

Title	Algebraic torus actions on affine algebraic surfaces
Author(s)	谷本, 龍二
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/45081">https://hdl.handle.net/11094/45081</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a>〉</a> をご参照ください。

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	谷本龍二
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 18365 号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Algebraic torus actions on affine algebraic surfaces (アフィン代数曲面上の代数的トーラス作用について)
論文審査委員	(主査) 教授 今野 一宏  (副査) 教授 藤木 明 教授 白井 三平 関西学院大学教授 宮西 正宜

## 論文内容の要旨

申請者は、2 個の独立な  $A^1$ -fibration や、2 個の独立な  $G_m$  作用を持つ非特異アフィン代数曲面の構造を調べていくつかの新しい知見を得た。ここで、 $G_m$  は  $k^*$  の乗法群を意味し、 $A^1$  はアフィン直線  $A^1$  から一点を取り除いた曲線を意味する。また、アフィン曲面上の 2 個の  $G_m$  作用が独立であるとは、その 2 つの作用による、各々の general orbit が正規交叉することである。

加法群を  $G_a$  と表すとき  $G_a$  作用と  $A^1$ -fibration の間には本質的に 1 対 1 対応があるが、 $G_m$  作用と  $A^1$ -fibration の関係については、必ずしも、このような対応はない。hyperbolic  $G_m$  作用の商射として得られる  $A^1$ -fibration は untwisted になることが知られている。このような untwisted  $A^1$ -fibration  $\rho : S \rightarrow B$  が、いつ  $S$  上の  $G_m$  作用の商射として得られるか考察し、次のような特徴付けを得た。

$\rho$  が、ある  $G_m$  作用の商射として表示されるための特徴付けは、 $\rho$  の特異ファイバーの既約成分としてアフィン直線が現れない。

非特異アフィン代数曲面  $S$  から、非特異アフィン代数曲線  $B$  への untwisted  $A^1$ -fibration  $\rho : S \rightarrow B$  が unique であるとは、任意の非特異アフィン代数曲線  $B'$  への untwisted  $A^1$ -fibration  $\phi : S \rightarrow B'$  に対して、 $B$  から  $B'$  への同型  $\tau$  が存在して、 $\phi = \tau \circ \rho$  となることで定める。このような  $\rho$  の uniqueness の特徴付けを与えるために、 $\rho$  を  $S$  の非特異完備化  $V$  から  $B$  の非特異完備化  $C$  への  $P^1$ -fibration  $p : V \rightarrow C$  で、次の条件を満たすように拡張する(できる)。 $V$  の被約な boundary divisor  $D = V - S$  は正規交差因子で、 $p$  のファイバーに含まれる  $D$  の  $(-1)$ -component  $E$  は  $(D - E \cdot E) \geq 3$  を満たす。このような、 $p$  を  $\rho$  の minimal smooth normal completion と呼ぶことにする。

申請者は、untwisted  $A^1$ -fibration の uniqueness に関して、次のような結果を得た。

**Theorem 1.** 非特異アフィン代数曲面  $S$  が、 $A^1$  上の untwisted  $A^1$ -fibration  $\rho : S \rightarrow A^1$  を持つとする。この  $\rho$  が unique であるための必要十分条件は、 $\rho$  のある minimal smooth normal completion  $p : V \rightarrow P^1$  で、 $D$  に含まれる 2 つの  $p$  の cross-section が共に  $D$  の branching component になるものが存在することである。ここで、 $D$  の branching component とは  $D$  の dual graph において branching vertex になる  $D$  の irreducible component のことである。

この、定理の応用として、次が得られた。

**Theorem 2.** 2つの独立な  $G_m$ 作用を持つ非特異アフィン代数曲面は  $A^1 \times A^1$  または  $A^1 \times A^1$  に同型になるか、 $A^1$  上の  $A^1$ -fibration を持つかのいずれかになる。

### 論文審査の結果の要旨

本論文は、代数的トーラスの独立な2つの作用を許すようなアフィン代数曲面を研究したものである。代数的トーラス作用による商写像から誘導されるアフィン代数曲面上の代数曲線束は、楕円型、放物型、双曲型の3種類に大別されることが知られており、このうち前二者の構造は既に解明されていた。学位申請者は2つの独立なトーラス作用の存在を仮定した上で、双曲型曲線束の構造を、その完備化である射影直線束を通して詳細に研究・決定し、このようなアフィン代数曲面が3種類に分類されることを証明した。この結果はアフィン代数曲面の構造を考える上で重要な知見を与えるものであり、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。