

Title	The Painlevé transcendents with solvable monodromy
Author(s)	金子, 和雄
Citation	大阪大学, 2007, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/47261
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉 大阪大学の博士論文について 〈/a〉 をご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	かね 金子 かず 和 お 雄
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 21327 号
学位授与年月日	平成 19 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	The Painlevé transcendents with solvable monodromy (モノドロミ可解なパンルヴェ超越函数)
論文審査委員	(主査) 教授 川中 宣明 (副査) 教授 伊達 悦朗 教授 松村 昭孝 助教授 大山 陽介

論文内容の要旨

パンルヴェ方程式は、今から約 100 年位前に発見された 2 階非線型常微分方程式であり、その解は一般に超越的な函数になる。これに対し含まれているパラメータが特別な値をとるとき、「梅村の古典解」と称される既知の函数で表示される特殊解の存在が知られている。我々はこの古典解を一般化した「モノドロミ可解な解」という概念を導入した。これは対応する線型方程式のモノドロミが計算可能な解を云う。梅村の古典解には含まれないモノドロミ可解な解を世界で最初に調べたのは R Fuchs である。彼は第 6 パンルヴェ方程式のパラメータが特別な値 $\alpha = \beta = \gamma = 0$ 、 $\delta = 1/2$ をとるときの特殊解—Picard の解—に対し、対応する線型方程式のモノドロミを計算した (1911)。近年になって A.V. Kitaev は第 1、第 2 パンルヴェ方程式に対称解と称する任意パラメータを含むべき級数解を構成し、線型方程式のモノドロミが計算可能なことを示した (1991)。

我々は Kitaev の方法を参考として、第 4 パンルヴェ方程式に対し原点 $t=0$ の近傍で対称解を構成し、これがモノドロミ可解な解であることを示した。

第 5 および第 6 パンルヴェ方程式に対しては、パラメータが一般の値をとるとき対称解は存在せず、各特異点の周りで解を構成した。

第 5 パンルヴェ方程式に対しては、特異点 $t=0$ の周りで解析的な解を 3 個構成し、これらが Bäcklund 変換で互いに移り合うこと、これらが全てモノドロミ可解な解であることを示した。

第 6 パンルヴェ方程式に対しては、特異点 $t=0, 1, \infty$ の周りで有理型な解を 4 個ずつ合計 12 個構成し、これらが Bäcklund 変換で互いに移り合うこと、パラメータが一般的な値をとるとき有理型な解はこの 12 個以外には存在しないこと、これらが全てモノドロミ可解な解であることを示した。

第 5 および第 6 パンルヴェ方程式に対して構成した解の収束の証明には、Briot Bouquet 定理が適用できることを示した。

また、我々がここに構成した一般の値をとるパラメータを含む特殊解は、パラメータが特殊な値をとるとき、梅村の古典解のうち代数解を含み、Riccati 解の 1 点を含むことを示した。

論文審査の結果の要旨

金子和雄君は、第4パンルベ方程式の対称解を構成し、対応するモノドロミを求めた。さらに、第5、第6パンルベ方程式において固定特異点の近傍で有理型の解がそれぞれ3、4個存在することを示し、そのモノドロミを求めた。

この結果は、パンルベ方程式の特殊解の研究に新しい視点からの考察を付け加えるものであり、高く評価できる。よって、博士（理学）の学位に、十分、値するものと認める。