The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	重調和作用素に対する円板内部境界値問題と棒のたわみの2点境界値問題
Author(s)	竹居, 賢治
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/45038
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【13】

氏　　名	竹　居　賢　治（たけ い けん じ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　１８８３８　号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 基礎工学研究科情報数理系専攻
学　位　論　文　名	**重調和作用素に対する円板内部境界値問題と棒のたわみの２点境界値問題**
論文審査委員	（主査） 教　授　亀高　惟倫 （副査） 教　授　鈴木　　貴　　教　授　長井　英生

論文内容の要旨

微分方程式による古典材料力学の数学理論である。２部構成になっている。第１部は２次元ユークリッド空間の円板内部における、重調和偏微分作用素に対する、自己共役境界値問題の１パラメータ族を扱っている。グリーン関数とポアッソン関数を求め、その性質を詳しく研究した。最も簡単で重要な場合にはボッジオによるグリーン関数の積分表示が知られている。グリーン関数の正値性がすぐに解るという意味では非常に優れた公式である。しかし円板の境界上で要求されている２つの境界条件がみたされる事を証明しようとする時には役に立たない。そこでボッジオの積分公式の前段階というべきグリーン関数の新しい積分表示を発見した。チェビシェフ多項式の母関数が登場する。この新しい積分表示を微分して、境界挙動を詳しく調べる事により要求されている境界条件がみたされることが示される。

第２部は棒のたわみ問題である、４階常微分方程式に対する２点境界値問題を扱っている。グリーン関数と境界条件をになう基本解を求めその性質を詳しく調べた。単純形でない自己共役境界条件を扱っている。グリーン関数と境界条件をになう基本解の正値性を調べた。張力がバネ定数より相対的に大きく、境界条件が含むパラメータがある制限をみたすとき、グリーン関数は全て正値となる。基本解もほぼ同様であるが一部微妙なところがある。

論文審査の結果の要旨

２部構成になっている。偏微分方程式と常微分方程式の境界値問題が扱われている。いずれも古典材料力学の微分方程式である。この研究は前年度の武村一雄氏の博士論文を２つの別の方向に発展させたものである。武村氏は、４階常微分方程式の２点境界値問題で表わされる、強く引っ張った棒のたわみ問題で、端点に２個づつ合計４個置かれた境界条件が、単純形で自己共役という最も簡単な場合を扱った。９個あるそのようなグリーン関数は、いずれも正値で、境界条件をある順番で切り換えると、とる値が増加するという階層構造を得た。

第２部で扱われたものは、同じ棒のたわみ問題で、境界条件が単純形という制約をはずすとどうなるかという問題である。自己共役という制限をおいても、単純形でない問題は無数にあり、グリーン関数がよくわかる場合は一例も

知られていなかった。そこにウクライナのタウリダ大学教授コパチェフスキー氏から適切な提案があった。棒の一端に錘をつけたものの動力学に由来する、単純形でない自己共役境界値問題で、グリーン関数の正値性が期待できるものであった。得られた結論はグリーン関数の正値性と、境界条件が含むパラメータに単調に依存する、というもので工学的期待にかなうものであった。

第１部は重調和作用素に対する円板内自己共役境界値問題の１パラメータ族を扱った。極座標を導入しフーリエ級数展開するとき、解のフーリエ係数に対する、可算無限個の４階常微分方程式に対する２点境界値問題を解くことになる。武村氏の経験が役に立った。最も簡単な場合はボッジオにより約 100 年前に、グリーン関数の積分表示が得られている。グリーン関数の正値性が目で見える優れたものであるが、円周上に設定された２つの境界条件がみたされる事を証明するには不備なものである。

そこでボッジオの積分公式の前段階というべき、グリーン関数に対する新しい積分公式を発見した。この中で要となるのはチェビシェフ多項式の母関数である。この新しい積分公式を微分することにより、グリーン関数で表示された境界値問題の解が、要求されている通りの境界条件を満たすことを証明できた。本論文は以上の２つの、見かけ上簡単な古い問題の、長い間未解決であったことに明解な数学的結論をだしたもので、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。