



|              |                                                                                                                                                 |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Poisson方程式およびHelmholtz方程式のソース逆問題に対する直接的解法の構築                                                                                                    |
| Author(s)    | 乾, 裕一                                                                                                                                           |
| Citation     | 大阪大学, 2006, 博士論文                                                                                                                                |
| Version Type |                                                                                                                                                 |
| URL          | <a href="https://hdl.handle.net/11094/46905">https://hdl.handle.net/11094/46905</a>                                                             |
| rights       |                                                                                                                                                 |
| Note         | 著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、<a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。 |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

|               |                                                                                   |      |      |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------|------|
| 氏 名           | いぬい 乾                                                                             | ひろ 裕 | かず 一 |
| 博士の専攻分野の名称    | 博 士 (工 学)                                                                         |      |      |
| 学 位 記 番 号     | 第 20292 号                                                                         |      |      |
| 学 位 授 与 年 月 日 | 平成 18 年 3 月 24 日                                                                  |      |      |
| 学 位 授 与 の 要 件 | 学位規則第 4 条第 1 項該当<br>工学研究科応用物理学専攻                                                  |      |      |
| 学 位 論 文 名     | Poisson 方程式および Helmholtz 方程式のソース逆問題に対する直接的解法の構築                                   |      |      |
| 論 文 審 査 委 員   | (主査)<br>助教授 大中幸三郎<br><br>(副査)<br>教 授 八木 厚志    教 授 菅原 康弘    教 授 萩行 正憲<br>助教授 須藤 孝一 |      |      |

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は Poisson 方程式および Helmholtz 方程式のソース逆問題に対して順問題の反復計算を行なわない直接的な数値解法の構築について研究した結果をまとめたものであり、以下の 5 つの章で構成されている。

第 1 章では、偏微分方程式のソース逆問題について概説し、従来行なわれてきた最適化に基づく方法と近年提案されている直接的な方法との違いを挙げた。さらに本論文の数値解法が直接的であるだけでなく、推定誤差の評価も目的としていることを述べた。

第 2 章では、Maxwell 方程式に対して準静的近似を用いた場合を考え、同心球モデルで表わされる領域内に存在する複数個の双極子を領域外部の磁場データから推定する問題を扱った。この問題が Poisson 方程式のソース逆問題として定式化できることを用いて、重み付き積分に基づいた推定法を構成し、推定値に対する誤差評価の導出を行なった。さらに推定に用いる重み関数の適切な選択方法を示し、既に提案されている解の内部延長による推定法と組み合わせた数値解法を提案した。これにより先験情報を用いずに双極子を直接的に推定し、推定結果に対する誤差も評価できる解法を構築した。さらに数値実験によって解法の有効性を確認した。

第 3 章では、非定常問題への対応を考慮し、拡散や波動などの問題に対して時間的に調和な場合に現れる Helmholtz 方程式を支配方程式とした。ソース項については、複数個の点ソースで表わされる場合を考えた。この問題に対して第 2 章と同様に重み付き積分に基づいた直接的な数値解法を提案し、さらに推定値に対する誤差評価の導出を行なった。数値実験では、提案した解法によって先験的信息なしに十分な精度の推定結果が得られるだけでなく、その誤差をも実用的に評価していることを示した。

第 4 章では、Maxwell 方程式に対して時間的に調和な場合を考え、導電率・誘電率・透磁率が一定の領域内に存在する未知電流源を推定する問題を扱った。この問題をソース項が複数個の双極子で表わされる Helmholtz 方程式のソース逆問題として定式化し、重み付き積分に基づいた推定法を構成した。第 2 章および第 3 章では重み関数としてスカラー値関数を用いたが、ここでは第 3 章の重み関数を要素とするベクトル値関数を用いることにより、第 3 章の推定法を複数双極子ソースの場合に対して拡張した。数値実験では、提案した解法によって十分な精度の推定結果および実用的な誤差評価が得られていることを示した。

第5章では、本研究で得られた成果についてまとめた。加えて、今後の展望について述べ、結びとした。

## 論文審査の結果の要旨

偏微分方程式のソース逆問題は工学や医療など自然科学の諸分野において重要な研究対象の一つとなっている。この問題に対する一般的な解法として最適化に基づく方法が多く用いられているが、近年では反復法によらず、先験的情報を必要としない直接的な方法が提案されるようになってきている。しかしながら、いずれの方法においても推定結果に対する誤差の評価は特に議論されていない。本論文では支配方程式が Poisson 方程式および Helmholtz 方程式で表わされるソース逆問題に対し、直接的かつ推定結果に対する誤差も評価可能な解法を構築している。さらに数値実験によって解法の有効性を検証している。以下に本研究の主な成果をまとめる。

1. Maxwell 方程式に準静的近似を用いた場合を考え、同心球モデルで表わされる領域内に存在する複数の双極子を領域外部の磁場データから推定する問題に対して数値解法を提案している。この問題が Poisson 方程式のソース逆問題として定式化できることを用いて、重み付き積分に基づいた推定法を構成し、推定誤差の評価を行なっている。さらに推定に用いる重み関数の適切な選択方法を示し、既に提案されている解の内部延長による推定法と組み合わせた数値解法を構築している。この数値解法は先験的情報を用いずに双極子を直接的に推定できるとともに、推定結果に対する誤差も評価可能となっている。また数値実験によって提案する解法の有効性を示している。

2. 拡散や波動などの非定常問題への対応を考慮し、時間的に調和な場合に現れる Helmholtz 方程式に対するソース逆問題の数値解法を提案している。ソース項については、複数の点ソースで表わされる場合を考えており、この問題に対して重み付き積分に基づいた直接的な数値解法を構築している。さらに誤差を事前に見積もることで先験的情報なしに重み関数の選択を行なうとともに、得られた推定値に対する誤差評価を行なっている。数値実験では、十分な精度の推定結果とその誤差の実用的な評価が得られており、解法の有効性を示している。

3. 時間的に調和な場合の Maxwell 方程式を考え、導電率・誘電率・透磁率が一定の領域内に存在する未知電流源を推定する問題に対して数値解法を提案している。この問題をソース項が複数の双極子で表わされる Helmholtz 方程式のソース逆問題として定式化し、重み付き積分に基づいた推定法を構成している。前二項の解法は重み関数としてスカラー値関数を用いているが、ここでは前項の重み関数を要素とするベクトル値関数を用いることにより、複数点ソースに対する推定法を拡張し、複数双極子ソースの場合に適合する解法を構築している。数値実験では、提案する解法によって十分な精度の推定結果および実用的な誤差評価が得られていることを示している。

以上のように、本論文は Poisson 方程式および Helmholtz 方程式のソース逆問題に対し、複数の点ソースや双極子で表わされる未知のソース項を先験的な情報なしに直接的に推定し、さらに推定結果に対する誤差評価も可能な解法を提案している。本論文の数値解法は脳図解析や脳磁気解析など医療方面への応用も考えられ、応用物理学、特に数理工学における逆問題の解析に寄与するところが大きい。よって本論文は博士論文として価値あるものと認める。