【26】

氏　　　　　名	北　川　真　也（きた がわ しん や）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　１９９９６　号
学位授与年月日	平成 18 年３月 24 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	Studies on fibred rational surfaces and the Mordell-Weil lattices **（有理ファイバー曲面とそのモーデル・ヴェイユ格子の研究）**
論文審査委員	（主査） 教 授 今野　一宏 （副査） 教 授 臼井　三平　教 授 並河　良典

論 文 内 容 の 要 旨

本論文ではモーデル・ヴェイユ階数が極大な有理ファイバー曲面が考察される。ここで有理ファイバー曲面とは、複素数体上で定義された曲線束を伴う非特異有理曲面を指す。曲線束は一般ファイバーの種数が１以上で相対極小、更にいつも切断を持つと仮定する。曲線束の生成幾何ファイバーのヤコビ多様体に着目する。その有理点全体は有限生成アーベル群を成し、モーデル・ヴェイユ群と呼ばれる。その自由部分に有理ファイバー曲面の交点形式から誘導されるハイトペアリングを用いて、正定値格子の構造を持たせたものがモーデル・ヴェイユ格子である。またその階数はモーデル・ヴェイユ階数と呼ばれる。本論文の第一章ではモーデル・ヴェイユ格子理論が簡潔にまとめられている。

クリフォード指数も曲線の重要な不変量の一つであるが、種数と対比すると代数的色彩が強い。クリフォード指数が低いほど（種数を固定した）モジュライの意味で特殊な曲線となる。本論文の第五章では有理ファイバー曲面のモーデル・ヴェイユ階数の上限が、種数とクリフォード指数による有理式で与えられる。それらは種数によって適用範囲が分けられた３つの不等式からなる。また、種数に関しては線型で、クリフォード指数に関しては少なくとも一１次以上で高々２次以下の有理式である。実際にその最大値をとる有理ファイバー曲面の構造が明白に記述され、その構成法も与えられる。更に対応する最大階数のモーデル・ヴェイユ格子の構造が決定される。このとき最大階数のモーデル・ヴェイユ格子は幾タイプにも派生するが、それらは階数８のユニモジュラールート格子 E_8 の拡大格子となる。以上が主結果である。

本論文の主要なアイディアは曲線束の随伴束に着目する点である。第二章では幾何種数と不正則数が零の非特異射影ファイバー曲面に対して、随伴束に関する一般論が整備される。

有理楕円曲面のモーデル・ヴェイユ格子理論はＥ型特異点の変形理論で興味深い応用が示された。そのとき（E_8 と同型な）最大階数のモーデル・ヴェイユ格子が重要な役割を担った。そこで種数が２以上の場合にも、まず最大モーデル・ヴェイユ階数の有理ファイバー曲面とモーデル・ヴェイユ格子に関心が向く。クリフォード指数が０、１の場合には先行結果があった。第三章ではクリフォード指数が２の場合が考察される。第四章では双楕円曲線束について論ぜられるが、これはクリフォード指数が２の特殊な場合である。

本論文の研究成果により、有理曲面の高種数曲線束のモーデル・ヴェイユ格子に対しても、特異点の変形理論への

応用が示唆される。更に符号理論や暗号理論への応用も期待される。

論文審査の結果の要旨

本研究は、代数曲線束をもつ有理曲面に対して、その一般ファイバーの種数およびクリフォード指数を用いて、付随するモーデル・ヴェイユ格子の階数の上限を与える不等式を証明し、その上限をとる場合の曲面および代数曲線束の構造を決定し、分類を行ったものである。

当該有理曲面は、１変数有理関数体上の代数曲線と看做すことが出来、この同一視により１変数有理関数体上のヤコビ多様体の有理点は、本来の代数曲線束の正則切断と対応する。ファイバーの種数が大きくなるに従い、ヤコビ多様体の次元が大きくなるため、有理点全体のなす群（モーデル・ヴェイユ群）を直接研究することは困難になる。しかし、上記の対応によってそれを代数曲線束の切断のなす群として捕らえれば、曲面上の交点形式を用いて研究することが可能になる。これがモーデル・ヴェイユ格子理論である。

学位申請者は、これまで主に楕円曲面すなわち種数１の代数曲線束に対して行われてきたモーデル・ヴェイユ格子の研究を、一般種数に拡張して考察した。その際に、種数の他に代数曲線の重要な不変量であるクリフォード指数を分類の新たな目安として加え、そのような不変量を固定した際の代数曲線束のスロープと格子の階数を関連させ、特に極大階数をもつ場合にスロープの下限を研究した。その結果、極大な階数をもつモーデル・ヴェイユ格子の構造は、楕円曲面の場合のそれである E_8 型ルート格子の自然な拡張になっている事実が明らかにされた。以上の業績は、当該研究分野に新たな知見をもたらすものである。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。