

Title	リーマンゼータ関数, ベルヌーイ多項式とソボレフ不等式の最良定数
Author(s)	山岸, 弘幸
Citation	大阪大学, 2007, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/47320">https://hdl.handle.net/11094/47320</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	やま ぎし ひろ ゆき 山 岸 弘 幸
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 2 1 2 8 3 号
学位授与年月日	平成 19 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学位論文名	リーマンゼータ関数、ベルヌーイ多項式とソボレフ不等式の最良定数
論文審査委員	(主査) 教授 鈴木 貴 (副査) 教授 会田 茂樹 教授 名和 範人 名誉教授 亀高 惟倫

#### 論文内容の要旨

この研究は微分方程式の境界値問題のグリーン関数の理論と、対応する適切なヒルベルト空間と内積の再生核の理論の簡単な応用である。そこで微分方程式の境界値問題としては考えられる限り最も単純なものをとり上げた。糸のたわみ問題に対応する 2 階常微分作用素  $-(d/dx)^2$ 、棒のたわみ問題に対応する 4 階作用素  $(d/dx)^4$ 、それらの形式的拡張である高階作用素  $(-1)^M(d/dx)^{2M}$  に低階項は付加せず微分方程式  $(-1)^M(d/dx)^{2M}u=f(x)$  を考える。また境界条件も最も簡単なものとして、周期 (周期 1) 境界条件とした。そうすると固有値 0 が出現し対応する固有関数は定数値関数である。したがって非斉次項は平均 0 という制約を満たさなければならない。また解の一意性を保障するためには、解も平均 0 という制約をおく。そうすると唯一の解をもつことになり、その解はグリーン関数  $G(x, y)$  を使って積分で表示される。平均 0 という制約をみたまない出発点となるグリーン関数はすぐにみつける。真のグリーン関数はこれに対し対称直交化法を適用すれば得られる。おどろくべきことに真のグリーン関数はベルヌーイ多項式で表示される。また別の道をたどってフーリエ級数論を使えば、真のグリーン関数のフーリエ級数による表示はすぐに求められる。

さてソボレフ不等式は、関数の絶対値の上限の 2 乗を、関数の超関数の意味の導関数の 2 乗平均ノルムの定数倍で上から評価するというものである。工学的な意味は次のようである。糸のたわみの絶対値の 2 乗は糸のポテンシャルエネルギーの定数倍で上から評価される。棒のたわみのときも同様である。背景が異なる毎にポテンシャルエネルギー (ソボレフノルムの 2 乗) の形が変化する。このような定数のうち最良のもの「最良定数」を求めた。最良定数はリーマンゼータの特殊値  $\zeta(2M)$  の定数倍であることが分かる。これは見方をかえると、リーマンゼータの特殊値  $\zeta(2M)$  に変分学的な意味づけをしたことになっている。

#### 論文審査の結果の要旨

提出論文は、高階 Sobolev 不等式の最良定数と達成関数を研究したものである。これらの一般形は従来知られていなかったが、申請者は再生核の理論を用い、ベルヌーイ多項式とリーマンゼータ関数で表示したものである。こうした事実は基本的なものでも関わらず、本論文によって最新の数学理論を用いてはじめて明らかにされたものであり、博士 (理学) の学位論文として価値のあるものと認める。