



Title	Quantum Mechanical Theory of Nonlinear Optimal Control
Author(s)	伊丹, 哲郎
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/44676">https://hdl.handle.net/11094/44676</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 伊 丹 哲 郎

博士の専攻分野の名称 博 士 (工 学)

学 位 記 番 号 第 18257 号

学 位 授 与 年 月 日 平成 16 年 1 月 23 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第4条第2項該当

学 位 論 文 名 Quantum Mechanical Theory of Nonlinear Optimal Control  
(非線形最適制御の量子力学理論)論 文 審 査 委 員 (主査)  
教 授 太 田 快 人(副査)  
教 授 池 田 雅 夫 基礎工学研究科教授 潮 俊 光

## 論 文 内 容 の 要 旨

実産業での最適制御実用化を目的として、本論文では非線形最適制御の線形理論を提案した。波動関数 $\Psi$ 、波の揺らぎを表す定数 $H_R$ および線形のハミルトニアン演算子 $\hat{H}$ をある条件下で導入した。系を一般化されたシュレディンガー方程式 $iH_R \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$ で記述し、 $\Psi$ が $H_R \rightarrow 0$ で最適経路を与える条件を示した。線形系を解析する周知の方法を使った非線形最適制御を構成し、妥当性をシミュレーション検証した。

第1章では非線形最適制御の従来法を概観し、確立したアルゴリズムを活用できないことが共通の欠点であると考えた。そこで最適制御と古典力学がともにハミルトン・ヤコビ方程式を基礎とし、古典力学を拡張した量子力学が線形理論であることに着目した。

第2章では変数変換によりスカラー系の線形波動方程式の成立を確認した。

この結果を第3章では多変数系に拡張した。状態方程式を拘束とするがその際に補助変数も正準変数の一つに勘定した。拘束力学系のディラック括弧を線形演算子の交換関係に置き換え非線形最適制御の量子力学を構成できた。ハミルトニアン関数 $H$ の線形演算子表現 $\hat{H}$ を使い波動方程式 $iH_R \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$ を得た。制御仕様が操作量の2次形式となるアフィン系では、 $\Psi$ の位相関数 $S$ は $H_R^2$ に比例した形の追加項をもつハミルトン・ヤコビ方程式を満たした。

第4章では波動関数 $\Psi$ を $\hat{H}$ の固有関数の線形結合で展開し、時間逆方向積分の不要な最適フィードバックを与えた。

第5章ではレギュレータに限定し固有値解析の計算量低減を試みた。終時刻無限大とし量子系の基底状態計算法を流用した。虚数部が最小となる非縮退の固有値に対応する固有関数のみで最適フィードバックを近似できた。第4、5章のシミュレーションでは、最適経路の近似誤差は $H_R \rightarrow 0$ で十分に低減できた。

第6章ではあらゆる可能な経路を重ね合わせて $\Psi$ を表現した。この経路積分を使って最適経路が抽出される条件を吟味し、設計者が自由に設定できる条件を得た。

第7章では $H_R$ を純虚数 $i\tilde{H}_R$ に変換し経路積分を温度 $\tilde{H}_R$ 下の統計平均として表現した。モンテ・カルロ法による初期値固定の計算で、最適経路との近似誤差は $H_R \rightarrow 0$ で十分に低減した。

第8章には論文の結論を示した。

付録A1とA2で第5章の固有関数展開と固有値計算の各詳細を、A3とA4は第6章のそれぞれ拘束力学系の経路

積分と定常位相計算の詳細を、また A5 は第 7 章の正準運動量のカノニカル運動方程式を与えた。

## 論文審査の結果の要旨

非線形システムの最適制御問題は、ハミルトン・ヤコビ方程式とよばれる偏微分方程式を解くことに帰着されるが、その偏微分方程式の解を求めることは容易ではない。本論文では、量子力学から着想を得ることによって、最適制御問題に対して、近似的な解法を提案している。おもな成果を要約すると次のとおりである。

- (1) 古典力学と量子力学の対応関係に注目して、非線形システムの最適制御問題に対する量子力学理論が構成できることを提案した。
- (2) 多変数系に対して、ハミルトニアン関数の線形演算子表現を用いることによって、波動方程式が成り立つことを示した。これによって線形演算子として表現されたハミルトン関数の固有関数を用いて波動関数の展開ができることを示した。
- (3) 波動関数の固有関数による展開を用いて最適経路を近似的に求められることを示した。特に波のゆらぎを表す定数を 0 にする極限において、得られた制御則による経路は最適経路に漸近することを示した。

以上のように本論文は、非線形システムの最適制御問題に対して、古典制御と量子力学の対応から着想を得ることによって学問的に興味深い最適制御理論を展開している。また得られた最適制御の近似解法は、新規性が高く実用性にも富むものであり、制御工学あるいはさらに機械工学の進歩に寄与するところが大きい。よって、本論文は博士論文として価値あるものと認める。