

Title	Asymptotic Properties for the Maximum Likelihood Estimator in Non-Regular Cases
Author(s)	藤井, 孝之
Citation	大阪大学, 2007, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/47322">https://hdl.handle.net/11094/47322</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"〉</a> 大阪大学の博士論文について <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">〈/a〉</a> をご参照ください。

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	藤井孝之
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 21284 号
学位授与年月日	平成 19 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学位論文名	Asymptotic Properties for the Maximum Likelihood Estimator in Non-Regular Cases (非正則な最尤推定量の漸近的性質)
論文審査委員	(主査) 教授 白旗 慎吾 (副査) 教授 長井 英生 教授 狩野 裕 講師 熊谷 悦生

### 論文内容の要旨

最尤推定量に関する漸近的性質は多くの研究者によりこれまで研究されている。正則条件下でその議論は様々なモデルについてなされており、最尤推定量は一致性・漸近正規性・有効性を満たす。けれども、回帰分析や時系列解析などにあらわれる変化点問題等を考える場合、必ずしも正則条件が満たされるとは限らない。本論分の特徴は非正則条件下で最尤推定量の漸近的性質について考えたことにある。

まずはじめに Ornstein-Uhlenbeck 過程に対するドリフト母数の推定を考える。連続時間確率過程モデルの離散観測による推定は実データへの応用上の重要性から近年盛んに議論されている問題でもある。この特別なモデルにおいて最尤推定量の漸近分散と強く関連するフィッシャー情報量の比較を行い、漸近効率を評価する。

尤度関数が母数について微分不可能である状況において、最尤推定量の漸近的性質は尤度比統計量によって明らかにされる。正則条件下でそれは退化したガウス過程に弱収束し、そこから容易に最尤推定量の漸近正規性がわかる。不連続点をもつ尤度に対するこれまでの議論は、その大部分が 1 次元母数についてのものであったのに対し、本論分では多面回帰モデルの場合に、その議論を多次元母数に拡張し、尤度比統計量が複合ポアソン過程の和に弱収束することを証明した。

また非正則モデルにおける最尤推定量の漸近分布に関する具体的な密度関数はよく知られていない。そこで、尤度比統計量があるガウス過程に弱収束する場合について、基本的な確率論の結果を用いて漸近分布の密度関数を導出した。

### 論文審査の結果の要旨

データの出現しやすさを表現する関数である尤度を最大にする統計量(最尤推定量)に関しては推測統計学のパイオニアである R.A. Fisher 以来膨大な研究がなされてきた。母集団の滑らかさ等に関する正則条件が成立する場合は、最尤推定量は一致性・漸近正規性だけではなく、有効性やある種の最適性を持つ。しかしながら、回帰分析や時系列

解析などにあらわれる変化点問題等を考える場合はそのような正則条件を満たすとは限らない。本論文では非正則な条件下で最尤推定量の、データ数が大である場合の漸近的性質を調べることを目的としている。

まず金融工学でよく用いられる拡散過程の一種である Ornstein-Uhlenbeck 過程  $dX(t) = \theta X(t)dt + \sigma dW(t)$  におけるドリフトパラメータ  $\theta$  の推定について考察した。その最尤推定量と現実には得られる離散観測データの場合の最尤推定量の分散に関する Fisher 情報量について、離散観測の場合は情報量が低下するが、観測時間を固定し、観測時点数を増加させれば漸近的には離散 Fisher 情報量は連続 Fisher 情報量に一致することを証明した。さらに、離散観測時間間隔を固定し、観測時間を増加させた場合の情報量の比と差を精密に評価した。

次いで、説明変数が Random である場合の非線形回帰分析において、回帰関数がジャンプを持つ場合を考察した。最尤推定量の漸近的性質は尤度比統計量によって調べることができる。これまではパラメータが 1 個の場合の議論しか行われてこなかったが、多面回帰モデル、多パラメータの場合に拡張し、尤度比統計量が複合ポアソン過程の和に弱収束することを証明した。

また、非正則モデルにおける最尤推定量は漸近的にも正規分布に従わないが、その漸近密度は知られていなかった。本論文で、尤度比統計量があるガウス過程に弱収束する場合に、漸近分布の密度関数を導出した。

以上のようにいくつかの重要な非正則な場合の最尤推定量の性質を導いた本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。