The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Degenerating families of branched coverings of discs and fundamental groups of 3-dimensional manifolds
Author(s)	髙井, 真希
Citation	大阪大学, 2003, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/44095
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【16】

氏　　名	髙　井　真　希（たかいまき）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　17504　号
学位授与年月日	平成15年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	Degenerating families of branched coverings of discs and fundamental groups of 3-dimensional manifolds. （円板の分岐被覆の退化族と3次元多様体の基本群について）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　難波　誠 （副査） 教　授　大鹿　健一　教　授　藤木　明　助教授　作間　誠

論文内容の要旨

円板族の有限分岐被覆の位相型は置換モノドロミーΦとブレイドモノドロミーσのペア(Φ, σ)で、条件Φ・σ＝Φを満たすもので定まる。また、Hilden-Montesinosの定理より任意の3次元コンパクト向き付け可能多様体は、ノットで分岐し、すべての分岐点におけるモノドロミーが互換であるような3次元球面の3次分岐被覆として表される。3次元球面を2次元多重円板のboundaryと同一視し、ノットをブレイドとみなし、コーンをとることによって位相的な円板族の3次元分岐被覆が得られる。

このように、任意の3次元コンパクト向き付け可能多様体はn次元自由群F_nから3次対称群への表現Φで、F_nの生成元のΦによる像がすべて互換となるものと、n次ブレイド群の元σで条件Φ・σ＝Φを満たすペア(Φ, σ)により構成される。このようにして構成した3次元多様体については、Zariski-van Kampenの定理とReidemeister-Schreierの方法を用いてその基本群が計算できる。

このようなΦについては、3つの標準形が存在し、条件Φ・σ＝Φを満たすブレイドσはn次ブレイド群の有限指数部分群となる。これをイソトロピー部分群とよんで、記号I(Φ)で表す。

3つの標準形のうち、2種のモノドロミーについては、Birman-WajnrybによりI(Φ)の生成元が定められていた。そこで残る1つの標準形のモノドロミーΦに対して、I(Φ)の生成元を定めたことが本論文の主定理である。

また、3次元多様体の基本群を計算するにあたり、円板の分岐被覆を位相的に表す図（これをリーマン図とよぶ）を紹介している。そして、標準形のモノドロミーとここで与えたI(Φ)の生成元を用いて、3次元多様体を具体的に構成し、その基本群をリーマン図を用いて、Reidemeister-Schreierの方法を援用した基本群の計算方法を実例をもとに示している。

論文審査の結果の要旨

サークルとデスクの積空間の3次分岐被覆を、その中の、ブレイドとみなしうるリンクで分岐するように作るとき、

与えられたモノドロミーに対し、ブレイドはある条件を充たさねばならないが、そのようなブレイド全体は群になる。Birman-Wajnryb は２種の標準形のモノドロミーに対し、その群の生成元を与えている。髙井真希さんの学位論文はもう一つ残ったモノドロミーの標準形に対し、その群の生成元を与えた。

このような分岐被覆の境界に適当なソリッドトーラスを貼り付けると、Hiden-Montesinos の定理「任意の三次元可付号閉多様体が三次元球面上のノットにそって分岐する３次分岐被覆として得られる」により、任意の三次元可付号閉多様体が得られる。その基本群をこの構成に基づいて、Reidemeister-Schreier の方法を援用して計算できる。髙井真希さんの学位論文では、この方法に基づいて基本群の計算例を与えている。

髙井真希さんの学位論文は、博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。