

Title	A risk-sensitive stochastic control approach to optimal investment problems for factor models
Author(s)	畑, 宏明
Citation	大阪大学, 2006, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/46776">https://hdl.handle.net/11094/46776</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	はた 畑 宏 明
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 20451 号
学位授与年月日	平成 18 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科システム人間系専攻
学位論文名	A risk-sensitive stochastic control approach to optimal investment problems for factor models (ファクターモデルに対する最適投資問題へのリスク鋭感的確率制御からの接近)
論文審査委員	(主査) 教授 長井 英生  (副査) 教授 会田 茂樹 教授 稲垣 宣生 助教授 Kohatsu-Higa, Arturo

## 論文内容の要旨

本論文の目的は Pham によって紹介された大偏差制御問題（以下、問題 1 と呼ぶ）、つまりターゲット成長率を与えた時の大偏差確率最大化問題の明示的な最適解（最適戦略の明示的構成と最適値）を得ることである。Pham によってこの問題の最適解は HARA パラメーターが正の場合の無限時間範囲のリスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題（以下、問題 2 と呼ぶ）を解くことによって得られることが証明されている。

本論文の研究結果は Pham が線形 Gauss 型モデルで完全可観測の場合に問題 1 を解決しているのに対し、(A) CIR モデルで完全可観測、(B) ある非線形モデルで完全可観測、(C) 線形 Gauss 型モデルで部分可観測の 3 つの場合に問題 1 の最適解を得たことである。

研究方法はまず問題 2 を解くために HARA パラメーターが正の場合の有限時間範囲のリスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題（以下、問題 3 と呼ぶ）を考えた。(A) と (B) は完全可観測の場合を扱っているので、問題 3 の値関数の満たす Bellman 方程式を導くことによって問題 3 の最適解を得た。問題 2 は先の Bellman 方程式の極限方程式であるエルゴード型 Bellman 方程式を考察することによって問題 2 の最適解を得た。最終的に Pham の主結果によって、問題 1 の明示的な最適解を構成した。

また、(C) は部分可観測の場合を扱っているので問題 3 を解くのに、非線形フィルタリングを通じて修正 Zakai 方程式という確率偏微分方程式を解析するが、線形 Gauss 型モデルの場合、解は Kalman フィルターなどによって、明示的に表される。この方程式より問題 3 の値関数はフィルターの 2 次関数（2 次の係数は time inhomogeneous な Riccati 方程式の解）となることにより問題 3 を解決した。問題 2 は先の Riccati 方程式の解の漸近挙動を調べて解決した。最終的に Pham の主結果を用いて問題 1 の最適解を得た。

## 論文審査の結果の要旨

畑宏明君の論文は、ファクターモデルという市場モデルで長時間平均 HARA 期待効用最大化問題を考察したものである。まず第1章で、完全情報下で問題を考察している。数理ファイナンスで重要とされる、CIR 金利モデルをファクター（経済的要因）とするモデルで、証券価格の変動の大きさを表すパラメーターであるヴォラティリティーがファクターによっているという数学的取り扱いが困難とされる場合に問題を考察している。数理ファイナンスでは解の存在のみならず、その明示的な表現を得ることが重要とされるが、彼らはこの論文で、Bessel 関数等特殊関数を用いて有限時間範囲の問題の明示的な解の表現を求め、さらに、その漸近的挙動を具体的に詳細に計算しつくしている。有限時間範囲の問題は、松本裕行氏と M. Yor の共同研究をもとにしたアイデアに基づいて出発したが、対応するベルマン方程式を線形化した上で、その時間大域的挙動を詳細に調べつくし、長時間平均の問題を精細にクラス分けする結果を得ている。特に、HARA パラメーターの取りうる臨界値を求め、その値に対応する方程式を詳しく解析することがポイントになっており、その分析力は著しい。その結果を発表した国際会議で好評を博している。一方第2章では、資産の増大率があるレベルを超える確率（大偏差確率）の漸近的性質を、同じくファクターモデルと呼ばれる市場モデルに対して、部分情報下で考察し、それを、長時間平均 HARA 期待効用最大化問題（リスク鋭感的確率制御問題）の双対問題としてとらえ、明示的な漸近挙動を得ている。その際、HARA パラメーターのとりうる臨界値とその値に対する期待効用最大化問題の解を明示的に求めることが必要になる。対応する時間的非一様リッカチ常微分方程式が可解となる臨界値を求め、その値に対するその解の漸近挙動を詳しく計算することにより、問題の解決をみている。基本的なアイデアは、完全情報下で同じ問題を考察した H. Pham による、結果を出発点としているが、Pham がやろうとして、成しえなかった部分情報下で問題を考察し、多くの困難を乗り越えて解決している。以上により、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。