



Title	A Bifurcation Phenomenon for the Periodic solutions of the Duffing Equation without Damping terms
Author(s)	竹之内, 芳文
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/45083
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 ＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed >大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 ^{たけ}竹 ^の之 ^{うち}内 ^{よし}芳 ^{ふみ}文

博士の専攻分野の名称 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 第 1 8 3 6 9 号

学 位 授 与 年 月 日 平成 16 年 3 月 25 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第 4 条第 1 項該当

理学研究科数学専攻

学 位 論 文 名 A Bifurcation Phenomenon for the Periodic solutions of the Duffing Equation without Damping terms
(粘性項の無いダフィン方程式の周期解の分岐現象)

論 文 審 査 委 員 (主査)

教 授 松村 昭孝

(副査)

教 授 難波 誠 助教授 作間 誠 助教授 大和 健二

論 文 内 容 の 要 旨

ダフィン方程式は、非線形なバネの振動・曲がった梁の振動・電気回路の振動などの物理的モデルを持つ重要な方程式として古くから調べられてきた。

粘性項を含むダフィン方程式については、周期外力項の係数を大きくして行くにしたがって、周期解がその安定性を失いさまざまな分岐現象を起こすことが知られている。特に周期倍分岐はそれを繰り返し起こした後に非周期的な振動(カオス)が現れるため、大変に意味のある現象として観察されてきた。そして、同周期分岐・倍周期分岐が起こることについてすでに証明が与えられている。

一方、粘性項の無いダフィン方程式については、その非線形性が幾何学で云うところの“twist 条件”を引き起こすことから、不動点定理・周期点定理の応用として、周期解の存在は示されてきた。

当然、粘性項の無いダフィン方程式についても、周期外力項の係数を大きくして行くにしたがって、分岐現象を起こし得るのか? もし起こすとして、粘性項の無いダフィン方程式の周期解の分岐現象と粘性項を含むダフィン方程式のそれとは一緒か? といった疑問が提起される。

コンピュータによるシミュレーションから、粘性項の無いダフィン方程式については、周期倍分岐のみならず、“周期 4 倍分岐” “周期 8 倍分岐” などの現象が起こっていると思われた。通常知られている周期倍分岐を 2 度・3 度と繰り返し起こして元の周期解の 4 倍周期の解・8 倍周期の解等が生まれたのではなく、真に“周期 4 倍分岐” “周期 8 倍分岐” 等の現象が起こっていると思われたのである。

本論は、上述の実験結果を踏まえて、このような現象が起こることを証明することを目的としている。実際、ある特別な T -周期解から T -周期解や $2T$ -周期解のみならず、 mT -周期解 (m は任意の自然数) が可算無限個分岐することを証明している。証明方法は粘性項を含むダフィン方程式の周期解の分岐現象についてなされた先行研究と類似しているが、拡張された振動定理を提示し証明を与え、それを主定理の証明に使っている点は異なる。

主定理の意義は、粘性項の無いダフィン方程式の周期解の分岐現象は、粘性項を含むダフィン方程式のそれとは異なることを示したことにある。

論文審査の結果の要旨

ダフィン方程式については、数値計算により、外力を大きくするにつれ解の安定性が失われ、様々な分岐現象が起こることが観察される。この分岐現象はカオスなどとも深く関連している。しかしながら、この分岐現象について数学的な証明を与えているものは殆どなく、粘性項が有る場合に、ある外力の族とそれに対応する自明周期解からの周期解分岐について、同周期解と倍周期解の分岐は起こること、また3倍以上の周期解は分岐しないことが知られているのみである。

本論文では、粘性項の無い場合についても、ある外力の族とそれに対応する自明周期解からの周期解分岐について考察を行い、この場合には粘性項がある場合と異なり、同周期解と倍周期解のみならず、任意の倍数周期解の分岐が自明周期解から起こることを証明し、ダフィン方程式の周期解分岐について新たな知見を与えている。

以上により、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。