The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ON THE EQUILIBRIUM MEASURE OF RECURRENT MARKOV PROCESSES
Author(s)	Oshima, Yoichi
Citation	大阪大学, 1979, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/46131
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【30】

氏名・(本籍)	大島洋一（おおしまよういち）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 4514 号
学位授与の日付	昭和54年3月19日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**再帰マルコフ過程の平衡測度について**
論文審査委員	(主査) 教授 渡辺 毅 教授 池田 信行　教授 柴田 敬一　教授 福島 正俊

論文内容の要旨

1957～1958年HuntはNewtonポテンシャルとBrown運動の対応を一般化し一般の非再帰的マルコフ過程，いわゆるHunt過程についてポテンシャル論を展開した。再帰的な場合のポテンシャル核は，安定過程等具体的な場合は，G^pをレゾルベント核，μを不変測度とするとき，$<\mu, f>=0$をみたすコンパクトな台をもつ有界関数fに対して$Gf=\lim_{p\to 0} G^p f$により定義できる。一般のHunt過程の場合には同様の極限値としてポテンシャル核を定義出来ない。そのために上のGfが満足する方程式，$(I-pG^p)Gf=G^p f$によってポテンシャル核Gを定義する。その様な核の1つの構成法は参考論文で与えた。ポテンシャル論の更に詳しい議論をするために，dual Hunt過程の存在の仮定の下で，$G(x, dy)$の$\mu(dy)$に関する密度関数で，ある意味で連続で有限なものを作る必要がある。そのような密度関数をポテンシャル核関数という。非再帰の場合には，国田—渡辺により超過的関数の概念を使う事によってポテンシャル核関数が作られ，ポテンシャルの詳しい性質が調べられている。再帰的な場合は超過的関数の概念を使えないため類似の方法でポテンシャル核関数を作る事は出来ないが，非再帰の場合の結果を効果的に使う事により構成出来る。更にそれはxのみ又はyのみの関数の差を除いて一意に定まる。特に連続な非負加法的汎関数に対応する測度に関するx及びyに関する積分の値が共に0となるポテンシャル核関数は（積分があれば）存在し唯一つである。それを$g(x, y)$と書く。任意のポテンシャル核関数が与えられたとき，任意の連続な非負加法的汎関数で時間変更したマルコフ過程のポテンシャル核関数は元の核関数を汎関数の台に制限すればよい。この事とDynkinの公式と類似の式を使えば，再帰的となるような境界条件の境界値問題の解が自然に導ける。ポテンシャル核関数の他の応用として，強Fellerで対称なマルコフ過程の平衡測度について考える。確率測度ξに対してそのエ

ネルギーを$I(\xi)=\iint g(x,y)\xi(dx)\xi(dy)$とおく。$\xi$がコンパクト集合F上の確率測度全体を変わるときの$I(\xi)$の最小値を$R(F)$としたとき，$R(F)=\infty$である事がFが極集合であるための必要十分条件であることがいえる。$R(F)$及びそれを与える測度ξ_Fは直観的に意味をもつ確率論的な量で書ける。更にξ_F, $R(F)$は（平衡原理）“$\int g(x,y)\xi(dy)$がF上で極集合を除いて定数となる”F上の一意的な測度とその定数である。

論文の審査結果の要旨

再帰マルコフ過程のポテンシャル論に関しては，非再帰マルコフ通程の場合程豊富な結果が得られていない。2次元ブラウン運動や再帰ランダム・ウオークなど2，3の特別な場合を除けば，ポテンシャル作用素の存在を論じることがその主要な研究課題であった。ポテンシル作用素の存在に関しては多くの研究があるが，大島君が本論文に先立ってJ. Math. Soc. Japanに発表した論文の結果が最も一般なものである。

大島君は本論文において，従来の研究を一進め，一般の再帰マルコフ過程にたいして始めてポテンシャル核関数の概念を導入し，その存在を示すとともにポテンシャル論的性質を調べた。まず著者は，不変測度に関して双対過程が存在する再帰マルコフ過程にたいしてポテンシャル核関数$g(x, y)$を構成した。この構成の副産物としてポテンシャル核関数の時間変更に関する不変性，詳しく云えば，任意の連続な非負加法的汎関数で時間変更したマルコフ過程のポテンシャル核関数は，元の核関数$g(x, y)$を汎関数の台に制限すればよい，という著しい結果が得られる。ついで著者は測度μのg-ポテンシャル$\int g(x, y)\mu(dy)$を考察し，g-ポテンシャルによる極集合の特徴付けを与えた。さらにg-ポテンシャルにたいして一般化された平衡原理が成り立つことを証明し，同時にロバンの定数の確率論的意味を明らかにした。対称過程の場合には，著者の示した平衡原理から通常の平衡原理が導かれる。これらの結果は$g(x,y)$がポテンシャル論の研究対象として興味深い核関数であることを示しており，再帰マルコフ過程に関する精密なポテンシャル論の先駆的業緒として高く評価される。

以上，本論文における大島君の研究は，マルコフ過程の理論に重要な寄与をなすものであり，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。