【25】

氏　　　　　名	斎藤敏夫（さいとう としお）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　18364　号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	GENUS ONE 1-BRIDGE KNOTS AS VIEWED FROM THE CURVE COMPLEX （曲線複体からみた(1, 1)-結び目）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　大鹿　健一 （副査） 教　授　梅原　雅顕　　助教授　作間　誠　　助教授　大和　健二

論文内容の要旨

Mを向き付け可能閉3次元多様体とする。M内の種数gの向き付け可能閉曲面SがMを2つのハンドル体V_1、V_2に分割するとき、SをMのヘガード曲面、（V_1, V_2 ; S）をMの種数gのヘガード分解という。任意のMに対し、ヘガード分解が存在することは良く知られている。また、一般にヘガード分解は唯一つとは限らないことも知られている。J. Hempelは1997年のプレプリントにおいて、種数$g \geqq 2$のヘガード分解に対して、ヘガード曲面の曲線複体を利用することにより、複雑度$d(V_1, V_2) \in \mathbb{N} \cup \{0\}$を定義した。（この論文は2001年に出版された。）これは、これまでのヘガード分解に関する概念を拡張した画期的なものであり、3次元多様体の幾何的な性質を見事に反映したものとなっている。実際、Mが本質的2次元球面を含むならば、$d(V_1, V_2)=0$である。また、Mが本質的トーラスを含むか、または、ザイフェルト多様体であるならば、$d(V_1, V_2) \leq 2$となる。これらの結果とサーストンの定理により、Mがハーケン多様体で$d(V_1, V_2) \geq 3$を満たすヘガード分解を許容するならば、Mは双曲多様体となることを意味する。

このような先駆的な研究を基盤とし、(1, 1)-結び目を含むMに対して、(1, 1)-分解に複雑度を導入し、同様の考察を行なうことが本研究の目的である。ここで、Kが(1, 1)-結び目であるとは、Mの種数1のヘガード分解（V_1, V_2 ; S）に対し、$V_i \cap K$ ($i=1, 2$) がV_i内の1本の自明な弧とできるときをいう。例えば、2橋結び目やトーラス結び目は(1, 1)-結び目であることが知られている。このクラスの結び目は3次元多様体のデーン手術の分野で非常に重要な役割を果たしているので、研究対象の一つとしてふさわしい結び目であることに注意しておく。

以下、KをM内の(1, 1)-結び目とし、（W_1, W_2 ; P）を（M, K）の(1, 1)-分解とする。Hempelのアイデアを応用し、$P \setminus K$の曲線複体を利用することにより、(1, 1)-分解の複雑度$d(W_1, W_2) \in \mathbb{N} \cup \{0\}$を定義し、以下の結果を得た。

(M, K) が、$d(W_1, W_2) \geq 3$を満たす(1, 1)-分解を許容するならば、Kは双曲結び目である。

また、任意の自然数nに対し、$d(W_1, W_2) > n$を満たす(1, 1)-分解を許容する(1, 1)-結び目が、種数1のヘガード分解を許容するすべてのMに対して存在することも付け加えておく。これらの結果は(1, 1)-分解の複雑度$d(W_1, W_2)$もHempelの結果と同様に、（M, K）の幾何的な特徴を反映してくれることを意味する。

論文審査の結果の要旨

種数１の１橋分解、略して（1, 1）分解、を持つ結び目は、特殊な結び目の族であるが、２橋結び目やトーラス結び目を含む重要な結び目の族であり、近年様々な研究者により研究されている。

斎藤氏は、Hempel による曲線複体（curve complex）を用いたヘガード分解の研究に触発され、新たに（1, 1）分解の複雑度を計る量（distance）を導入し、次の結果を得た。

（１）Distance が２以上の（1, 1）分解を持つ結び目の完全な特徴付け。

（２）Distance がいくらでも高い（1, 1）結び目の構成。

（1, 1）分解を持つ結び目に対しするこれだけ精密な結果は重要な意義を持ち、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。