The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Various structures associated to the representation categories of 8-dimensional non-semisimple Hopf algebras
Author(s)	和久井, 道久
Citation	大阪大学, 2002, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/44549
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

氏　　名　和久井　道　久（わくい　みちひさ）

博士の専攻分野の名称　博　士（理　学）

学位記番号　第　17382　号

学位授与年月日　平成14年12月27日

学位授与の要件　学位規則第4条第2項該当

学位論文名　Various structures associated to the representation categories of 8-dimensional non-semisimple Hopf algebras
（8次元ホップ代数の表現圏について）

論文審査委員　（主査）
教　授　川中　宣明

（副査）
教　授　伊達　悦朗　　教　授　白井　三平　　助教授　宇野　勝博
助教授　山根　宏之

論文内容の要旨

1989頃年、Reshetikhin と Turaev は、Witten の量子的場の理論を背景にして、結び目や3次元多様体の位相不変量を組織的に構成する方法を与えた。その不変量は、現在、量子不変量と総称されている。量子不変量はホップ代数とその既約表現、それに関するR行列やリボン元を指定することによって定まる。量子不変量は結び目理論や3次元多様体論の研究において欠くことのできない強力な道具として認識されており、さまざまな例が、多くの研究者によって、発見され、継続的に調べられている。

一方、近年、ホップ代数の分類が急速に進展しており、標数0の代数閉体上の 11 次元以下のホップ代数については、Williams、増岡彰、Stefan によって完全な分類結果が得られている。分類定理によって、低次元のホップ代数についてはその具体形が分かっているので、低い次元から順に準三角構造、リボン構造、表現環の構造を決定していき、結び目理論や3次元多様体論の研究に役立つものを見つけたい。これが、この研究の動機である。

多くの研究者によって、様々なホップ代数の普遍R行列やリボン元が求められている。特に、半単純な8次元ホップ代数の普遍R行列やリボン元は鈴木智支および著者によって決定されている。鈴木智支は、群環でもその双対ホップ代数でもない8次元半単純ホップ代数を含む有限次元余半単純ホップ代数の準三角構造を決定し、著者はそれらの族のリボン構造を決定した。また、著者は位数8の非可換有限群を含む群環の族の準三角構造およびリボン構造を決定した。量子群 Uq(sl2)' の Radford によって導入された一般化の普遍R行列やリボン元は Gelaki によって決定されている。

この論文では、半単純でない8次元ホップ代数に豊富な種類が存在すること、そして、それらの準三角構造、リボン構造については Gelaki が調べたもの以外手付かずであることに着目し、半単純でない8次元ホップ代数について、普遍R行列やリボン元および表現環の構造を決定した。その結果、標数0の代数閉体上で定義された半単純でない8次元ホップ代数について、以下のことがわかった。

・極小な準三角ホップ代数は Gelaki がすでに決定しているもの以外に1種類ある。

・リボン元は存在すれば、単位元である。

・Radford の例以外は有限表現型である。

・Radford の例のホップ代数は、無限個の互いに同値でない2次元直既約表現を持ち、さらに、任意の自然数 n に対

して、n 次元の直既約表現を持つ。

・表現のなすテンソル圏は表現環によって決まる。

論文審査の結果の要旨

和久井君の研究は低次元の半単純でないホップ代数の表現環に関するものである。近年、結び目や３次元多様体の位相不変量を、ホップ代数を用いて組織的に構成する方法が注目を集めている。一方では、ホップ代数の純代数的な立場からの研究も活発に進められており、標数０の代数的閉体上での 11 次元以下のホップ代数の分類は既に完成している。和久井君は、８次元において半単純でないホップ代数が豊富に存在することに着目し、すべての８次元非半単純ホップ代数に対し、幾何学的応用を考える上で重要となる表現環と準三角構造を確定させることに成功した。この結果、これらのホップ代数がもつ多くの性質が詳細にわたって解明され、とくに有限型でないホップ代数が唯ひとつ存在することが明らかになった。和久井君の研究は、それ自身の重要性のみならず、ホップ代数についての代数的研究と幾何学的研究という２つの流れを結びつけ、今後の研究の新しい方向性を示唆するという面からも高く評価できる。よって、博士（理学）の学位に十分値すると認める。