【153】

| | |
|---|---|
| 氏名 | 峯﨑 征隆（みねさき ゆきたか） |
| 博士の専攻分野の名称 | 博士（工学） |
| 学位記番号 | 第 17126 号 |
| 学位授与年月日 | 平成14年3月25日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第4条第1項該当<br>基礎工学研究科情報数理系専攻 |
| 学位論文名 | Studies on Discretizations of Integrable Systems and Their Applications<br>（可積分系の離散化とその応用に関する研究） |
| 論文審査委員 | （主査）<br>教授 中村 佳正<br>（副査）<br>教授 亀高 惟倫　教授 長井 英生 |

# 論文内容の要旨

本論文では、非線形可積分系の離散化とその応用について述べた。具体的には以下の通りである。

あるクラスの可積分系は適当な従属変数変換を経由して双線形微分方程式に変換される。この双線形微分方程式を離散化して得た離散可積分系は、元の方程式と同様、行列式で表されるソリトン解、分子解をもつ。しかし、離散可積分系の周期解についてはあまり議論されてこなかった。離散可積分系が元の可積分系と同じ関数で記述される周期解をもつことを示すのが本研究の目的の1つである。

周期解をもつ可積分系として、単振り子と非調和振動子をとりあげる。前に述べた離散化の方法で得た離散単振り子は、単振り子と同じ楕円関数で記述される解をもつ。さらに、相空間上のセパラトリックスに対応する保存量の値は、離散幅によらず一定であるという著しい性質が明らかとなった。離散非調和振動子に関しても同様なことが示される。

双線形微分方程式に変換できない可積分系に対しては、初めに述べた離散法は適用できない。このような可積分系のうちStäckel系と呼ばれる求積可能な力学系に属するものがある。Stäckel系の全ての保存量を保つ離散法を構成する。この離散法は、拡張された正準変換で非特異なHamiltonianをもつ変数分離可能なHamilton系に変換し、それを離散化するものである。symplectic法やエネルギーを保存する離散法は長時間の力学系の挙動を調べるのに向いた数値計算法とされている。しかし、これらの方法で得られるKepler運動の離散化は、実際のKepler運動とは異なり、近日点が移動する閉じない軌道を描く。それに対して、私の方法で得られた離散Kepler運動はHamiltonian, 角運動量以外にRunge-Lenzベクトルも保存している。そのため、離散Kepler運動の軌道は元のKepler運動の軌道に完全に一致し、閉じた楕円軌道になる。

連分数展開アルゴリズムであるQD法は離散戸田分子方程式と等価であることが知られている。この関係から、別の離散可積分系が連分数展開アルゴリズムと等価になる可能性考えられる。

相対論的戸田分子方程式（RTM）は可積分な一次元非線形格子モデルで、双直交多項式の漸化式の係数の1-parameter変形として表される。この行列式解は連分数展開の係数になっている。RTMの時間離散方程式（d-RTM）を導出し、Toeplitz行列式解を求める。この行列式解もRTMの解と同様に、連分数展開の係数として表れる。この連分数展開の係数は行列式解で構成されているために、直接計算するには計算回数が膨大になる。そこで、RTMの解を構成する行列式が満足する恒等式を用いることで、行列式を計算することなく、連分数の係数を計算す

ることができることを示す。さらに、そのことから新しい連分数展開アルゴリズムの定式化も行なった。

## 論文審査の結果の要旨

解ける非線形系である可積分系といえども任意の初期条件、境界条件のもとで解を実際に書き下すことはできないので、計算機シミュレーションには運動方程式の解の挙動を忠実に再現する離散化が必要となる。最近の研究で、可積分系のよい性質を保つような離散化は、同時に、アルゴリズムなど思いがけない分野に応用をもつことが明らかになってきた。本研究は、申請者による可積分系の離散化とその応用に関する研究成果をまとめたものである。

第2章では、ソリトン方程式の有力な離散化の手法である広田の双線形化法を、周期解をもつ有限自由度可積分系である単振り子と非調和振動子に適用し、楕円関数解をもつ離散系を導出している。この離散系は大きな差分幅でも壊れない周期軌道だけでなく、連続系と同じくセパラトリックスをもつという著しい特徴を有している。

第3章では、双線形化法が使えない有限自由度可積分系であるステッケル系に対して、その全ての保存量を厳密に保存する離散化の手法を開発している。ポイントは、時間変数を一般化座標ととらえ、ハミルトン関数の正則化を経てエネルギー保存離散化を行うことである。この結果、長年の課題であったケプラーの2体運動のルンゲ・レンツベクトルを保つ数値積分に成功している。

最近、連分数展開アルゴリズムと離散ソリトン方程式の等価性が注目されている。第4章では、無限自由度可積分系である相対論的戸田方程式の双線形化法による離散化を行い、与えられたべき級数のT連分数と呼ばれる連分数展開について、多項式計算量の新アルゴリズムを定式化している。

このように本研究は、非線形可積分系の構造を保つ離散化の研究の発展に大きく寄与し、連分数展開アルゴリズムの開発により数理工学への貢献が認められる。以上より、本論文は博士（工学）の学位論文として価値があると判断される。