



Title	GENERICALLY RATIONAL POLYNOMIALS OF QUASI-SIMPLE TYPE
Author(s)	笹尾, 一郎
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/45120">https://hdl.handle.net/11094/45120</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 ささ お いち ろう  
笹 尾 一 郎

博士の専攻分野の名称 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 第 1 8 3 6 7 号

学 位 授 与 年 月 日 平成 16 年 3 月 25 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第 4 条第 1 項該当

理学研究科数学専攻

学 位 論 文 名 GENERICALLY RATIONAL POLYNOMIALS OF QUASI-SIMPLE TYPE  
(有理曲線を生成する擬単純型の多項式について)

論 文 審 査 委 員 (主査)

教 授 今野 一宏

(副査)

教 授 藤木 明 教 授 臼井 三平  
関西学院大学教授 宮西 正宜

## 論 文 内 容 の 要 旨

$k$  を標数 0 の代数閉体とする。 $f$  を  $k$  係数の 2 変数既約多項式として、 $\Lambda(f)$  を  $f$  によって定義された  $\mathbf{P}_k^2$  上の線形系とする。このとき、 $f$  が generically rational であるとは、 $\Lambda(f)$  の一般元が既約有理曲線になることであると定義する。 $\bar{\phi} : \bar{V} \rightarrow \mathbf{P}_k^2$  を blowing-up による  $\Lambda(f)$  の base points の最小解消、 $\Lambda'(f)$  を  $\bar{\phi}$  による  $\Lambda(f)$  の固有変換像、 $\bar{\rho}_1 : \bar{V} \rightarrow \mathbf{P}_k^1$  を  $\Lambda'(f)$  により定義された  $\mathbf{P}_k^1$ -fibration、 $\Gamma_1, \dots, \Gamma_p$  を  $\bar{\phi}$  によって生じた  $\bar{\rho}_1$  の quasi-sections とする。このとき、 $f$  が simple type であるとは  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_p$  が全て cross-section であること、 $f$  が quasi-simple type であるとは  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_p$  のうち 1 つが  $a$ -section ( $a \geq 2$ ) で残りがすべて cross-section であることと、それぞれ定義する。ここで、具体的に多項式  $f$  の形を求めることが問題となるのであるが、 $f$  が simple type のときには宮西-杉江や Neumann-Norbudy によって完全に解決されており、 $f$  が quasi-simple type のときは、 $a=p=2$  の場合に斎藤によって部分的に解決されている。申請者は  $a=2$  で  $p$  が一般の場合の quasi-simple type について  $f$  の形を決定することに成功した。

まず、この論文で用いられている手法の概略を説明する。Ramanujam-Morrow による  $A^2$  の minimal normal compactification に対する無限遠グラフの分類に合わせて、 $\bar{V}$  は (A), (B) の 2 ケースに分けられ、それぞれのケースについても更に細かく分類されることになる。そしてこれらのケースの各々について、quasi-simple type の quasi-section のうち、唯一存在する 2-section を  $\Delta$  とおき、残りの cross-section を改めて  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_p$  とおく。すると  $\Gamma_1$  と  $\Gamma_2$  を適当に選んで  $\rho_2(\Gamma_1) = \infty$  かつ  $\rho_2(\Gamma_2) = 0$  となる様に  $\mathbf{P}^1$  上の  $\mathbf{P}^1$ -fibration  $\rho_2$  を構成することができ、さらに同様の手法によって  $\rho_2$  から  $\rho_3$  を構成することができる。すると  $\rho_3$  では simple type の generically rational polynomial、とくに大半のケースでは無限遠に 2 places をもつ generically rational polynomial となって simple type の研究結果が利用できることになる。ここで  $n$  places の generically rational polynomial とは、十分一般な  $\alpha \in k$  に対して  $F_\alpha$  を  $f = \alpha$  で定義された  $A^2$  上の曲線としたときに、 $\mathbf{P}^2 - A^2$  上に  $n$  個の places が存在する generically rational polynomial という意味である。以上がこの論文で用いられている手法の概略である。

得られた quasi-simple type の  $f$  は各ケースごとに微妙にその形が異なるが、結局は定理で示した多項式のいずれかの形に当てはまることが最終的な結果である。これらの多項式の分類の詳細は定理の証明の中で展開される。

## 論文審査の結果の要旨

本論文は、それが生成するアフィン平面上の代数曲線束が有理曲線束となるような二変数既約多項式を研究したものである。アフィン平面上の、既約多項式が生成する有理曲線による一次元線形系は、それが平面の完備化の境界において、どのような擬切断を持つかにより著しく性質が異なる。境界上の擬切断がすべて単純切断である場合、あるいは2擬切断ひとつと単純切断が2つである場合には、既にその多項式の形状が解明されていた。学位申請者は、ひとつの2擬切断と複数の単純擬切断を持つ場合を研究し、線形系を生成する既約多項式に11種類の標準形を与えた。この結果はアフィン平面上の有理的一次元線形系を考える上で重要な知見を与えるものである。よって本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値があるものと認める。