Osaka University Knowledge Archive

Title	Asymptotic behavior of solutions for nonlinear Schrödinger equations
Author(s)	川原, 雄一朗
Citation	大阪大学, 2007, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/47661
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

【26】

氏　　名	川　原　雄一朗（かわ はら ゆう いち ろう）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　２０８３５　号
学 位 授 与 年 月 日	平成 19 年３月 23 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	Asymptotic behavior of solutions for nonlinear Schrödinger equations （非線形 Schrödinger 方程式の解の漸近挙動）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教　授　林　　仲夫 （副査） 教　授　土居　伸一　　教　授　西谷　達雄　　教　授　松村　昭孝 助教授　久保　英夫

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、非線形 Schrödinger 方程式の解の漸近挙動を研究したものであり、全４章から構成されている。本論文では特に、空間次元が３次元で、未知関数の２乗と未知関数の共役の２乗の１次結合である２次の非線形項を持つ非線形 Schrödinger 方程式を考察した。

第１章は序章であり、研究の背景・動機と本論文の構成について述べている。

第２章では、無限遠方で減衰していて滑らかで且つ十分小さい初期値に対する初期値問題を扱っている。解が時間大域的に存在して自由解（非線形項を０とした方程式の解）に漸近するその漸近レート及びより詳しい解の漸近挙動に関して論じている。

具体的には、N. Hayashi-T. Mizumachi-P.I. Naumkin によって示された解が自由解に近づく漸近レートを改良し、解の漸近挙動の第２項を求めている。またその結果から、解の漸近挙動の第２次近似の項に非線形項の影響が現れていることも分かる。

証明は、非線形項からの振動数と線形方程式の解の振動数が共鳴現象を起こさないということと基本解の因数分解公式及び N. Hayashi-T. Mizumachi-P.I. Naumkin によって得られた各点での解の時間減衰評価に基づいている。

第３章では、終状態（時刻無限大での解）をデータとして与えた終値問題の枠組みで解の時間に対する漸近挙動を考察した。そこでは解が自由解に近づく最良の漸近レート、すなわち解の漸近評価に対する下からの評価が求められている。

このことは解の第１次近似、第２次近似、第３次近似を構成し、基本解のより一般的な因数分解公式を導入して非線形項が持つ振動数をうまく利用することで証明されている。

第４章では、散乱問題についての考察を行っている。そこでは、波動作用素及び逆波動作用素の存在を証明し、そこから作られる逆波動作用素と波動作用素の合成写像が定義可能であることを示している。

逆波動作用素は初期値問題、波動作用素は終値問題をそれぞれ解くことによって定義されることから、逆波動作用素の値域と波動作用素の定義域が等しい関数空間でそれぞれの問題を再び解き直すことによって逆波動作用素と波動作用素の合成写像を定義している。

証明は、非線形項が持つ振動の性質の利用により解の十分な時間減衰評価を得ること、及び用いられる関数空間の指数の取り方の工夫に基づいている。

論文審査の結果の要旨

本論文は、非線形 Schrödinger 方程式の解の漸近挙動を研究したものである。特に、空間次元が３次元で、未知関数の２乗と未知関数の共役関数の２乗及び高次の非線形項の１次結合である非線形項を持つ非線形 Schrödinger 方程式を考察したものである。以下述べる逆波動作用素の性質、波動作用素の性質及びこれらの作用素の定義域、値域に関する３つの結果が主結果といえる。

最初の結果では初期値問題を扱い、解が時間大域的に存在して自由解（非線形項を０とした方程式の解）に漸近する評価に関しての研究を行うことによって従来の結果を改良した。またこの証明において、解の漸近挙動の第２次近似の項に非線形項の影響が現れていることも明確に示した。証明は、非線形項が持つ固有振動数と線形方程式の解の固有振動数が共鳴現象を起こさないということ、基本解の因数分解公式及び従来得られている各点での解の時間減衰評価を用いることによって行われた。（逆波動作用素の性質）

２番目の結果は最終状態をデータとして与えた最終値問題の枠組みで解の時間に関する漸近挙動を考察したもの、すなわち自由解の近傍で問題としている方程式の解を求めたものである。解の漸近評価に関する上と下からの評価を示したことが重要な成果としてあげられる。この結果は解の第１次近似、第２次近似、及び第３次近似を構成することによって証明された。（波動作用素の性質）

最後の結果は散乱問題についてのものである。波動作用素及び逆波動作用素の存在を証明し、そこから作られる逆波動作用素と波動作用素の合成写像が定義可能であることが示された。逆波動作用素は初期値問題、波動作用素は最終値問題をそれぞれ解くことによって定義されることから、逆波動作用素の値域と波動作用素の定義域が等しい空間でそれぞれの問題を再び解き直すことになる。重要な点は逆波動作用素の値域が従来よりも制限された空間に入っていることを非線形項が持つ固有振動数の性質を利用することによって示したことである。（波動作用素の定義域、逆波動作用素の値域）

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。