

Title	Formal groups of certain $Q$ -curves over quadratic fields
Author(s)	西来路, 文朗
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/43622">http://hdl.handle.net/11094/43622</a>
DOI	
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名	西来路 文 朗
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 16735 号
学位授与年月日	平成14年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Formal groups of certain $Q$ -curves over quadratic fields (2次体上定義された $Q$ -曲線の形式群)
論文審査委員	(主査) 教授 山本 芳彦  (副査) 教授 伊吹山知義    教授 川中 宣明    教授 日比 孝之 助教授 渡部 隆夫

#### 論文内容の要旨

本田の形式群の理論の重要な定理として、 $Q$ 上定義された楕円曲線  $E$  から独立に定義される2つの形式群：極小モデルの形式群  $\hat{E}(x_1, x_1)$ 、 $l$ -進表現に付随する  $L$ -series  $L(E/Q, s)$  の形式群  $\hat{L}(x_1, x_2)$ 、は共に  $Z$ 上定義され、 $Z$ 上(本田の強い意味での)同型であることが知られている。本田の定理の証明には、1). 形式群の Hasse の原理、2).  $Z_p$ 上定義された形式群の同型類の完全不変量が Frobenius 準同型である事実、3).  $\hat{E}(x_1, x_2)$  の Frobenius 準同型は  $L$ -series できまることが、が用いられる。1)、2)については、代数体の整数環上ではほぼ成立することが知られているが、3)については、従来の  $l$ -進表現に付随する  $L$ -series では、定義体が  $Q$  の場合を除いて、成立しない。そのため、代数体の場合に本田の定理を得るためには、3) が問題である。

代数体上定義された楕円曲線は、 $Q$ 上共役な曲線達と互いに同種なとき、 $Q$ -曲線と呼ばれる。 $Q$ 上定義された楕円曲線は $Q$ -曲線である。また、長谷川により、2次体上定義された $Q$ -曲線のある族の定義方程式が求められている。

我々は本田の定理を $Q$ -曲線に関する定理と見て、定義体について拡張したいと考えている。本論文では、定義体を2次体とし、技術的な仮定のもとで、 $Q$ -曲線に付随する新しい $L$ -seriesを定義して、これらに対する本田の定理を証明した。定理の証明には、形式群  $\hat{E}(x_1, x_2)$  からその共役への準同型の存在により、Frobenius 準同型が我々の  $L$ -series から決まることを用いている。

我々の結果の応用として、 $Q$ -曲線  $E$  の定義方程式から、 $E$  の定義体から  $Q$  への Weil restriction  $A$  上の  $\lambda$ -進表現に付随する  $L$ -series が求められる。扱っている場合は、アーベル多様体  $A$  が閉体上で楕円曲線の直積に分解するという場合ではあるが、得られた方法はアーベル多様体上の  $\lambda$ -進表現の  $L$ -series を求める新しい方法である。また、一般化された谷山-志村予想のもと、我々の  $L$ -series は保型形式の  $L$ -series と本質的に一致することも示される。

本論文では、第1節の序文、第2節で形式群の分類に関する本田理論の復習の後、第3節で2次体上の $Q$ -曲線に付随する  $L$ -series を定義し、その形式群の同型類の不変量を調べた。第4節では、2次体上の $Q$ -曲線の形式群の同型類の不変量を調べ、第3節の結果と合わせて主定理を証明した。

#### 論文審査の結果の要旨

有理数体上の楕円曲線の加法から定まる形式群とその  $L$  関数から定まる形式群が  $\mathbb{Z}$  上強同型であるという本田平の結果を、2次体上定義される  $Q$ -curve と呼ばれる楕円曲線に対して、その加法より定義される形式群と  $\lambda$ -adic 表現から決まる  $L$  関数より定義される形式群とが、適当な条件の下に、強同型となるという形に拡張した。この仕事は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。