Title	ON THE INDEX OF CLIFFORD ALGEBRAS OF QUADRATIC FORMS
Author(s)	矢野, 祥士
Citation	大阪大学, 2007, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/47677
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

【29】

氏　　　　　名	矢　野　祥　士（や の しょう じ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　２０８３８　号
学位授与年月日	平成 19 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第４条第１項該当 理学研究科数学専攻
学 位 論 文 名	ON THE INDEX OF CLIFFORD ALGEBRAS OF QUADRATIC FORMS （二次形式のクリフォード代数の指数について）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教　授　渡部　隆夫 （副査） 教　授　伊吹山知義　　教　授　川中　宣明

論　文　内　容　の　要　旨

二次形式に関する研究で、二次形式に付随して定義される Clifford 代数の指数について考えるという一般的な問題がある。この指数というのは、偶数次元の場合 Clifford 代数と Brauer 同値な中心的多元体の次数のことである。Knus の本にある、低次元の二次形式の Clifford 代数などについてまとめた分類表では、４次元以下の二次形式については完全に分かっているが、６次元の二次形式については、非等方的で discriminant 代数が非自明な場合の Clifford 代数の項目が空欄になっている。この空欄を埋めようというのがこの論文の目的である。

先行する結果として、４次元以下の二次形式と、等方的あるいは discriminant 代数が自明な６次元二次形式については先に述べたように Knus によって調べられていて、元の二次形式に discriminant 代数の既約ノルムが成す２次元二次形式との直和を取って得られる二次形式の Witt 指数だけで決まることがわかっている。また、６次元二次形式の Clifford 代数の指数については１、２、４、８のいずれかになることが分かっていて、Izhboldin と Karpenko が関数体上の二次形式について研究した論文の中で、体の標数が２でないならば、８次元二次形式が、２つの 2-fold Pfister 形式の線形和と同型であるか或いは分離二次拡大体上の 2-fold Pfister 形式の Scharlau 転移と同型であることと、その discriminant 代数が自明でかつ Clifford 代数の指数が４以下であることとが同値だということがわかっている。

この論文の研究内容については、まず、６次元二次形式の Clifford 代数の指数が１か２になるには、元の二次形式に discriminant 代数の既約ノルムが成す２次元二次形式との直和を取って得られる８次元二次形式が、ある２次元二次形式と４次元二次形式のテンソル積で書けることが必要十分であり、４次元二次形式の様子で指数が決まることが体の標数に関係なくわかる。この結果と先の方法で作る８次元二次形式に Izhboldin と Karpenko の定理を使うことで体の標数が２でない場合、分類表を完成させることが出来る。一方、体の標数が２の場合に、６次元二次形式から先の方法で作る８次元二次形式に対して同様の定理が成立するかどうかを考える。まずその８次元二次形式が分離二次拡大体上の 2-fold Pfister 形式の Scharlau 転移と同型であるときに、実際に Clifford 代数を計算して指数が４以下となることを証明している。また逆に指数が４以下のとき、６次元二次形式に部分形式に関する条件をつけてその８次元二次形式が２つの 2-fold Pfister 形式の線形和と同型であることを証明している。その条件とは、６次元二次形式の、４次元と２次元の二次形式の直和分解で、それぞれの Clifford 代数が共通の分離二次拡大体を含むような分解がある、ということである。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

体上定義された２次形式に対し、テンソル代数の２次イデアルによる剰余環としてクリフォード代数が定義される。偶数次元非特異２次形式のクリフォード代数は、定義体上の中心的単純多元環となり、中心的斜体上の行列環に同型となる。この中心的斜体のシューア指数を、２次形式の判別式・アルフ不変数などの条件から決定する問題は、２次形式論の基本問題の一つである。

1988 年に出版された本の中で、スイスの数学者マックス-アルベルト　クヌスはこの問題を低次元２次空間の場合に考察し、４次元以下の二次空間においてシューア指数をヴィット指数、判別式、アルフ不変数の条件で完全に記述する分類表を与えた。クヌスはまた６次元二次空間の場合も一部考察したが、完全な分類表の記述には至らなかった。

本論文の内容は、この不完全であった６次元二次空間のシューア指数の分類表を、定義体の標数が２以外の場合に完全なものとし、また標数が２の場合にも不完全であった部分を一部補完したというものである。６次元二次空間のシューア指数の決定には、元の二次空間にディスクリミナント代数とよばれる２次元二次空間を加えてできる８次元二次空間のヴィット指数、アルフ不変数及び直交和分解を考察する必要がある。８次元二次空間の直交和分解については、2000 年に出版されたイズボルディム‐カルペンコの論文から、２重フィスター形式による直交和分解をもつための必要充分条件、及び定義体上の２次拡大で定義される２重フィスター形式のシャーラウ転移と同値になるための必要充分条件が知られており、これらの条件と直交和分解に対するクリフォード代数の計算を合わせることにより、６次元二次形式のシューア指数の結果を導くことができた。イズボルディム‐カルペンコの結果は定義体の標数が２でない場合にのみ有効な結果なので、この方法によりシューア指数の完全な分類ができるのは標数が２以外の場合である。標数が２の場合には、イズボルディム‐カルペンコの結果の部分的な類似を示すことにより、当該の８次元二次空間が２重フィスター形式による直交和分解をもたない場合を除いて、シューア指数の分類を記述した。これらの分類の応用として、ハッセ‐ミンコフスキー型定理の標数に依存しない証明ができることを示した。

以上のように、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。