



Title	因子分析における諸推定法の比較
Author(s)	猪原, 正守
Citation	大阪大学, 1986, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/435">https://hdl.handle.net/11094/435</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	猪	原	正	守
学位の種類	工	学	博	士
学位記番号	第	7 4 7 2		号
学位授与の日付	昭 和	61 年	11 月	21 日
学位授与の要件	基礎工学研究科数理系専攻 学位規則第5条第1項該当			
学位論文題目	因子分析における諸推定法の比較			
論文審査委員	(主査) 教 授	丘本	正	
	(副査) 教 授	高木	修二	教 授 稲垣 宣生

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文では因子分析における推定問題を扱った。まず第1章において、因子分析のランダムモデルを定義し、識別問題に関する Anderson-Rubin 命題について簡潔で直接的な別証を与えた。

第2章では、モデルに含まれる未知パラメータの推定法のうちで最小2乗法と最尤法とについて論じた。そこで必要になる反復計算法についてこれまでに提案されている計算アルゴリズムを以下の4点から総括し、最小2乗法と最尤法のいずれにも適用できる方法(部分 Gauss-Newton 法)を提案した：(a)反復計算において実質的な変数、(b)回転に対する制約方法、(c)アルゴリズムで使用される非線形最適化手法、(d)適用可能な推定方法。そして上記の新法と Newton-Raphson 法による Jennrich-Robinson の手法とを同一のデータで比較し、新法の有効性を明らかにした。次に、最尤 (ML) 推定値と重み付き最小2乗 (WLS) 推定値がパラメータ空間の許容領域の境界上で与えられたときの推定値(不適解)の構造をこれまでの条件よりも緩い条件下で明らかにした。

第3章では、部分 Gauss-Newton 法による計算アルゴリズムを用いて最尤法と最小2乗法の比較をモンテカルロ実験で行った。最小2乗法は重み行列の選び方によって種々考えられるが、ここでは前述の WLS と SLS (単純最小2乗法) を扱った。実験では2組の数値モデル各々における独自分散の大きさを2水準、サンプルサイズを3水準とり、合計12水準の各々において200回の反復を行った。そして (a)不適解や未収束解の出現頻度、(b)反復計算が解に至るまでの反復回数、(c)反復解の推定誤差を比較基準とした結果、主に次の4点を報告した：(1)問題が困難であるとき、全基準とも SLS が最良であった。(2)全推定法はサンプルサイズが大きくなるか、あるいは独自分散が小さくなるに従ってその成績が向上した。(3)ML は問題が易しくてサンプルサイズが大きいとき SLS や WLS より好成績であった。(4)独

自分分散の推定値には、真値を過小評価する傾向があり、WLSがとくに強い傾向を示した。これらのことから本論文では、因子分析における推定問題に関しては、複雑なそして困難な問題においてより安定である最小2乗法が最尤法よりも好ましく、とくに単純最小2乗法が有効に機能するであろう、従ってこの推定法にこれまでよりも多くの注意がはらわれるべきであると提言した。

論文ではさらに(4)に対し観測ベクトルの次元 $P=3$ 、共通因子数 $k=1$ の場合において独自分散推定量が漸近的に真値を過小評価することを証明した。

第4章では、独自分散の非反復推定量を考え、標本分散行列の陽関数として表現されているこれまでの推定量が一致性の性質に欠ることを示した。そして第1章におけるAnderson-Rubinの命題に対する別証で得られた結果を使って一致性を満たす独自分散の推定量を標本分散行列の陽関数として構築し、その解析的性質を明らかにすると同時に実例への適用を通じて推定値の決定方式を与え、得られた推定値が最尤推定値に近いことを指摘した。

## 論文審査結果の要旨

本論文は因子分析モデルに含まれる未知母数を推定するためのいくつかの方法を理論的または数値実験的に比較したものである。

第1章において著者は母数の一意性に関するAnderson-Rubinの定理の新しい簡単な証明法を与えた。第2章は2つの内容からなり、著者はまず丘本との共同研究による部分ガウス・ニュートン法を紹介し適用例によってその有用性を示し、次にJoreskogの理論を一般化して、最尤法(ML)と重みつき最小2乗法(WLS)の2つの場合について不適解の構造を明らかにした。第3章も2つの内容からなり、著者はまず前述のアルゴリズムを利用したモンテカルロ実験の結果をのべた。実験では独自分散に大小2つの水準を取り、標本の大きさに大中小の3水準を取って、水準の各組合せごとに同数のくり返しを行い、MLとWLSの他に単純最小2乗法(SLS)を加えて3つの推定法を比較して、状況の難しい場合にはSLSが最良であることを示した。次に特殊な場合だけであるが、推定量の解析的な研究を行い、偏りが一般に負となることを見出した。第4章は通常の推定法が反復を必要とするのに対し、反復を要せずに一致推定量を求める新機軸を打出した。

以上を総合して、本論文は因子分析法に関する著しい知見を加えており、博士論文として価値あるものと認める。