Title	The Dedekind different and the homological different
Author(s)	渡邊, 豊
Citation	大阪大学, 1968, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/46129
rights	
Note	

【16】

氏名・(本籍)	渡邊 豊（わたなべ ゆたか）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 1511 号
学位授与の日付	昭和 43 年 6 月 19 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**デデキント差積とホモロジー差積**
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 (副査) 教授 村上 信吾　教授 永尾 汎　助教授 赤川 安正

論文内容の要旨

R を可換環，A を R-加群として有限生成であるような R-多元環とする。A と逆同型な多元環を A° で表し，$A^e=A\underset{R}{\otimes}A^\circ$とおく。$A$ は自然に左 A^e-加群と見放せるが，A がその加群構造によって A^e-射影的なる時，A を R 上の分離多元環と呼ぶ。参考論文〔3〕に於いて，次の様な結果が示された。A が R を含む R-射影的な分離多元環ならば，A と $A^*=Hom_R(A, R)$ は左 A^e-加群として同型（つまり A は中山―Eilenberg の意味で対称多元環）である。この同型は次の様にして与えられる。A の中心を S とすれば，S-多元環としての A に被約トレース $t: A\to R$ が定義される。それは S が体の時には古典的多元環論に於ける被約トレースと同概念である。S の R-多元環としての正則トレースを t' とし，A^e-準同型 $\theta: A\to A^*$ を $\theta(x)(y)=t'\circ t(xy)$ と定義すれば，θ が望んでいた同型を与えるわけである。

話を主論文の方へ移して，今 A を一般な R 上の多元環とする。自然な A^e-準同型 $\varphi: A^e\to A(\varphi(x\otimes y^\circ)=xy)$ の核の A^e での右零化イデアルを N とし，$H=\varphi(N)$ を A のホモロジー差積と呼ぶ。H は A の中心のイデアルである。A が分離多元環である必要十分条件は H が A の中心に一致することである。

K を R 全商環，A を R-射影的な R-多元環でその中心が R に一致しているとする。$K\underset{R}{\otimes}A=\mathfrak{A}$ に今，K-分離性を仮定する。$\mathfrak{A}$ の中心は K である。$\mathfrak{A}$ の被約トレースを t とし，$C=\{x\in\mathfrak{A}\mid t(xA)\subset R\}$, $D=\{x\in\mathfrak{A}\mid xC\subset A\}$ とおく。D を A のデデキント差積と云う。前述した如く $\theta: \mathfrak{A}\to\mathfrak{A}^*=Hom_K(\mathfrak{A}, K)$; $\theta(x)(y)=t(xy)$ は $\mathfrak{A}^e$-同型対応である。次に $\mathfrak{A}^e$ から $Hom_K(\mathfrak{A}, \mathfrak{A})$ への K-多元環としての準同型 η を，$\mu(x\cdots y^\circ)(z)=xzy$ と定義する。η はやはり同型である。C, D, N, H, t, θ, η, の間には次の様な関係が成立する。

1） $D\subset C$

2） $\theta(C)=Hom_R(A, R)$

3） $\theta(D)=\eta(N)$

4） $t(D)=H$

1）は R が整閉ならば明らかなことであるが，ここでは一般な R についても成り立つことを示している。2）は A が準フロベニウス多元環である為の必要十分条件が C の A-射影性であることを示す。従って正規単純多元環の中の遺伝整環は準フロベニウスである。3）は4）の補題としての役目を果す。4）は A について定義された二種の差積 D, H の間の関係式として興味がある。この式は D.G. Higman によって R がデデキント整域の時，R. Fossum によって R が整閉ネター整域の時，それぞれ証明されていた。ここでの結果は R を全く任意の可換環としての結果である。

又，上と同じ設定のもとに，次の五つの条件は同値である。

a) $A^*=At$

b) $C=A$

c) $\mathrm{D}=A$

d) $H=R$

e) A は R-分離多元環

この結果により，古典的な差積定理の次の様な一般化を得る。

A の極大両側イデアル $\mathfrak{M}$ が不分岐ならば $D\not\subset\mathfrak{M}$ である。又，R の任意の極大イデアル $\mathfrak{m}$ について $A\mathfrak{m}/A$ が体 $R/\mathfrak{m}$ 上の準素多元環ならばこれの逆が成りつ。但し，ここで $\mathfrak{M}$ が不分岐であるとは $\mathfrak{M}=(\mathfrak{M}\cap R)A$ 且つ $A/\mathfrak{M}$ が $R/\mathfrak{M}\subset R$-多元環として分離的なることである。

論文に述べた，この差積定理の証明は，古典的なデデキント整域上の極大整環に於ける差積定理の，乗法的イデアル論に強く依存した証明とはその本質を異にするホモロジー的な証明である。

論文の審査結果の要旨

デデキント整域 R 上の極大整環 A に対し，A の差積は A のイデヤルとして与えられる。古典的差積定理は，A の素イデヤルが分岐するものは差積を含むときかつこのときに限ることを示す。

これら，分岐イデヤル，差積の概念および定理は，近来より一般な環に対して拡張が試みられ，特に多元環に対してはホモロジー代的考察が行われるようになった。

渡辺君は，その主論文において，一般な可換環 R 上の多元環 A に対し，そのホモロジー差積，デデキント差積，被約トレースを考察し，その主定理より，より一般な差積定理を導いた。

すなわち，K を R の全商環とし，基礎環 R は任意であるが，A は R 上有限生成射影加群で，さらに $K\otimes A$ は K 上中心分離的多元環とする。この条件のもとで基本関係として，A のホモロジー差積は A のデデキント差積の被約トレースによる像と一致することを示した。これは，K. Fossum が整閉ネーター整数 R 上に示した結果の一般化である。この関係を用いて，主定理として，次の3条件が同値であることを得た。1. A が R 上分離的である。2. デデキント差積は R と一致する。3. ホモロジー差積は R と一致する。ついで，この主定理を有効に用いて，一般化された差積定理の

成立を示している。

以上が主論文の結果であるが，そこで用いられた被約トレースは副論文の１つで，与えられた概念で，副論文における結果を有効に使用して，主定理を得ている。

実際に応用され得る範囲について，さらに一般化され得るかどうかについての問題は，未だ今後に残されるがホモロジー代数的手法を駆使して，簡潔に定理を一般化し，証明を与えたことは極めて興味深い。

以上，渡辺君の論文は，その副論文ともあわせて，ホモロジー代数において，その重要性から見て理学博士の学位論文として，十分価値あるものと認める。