



Title	Asymptotic Behavior of Solutions to Nonlinear Schrodinger Equations with Long-Range Interaction
Author(s)	和田, 健志
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/43184
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed >大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	和 田 健 志
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 6 4 5 7 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 13 年 6 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 2 項該当
学 位 論 文 名	Asymptotic Behavior of Solutions to Nonlinear Schrödinger Equations with Long-Range Interaction (長距離型相互作用を持つ非線形 Schrödinger 方程式の解の漸近挙動)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 鈴木 貴 (副査) 教 授 松村 昭孝 教 授 西谷 達雄 助教授 磯崎 洋

論 文 内 容 の 要 旨

非線形 Schrödinger 方程式は量子力学における多体問題の近似、あるいはプラズマ物理学やレーザーの理論など数理物理の様々な場面に現れる方程式である。この方程式は空間 1 次元で非線形項が 3 次の場合には完全可積分となり逆散乱法により解の性質が詳細に調べられている。しかし非線形項の小さな摂動に対して安定な理論を作るには関数解析的取り扱いも必要であると考えられる。この方程式の関数解析的方法による取り扱いはここ 20 年あまりの間に大きく進歩し、解の存在定理やその挙動に関する様々な結果が得られている。

非線形 Schrödinger 方程式の解は方程式の分散効果のために時間と共に減衰し、その結果として高次の項は時刻無限大に置いて無視し得るようになるので解は対応する線形方程式のそれに近づくことが予想される。このことは時刻無限大で粒子が遠方に飛びさると相互作用の項は無視しうるからであると考えられる。非線形項にある種の仮定を置くとこの予想が正しいこと、及び線形の場合の Coulomb ポテンシャルに相当する場合を含むような減衰の遅い非線形項のクラスの場合には単純に線形方程式の解に漸近するのではなくて位相のずれが生じることが先行する研究により示されていた。

今回の博士論文では、Hartree 型と呼ばれる非局所的な非線形項を持つ Schrödinger 方程式及び空間 1 次元で 3 次の非線形項をもつ Schrödinger 方程式に対して、解の時間変数に関する漸近展開を、既存の研究で得られている初項のみならず、高次の項まで求める方法を主に考察した。この問題に置いて技術的に困難で数学的、物理的に最も興味があるのが線形の場合の Coulomb ポテンシャルに相当する場合である。本論文では擬共型変換を用いて時刻無限大での解の挙動を調べる問題を時刻 0 の近傍での問題に変換した後、位相のずれを表す関数を今まで用いられていたものより精度の高いもので置き換え、自由粒子の発展作用素の展開を用いて形式的な漸近展開を得た後に関数空間における様々なノルムの評価を用いてこれを正当化するという手法を用いた。また空間 1 次元で非線形項が冪乗型の場合、3 次の非線形項のみでなく、より高次の摂動項がある場合は摂動項の特異性のために技術的困難が生ずるが L^p 理論と L^q 理論を併用することによりこれを克服した。また他にも重み付き L^p 空間における Cauchy 問題の適切性や非線形項の減衰が Coulomb ポテンシャルに相当する場合よりさらに遅い場合の散乱理論についても考察している。

論文審査の結果の要旨

量子力学に従う多体粒子系において、相互作用を平均場でおきかえたものが Hartree-Fock 型の Schrödinger 方程式系であり、それを単独化したものが Hartree 型、非線形項を局所化したものが中型の Schrödinger 方程式である。これらは分散型といわれる方程式の族に含まれ、解はいくつかの保存則を保ちながら、いくつかのかたまりに分かれて遠方に移動する。Hartree 方程式の場合、相互作用が Coulomb 力の場合、時間無限大での解の挙動が線形の場合から本質的にずれる。これが Ginibre-Ozawa および Hayashi-Naumkin の非線形長距離散乱の理論である。本研究はこれらの議論を本質的に簡略化することによって、解の漸近展開が成り立つこと、およびそれらの項を求める手続きを与えたものであって、非線形偏微分方程式論に対する寄与も大きく、博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。