



Title	On Weight Systems Derived from Heisenberg Lie Algebras
Author(s)	西原, 秀明
Citation	大阪大学, 2003, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/45139">https://hdl.handle.net/11094/45139</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"&gt;https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> >大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">&lt;/a&gt;</a> をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	にし はら ひで あき 西 原 秀 明
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 8 2 1 5 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 15 年 12 月 22 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	On Weight Systems Derived from Heisenberg Lie Algebras (ハイゼンベルグ・リー代数からつくられるウェイトシステムについて)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 川中 宣明 (副査) 教 授 伊達 悦朗 教 授 藤木 明 早稲田大学教授 村上 順 助教授 三木 敬 助教授 山根 宏之

## 論 文 内 容 の 要 旨

タングルの量子不変量は、Jacobi 図式と呼ばれる抽象グラフの無限級数で書かれる普遍的不変量 (Kontsevich 不変量と呼ばれる) とそれらのグラフの張る線形空間の上で定義された関数 (ウェイトシステムと呼ばれる) との合成として記述される。特に半単純 Lie 代数からつくられるウェイトシステムについては盛んに研究されてきた。

Jacobi 図式とは各頂点の価数が 1 または 3 であるような抽象グラフで、それらの張る線形空間に同値関係が入っている。この同値関係は Lie 代数の括弧積の反対称性と Jacobi 恒等式に対応する関係式から生成されている。

Heisenberg 代数は可解な Lie 代数ではあるが三角分解と非退化な不変対称二形式を持ち、単純 Lie 代数と良く似た構造を持つ。本論文では Heisenberg 代数からウェイトシステム  $W$  を構成し、その値の性質を調べた。即ち、 $W$  で写して値が消えない連結な Jacobi 図式は以下のものに限る。一つの長い線分の両端以外の点に零本以上の線分的一端を接続してできるグラフ、または第一の場合の長い線分の両端を接続してできるグラフでループを唯一つ持つもの。更にこのウェイトシステム  $W$  から結び目の不変量を計算した。Bar-Natan と Garoufalidis によって発見された結び目の Kontsevich 不変量の表示式と併せて計算すると、できる不変量は Alexander-Conway 不変量の逆数を与えることを示した。

次にタングルが三本または四本の垂直な線分であるときについて考察した。幾つかの典型的な Jacobi 図式について計算を行い、その結果をもとに Drinfeld アソシエータを Heisenberg 代数からつくられるウェイトシステム  $W$  で写した像として得られる級数の次数の低い部分を計算した。

## 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

1991 年にコンセヴィッチは反復積分を用いてヤコビ図と呼ばれるグラフの無限一次結合に値をとる結び目不変量を定義した。ヤコビ図とは、リー代数におけるリー積が満たす基本的な性質である交代律とヤコビ律に対応する関係をグラフに課したもののことである。

ヤコビ図から数への線形関数をウェイトシステムと呼ぶが、半単純リー環から作られるウェイトシステムにより、結び目の量子不変量を再構成できることが知られている。

この論文において、西原君は古典的な結び目不変量であるアレキサンダー多項式を表すウェイトシステムの構成に成功しただけでなく、さらに対応するリー代数が半単純ではないが非常に基本的で重要なハイゼンベルグ・リー代数であることを示した。

この研究は、結び目理論で重要なアレキサンダー多項式と、表現論において古典的なハイゼンベルグ・リー代数の密接な関係を明らかにしたという意味で大変意義深いものであり、博士（理学）の学位論文に、十分に値するものである。