。これらのスピン間のフント結合により、分離したスピン S_1 に有効的な強磁性 s-d 交換相互作用が働いている。

な相互作用はくりこみ群の用語で marginally irrelevant となり、 $\langle U_2(t) U_2^\dagger(0) \rangle$ の長時間の振る舞いに影響する。固定点近傍でのこの効果をくりこみ群の Callan-Symanzik 方程式を解くことによって見積もってみる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial \ln t} + 2\gamma_2 - \beta_2 \frac{\partial}{\partial \lambda_2} - \beta_3 \frac{\partial}{\partial \lambda_3} \right) \langle U_2(t) U_2^\dagger(0) \rangle = 0 \quad (5.22)$$

ここで β_2 は $\lambda_2 U_2$ に対するベータ関数であり、 β_3 はフント結合から生じた有効的な強磁性相互作用 $\lambda_3 \mathcal{J}_{2L}^a(t) S_1^a$ に対するベータ関数である。対応するスケーリング方程式は

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{d\lambda_2}{d \ln t} = \frac{3}{4} \lambda_2 + \frac{1}{4} \lambda_2 \lambda_3, \\ \beta_3 &= \frac{d\lambda_3}{d \ln t} = \lambda_3^2 + \frac{1}{4} \lambda_2^2 \end{aligned} \quad (5.23)$$

と求められ、また $\gamma_2 \simeq 1 - \frac{\partial \beta_2}{\partial \lambda_2}$ である。これらの方程式を解くことによって、leading-order の寄与を見積もると、

$$\langle U_2(t)U_2^\dagger(0) \rangle \propto \sqrt{\frac{\ln t}{t}} \quad (5.24)$$

という、前節で計算した $1/\sqrt{t}$ のべき異常だけでなく対数補正が付加された結果を得る。従って吸収スペクトルは

$$I(\omega) \propto \sqrt{\frac{1}{\omega - \Delta} \ln \left(\frac{1}{\omega - \Delta} \right)} \quad \text{for } 0 < \omega - \Delta < T_{K2} \quad (5.25)$$

と求められる。フント結合から有効的に生じた、marginally irrelevant な強磁性 s-d 相互作用によってこの対数補正項生じることがわかった。

5.5 結言

本章では、偶数個の電子をもつ量子ドット系に対して光誘起された近藤効果による吸収スペクトル端の異常を明らかにした。光励起された状態での近藤相互作用は、反強磁性的にも強磁性的にもなることがわかった。ドット系のミクロスコピックなパラメータによって生じるそれらの状況に応じて、様々なスペクトル端の臨界的な振る舞いを調べた。量子ドット系のパラメータや外部磁場を適切に制御することによってこれらのスペクトル端異常を実験的に観測することは、非常に興味深いことである。従来では、量子ドット系の近藤効果に対して輸送量を中心とした研究が行われてきたが、本研究の成果に基づき光学測定という新しい側面からの研究が展開されることが期待される。

さらに、この研究を通じてより一般的に、光による励起状態で生じた電子相関効果を考慮することの重要性が明らかにされた。このような電子相関をより詳しく解析していくためには、より強い強度の光を照射した時の非線形現象に対しても系統的な研究を行う必要がでてくる。このような相関効果に着目した研究は現在進められつつある。

第6章 総括

本論文では、1次元量子臨界現象に顕著に現れる、光誘起された電子相関の効果을明らかにするために理論的な研究を行った。以下、各章で得られた結果を要約することにより、この新しい視点からの解析による成果を示し、本論文を総括する。次に今後の課題と展望について述べる。

6.1 各章における結果の要約と成果

序論において研究背景、目的と意義、及び本論文の構成について述べた。まず研究背景について要約する。現在、光を用いた研究によって、新しい物性現象を探索する試みが集中的に行われつつある。光励起された系での電子間相互作用の効果にとくに注目が集まり、理論と実験の両側面から活発に研究が行われている。量子揺らぎの効果や電子相関が重要な低次元系に対する解析が進められており、とくに実際に作成されるようになってきた様々な1次元量子系に対する研究が精力的に行われている。

従来より光電子放出や光吸収により測定される系の動的な性質を解明することは、物性物理の基本的な課題となっている。とくに1次元量子系の低エネルギー領域の物理において、光誘起された電子相関の効果が非常に顕著に現れる。1次元系における動的な応答に対して、このような視点からの系統的な解析は行われてこなかったため、光によるスペクトルの新しい視点からの解析は重要となっている。

以上のような背景に基づき、1次元量子系の光誘起された電子相関の効果を明らかにするために、量子臨界現象に注目した理論的な解析を行った。このような効果を解析したことによる成果として、1次元量子系の光によるスペクトルに対して、新しい視点からの知見が得られた。さらにそれらに基づき理論的な提案も行った。以下、各章ごとに具体的な成果を述べる。

第2章では、1次元モット絶縁体の光電子スペクトルの低エネルギー物理に現れる、光誘起された電子間相互作用の効果を解析した。モット絶縁体の性質に基づいて、様々

な低エネルギー物理を考えるために、軌道縮退やスピン間相互作用の異方性がある場合を考察した。これらの性質を通じて、動的に生じた相互作用の効果を、様々な角度から明らかにした。モット絶縁体の光電子放出の臨界現象を理解する上で重要な点は、「1次元系で粒子のような素励起が1つ動的に生じ、それらが系の異なる粒子を散乱し、低エネルギー物理に寄与する」と、まとめることができることができた。この視点に立つことによって、スピン励起にギャップをもち電荷励起にはギャップのない系へも、モット絶縁体の成果を応用することができた。さらに一般的な議論として、朝永-Luttinger 液体中の動く不純物問題との関連について述べた。光によって誘起された相関効果に普遍的な性質について議論した。得られた多くの結論は、光誘起された相関効果に対する理論的な解析を進めていく際の土台を与えている。

第3章では、第2章での成果を応用して、1次元ハーフフィルドのハバードモデルを用いて、モット絶縁体の動的な電荷密度相関関数に臨界現象が現れることを明らかにした。この臨界的な振る舞いは、電荷とスピンの間に動的に生じた終状態相互作用が、スピンの低エネルギー励起を誘起する事実起因していることを示した。その結果として、運動量に依存した赤外発散がスペクトルに現れた。さらに、モット絶縁体に粒子-正孔対が励起された状態が、朝永-Luttinger 液体中の動く不純物のクラスに属することを指摘した。光電子放出の場合と異なり、粒子-正孔対が2粒子励起であるので、「2つの動く不純物」を含む。その結果として、2つの異なる最低エネルギー分散が現れ、それに応じてスペクトル端異常も異なることを議論した。

モット絶縁体の粒子-正孔対励起という、スピンシングレットを保った高いエネルギーが必要な現象において、スピンの低エネルギー励起が決定的に重要な役割を果たしていることを明らかにしたことによって、光励起された1次元モット絶縁体の新しい特徴を見出した。

第4章では、より発展的な研究として、光電子分光又は逆光電子分光によって、完全に遮蔽された基底状態からマルチチャネル近藤効果が光誘起されることを提案した。光電子スペクトルの低エネルギー物理の解析を通じて、スペクトルにベキ異常が現れることを示した。この赤外発散は、動的に生じたマルチチャネル近藤効果に、典型的な磁場依存性によって決定されていることを示した。さらに、本章で提案した現象は、不純物を含まない一様な量子スピン鎖でも見出されることを指摘した。この場合、光電子放出に伴い動く近藤不純物が動的に生成され、その結果として運動量に依存した

臨界指数が得られた。

光誘起された電子相関の興味深い側面として、スピンと直接相互作用しない光によって、スピン相関が誘起されることが明らかとなった。このスピン相関によるダイナミクスが、希薄磁性合金だけではなく量子スピン系などでも現れることが示されたことによって、本研究で提案した光誘起近藤効果という視点は、近藤効果に対する光による新しい研究の土台を与えていることがわかる。

第5章においては、第4章での成果を発展させることによって、偶数個の電子をもつ量子ドット系の吸収スペクトルにおいて、光誘起された近藤効果が非常に重要となることを見出した。電子が偶数個つまった量子ドット系の基底状態において、近藤効果は期待できないが、光励起された状態で2つの近藤相互作用が生じることがわかった。ドット系のミクロスコピックなパラメータによって、これらの近藤相互作用は、反強磁性的か強磁性的になることを示した。それらに応じて、スペクトル端に現れる様々な臨界的な振る舞いを明らかにした。

広くメゾスコピック系で成功を収めてきた光学測定を用いて、量子ドット系の近藤効果を議論する研究はまだ少ない。その中で本章での成果は、第4章での成果に基づいた典型的な研究例として、ドット系の近藤効果に対して光を用いた新しい研究の可能性を切り開いている。

本論文では、1次元量子系の動的な応答に現れる、光誘起された電子相関の効果を量子臨界現象を通じて解析してきた。光によって系に相互作用が突如生成されるために外場はたんなる測定手段であるだけでなく、対象となる系の性質にも影響してしまうことになる。これらが複雑に絡み合った結果が、光によるスペクトルに現れてくることになる。このような新しい視点からの系統的な解析は、本研究によってはじめられたばかりである。今後も様々な系において、このような視点からの解析が重要となってくると考えられる。

6.2 今後の課題と展望

今までの成果にも示したように、光励起された現象には相互作用による興味深い物理が現れてくる。本論文では、光吸収などによって測定される系の動的な応答を解析した。それだけでなく序論でも述べたように、より一般的な非線形応答に対する研究

も活発に行われている。これらの研究においては光を従来のように測定手段として用いることは対照的に、光は物質の状態を制御するための手段という、より積極的な意味を持っている。これは光誘起現象という枠組みでの研究であり、本質的に非平衡系での多体効果により生じる現象を取り扱っている。

非平衡系での電子相関効果に対する研究として、半導体量子ドット系における時間に依存した近藤効果の研究などがある。現在、これらの新しいテーマは急速な広がりを見せ多くの成果が出されつつある。従って、一般的に対象となる系を時間に依存した電子相関を通じて、非平衡系での性質を明らかにしていくという発展的な問題設定は非常に意義のあることだと考えられる。現在研究が進められ多くの成果が蓄積されてきた量子ゆらぎや電子相関が重要な系を、この視点から系統的に研究を進めていくことは斬新な方向性であると考えられる。

付録 共形場の理論における 相関関数と有限サイズスケーリング法

共形場の理論 (Conformal Field Theory: CFT) とは、共形不変性をもつ2次元場の理論のことである。それは、元々素粒子物理の分野で弦理論の基礎として発展してきた。又、重力の量子論を建設するために超対称性をもつ共形場の理論が応用されたり、Virasoro 代数を通じて共形場の理論と代数幾何学や整数論など現代数学の問題が深く関わっていたり、豊富な物理的、数学的な構造をもっていることが明らかにされてきた。共形場の理論の先駆的な仕事として Polyakov の研究 [127] がある。その後 Belavin-Polyakov-Zamolodchikov らは、2次元での共形不変性が無限次元の対称性となっていることの重要性を指摘し、その事実を深く掘り下げて2次元共形場の理論を定式化した。[49]

この付録ではとくに、本論文の各章で用いた臨界現象の解析法について要約する。具体的には、2点相関関数を共形 Ward 恒等式から導き、さらにその臨界指数を実際に計算するための基礎である、有限サイズスケーリング法について説明する。共形場の理論のテキストとして文献 [128] を及び、1次元量子系への応用として文献 [129] を参照した。

共形 Ward 恒等式と相関関数

場の理論において座標変換をひき起こす生成子は、ストレステンソル $T_{\mu\nu}(r)$ ($\mu, \nu = 1, 2$) によって与えられる。無限小座標変換 $r_\mu \rightarrow r_\mu + \varepsilon_\mu(r)$ のもとで、作用 S の変化分は

$$\delta S = - \int \frac{d^2 r}{2\pi} T_{\mu\nu}(r) \partial_\mu \varepsilon_\nu(r) \quad (6.1)$$

と与えられる。

一方、場 A_i の N 点相関関数 $\langle A_1(r_1) \cdots A_N(r_N) \rangle$ を考える。無限小座標変換のも

とで、

$$\sum_{i=1}^N \langle A_1 \cdots \delta_\epsilon A_{r_i} \cdots A_N \rangle + \int \frac{d^2y}{2\pi} \partial_\mu \epsilon_\nu(y) \langle T_{\mu\nu}(y) A_1 \cdots A_N \rangle = 0 \quad (6.2)$$

と変化する。ここで δ_ϵ は Lie 微分である。これが Ward 恒等式と呼ばれる場の理論における基本式で、ここでの解析の出発点である。この Ward 恒等式に基づいて、共形場の理論に基本的な場である、プライマリー場に関する N 点相関関数を考える。

ここで、座標を $z = r_1 + ir_2$, $\bar{z} = r_1 - ir_2$ によって、2次元の複素平面へと移す。任意の共形変換 $z \rightarrow w(z)$, $\bar{z} \rightarrow \bar{w}(\bar{z})$ に対して、複素テンソルとして変換する場をプライマリー場と定義する。このプライマリー場とはスケール演算子の中でも基本的な役割を果たす。

$$\phi(z, \bar{z}) = \left(\frac{dw}{dz} \right)^\Delta \left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{z}} \right)^{\bar{\Delta}} \tilde{\phi}(w, \bar{w}) \quad (6.3)$$

共形次元 Δ , $\bar{\Delta}$ の重要性と物理的な意味は後ほど説明する。式 (6.3) は多点相関関数の共変的な変換性を表す。

$$\begin{aligned} & \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \\ &= \prod_{j=1}^N \left(\frac{dw_j}{dz_j} \right)^{\Delta_j} \left(\frac{d\bar{w}_j}{d\bar{z}_j} \right)^{\bar{\Delta}_j} \langle \tilde{\phi}_1(w_1, \bar{w}_1) \cdots \tilde{\phi}_N(w_N, \bar{w}_N) \rangle \end{aligned} \quad (6.4)$$

理論に並進、回転、スケール不変性があると、ストレステンソルは、正則な部分 $T(z) \equiv (T_{11} - T_{22} - 2iT_{12})/4$ と反正則な部分 $\bar{T}(\bar{z}) \equiv (T_{11} - T_{22} + 2iT_{12})/4$ に分離する。そのもとで2つの独立なストレステンソルはそれぞれ、正則または反正則な共形変換の生成子となっている。従って、以下での議論はとくに、正則な部分に注目した解析を進める。反正則な部分に対しても全く同様な解析を行うことができる。 $\epsilon(z) = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ とし、正則部分の無限小共形変換 $z \rightarrow z + \epsilon(z)$ を考える。このもとで、場 $\phi(z, \bar{z})$ に対して、正則部分の Lie 微分を考えると、式 (6.3) より

$$\begin{aligned} \delta_\epsilon \phi(z, \bar{z}) &= \tilde{\phi}(z, \bar{z}) - \phi(z, \bar{z}) \\ &= \left(\Delta \epsilon'(z) + \epsilon(z) \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi(z, \bar{z}) \end{aligned} \quad (6.5)$$

を得る。次に多点相関関数に対する正則部分の Lie 微分を考えると、

$$\delta_\epsilon \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^N \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \delta_\epsilon \phi_i(z_i, \bar{z}_i) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\Delta_i \epsilon'(z_i) + \epsilon(z_i) \frac{\partial}{\partial z_i} \right) \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \end{aligned} \quad (6.6)$$

となる。この第3行を積分形式に書きなおすと、

$$\begin{aligned} & \text{3rd line of (6.6)} \\ &= \oint_C \frac{dz}{2\pi i} \epsilon(z) \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta_i}{(z - z_i)^2} + \frac{1}{z - z_i} \frac{\partial}{\partial z_i} \right) \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \end{aligned} \quad (6.7)$$

となる。積分経路 C は $z_1 \cdots z_N$ を含む。又、正則部分の無限小共形変換のもとの、式 (6.2) の Ward 恒等式は、

$$\begin{aligned} & \delta_\epsilon \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \\ &= \oint_C \frac{dz}{2\pi i} \epsilon(z) \langle T(z) \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。この変形の際に、ストレステンソルに対して、並進と回転及びスケール不変性であることの性質を用い、 ϵ_μ に対して共形変換であることを反映して、Cauchy-Riemann の関係式を用いた。従って式 (6.7) と式 (6.8) を比べると、 $\epsilon(z)$ は任意なので次の共形 Ward 恒等式が導かれる。

$$\begin{aligned} & \langle T(z) \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta_i}{(z - z_i)^2} + \frac{1}{z - z_i} \frac{\partial}{\partial z_i} \right) \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle \end{aligned} \quad (6.9)$$

共形次元とセントラルチャージの間に特別な関係式がある場合、プライマリー場を頂点とする Verma モジュールのレベル N に、null 状態 (又は特異ベクトル) が現れ、縮退が生じる。[130, 131] このような null 状態を消去することにより、Virasoro 代数の縮退表現が得られる。この時、null 状態をうまく利用することで、式 (6.9) の共形 Ward 恒等式から、 N 点相関関数が従う確定特異点型の線形微分方程式を導くことができる。積分公式の形で、その方程式の解を直接構成する方法も見出されている。[132] ここではとくに、1次元系への応用上重要な2点相関関数を、この恒等式から導かれる微分方程式を解くことにより求める。

共形変換のなかでも特に1次分数変換 $z \rightarrow w_p(z)$ を考え、次式で準プライマリー場というものを定義する。

$$\psi_a(z, \bar{z}) = \left(\frac{dw_p}{dz} \right)^{\Delta_a} \left(\frac{d\bar{w}_p}{d\bar{z}} \right)^{\bar{\Delta}_a} \tilde{\psi}(w_p, \bar{w}_p) \quad (6.10)$$

次に、正則部分の無限小1次分数変換を考える。

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_{-1} + \varepsilon_0 z + \varepsilon_{+1} z^2 \quad (6.11)$$

ε_{-1} は無限小座標変換、 $\varepsilon_0 z$ は1様な無限小スケール変換、 $\varepsilon_{+1} z^2$ は局所的な無限小スケール変換(特殊共形変換)を表す。この時ストレステンソルは、

$$T(z) = z^{-1} L_{-1} + z^{-2} L_0 + z^{-3} L_1 \quad (6.12)$$

となる。Virasoro 演算子は、3つの無限小変換に対応して3種類しかない。それぞれ、 L_{-1} は並進の生成子、 L_0 は1様なひきのぼしの生成子、 L_1 は局所的なひきのぼしの生成子である。これらの変換に対して、真空状態が $L_s |0\rangle = 0$, $\langle 0|L_s = 0$ ($s = 0, \pm 1$) を満たすなら(このような真空を $sl(2, \mathbb{C})$ 真空という)、式(6.9)より

$$\sum_{i=1}^N \Delta_i (\varepsilon_0 + 2\varepsilon_{+1} z_i) + (\varepsilon_{-1} + \varepsilon_0 z + \varepsilon_{+1} z^2) \frac{\partial}{\partial z_i} \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle = 0 \quad (6.13)$$

を得る。 ε は任意なので、共形 Ward 恒等式を次の微分方程式の形にまとめることができる。

$$\Lambda_s \langle \phi_1(z_1, \bar{z}_1) \cdots \phi_N(z_N, \bar{z}_N) \rangle = 0, \quad (s = 0, \pm 1) \quad (6.14)$$

Λ_s とは、次式で定義される演算子である。

$$\Lambda_{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial z_i}, \quad \Lambda_0 = \sum_{i=1}^N \left(z_i \frac{\partial}{\partial z_i} + \Delta_i \right), \quad \Lambda_1 = \sum_{i=1}^N \left(z_i^2 \frac{\partial}{\partial z_i} + 2z_i \Delta_i \right) \quad (6.15)$$

反正則部分に対しても、同じ形の微分方程式が成り立つ。

ここで、2点相関関数 F を考える。

$$F = \langle \psi_a(z_1, \bar{z}_1) \psi_b(z_2, \bar{z}_2) \rangle \quad (6.16)$$

正則、反正則部分に対する微分方程式が分離しているので、相関関数も正則、反正則部分に分離する。

$$F = G(z_1, z_2) \bar{G}(\bar{z}_1, \bar{z}_2) \quad (6.17)$$

とくに正則部分 $G(z_1, z_2)$ を、式(6.14)の微分方程式を解くことによって求める。まず、

$$\Lambda_{-1} G = \left(\frac{\partial}{\partial z_1} + \frac{\partial}{\partial z_2} \right) G = 0 \quad (6.18)$$

より、

$$G(z_1, z_2) = G(z_1 - z_2) \quad (6.19)$$

を得る。この微分方程式は、無限小座標変換に対する不変性から導かれたものだったので、その解として相関関数が座標の差の関数となっている。次に、

$$\Lambda_0 G = \left(z_1 \frac{\partial}{\partial z_1} + \Delta_a + z_2 \frac{\partial}{\partial z_2} + \Delta_b \right) G(z_1 - z_2) = 0 \quad (6.20)$$

より

$$G(z_1 - z_2) = \frac{\text{const}}{(z_1 - z_2)^{\Delta_a + \Delta_b}} \quad (6.21)$$

を得る。このべき型の解は、系にスケール不変性があることを反映している。最後に、

$$\Lambda_1 G = \left(z_1^2 \frac{\partial}{\partial z_1} + 2z_1 \Delta_a + z_2^2 \frac{\partial}{\partial z_2} + 2z_2 \Delta_b \right) G = 0 \quad (6.22)$$

より

$$(\Delta_a - \Delta_b)(z_1 - z_2) G(z_1 - z_2) = 0 \quad (6.23)$$

を得る。従って、 $\Delta_a = \Delta_b$ でなくてはならないことがわかる。以上より正則部分の2点相関関数は、

$$G(z_1, z_2) = \frac{\delta_{ab}}{(z_1 - z_2)^{\Delta_a + \Delta_b}} \quad (6.24)$$

と完全に決定することができる。反正則部分に対しても同様な解析を進めることによって、2点相関関数 F は次式のように得られる。

$$\langle \psi_a(z_1, \bar{z}_1) \psi_b(z_2, \bar{z}_2) \rangle = \frac{\delta_{ab}}{(z_1 - z_2)^{\Delta_a + \Delta_b} (\bar{z}_1 - \bar{z}_2)^{\bar{\Delta}_a + \bar{\Delta}_b}} \quad (6.25)$$

準プライマリ場に対するこの結果は、3つの対称性から導かれたものであるが、より高い無限次元の対称性のもとでのプライマリ場に対しても成立する。このように、共形 Ward 恒等式から2点相関関数を求めることができる。共形次元 $\Delta, \bar{\Delta}$ が、臨界指数を決定していることがわかる。具体的な系の臨界現象を解析する際に、臨界指数を見積もることは非常に重要である。しかし、この解析では共形次元 $\Delta, \bar{\Delta}$ は、単にパラメータでしかない。そこで具体的な系において、共形次元をどのようにして求めることができるのかを次に説明する。

有限サイズスケールリング法

以下では共形場の理論から開発された、応用上最も重要な手法である有限サイズスケールリング法 [50] について説明する。これはエネルギーと運動量の固有値から共形次元を計算できる強力な方法論である。

まず、次の共形変換 (正則部分のみ) を考える。

$$z \rightarrow w = \frac{L}{2\pi} \log z \quad (6.26)$$

この時、プライマリー場の 2 点相関関数

$$\langle \phi(z, \bar{z}) \phi(z', \bar{z}') \rangle = \frac{1}{(z - z')^{2\Delta} (\bar{z} - \bar{z}')^{2\bar{\Delta}}} \quad (6.27)$$

は、基本的な共形変換則である式 (6.4) の定義に従って、帯上の 2 点相関関数

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\phi}(w, \bar{w}) \tilde{\phi}(w', \bar{w}') \rangle &= \left(\frac{dz}{dw} \right)^{-\Delta} \left(\frac{d\bar{z}}{d\bar{w}} \right)^{-\bar{\Delta}} \left(\frac{dz'}{dw'} \right)^{-\Delta} \left(\frac{d\bar{z}'}{d\bar{w}'} \right)^{-\bar{\Delta}} \langle \phi(z, \bar{z}) \phi(z', \bar{z}') \rangle \\ &= \frac{\left(\frac{\pi}{L} \right)^{2x}}{\left(\sinh \left(\frac{\pi}{L} \right) (w - w') \right)^{2\Delta} \left(\sinh \left(\frac{\pi}{L} \right) (\bar{w} - \bar{w}') \right)^{2\bar{\Delta}}} \end{aligned} \quad (6.28)$$

に写される。 x はスケールリング次元と呼ばれている量で、共形次元と $x = \Delta + \bar{\Delta}$ の関係がある。ここで、

$$\left(\sinh \left(\frac{\pi}{L} \right) (w - w') \right)^{-2\Delta} = 2^{2\Delta} \sum_{N=0}^{\infty} a_N e^{-\frac{2\pi}{L}(w-w')(\Delta+N)}, \quad \left(a_N = \frac{\Gamma(2\Delta + N!)}{\Gamma(2\Delta)N} \right) \quad (6.29)$$

と展開できるので、

$$\langle \tilde{\phi}(w, \bar{w}) \tilde{\phi}(w', \bar{w}') \rangle = \sum_{N, \bar{N}=0}^{\infty} a_N a_{\bar{N}} e^{-\frac{2\pi}{L}(x+N+\bar{N})(t-t')} e^{-\frac{2\pi}{L}(s+N-\bar{N})(x-x')} \quad (6.30)$$

を得る。 $x = \Delta + \bar{\Delta}$ はスケールリング次元であり、 $s = \Delta - \bar{\Delta}$ はスピンである。

この結果を異なる点から見直してみる。帯上でのプライマリー場は、1次元系での演算子として、ハミルトニアン \hat{H} と運動量 \hat{P} を用いて次のように表すことができる。ただし時間を虚時間表示している。

$$\tilde{\phi}(w, \bar{w}) = \tilde{\phi}(x, t) = e^{+\hat{H}t} e^{-i\hat{P}x} \tilde{\phi}(0) e^{i\hat{P}x} e^{-\hat{H}t} \quad (6.31)$$

さらに $|n\rangle$ を \hat{H} と \hat{P} の固有状態とすると

$$\langle \tilde{\phi}(w, \bar{w}) \tilde{\phi}(w', \bar{w}') \rangle = \sum_n |\langle 0 | \tilde{\phi}(0) | n \rangle|^2 e^{-(E_n - E_0)(t-t')} e^{-i(P_n - P_0)(x-x')} \quad (6.32)$$

と展開できる。式 (6.30) と式 (6.32) を比べると、次の関係式を読み取ることができる。

$$\begin{aligned} E_n - E_0 &= \frac{2\pi}{L}(x + N + \bar{N}) \\ P_n - P_0 &= \frac{2\pi}{L}(s + N - \bar{N}) \end{aligned} \quad (6.33)$$

このようにスケールリング次元 x とスピン s が、励起エネルギー $E_n - E_0$ や励起運動量 $P_n - P_0$ に現れている。さらに、 $x = \Delta + \bar{\Delta}$ と $s = \Delta - \bar{\Delta}$ という関係式から、共形次元を求めることができる。これはプライマリー状態 $(\Delta, \bar{\Delta})$ を頂点にもつ共形タワー構造に他ならない。各セカンダリー状態のレベルに相当する非負の整数 N, \bar{N} は、物理的に励起エネルギーの一部として現れている。

この結果を別な側面から再考する。周期境界条件を課すと、シリンダー上でのハミルトニアンと運動量は次式で定義される。

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \int_0^L \frac{dx}{2\pi} (T_{cyl}(w) + \bar{T}_{cyl}(\bar{w})) \\ \hat{P} &= \int_0^L \frac{dx}{2\pi} (T_{cyl}(w) - \bar{T}_{cyl}(\bar{w})) \end{aligned} \quad (6.34)$$

シリンダー上でのストレステンソル $T_{cyl}(w)$ は、変換則

$$T(z) = \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 T_{cyl}(w) + \frac{c}{12} \{w, z\} \quad (6.35)$$

に従い変化する。第 2 項が量子異常の効果であり、 $\{w, z\}$ は Schwartz 微分と呼ばれ、次式で定義される。

$$\{w, z\} \equiv \frac{d^3 w}{dz^3} / \frac{dw}{dz} - \frac{3}{2} \left(\frac{d^2 w}{dz^2} \right)^2 / \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 \quad (6.36)$$

したがって、

$$\begin{aligned} T_{cyl}(w) &= \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 [T(z)z^2 - \frac{c}{24}] \\ &= \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \sum_{n \in \mathbb{Z}} \exp \left(\frac{2\pi n}{L} \right) w \left(L_n - \frac{c}{24} \delta_{n,0} \right) \end{aligned} \quad (6.37)$$

より、ハミルトニアンと運動量は Virasoro 演算子を用いて、次のように書くことができる。

$$\hat{H} = \left(\frac{2\pi}{L} \right) (L_0 + \bar{L}_0) - \frac{\pi c}{6L}$$

$$\hat{P} = \left(\frac{2\pi}{L}\right)(L_0 - \bar{L}_0) \quad (6.38)$$

すなわち、 \hat{H}, \hat{P} の固有状態は $L_0 + \bar{L}_0$ と $L_0 - \bar{L}_0$ の固有状態に一対一に対応する。また (L_0, \bar{L}_0) の固有状態は、共形次元 $(\Delta + N, \bar{\Delta} + \bar{N})$ をもつスケールリング演算子に対応する。このように、2次元でひきのぼし演算子 $(L_0 + \bar{L}_0)$ やスピンの演算子 $(L_0 - \bar{L}_0)$ などは、シリンダー上での (1+1) 次元系でのハミルトニアンや運動量に対応していることがわかる。この事実からも、式 (6.33) と同様の結果が得られる。以上より2点相関関数の共形次元は、この有限サイズスケールリング法より、システムサイズ L のシリンダー上での励起エネルギーと励起運動量より読み取ることができる。

さらにシリンダー上での基底エネルギーの補正は次式となる。

$$E_0 = -\frac{\pi c}{6L} \quad (6.39)$$

このようにセントラルチャージ c が、基底エネルギーの有限サイズ補正として現れる。この補正を実際に求めることにより、セントラルチャージ c を求めることができ、臨界現象が分類される。トーラス上の分配関数のモジュライ不変性に対する考察から、2次元古典系の臨界現象のユニバーサリティクラスは、完全に分類されている。例えば、Ising モデルの臨界現象は $c = 1/2$ であり、3状態 Potts モデルの臨界現象は $c = 4/5$ などが知られている。また、朝永-Luttinger 液体のクラスは、 $c = 1$ のガウシアンユニバーサリティクラスである。

以上まとめると、スケールリング次元 x とスピン s (又は共形次元 $\Delta, \bar{\Delta}$) は、励起エネルギーと励起運動量を評価することにより得られる。

$$\begin{aligned} E_n - E_0 &= \frac{2\pi v}{L}(x + N + \bar{N}) \\ P_n - P_0 &= \frac{2\pi}{L}(s + N - \bar{N}) \end{aligned} \quad (6.40)$$

1次元量子臨界系への応用を考えて、フェルミ速度 v を導入した。また基底エネルギーの補正よりセントラルチャージ c を求めることができる。

$$E_0 = L\varepsilon_0 - \frac{\pi v}{6L}c \quad (6.41)$$

ε_0 とはバルクのエネルギー密度である。以上の方法を用いて、共形次元とセントラルチャージを見積もることができる。具体的なモデルの臨界現象を解析する際に、バルクな量から臨界指数が計算でき、数値計算による研究にとってもこの解析は非常に有用である。

参考文献

- [1] K. Nasu, ed.: *Relaxations of Excited States and Photo-Induced Structural Phase Transitions* (Springer, 1997).
- [2] S. Koshihara, Y. Tokura, K. Takeda and T. Koda: *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 1148.
- [3] S. Koshihara, Y. Takahashi, H. Sakai, Y. Tokura and T. Luty: *J. Phys. Chem. B* **103** (1999) 2592.
- [4] Y. Ogawa, S. Koshihara, K. Koshino, T. Ogawa, C. Urano and H. Takagi: *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 3181.
- [5] 小川佳宏、腰原伸也、浦野千春、高木英典: *日本物理学会誌* **55** (2000) 357.
- [6] K. Koshino and T. Ogawa: *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** (1999) 2164.
- [7] X. J. Liu, Y. Morimoto, M. Ichida, A. Nakamura and N. Kojima: *Phys. Rev. B* **61** (2000) 20.
- [8] K. Koshino and T. Ogawa: *Phys. Rev. B* **61** (2000) 12101.
- [9] N. Nagaosa and J. Takimoto: *J. Phys. Soc. Jpn.* **55** (1986) 2745.
- [10] P. Huai、溝内秀男、那須奎一郎: *固体物理* **34** (1999) 957.
- [11] B. Dardel, D. Malterre, M. Grioni, P. Weibel, Y. Bear and F. Levy: *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 3144.
- [12] Y. Hwu, P. Almeras, M. Marsi, H. Berger, F. Levy, M. Grioni, D. Malterre and G. Margaritondo: *Phys. Rev. B* **46** (1992) 13624.
- [13] C. Coluzza, H. Berger, P. Almeras, F. Gozzo, G. Margaritondo, L. Forro and Y. Hwu: *Phys. Rev. B* **47** (1993) 6625.
- [14] M. Nakamura, A. Sekiyama, H. Namatame, A. Fujimori, H. Yoshihara, T. Ohtani, A. Misu and M. Takano: *Phys. Rev. B* **49** (1994) 16191.

- [15] S. Sorella and Parola: *J. Phys.: Condens. Matter* **4** (1992) 3589.
- [16] V. Meden and K. Schonhammer: *Phys. Rev. B* **46** (1992) 15753.
- [17] J. Voit: *Phys. Rev. B* **47** (1993) 6740.
- [18] S. Sorella and Parola: *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 4604; *Phys. Rev. B* **57** (1998) 6444.
- [19] J. Voit: *J. Phys.: Condens. Matter* **8** (1996) 779; cond-matt 9711064.
- [20] H. Suzuura and N. Nagaosa: *Phys. Rev. B* **56** (1997) 3548
- [21] T. Fujii, Y. Tsukamoto and N. Kawakami: *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** (1997) 2552; **68** (1999) 151.
- [22] M. Ishihara and M. Ogata: *J. Phys. Soc. Jpn.* **68** (1999) No. 2.
- [23] M. Ogata and H. Shiba: *Phys. Rev. B* **41** (1990) 2326.; M. Ogata, T. Sugiyama and H. Shiba: *ibid.* **43** (1991) 8401.
- [24] K. Penc, K Hallberg, F. Mila and H. Shiba: *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 894.
- [25] K. Penc, K Hallberg, F. Mila and H. Shiba: *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 1390.
- [26] J. Favand, S. Haas, K. Penc, F. Mila and E. Dagotto: *Phys. Rev. B* **55** (1997) R4859.
- [27] K. Penc, K Hallberg, F. Mila and H. Shiba: *Phys. Rev. B* **55** (1997) 15745.
- [28] R. Preuss, A. Muramatsu, W. von der Linden, P. Dieterich, F. F. Assaad and W. Hanke: *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 732.
- [29] S. Haas and E. Dagotto: *Phys. Rev. B* **52** (1995) 14396.
- [30] T. Tohyama and S. Maekawa: *J. Phys. Soc. Jpn.* **65** (1996) 1902.
- [31] M. G. Zacher, E. Arrigoni, W. Hanke and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev. B* **67** (1998) 6370.
- [32] C. Kim, A. Y. Matsuura, Z.-X. Shen, N. Motoyama, H. Eisaki, S. Uchida, T. Tohyama and S. Maekawa: *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 4054; C. Kim, Z.-X. Shen, N. Motoyama, H. Eisaki, S. Uchida, T. Tohyama and S. Maekawa: *Phys. Rev. B* **56** (1997) 15589.

- [33] H. Fujisawa, T. Yokoya, T. Takahashi, S. Miyasaka, M. Kibune and H. Takagi: *Solid State Commun.* in press.
- [34] K. Kobayashi, T. Mizokawa, A. Fujimori, M. Isobe, and Y. Ueda: *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 3132.
- [35] M. Imada, A. Fujimori and Y. Tokura: *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998) 1039.
- [36] Y. Yamashita, N. Shibata and K. Ueda: *Phys. Rev. B* **58** (1998) 9114.
- [37] B. Frischmuth, F. Mila and M. Troyer: *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 835.
- [38] S. Pati, R. Singh and D. I. Khomskii: *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 5406.
- [39] P. Azaria, A. Gogolin, P. Lecheminant and A. Nersesyan: *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 624.
- [40] Y. Yamashita, N. Shibata and K. Ueda: *J. Phys. Soc. Jpn.* **69** (2000) 242.
- [41] C. Itoi, S. Qin and I. Affleck: *Phys. Rev. B* **61** (2000) 6747.
- [42] P. Azaria, E. Boulat and P. Lecheminant: *Phys. Rev. B* **61** (2000) 12112.
- [43] Y. Yamashita, N. Shibata and K. Ueda: *Physica B* **281-282** (2000) 542.
- [44] Y. Tsukamoto, N. Kawakami, Y. Yamashita and K. Ueda: *Physica B* **281-282** (2000) 540.
- [45] K. I. Kugel and D. I. Khomskii, *ZhETF. Red.* **15**, 629 (1972) (*JETP Lett.* **15**, 446 (1972))
- [46] Y. Q. Li, M. Ma, D. N. Shi and F. C. Zhang: *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 3527.
- [47] B. Sutherland: *Phys. Rev. B* **12** (1975) 3795.
- [48] P. Schlottmann: *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 2396.
- [49] A. A. Belavin, A. M. Polyakov and A. B. Zamolodchikov: *Nucl. Phys. B* **241** (1984) 333.
- [50] J. L. Cardy: *Nucl. Phys. B* **270** (1986) 186.
- [51] I. Affleck: *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 746.
- [52] F. Woynarovich: *J. Phys. A* **22** (1989) 4243.
- [53] H. Schulz: *J. Phys. C* **18** (1985) 581.

- [54] H. Asakawa and M. Suzuki: J. Phys. A **29** (1996) 225. A **30** (1997) 3741.
- [55] A. A. Zvyagin and P. Schlottmann: Phys. Rev. B **54** (1996) 15191.
- [56] S. Fujimoto and N. Kawakami: Phys. Rev. B **54** (1996) 5784.
- [57] G. Bedürftig, F. Essler and H. Frahm: Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 5098; Nucl. Phys. B **489** (1997) 697.
- [58] H. Shiroishi and M. Wadati: J. Phys. Soc. Jpn. **66** (1997) 1.
- [59] T. Deguchi and R. Ye: J. Phys. A **30** (1997) 8129.
- [60] H. J. de Vega: J. Phys. A **21**, (1988) L1089; J. Suzuki: J. Phys. A **21**, (1988) L1175.
- [61] A.G. Izergin, V.E. Korepin and N. Yu. Reshetikhin: J. Phys. A **22** (1989) 2615.
- [62] N. M. Bogoliubov, A. G. Izergin and V. E. Korepin: Nucl. Phys. **B275** [FS 17] (1986) 687.
- [63] N. Kawakami and S.-K. Yang: Phys. Lett. A **148** (1990) 359; N. Kawakami and S.-K. Yang: Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 2309; J. Phys. Condensed Matter **3** (1991) 5983.
- [64] H. Frahm and V. Korepin: Phys. Rev. B **42** (1990) 10553.
- [65] Y. Tsukamoto, T. Fujii and N. Kawakami: Phys. Rev. B **58** (1998) 3633; Eur. Phys. J. B **5** (1998) 479.
- [66] T. Itakura and N. Kawakami: J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) 2321.
- [67] R. Z. Bariev: Phys. Rev. B **49** (1994) 1474.
- [68] P. Schlottmann: Phys. Rev. B **36** (1987) 5177.
- [69] P. Bares and G. Blatter: Phys. Rev. Lett **64** (1990) 2567.
- [70] P. Bares, G. Blatter, and M. Ogata: Phys. Rev. B **44** (1991) 130.
- [71] J. Shiraishi, Y. Morita and M. Kohmoto: J. Phys. A **30** (1997) 831; R. Sato: J. Phys. Condens. Matter **8** (1996) 8363.
- [72] T. Ogawa, A. Furusaki and N. Nagaosa: Phys. Rev. Lett. **68**, 3638 (1992).
- [73] 小川哲生、日本物理学会誌 **47**, 570 (1992).

- [74] H. Tsunetsugu, M. Troyer and T. M. Rice: Phys. Rev. B **49** (1994) R16078.
- [75] T. Tohyama, P. Horsh and S. Maekawa: Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 980.
- [76] M. Mori, H. Fukuyama and M. Imada: J. Phys. Soc. Jpn. **63** (1994) 1639; M. Mori, H. Fukuyama: *ibid* **65** (1996) 3604.
- [77] D. Augier, D. Poilblanc, S. Haas, A. Delia and E. Dagotto: Phys. Rev. B **56** (1997) R5732.
- [78] F. Gebhard, K. Bott, M. Sheidler, P. Thomas and S. W. Koch: Phil. Mag. B **75** (1997) 47.
- [79] R. Neudert, M. Knupfer, M. S. Golden, J. Fink, W. Stephan, K. Penc, N. Motoyama, H. Eisaki and S. Uchida: Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 657.
- [80] T. Fujii and N. Kawakami: J. Phys. Soc. Jpn. **68** (1999) 2331.
- [81] E. M. Lieb and F. Y. Wu: Phys. Rev. Lett. **20** (1968) 1445.
- [82] M. Takahashi: Prog. Theor. Phys. **47** (1972) 69; **52** (1974) 103.
- [83] F. Woynarovich: J. Phys. C: Solid State Phys. **15** (1982) 85
- [84] P. Nozières and Blandin, J. Phys. (Paris) **41**, 193 (1980).
- [85] N. Andrei and C. Destri, Phys. Rev. Lett. **52**, 364 (1984),
- [86] A. M. Tsvelik and P. B. Wiegmann, Z. Phys. B **54**, 201 (1984).
- [87] D. L. Cox, Phys. Rev. Lett. **59**, 1240 (1991); D. L. Cox and A. Zawadowski, *Exotic Kondo Effects in Metals*, (Taylor and Francis, 1999).
- [88] P. Schlottmann and P. D. Sacramento, *Adv. Phys.* **42**, 641 (1993).
- [89] I. Affleck and A. W. W. Ludwig, Nucl. Phys. B **352**, 849 (1991).
- [90] I. Affleck and A. W. W. Ludwig, Nucl. Phys. B **360**, 641 (1991).
- [91] I. Affleck and A. W. W. Ludwig, Phys. Rev. Lett. **67**, 161 (1991).
- [92] A. W. W. Ludwig and I. Affleck, Phys. Rev. Lett. **67**, 3160 (1991); I. Affleck and A. W. W. Ludwig, Phys. Rev. B **48**, 7397 (1993).
- [93] C. L. Seaman et.al., Phys. Rev. Lett. **67**, 2882 (1991).
- [94] J. L. Cardy, Nucl. Phys. B **324**, 581 (1989).

- [95] T. Fujii and N. Kawakami, *Physica B* **281**, 406 (2000).
- [96] K. D. Schotte and U. Schotte, *Phys. Rev.* **182**, 479 (1969).
- [97] I. Affleck and A. W. W. Ludwig, *J. Phys. A: Math. Gen.* **27**, 5375 (1994).
- [98] N. Yu. Reshetikhin, *Lett. Math. Phys.* **7**, 205 (1983).
- [99] A. Klumper and P. A. Pearce, *Physica A* **183**, 304 (1992).
- [100] A. Kuniba, T. Nakanishi and J. Suzuki, *Int. J. Mod. Phys. A* **9**, 5215 (1994); **9**, 5267 (1994).
- [101] S. Fujimoto and N. Kawakami, *Phys. Rev. B* **52**, R13102 (1995).
- [102] A. B. Zamolodchikov and V. A. Fateev, *Sov. Phys. JETP* **62**, 215 (1985).
- [103] A. M. Tselik, *Nucl. Phys. B* **305** [FS23], 675 (1988).
- [104] H. Kusunose and K. Miyake, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, 1180 (1997).
- [105] H. M. Babujian, *Nucl. Phys. B* **215**, 317 (1983).
- [106] I. Affleck and F. D. M. Haldane, *Phys. Rev.* **B36**, 5291(1987).
- [107] H. Frahm, M. P. Pfannmüller and A. M. Tselik, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2116 (1998); H. Frahm, *Nucl. Phys. B* **559**, 613 (1999).
- [108] F. C. Alcaratz and M. J. Martins, *J. Phys. A: Math. Gen.* **22**, 1829 (1989).
- [109] H. Kadowaki, K. Hirakawa and K. Ubukoshi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **52**, 1799 (1983).
- [110] D. Goldhaber-Gordon *et al.*, *Nature (London)* **391**, 156 (1998); D. Goldhaber-Gordon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5225 (1998).
- [111] S. M. Cronenwett, T. H. Oosterkamp, and L. P. Kouwenhoven, *Science* **281**, 540 (1998).
- [112] T. K. Ng and P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1768 (1988).
- [113] L. I. Glazman and M. E. Raikh, *JETP Lett.* **47**, 452 (1988).
- [114] A. Kawabata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **60**, 3222 (1991).
- [115] S. Hershfield, J. H. Davies and L. W. Willkins, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3720 (1991).
- [116] Y. Meir, N. S. Wingreen and P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2601 (1993).

- [117] K. Kikoin and Y. Avishai, *Phys. Rev. B* **62**, 4647 (2000).
- [118] T. Fujii and N. Kawakami, *Phys. Rev. B* in press. (2001).
- [119] T. V. Shahbazyan, I. E. Perakis and M. E. Raikh, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5896 (2000).
- [120] T. Fujii, A. Furusaki, N. Kawakami and M. Sigrist, submitted to *Phys. Rev. Lett.*, cond-mat/0009320.
- [121] T. Inoshita, A. Shimizu, Y. Kuramoto and H. Sakai, *Phys. Rev. B* **48**, 14725 (1993).
- [122] W. Izumida, O. Sakai, and Y. Shimizu, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 2444 (1998).
- [123] A. L. Yeyati and A. M. Rodero, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 600 (1999).
- [124] V. G. Kac, *Infinite dimensional Lie Algebra*, Birkhanser, (Boston 1983).
- [125] V. G. Knizhnik and A. B. Zamolodchikov, *Nucl. Phys. B* **247**, 83 (1984).
- [126] S. Tarucha *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3613 (1996).
- [127] A. M. Polyakov, *Sov. Phys. JETP Lett.* **12**, 381 (1970).
- [128] P. Di Francesco, P. Mathieu and D. Sénéchal, *Conformal Field Theory*, (Springer-Verlag 1997).
- [129] 川上則雄、梁成吉：共形場の理論と1次元量子系 (岩波書店 1997).
- [130] V. G. Kac, *Lecture Notes in Physics* **94**, 441 (1979).
- [131] B. L. Feigen and D. B. Fuchs, *Funct. Anal. Appl.* **16**, 114 (1982).
- [132] VI. S. Dotsenko and V. A. Fateev, *Nucl. Phys. B* **240** [FS 12] 312 (1983).

謝辞

本研究は、川上則雄教授の御指導のもとに大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻において行われたものであります。研究の遂行にあたり、終始懇切丁寧な御指導、御助言を賜りました川上則雄先生に心より感謝し、厚く御礼申し上げます。大阪大学超伝導フォトンクス研究センター教授 萩行正憲先生、大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻助教授 小松雅治先生、大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻講師 菅誠一郎先生、大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻講師 斎藤誠滋先生には、本論文作成にあたり詳しく御検討頂き有益な御教示を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

本論文第5章の研究に際して、京都大学基礎物理学研究所助教授 古崎昭先生と京都大学基礎物理学研究所教授 M. Sigrist 先生には、有益な御議論を頂きました。厚く御礼申し上げます。

共に議論し励ましあった、大学院後期博士課程 塚本康正氏には、第2章の研究を遂行するに当たって、有益な御助言を頂きました。心から御礼申し上げます。大学院後期博士課程 川口晃氏には様々な御助力を頂きました。深く感謝いたします。

良き先輩として御指導、御鞭撻頂きました、名古屋大学大学院工学研究科応用物理学専攻 土浦宏紀氏に深く感謝いたします。

川上研究グループと菅研究グループの諸氏には一方ならぬ御支援、御協力を頂きました。ここに記して感謝いたします。

事務的な手続き等、様々な面で御協力頂きました、荒井ゆかりさん、谷直子さんと中村京子さんには心より感謝いたします。

最後に、本研究を進めるにあたり、日本育英会と日本学術振興会より御支援を賜りました。ここに記して謝意を表します。

研究業績

(i-a) 査読誌 (第1著者のもの)

Critical Properties of Spectral Functions for the 1D Anisotropic t - J Models with an Energy Gap
T. Fujii, Y. Tsukamoto and N. Kawakami,
Journal of the Physical Society of Japan, **66**, 2552 (1997).

Critical Properties in Photoemission Spectra for the One Dimensional Orbitally Degenerate Mott Insulator
T. Fujii, Y. Tsukamoto and N. Kawakami,
Journal of the Physical Society of Japan, **68**, 151 (1999).

Critical Properties in Dynamical Charge Correlation Function for the One Dimensional Mott Insulator
T. Fujii and N. Kawakami,
Journal of the Physical Society of Japan, **68**, 2331 (1999).

Dynamically Induced Multi-Channel Kondo Effect
T. Fujii and N. Kawakami,
Phys. Rev. B, in press (2001).

Edge Singularity for the Optically Induced Kondo Effect in a Quantum Dot
T. Fujii, A. Furusaki, N. Kawakami and M. Sigrist,
submitted to PRL, cond-mat/0009320.

(i-b) 査読誌 (第1著者以外のもの)

Critical behavior of Tomonaga-Luttinger liquids with a mobile impurity
Y. Tsukamoto, T. Fujii and N. Kawakami,
Physical Review B, **58**, 3633 (1998).

Mobile impurity in one-dimensional correlated electron systems
Y. Tsukamoto, T. Fujii and N. Kawakami,
European Physical Journal B, **5**, 479 (1998).

NMR Relaxation Rate for One-Dimensional Multicomponent Spin-Orbital Systems
A. Kawaguchi, T. Fujii and N. Kawakami,
Journal of the Physical Society of Japan, **69**, 3005 (2000).

Magnetic Properties for the One-Dimensional Multicomponent Spin-Gap System
A. Kawaguchi, T. Fujii and N. Kawakami,
submitted to PRB

(ii) 解説

朝永 - Luttinger 液体中の動く不純物
- 量子細線の光吸収とモット系の光電子放出 -
藤井 達也、塚本 康正、川上 則雄:
固体物理 (1999) No. 2, p111

(iii) 国際会議録

The Yamada Conference on SCES99、1998年8月
(Proceedings)
Overscreening Kondo Effect induced by Photoemission
T. Fujii and N. Kawakami,
Physica B: Physics of Condensed Matter, **281**, 406 (2000).

