氏　　　　　名	春井　岳（はるい　たけし）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　１９９９８　号
学位授与年月日	平成 18 年３月 24 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	ON SPECIAL LINEAR SYSTEMS ON ALGEBRAIC CURVES （代数曲線上の特殊線型系について）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教 授　今野　一宏 （副査） 教 授　臼井　三平　　教 授　並河　良典 徳島大学総合科学部教授　大渕　　朗

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は代数曲線上の特殊線型系に関する三つの研究から成っています。

まず第一の研究ではゴナリティーとクリフォード指数の決定問題を扱いました。これら二つは曲線上の線型系を用いて定義される代数曲線の基本的な不変量です。簡単のため、主としてゴナリティーについて述べます。これは代数曲線から射影直線への有限射の最小次数、言い換えれば曲線上のペンシル（１次元線型系）の最小次数です。第一の研究の主題は楕円線織面上の曲線についてゴナリティーやクリフォード指数を決定することです。まず、曲線のゴナリティーが曲面からの写像に由来するための数値的な十分条件を見出しました。さらに、この条件が多くの場合に満たされることを確かめ、曲面上の線型系に考察を絞ればよいことを示しました。この方法によって、少数の例外を除いて曲線のゴナリティーを完全に決定することができました。また二つの不変量の関係を利用することにより、クリフォード指数も求めることができました。次に上記の条件を満たさない場合を考察し、その大半の場合についても不変量を決定しました。第三に、同一の線型同値類に属しているにも関わらず、相異なるゴナリティー（およびクリフォード指数）をもつ曲線を構成しました。

二つ目の研究の主結果はクリフォードの定理の一種の拡張です。クリフォードの定理とは代数曲線上の線型系の次数と次元についての不等式であり、代数曲線論における重要な基本定理の一つです。まず正の整数 l に対してクリフォードの定理の拡張となる不等式を考え、これを満たさない線型系をもつ曲線を l-クリフォード曲線と呼びます。この言葉で表せば、問題は l-クリフォード曲線を分類することです。元のクリフォードの定理は l＝１の場合に対応します。まず、任意の l に対して l-クリフォード曲線の粗い分類を得ることができました。簡単に言えば、l-クリフォード曲線は射影空間の中の最小次数の曲面に乗るか、あるいは別の曲線への次数 l 以下の被覆をもつことがわかりました。次に、与えられた曲線が l-クリフォード曲線か否かを判定する方法を得ました。さらに l＝３のときにより精密な考察を行い、3-クリフォード曲線を詳しく記述しました。

最後に第三の研究について述べます。曲線のゴナリティーが与えられても、最小次数のペンシル（１次元線型系）の個数を決定するのは簡単ではありません。その中で特に問題となるのが種数８の場合です。種数８でゴナリティー５の曲線は次数５のペンシル（１次元線型系）を高々14 本しかもたないことが向井茂氏たちによって示されています。

そこでその個数を決定することが次の課題となります。本研究では主に種数８の曲線が平面７次曲線のモデルをもつ場合を扱い、その特異点の配置とペンシルの個数との関係を明らかにしました。この場合平面７次モデルは７つの２重点をもちますが、この７つが同一の２次曲線上にあるか否かで場合が分かれます。前者の場合には次数５のペンシルは高々７個で、すべての場合が実際に起こることを示しました。また後者の場合、個数が２から 14 までの場合はすべて実際に起こりますが、個数１という場合のみ実際には起こらないことを曲面の２重分岐被覆の理論を用いて明らかにしました。また、曲線の定義方程式を書き下すことにより明瞭な具体例を与えました。その他、種数８以外でゴナリティーが小さい場合にも、ゴナリティーを与えるペンシルの個数を決定することができました。

論文審査の結果の要旨

本論文は、種数が２以上である非特異既約射影代数曲線の有する特殊線型系を研究するものである。

特殊線型系は、その定義からリーマン・ロッホ定理では次元が確定できないために、古くから代数曲線論の中心課題のひとつであった。それらに対する基本定理として、古典的なクリフォード定理を挙げることができる。これは、特殊線型系の次数と次元の関係を与えるものであって、次数は必ず次元の２倍以上となる。コッペンスとマルテンスは、10 年ほど前にこの定理の拡張を試み、次数が次元の３倍を超えない場合の曲線および特殊線型系を記述した。学位申請者は、彼らの試みをさらに推し進めることによって、クリフォード曲線という概念を創出し、次数がある条件をみたすとき、次数が次元の自然数倍を超えないような特殊線型系およびそれを有する代数曲線の特徴づけを行った。

また、一方で、代数曲面上にある代数曲線に対して、そのゴナリティーやクリフォード指数を決定する問題も考察した。射影平面やそれと双有理同値な有理線織面の場合に対する既知の結果を拡張して、楕円線織面と呼ばれる、楕円曲線上の射影直線束の全空間上にある代数曲線に対して、そのゴナリティーおよびクリフォード指数を決定した。また、同時に、それら不変量が、必ずしも代数曲線の線型同値類あるいは数値的同値類のみでは決定されないような、わかり易い具体例を与えることにも成功した。更に、７次平面曲線モデルを有する種数８の代数曲線に対して、その上の次数５、次元１の特殊線型系の個数が、最小値１から上限値 14 までを取りうることを示した。以上の業績は、当該研究分野に新たな知見をもたらすものである。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。