



| | |
|--------------|---|
| Title | Degenerating families of branched coverings of discs and fundamental groups of 3-dimensional manifolds |
| Author(s) | 高井, 真希 |
| Citation | 大阪大学, 2003, 博士論文 |
| Version Type | |
| URL | https://hdl.handle.net/11094/44095 |
| rights | |
| Note | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。 |

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

| | |
|---------------|---|
| 氏 名 | 高 井 真 希 |
| 博士の専攻分野の名称 | 博 士 (理 学) |
| 学 位 記 番 号 | 第 1 7 5 0 4 号 |
| 学 位 授 与 年 月 日 | 平成 15 年 3 月 25 日 |
| 学 位 授 与 の 要 件 | 学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻 |
| 学 位 論 文 名 | Degenerating families of branched coverings of discs and fundamental groups of 3-dimensional manifolds. (円板の分岐被覆の退化族と 3 次元多様体の基本群について) |
| 論 文 審 査 委 員 | (主査) 教 授 難波 誠 (副査) 教 授 大鹿 健一 教 授 藤木 明 助教授 作間 誠 |

論 文 内 容 の 要 旨

円板族の有限分岐被覆の位相型は置換モノドロミー Φ とブレイドモノドロミー σ のペア (Φ, σ) で、条件 $\Phi \cdot \sigma = \Phi$ を満たすもので定まる。また、Hilden-Montesinos の定理より任意の 3 次元コンパクト向き付け可能多様体は、ノットで分岐し、すべての分岐点におけるモノドロミーが互換であるような 3 次元球面の 3 次分岐被覆として表される。3 次元球面を 2 次元多重円板の boundary と同一視し、ノットをブレイドとみなし、コーンをとることによって位相的な円板族の 3 次元分岐被覆が得られる。

このように、任意の 3 次元コンパクト向き付け可能多様体は n 次元自由群 F_n から 3 次対称群への表現 Φ で、 F_n の生成元の Φ による像がすべて互換となるものと、 n 次ブレイド群の元 σ で条件 $\Phi \cdot \sigma = \Phi$ を満たすペア (Φ, σ) により構成される。このようにして構成した 3 次元多様体については、Zariski-van Kampen の定理と Reidemeister-Schreier の方法を用いてその基本群が計算できる。

このような Φ については、3 つの標準形が存在し、条件 $\Phi \cdot \sigma = \Phi$ を満たすブレイド σ は n 次ブレイド群の有限指数部分群となる。これをイソトロピー部分群とよんで、記号 $I(\Phi)$ で表す。

3 つの標準形のうち、2 種のモノドロミーについては、Birman-Wajnryb により $I(\Phi)$ の生成元が定められていた。そこで残る 1 つの標準形のモノドロミー Φ に対して、 $I(\Phi)$ の生成元を定めたことが本論文の主定理である。

また、3 次元多様体の基本群を計算するにあたり、円板の分岐被覆を位相的に表す図（これをリーマン図とよぶ）を紹介している。そして、標準形のモノドロミーとここで与えた $I(\Phi)$ の生成元を用いて、3 次元多様体を具体的に構成し、その基本群をリーマン図を用いて、Reidemeister-Schreier の方法を援用した基本群の計算方法を実例のもとに示している。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

サークルとデスクの積空間の 3 次分岐被覆を、その中の、ブレイドとみなしうるリンクで分岐するように作るとき、

与えられたモノドロミーに対し、ブレイドはある条件を満たさねばならないが、そのようなブレイド全体は群になる。**Birman-Wajnryb** は2種の標準形のモノドロミーに対し、その群の生成元を与えている。高井真希さんの学位論文はもう一つ残ったモノドロミーの標準形に対し、その群の生成元を与えた。

このような分岐被覆の境界に適当なソリッドトラスを貼り付けると、**Hidden-Montesinos** の定理「任意の三次元可付号閉多様体が三次元球面上のノットにそって分岐する3次分岐被覆として得られる」により、任意の三次元可付号閉多様体を得られる。その基本群をこの構成に基づいて、**Reidemeister-Schreier** の方法を援用して計算できる。高井真希さんの学位論文では、この方法に基づいて基本群の計算例を与えている。

高井真希さんの学位論文は、博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。