

Title	Studies on a mean field parabolic equation and its attractor
Author(s)	宮下, 鋭也
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	http://hdl.handle.net/11094/46732
DOI	
rights	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名	宮下 鋭也
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 20445 号
学位授与年月日	平成 18 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学位論文名	Studies on a mean field parabolic equation and its attractor (平均場放物型方程式とそのアトラクターの研究)
論文審査委員	(主査) 教授 鈴木 貴 (副査) 教授 名和 範人 教授 会田 茂樹

論文内容の要旨

本論文では、非局所項を持つ半線形放物型微分方程式を考察している。その中で、時間大域解の存在、安定及び不安定多様体の性質、 ω -リミット集合の性質、指数アトラクターの構成を証明している。この方程式の研究はオーム加熱に動機付けられている。別の動機は細胞性粘菌の走化性を記述する Keller-Segel 系である。非局所項を持つ方程式を扱う際の困難な点は最大値原理が適用できないことから生ずる。そのため例えば、Morse-Smale 性が成り立つか否かは分からない。従って、定常解によって結ばれるヘテロクリニック軌道の存在性についても解決できない。本論文では最大値原理の代わりに Lyapunov 関数を用いてアприオリ評価を得て時間大域的解の存在性を示している。

定理 1 で時間大域的解の存在を主張している。これによって力学系を定めることが出来る。証明は方程式を変換して標準的な形にして不動点定理を用いて局所解の存在を示し、次にアприオリ評価によって大域的であることが示される。連続依存性により力学系を定めることが分かる。

定理 2 で安定多様体と不安定多様体の接空間はそれぞれ正と負の固有値に対応する固有関数によって張られていることと安定多様体と不安定多様体は適当な関数空間に埋め込まれた部分多様体である事を主張している。証明は力学系とその微分の単射性と微分が稠密な値域を持つことで行われる。

定理 3 で初期値に対する方程式の ω -リミット集合は空ではなく、コンパクト、不変且つ連結であって、定常解の集合に含まれることを主張している。証明は軌道の相対コンパクト性と Lyapunov 関数の存在によって行われる。

定理 4 で力学系にはグローバルアトラクターが存在し、指数アトラクターを構成できることを主張している。証明は力学系の一様コンパクト性と吸収集合の存在を用いて圧搾性の定理を適用することで示される。

論文審査の結果の要旨

非局所項をもつ非線形放物型方程式は、オーム則に支配される熱方程式、輸送現象の基礎方程式のうちで特に場の方程式、また数理生物学における走化性方程式などとして現れ、熱力学の第 2 法則に基づく自己組織化を記述するものとして、近年関心が高まっているものである。非局所項がない場合と異なり比較定理が成り立たないために、

Liouville 性、Morse-Smale 性、hetero-clinic cascade など、力学系として重要な性質の解明が未解決で、複雑なパターン形成の数理的な解明は今後の課題として残されている。本研究は空間一次元の場合を取り扱い、最初に縮小写像の原理によって解の時間局所的一意存在に関する基本定理を確立し、Lyapunov 関数を用いて先験的評価を導出することによって時間大域的な力学系を構成した。次に、巧妙な変換と精密な評価によって力学系の理論を適用することを可能とし、それに基づいて指数アトラクターを構成して、自己組織化の諸相が定常問題に押し込められることを確立した。最後に定常問題の解の構造を、多重存在や Morse 指数も含めて詳細に考察した。これらの研究は熱力学の第 2 法則のもとで遷移的に現れる複雑なパターンを数理的に解明するための、力学系の非局所項をもつ放物型方程式の基礎理論として、今後引用されるべき重要な貢献であり、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。