



Title	On the Herglotz-Petrovskii-Leray formula for the boundary value problem and a certain application
Author(s)	由良, 浩一
Citation	大阪大学, 2005, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/45651
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 ゆ 良 浩 一

博士の専攻分野の名称 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 第 19178 号

学 位 授 与 年 月 日 平成 17 年 3 月 25 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第 4 条第 1 項該当

理学研究科数学専攻

学 位 論 文 名 On the Herglotz-Petrovskii-Leray formula for the boundary value problem and a certain application
(境界値問題における Herglotz-Petrovskii-Leray 公式とその応用について)

論 文 審 査 委 員 (主査)

教 授 西谷 達雄

(副査)

教 授 林 伸夫 助教授 内田 素夫 助教授 杉本 充

論 文 内 容 の 要 旨

本論文では境界値問題における Herglotz-Petrovskii-Leray 公式を導き、その応用として波動方程式の Dirichlet 境界値問題における Huygens の原理を証明した。Herglotz-Petrovskii-Leray 公式は定数係数双曲型偏微分方程式における基本解のラキュナの存在を証明する際に用いられる。ラキュナとは、基本解が十分滑らかである最大の連結成分 (特異台の補空間にほぼ等しい) の一つを L としたとき、その基本解を L の閉包まで十分滑らかに延長できる領域 L のことをいう。特に領域 L における基本解の値が 0 のとき、その領域は強ラキュナと呼ばれ、それはまさに Huygens の原理にあたる。すなわち、ラキュナの理論は Huygens の原理を一般化した理論とみることができる。

初期値問題における Herglotz-Petrovskii-Leray 公式は 1970 年に Garding らによって導かれた。彼らの仕事により初期値問題のラキュナの理論はほぼ完成したと言える。

Herglotz-Petrovskii-Leray 公式は基本解の一つの表記であり、基本解 $E(x)$ が特異台の補空間においては x に依存したホモロジー類上の積分で表示される。そのホモロジー類が 0 にホモログであれば、 x を含む連結成分がラキュナとなる。境界値問題におけるラキュナの理論については、基本解の特異台の評価が 1976 年、若林によって与えられているがラキュナの理論を展開するまでには至っていない。

境界値問題の場合には初期値問題では現れなかった側面波が現れるため、基本解の特異台の評価においてもその点を考慮する必要がある。Herglotz-Petrovskii-Leray 公式の導出の際も同様である。Herglotz-Petrovskii-Leray 公式導出の際、基本解の積分表示における積分路変更を行わなければならないが、複素領域において特性集合を迂回するだけでなく、側面波を作り出す特性関数の分岐集合をも迂回する必要がある。具体的には、特性関数及びその分岐集合を構成する関数の localization を与え、各局所双曲錐が交わる方向に積分路を変更するわけである。

境界値問題における Herglotz-Petrovskii-Leray 公式の一つの応用として、時空 4 次元空間における波動方程式の Dirichlet 境界値問題において Huygens の原理が成り立つことを証明できる。本稿で与えた証明方法は基本解の値の具体的計算である。積分路を具体的に与え、初等的な方法で計算をした。本来であれば Herglotz-Petrovskii-Leray 公式に現れるホモロジー類が 0 にホモログとなることを証明し、Huygens の原理が成り立つことを示すべきであるが、特性関数を持つ分岐集合がそれを複雑にする。具体的計算による証明は初等的ではあるが、これまで抽象的であ

ったラキユナの理論を具体化でき、なおかつ時空 4 次元空間における他の境界値問題への応用も可能にするという点で十分に意味のあるものである。本論文で与えた波動方程式の Dirichlet 境界値問題は最も簡単な境界値問題の例であり側面波が現れないが、側面波が現れる境界値問題においてラキユナがどのようなときに存在するかを考察するのは、非常に興味深い問題であり今後の課題である。

論文審査の結果の要旨

本論文は、双曲型偏微分作用素の境界値問題の基本解、すなわち境界上のある点では Dirac のデルタ関数となりかつ方程式を満たす超関数解のラキユナを考察したものである。境界値問題の基本解の表現においては、初期値問題の場合と異なって、分岐特異点があらわれる。本論文ではこの分岐特異点を、ロパチンスキー行列式を超局所化する、という手法によって回避し、いわゆる Herglotz-Petrowsky 公式を求めたものである。

この公式の応用として、空間 3 次元の波動方程式の境界値問題の基本解もラキユナをもつことを示している。審査の結果、この論文は学位論文に値する、との結論に至った。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。