【95】

氏　　　　　名	平　岡　裕　章（ひら おか やす あき）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　１９５６１　号
学位授与年月日	平成 17 年３月 25 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 基礎工学研究科システム人間系専攻
学　位　論　文　名	Topological verification in infinite dimensional dynamical systems **（無限次元力学系における位相検証）**
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　名和　範人 （副査） 教　授　鈴木　　貴　　教　授　会田　茂樹　　助教授　小川　知之

論　文　内　容　の　要　旨

本研究では無限次元力学系における不変集合の存在証明を与える、位相的な計算理論を構築することを目的とする。特に定常解の分岐枝の検証及びそれらの間の接続軌道の存在を、力学系における Conley 指数理論を用いて証明する方法論を提案した。Conley 指数を用いて定常解の存在を示すには、近似解の周りで区間の直積で構成される部分集合を与え（lifting 集合と呼ぶ）、その境界でのベクトル場の情報から Conley 指数を計算する。この Conley 指数が双曲型平衡点と同じであれば、この部分集合内に定常解が存在することが証明される。本研究ではこのアイディアを大域分岐枝の検証へ拡張した。ここで近似分岐枝は分岐枝追跡法により求まるが、分岐追跡の各ステップごとに適切な lifting 集合を与える必要がある。本研究においては近似平衡点における線形化行列の固有値の情報を用いて、適切な lifting 集合を与えるアルゴリズムを提案した。この方法を Swift-Hohenberg 方程式に適用し、局所分岐解析からは非自明な幾つかの分岐枝の存在証明に成功した。

上記の存在証明のアルゴリズムにおいては非線形項の評価を与える必要があるが、従来の方法では非線形性が高い問題や、本質的なダイナミクスの次元が大きい問題においては計算コストが悪かった。本研究において擬スペクトル法のアイディアを用いた新しい非線形項の評価法を提案した。この方法では高速フーリエ変換を用いているため、評価に要する計算コストが大幅に削減され、これにより検証の効率化が実現された。

位相的方法においては定常解の検証の際に Conley 指数を求めているが、この議論をさらに進めることにより定常解の間の接続軌道の存在を示すことが可能となる。本研究においては計算機をもちいて不変集合の Morse 分解を与える１つの方法を提案している。この Morse 分解と Conley 指数の情報から、定常解間の接続軌道の存在を代数的議論を経ることで調べることが可能となった。本論文では Swift-Hohenberg 方程式に適用することで、幾つかのパラメーター値で位相半共役な力学系の存在を証明した。

論　文　審　査　の　結　果　の　要　旨

本学位論文では、無限次元力学系の定常解の大域的な分岐構造を調べるための位相的数値検証法を提案し、それを

３次および５次の非線形項を持つ Swift-Hohenberg 方程式に適用した。Swift-Hohenberg 方程式はパターン形成などの観点からその分岐構造を調べることが重要な課題と考えられている。空間変数に対して周期境界条件を課すことで、問題を離散化し、その平衡解および定常解の存在・非存在、（存在する場合は）その一意性、さらには平衡解を結ぶ接続軌道（connecting orbit）の有無などを数値的に検証する。

近年、計算機支援による数学的研究はその重要性を増しているが、特に最近では、計算ホモロジー（Computational Homology）と呼ばれる分野が、ジョージア工科大学（Georgia Tech）を中心として世界規模でその研究層を広げており、平岡君の研究もこの流れの中で行われたものである。この理論は、対象の Homology を数値計算する方法を開発して、それをいろんな分野に応用しようというものであり、従来の、種々の不動点定理に基づく関数解析的な精度保証数値計算法とは一線を画している。

本論文では、非線形偏微分方程式を無限次元力学系とみなして、フーリエ・ガレルキン（Fourier-Galerkin）法を用いてダイナミクスに本質的な有限次元の部分を取り出す。その有限次元部分の近似的な流れに対して近似平衡点のまわりで位相的不変量を計算する。その際、残りの無限次元変数からの影響を解析的に評価しそれに区間演算を組み合わせることで、元の無限次元ダイナミクスにも同等な位相的構造があることが示せる。こうした解析は位相的な精度保証数値計算という新たな方向付けを行うものである。

上記のような観点から本論文を博士（理学）の論文として価値あるものと認める。