



Title	Quasi-variational inequalities for optimal investment with transaction costs and their numerical analysis
Author(s)	田村, 隆志
Citation	大阪大学, 2006, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/46808
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名 田 村 隆 志

博士の専攻分野の名称 博 士 (理 学)

学 位 記 番 号 第 20446 号

学 位 授 与 年 月 日 平成 18 年 3 月 24 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第 4 条第 1 項該当

基礎工学研究科システム創成専攻

学 位 論 文 名 Quasi-variational inequalities for optimal investment with transaction costs and their numerical analysis
(取引コストを考慮した最適投資に対する準変分不等式とその数値解析)

論 文 審 査 委 員 (主査)

教 授 長井 英生

(副査)

教 授 会田 茂樹 教 授 稲垣 宣生

助教授 Kohatsu-Higa, Arturo

論 文 内 容 の 要 旨

取引コストがある状況での、資産の長期間における最適な投資方法を、数学的手法および数値計算によって研究した。これはポートフォリオ最適化問題と呼ばれるものの一つである。1969 年から 1971 年に掛けての Merton による研究を嚆矢として、ポートフォリオ最適化問題に関する多くの研究がなされてきた。その中でも、取引コストを導入してより現実的なモデルでの最適化問題を調べるという一連の研究が存在する。本論文はそのような流れの中に位置付けることができる。

本論文では取引コストとして、取引ごとに支払う固定コストと、取引量に応じて支払う比例コストの両方を考慮した。これは 1995 年に Morton と Pliska が導入した固定コストのみを扱ったモデルを拡張したものである。数学的にはこの最適投資問題を確率制御の問題として定式化し、準変分不等式と呼ばれる非線形偏微分方程式を導出した。この方程式は割引要素を含まないエルゴード型であり、従来の手法では解くことができないものであった。これに対して、確率論的な評価を用いて方程式の解の存在を証明した。また、この方程式の解を使うことによって最適な投資戦略の存在を示し、ポートフォリオの最適成長率が存在し且つ達成可能であることを示した。

また、固定コストのみが存在する状況での最適投資戦略を数値計算によって具体的に求めた。2004 年の長井教授の研究により、これはある種の最適停止問題に還元できることが分かっている。株価過程より決定される拡散過程をマルコフ連鎖によって近似し、マルコフ連鎖に対する最適停止問題に帰着させることにより、計算機上での計算を実現した。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

田村隆志君の論文は、取引費用を考慮した場合の資産の期待効用最大化成長率に関するものである。まず、第 1 章において、取引費用として、取引量に比例した部分と総資産に対する一定比率の 2 つの部分からなるものを考察している。取引費用が取引量に比例した部分のみからなる場合には先行研究があり、最適な投資戦略は連続的な取引を許

容するものとなって、現実とかけ離れたものとなり、実務的には採用されないものとなっている。一方総資産に対して一定比率の取引費用とした場合には、最適投資戦略が離散時間列で行うものとなる先行結果があるが、取引量に比例した要素がないという点で現実的でないといわれる。田村君はその2つの要素を組み込んだ取引費用を独自に定義し、その際の最適戦略の構成方法を数学的に厳密に証明している。数学的な観点からは、「エルゴード型」準変分不等式を導き、その解の存在証明をすることにより、その解から最適戦略を構成し、最適成長率を求めている。この「エルゴード型」準変分不等式自体これまでにない新しいタイプのものであり、したがってその解法も田村君の独創になるものであり、その独自性が著しい。第2章では取引費用が総資産に対して一定比率の場合に、最適成長率の値およびその最適戦略を構成するための数値解析を行っている。その場合には、問題は変分不等式の数値解析を行うことになる。しかしながら、問題は自由境界問題の境界を数値的に求めるという困難な問題に直面する。田村君は、Kushner-Dupuisにより研究されてきたマルコフ連鎖の確率制御問題に基づく数値解法をこの問題に適用することにより、これまでに見られない精密な数値解析を実行している。その際、座標変換を用いて対応する変分不等式を厳密に解くという理論結果を用い、その更なる解析も行うことにより、効率的で、精細な結果を得ている。理論解法のみならず、数値解析手法までも独自の手法を考察したこの論文は優れたものである。以上により博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。