氏　　　　名	西来路（さいらいじ）　文朗（ふみお）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　16735　号
学位授与年月日	平成14年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Formal groups of certain Q-curves over quadratic fields （2次体上定義されたQ－曲線の形式群）
論文審査委員	（主査） 教　授　山本　芳彦 （副査） 教　授　伊吹山知義　　教　授　川中　宣明　　教　授　日比　孝之 助教授　渡部　隆夫

論文内容の要旨

本田の形式群の理論の重要な定理として、Q上定義された楕円曲線Eから独立に定義される2つの形式群：極小モデルの形式群$\hat{E}(x_1,x_1)$、l-進表現に付随するL-series $L(E/\mathrm{Q},s)$の形式群$\hat{L}(x_1,x_2)$、は共にZ上定義され、Z上（本田の強い意味での）同型であることが知られている。本田の定理の証明には、1）．形式群のHasseの原理、2）．Z_p上定義された形式群の同型類の完全不変量がFrobenius準同型である事実、3）．$\hat{E}(x_1,x_2)$のFrobenius準同型はL-seriesできまること、が用いられる。1）、2）については、代数体の整数環上でほぼ成立することが知られているが、3）については、従来のl-進表現に付随するL-seriesでは、定義体がQの場合を除いて、成立しない。そのため、代数体の場合に本田の定理を得るためには、3）が問題である。

代数体上定義された楕円曲線は、Q上共役な曲線達と互いに同種なとき、Q-曲線と呼ばれる。Q上定義された楕円曲線はQ-曲線である。また、長谷川により、2次体上定義されたQ-曲線のある族の定義方程式が求められている。

我々は本田の定理をQ-曲線に関する定理と見て、定義体について拡張したいと考えている。本論文では、定義体を2次体とし、技術的な仮定のもとで、Q-曲線に付随する新しいL-seriesを定義して、これらに対する本田の定理を証明した。定理の証明には、形式群$\hat{E}(x_1,x_2)$からその共役への準同型の存在により、Frobenius準同型が我々のL-seriesから決まることを用いている。

我々の結果の応用として、Q-曲線Eの定義方程式から、Eの定義体からQへのWeil restriction A上のλ-進表現に付随するL-seriesが求められる。扱っている場合は、アーベル多様体Aが閉体上で楕円曲線の直積に分解するという場合ではあるが、得られた方法はアーベル多様体上のλ-進表現のL-seriesを求める新しい方法である。また、一般化された谷山-志村予想のもと、我々のL-seriesは保型形式のL-seriesと本質的に一致することも示される。

本論文では、第1節の序文、第2節で形式群の分類に関する本田理論の復習の後、第3節で2次体上のQ-曲線に付随するL-seriesを定義し、その形式群の同型類の不変量を調べた。第4節では、2次体上のQ-曲線の形式群の同型類の不変量を調べ、第3節の結果と合わせて主定理を証明した。

論文審査の結果の要旨

有理数体上の楕円曲線の加法から定まる形式群とその L 関数から定まる形式群が Z 上強同型であるという本田平の結果を、2次体上定義される Q-curve と呼ばれる楕円曲線に対して、その加法より定義される形式群と λ-*adic* 表現から決まる L 関数より定義される形式群とが、適当な条件の下に、強同型となるという形に拡張した。この仕事は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。