The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Lp-Lq ESTIMATES FOR THE WAVE EQUATION WITH A TIME-DEPENDENT POTENTIAL
Author(s)	園部, 哲也
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/45584
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【7】

氏　　名	園部哲也（そのべてつや）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学位記番号	第　19016　号
学位授与年月日	平成16年9月30日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	L^p-L^q ESTIMATES FOR THE WAVE EQUATION WITH A TIME-DEPENDENT POTENTIAL （時間依存型ポテンシャルを持つ波動方程式の L^p-L^q 評価）
論文審査委員	（主査） 教　授　西谷　達雄 （副査） 教　授　林　　仲夫　　助教授　杉本　　充　　助教授　土居　伸一 助教授　久保　英夫

論文内容の要旨

波動方程式の初期値問題の基本解に対する L^p-L^q 評価式は、非線形問題などに応用される重要かつ基本的な評価式である。これに関しては、Strichartz および Peral による結果が既に知られている。一方、方程式がポテンシャル項を持つ場合も物理的に重要な方程式であり、特に正の定数ポテンシャルの場合には、Klein-Gordon 方程式と呼ばれている。Klein-Gordon 方程式の場合における同種の評価式も、Marshall-Strauss-Wainger の結果により既に確立されている。当該論文は、ポテンシャル項が必ずしも定数ではない場合に、同じ問題を扱ったものである。

波動方程式や Klein-Gordon 方程式の場合には、初期値問題の基本解を具体的な特殊関数を用いて表示することが可能であり、特殊関数のよく知られた評価式を用いてアプローチすることが可能である。しかしながら、一般のポテンシャルの場合にはこのような表示は期待できず、その基本解の評価も困難となる。そのためこの問題に関する先行する結果は、ほとんど知られていなかった。

ところがようやく最近になって Zhong により、ポテンシャルが時間によらない場合ではあるが、この問題に関する新しいアプローチが示された。それは、方程式を変形することによりある種のエネルギー評価式を導き、それを足がかりに実関数論的な道具を用いて基本解を評価する方法である。この方法では基本解を具体的に表示する必要がなく、また一般の双曲型方程式の場合に応用可能な点においてもすぐれている。このアプローチにより、ポテンシャルの典型例である調和振動子型の場合における評価式が、Klein-Gordon 方程式ではなく波動方程式の場合と同じになることが示されている。ポテンシャルの遠方での挙動がこの種の評価に影響を及ぼすことを示した、初めての成果である。

さらに、ポテンシャルが時間依存する場合の考察も興味深いが、先行する研究はいよいよ皆無であった。その時間依存性が評価式になんらかの影響を与えることが予測されるが、具体的にそれを示した研究もこれまでなされることはなかった。当該論文は、Zhong によるアプローチを改良することにより、ポテンシャルが時間依存する場合を初めて扱ったものであり、その時間依存性が評価式にどのように影響を与えるかについても示している。この成果により適用される具体的なポテンシャルの例としては、時間に関する指数関数があげられる。主結果によれば、ポテンシャルが指数関数的に増大する場合も指数関数的に減少する場合も、波動方程式と同じ評価が得られることがわかる。この結果はこれまで予測されにくかった事実であり、Zhong の方法を単純に改良しただけでは得られない結果でもある。

この例が当該論文の貢献を端的に示しており、また他の方程式における同種の評価式を考察する場合のひとつの指針ともなっている。

論文審査の結果の要旨

本論文のテーマは、時間に依存するポテンシャル項を持つ波動方程式の初期値問題に対して解の L^p-L^q 型評価を与えるものであり、最近発表された Zhong 氏による時間に依存しない場合の結果を拡張する試みである。波動方程式に対するこの種の評価は、近年流行となっている非線型解析のための基本的道具であるが、ポテンシャル項がある場合には解の具体的表示式がなく、そのため評価も困難となる。さらに、ポテンシャルが時間依存する場合に、その時間依存性が評価式にどのように影響を与えるかを調べる事は興味深い問題であるが、これに関する結果は、ほとんど知られていない。

本論文は、Zhong 氏によるアプローチを改良することにより、ポテンシャルが時間依存する場合を世界に先駆けて扱った研究である。本論文の主結果は、この方面の研究に指針を与えるものとして、十分に評価されるものである。

よって，本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。