【30】

氏　　　　　名	澤井　洋（さわい　ひろし）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　２０８３９　号
学位授与年月日	平成 19 年３月 23 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	Geometry on compact solvmanifolds （コンパクト可解多様体上の幾何）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　坂根　由昌 （副査） 教　授　小磯　憲史　　教　授　藤木　　明　　教　授　満渕　俊樹

論　文　内　容　の　要　旨

本論文において、コンパクト可解多様体上のシンプレクティック構造と局所共形ケーラー構造について研究した。

ケーラー構造をもたないコンパクトシンプレクティック多様体について多くの研究がされてきた。コンパクト多様体がケーラー構造をもつ条件として、レフシェッツ性、強レフシェッツ性、minimal model の formal 性などが知られている。コンパクトべき零多様体の場合、レフシェッツ性、または、minimal model の formal 性を満たすならば、複素トーラスとなることを、Benson-Gordon、Hasegawa がそれぞれ示した。コンパクト可解多様体の場合、レフシェッツ性や minimal model の formal 性は、コンパクトべき零多様体の場合と異なる。

Benson-Gordon は、３次元 Heisenberg リー群の２個の直積を１次元拡張して、可解リー群を構成した。この可解リー群が格子群、即ち、co-compact な離散部分群、をもつと仮定すると、S^1 を直積してできる８次元コンパクト可解多様体は、レフシェッツ性をもつが、強レフシェッツ性をもたないこと、この minimal model が formal であることを、Benson-Gordon、Fernández-de Léon-Saralegui がそれぞれ示した。しかし、格子群の存在は長年の懸案であった。本論の最初の結果は、これを解決したものである。また、強レフシェッツ性と minimal model の formal 性を満たす８次元コンパクトシンプレクティック可解多様体を構成した。

次に、コンパクトべき零多様体、可解多様体上の局所共形ケーラー構造について述べる。（M, g, J）をコンパクトエルミート多様体とし、Ω を（g, J）の基本２次形式とする。$d\Omega=\alpha\wedge\Omega$ を満たす閉１次形式 α が存在するとき、（M, g, J）を局所共形ケーラー多様体という。α が完全形式、即ち、$\alpha=df$ のとき、（M, $e^{-f}g$, J）はケーラー多様体となる。ケーラー多様体でない局所共形ケーラー多様体の例として、Hopf 曲面、Inoue 曲面、コンパクト Heisenberg 多様体に S^1 を直積したコンパクトべき零多様体が知られている。

ここでは、局所共形ケーラー構造をもつコンパクトべき零多様体について考察した。Abbena-Grassi は、トーラスでない複素平行化可能なコンパクトべき零多様体は、局所共形ケーラー構造をもたないことを示している。本論では、複素構造が左不変のとき、局所共形ケーラー構造をもつコンパクトべき零多様体は、コンパクト Heisenberg 多様体に S^1 を直積した多様体となることを証明した。また、コンパクトべき零多様体と可解多構体上の局所共形ケーラー構造の違いについても、例えば、可解多様体である Inoue 曲面と比較しながら、考察した。

論文審査の結果の要旨

本論文は、コンパクト可解多様体上のシンプレクティック構造と局所共形ケーラー構造について研究したものである。

ケーラー構造をもたないコンパクトシンプレクティック多様体について多くの研究がされてきた。コンパクト多様体がケーラー構造をもつ条件として、レフシェッツ性、強レフシェッツ性、minimal model の formal 性などが知られている。

Benson-Gordon は、3次元 Heisenberg リー群の2個の直積を1次元拡張して、可解リー群を構成した。この可解リー群が格子群、即ち、co-compact な離散部分群、をもつと仮定すると、S^1 を直積してできる8次元コンパクト可解多様体は、レフシェッツ性をもつが、強レフシェッツ性をもたないこと、この minimal model が formal であることを、Benson-Gordon、Fernández-de Léon-Saralegui がそれぞれ示した。しかし、格子群の存在は長年の懸案であった。本論の最初の結果は、これを解決したものである。

次に、コンパクトべき零多様体、可解多様体上の局所共形ケーラー構造について研究している。(M, g, J)をコンパクトエルミート多様体とし、Ωを(g, J)の基本2次形式とする。$d\Omega = \alpha \wedge \Omega$ を満たす閉1次形式 α が存在するとき、(M, g, J)を局所共形ケーラー多様体という。α が完全形式、即ち、$\alpha = df$ のとき、(M, $e^{-f}g$, J)はケーラー多様体となる。ケーラー多様体でない局所共形ケーラー多様体の例として、Hopf 曲面、Inoue 曲面、コンパクト Heisenberg 多様体に S^1 を直積したコンパクトべき零多様体が知られている。

本論文では、局所共形ケーラー構造をもつコンパクトべき零多様体の特徴付けを与えた。複素構造が左不変のとき、局所共形ケーラー構造をもつコンパクトべき零多様体は、コンパクト Heisenberg 多様体に S^1 を直積した多様体となることを証明した。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。