【26】

氏　　　名	相田　征史（あいだ　まさし）
博士の専攻分野の名称	博　士（工　学）
学位記番号	第　18677　号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 工学研究科応用物理学専攻
学位論文名	**走化性・増殖方程式の大域的な解の挙動とパターン形成**
論文審査委員	（主査） 教　授　八木　厚志 （副査） 教　授　笠井　秀明　　教　授　岩崎　　裕　　助教授　菅　誠一郎 助教授　木村　吉秀

論文内容の要旨

本論文は、走化性・増殖方程式の時間大域的な解の挙動とパターン形成について、解析的および数値的に研究した結果をまとめたもので、序論１章、本文６章、結論１章の８章から構成されている。

第１章の序論では、本研究の背景と概要を述べている。

第２章では、走化性と増殖によるバクテリア集団のパターン形成の過程を記述したモデル方程式を導入するとともに、同方程式を解析的および数値的に研究するための全般的な手順について説明している。

第３章では、モデル方程式を解析するための基礎事項として、抽象放物型発展方程式、無限次元力学系、指数アトラクタなどの内容について整理するとともに、数値計算のための基礎事項として、差分法、有限要素法、陰的 Runge-Kutta 法などの内容についてまとめている。

第４章では、走化性・増殖方程式について、抽象放物型発展方程式理論の適用および局所解に対するアプリオリ評価から、時間大域解の構成を行っている。次いで、大域解から構成される無限次元力学系について、対応する非線形半群の圧搾性を示すことにより指数アトラクタの構成を行っている。

第５章では、走化性・増殖方程式に対する半離散化方程式を提案し、その方程式について大域解と指数アトラクタを構成するとともに、離散化パラメータが小さくなるにつれて半離散化方程式の指数アトラクタは連続な方程式の指数アトラクタに Hausdorff の擬距離の意味で収束することを示している。

第６章では、数値計算のための全離散化スキームの実装にあたり、有限要素法と陰的 Runge-Kutta 法を組み合わせたスキームおよび ADI（alternating direction implicit）法を元にしたスキームを構成している。両全離散化スキームについて安定性、計算精度、計算コストの各観点から比較検討し、本研究においては ADI 法によるスキームの方が総合的に優っているとの結論を得ている。

第７章では、前章で実装した離散化スキームによって数値計算を実行し、得られた結果をまとめている。数値解からは、短期的挙動として同心円やミシン目状同心円などのパターン形成が見られることを、さらに長期的挙動として走化性のパラメータが大きくなるとともにネットワーク、蜂の巣、帯状、動的ミシン目、カオス的など様々な異なった種類のパターン形成が見られることを示している。

第８章の結論では、本研究で得られた研究結果について要約するとともに、今後の課題と発展性について述べてい

る。

論文審査の結果の要旨

1991年 Budrene-Berg は、ある種のバクテリア集団が拡散、走化性、増殖の効果により著しい集合パターンを形成することを実験により見出した。その後このような現象を理論的に理解するためにモデル方程式が提案されている。走化性は、形態形成など様々な生命現象に深くかかわりのある重要な性質の一つと考えられており、実験と理論の両面からの研究が進んでいる。本論文は、バクテリア集団のパターン形成に関連して提案された走化性・増殖方程式を解析的および数値的に研究した結果をまとめたものであり、その主な成果は以下の３点に集約できる。

(1) 離散化された走化性・増殖方程式の指数アトラクタは、離散化パラメータが小さくなるにつれて連続な方程式の指数アトラクタに擬距離の意味で収束すること、すなわち、長期的な計算による数値解は誤差の蓄積とは無関係に常に指数アトラクタ内の真の解を近似し続けるという事実を解析的に証明している。これにより、長期的な計算により得られた数値解の信頼性を保証している。

(2) 数値計算の実施により、走化性・増殖方程式の数値解から短期的挙動として同心円、ミシン目同心円などのパターン形成を見出している。この結果は、Budrene-Berg により実験的に見出されたパターンと著しい対応を示しており、バクテリアの集合パターン形成は拡散、走化性、増殖という３つの効果の巧みな協同現象として理解され得ることを理論面から明らかにしている。

(3) 走化性・増殖方程式の数値解から長期的挙動としてネットワーク、蜂の巣、帯状、動的ミシン目、カオス的などの多様なパターン形成を見出している。さらに、どのパターンが出現するかは走化性のパラメータに大きく依存しており、同パラメータが大きくなるにつれて出現するパターンの複雑さも増大し、最後はカオス的な状態に移行することを見出している。この結果は、走化性という性質は、単にバクテリアの集合パターン形成だけでなく、他の様々な生命現象にかかわるパターン形成を理解する上でも重要なキーとなり得ることを示唆している。

以上のように、本論文は走化性・増殖方程式の時間大域的な解の挙動とパターン形成について解析的および数値的に研究し、走化性によりバクテリア集団のパターン形成が理解できることを理論的に示すとともに走化性がパターン形成において有する潜在能力の高さを見出しており、応用物理学、特に数理工学に寄与するところが大きい。よって本論文は博士論文として価値あるものと認める。