



Title	Igusa local zeta functions of prehomogeneous vector spaces with universally transitive open orbits
Author(s)	若槻, 聡
Citation	大阪大学, 2005, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/45589">https://hdl.handle.net/11094/45589</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"&gt;https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> >大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名	若 槻 聡
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 19181 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 17 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Igusa local zeta functions of prehomogeneous vector spaces with universally transitive open orbits (普遍推移的開軌道をもつ概均質ベクトル空間の井草局所ゼータ関数)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 伊吹山知義 (副査) 教 授 渡部 隆夫 教 授 今野 一宏 講 師 落合 理

## 論 文 内 容 の 要 旨

この論文の目的は、普遍推移的開軌道をもつ正則な単純またはタイプ I の 2-単純の概均質ベクトル空間の井草局所ゼータ関数の明示形のリストを、一例を除いて、完成させることである。また除かれた空間に関しては、各基本相対不変式に対して、一変数の井草局所ゼータ関数を明示的に与え、そして、多変数に関する明示形の予想を与える。

Igusa は普遍推移的開軌道をもつ既約正則概均質ベクトル空間を分類し、それらの井草局所ゼータ関数を明示的に決定した。そして、その結果により、実数体上と異なり一般論では明らかでない、 $p$ -進体上の基本定理の関数等式に現れるガンマ因子がテイト局所因子と  $b$ -関数によって表されることを示している。その後、Kimura を中心としたグループが、より扱う空間を広げるために既約な場合でない、単純と 2-単純の普遍推移的開軌道をもつ概均質ベクトル空間を分類した。一つの空間を除いた単純の場合について、Hosokawa は井草局所ゼータ関数を明示的に与え、既約の場合の類似として、ガンマ因子がテイト局所因子と  $b$ -関数によって表されることを示した。その除かれた空間については、低い次数に対して計算することで、その井草局所ゼータ関数の明示形の予想を与えている。

我々は、その除かれていた単純な場合の井草局所ゼータ関数を明示的に決定し、Hosokawa の予想を証明した。この空間の井草局所ゼータ関数の計算は、従来の確立した手法では計算ができていなかった。確立した手法では、剰余体の上で積分領域を分割していたが、他の計算例に習い、我々は極大コンパクト群によって積分領域をカルタン分解しすることで計算した。そして、分割した積分領域上の積分を、うまく式変形をすることで、Hironaka と Sato の交代形式の球関数の結果に帰結した。そして、対称式の公式により、分割した積分上の値を足し上げることができ、明示形を得ることができる。

さらに我々は、一つの空間を除いたタイプ I の 2-単純の普遍推移的開軌道をもつ場合について、井草局所ゼータ関数を明示的に決定した。除かれた空間に関しては、各基本相対不変式に対して一変数の井草局所ゼータ関数を明示的に与え、多変数に関する明示形の予想を与えた。我々は、交代形式の球関数の結果と不変写像の逆像の測度とを用いる事によって、これらの井草局所ゼータ関数の明示形を計算した。この予想を与えた空間は、Igusa が言及していた普遍推移的開軌道をもつ被約な空間の性質とは、異なる性質を持っている（被約というのは分類に用いる裏返し変換による性質）。Igusa は  $b$ -関数と井草局所ゼータ関数の対応の観察についても言及しており、我々はその予想した井

草局所ゼータ関数の明示形から、裏返し変換によらない、その Igusa の観察の一般化を与えた。

## 論文審査の結果の要旨

整数論研究におけるほとんどすべての対象について、その対象を特徴付ける手段として、各種のゼータ関数が導入されている。これらのゼータ関数は全複素平面に解析接続され、関数等式を持つなど、著しく特徴的な性質を持っている。このようなゼータ関数の関数等式を普遍的に定式化するために、佐藤幹夫により概均質ベクトル空間の理論が導入され、木村達夫などにより分類が記述された。また、概均質ベクトル空間のゼータ関数は、従来は一部を除いて非常に複雑な対象と考えられていたが、1990 年代頃から既知のゼータ関数との意外に単純な関係なども知られるようになってきた。こういった大域的なゼータ関数の計算を局所的な計算に帰着するときに現れるのが井草の局所ゼータ関数である。井草純一は比較的構造の簡単な概均質ベクトル空間のゼータ関数を計算するのはために、普遍推移的開軌道をもつ既約正則な概均質ベクトル空間を分類し、それらの井草局所ゼータ関数を求めた。細川尋史は井草の計算手法を使い、普遍推移的開軌道をもつ単純概均質ベクトル空間の井草局所ゼータ関数を一つのケースを除いて計算した。申請者は、本論文において、極大コンパクト群による軌道分解、佐藤・広中による交代行列空間の球関数公式などを用いる新しい計算手法を使い、普遍推移的開軌道をもつタイプ I の 2-単純概均質ベクトル空間の井草局所ゼータ関数を計算した。さらに申請者は同様の計算手法を用いて、細川により残されていたケースについて井草局所ゼータ関数を求めた。これらはこの分野の研究において多くの新しい知見を与えるものであり、よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。