Title	分布RC回路の自動設計に関する研究
Author(s)	橋本, 秀雄
Citation	大阪大学, 1975, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/48
rights	
Note	

分布RC回路の自動設計に関する研究

昭和50年1月

橋　本　秀　雄

論文目録

橋本秀雄

主論文　分布RC回路の自動設計に関する研究

（主論文のうち印刷公表したもの）

1. テーパの最適化による不均一分布フィルタの設計
   信学会回路とシステム理論研究会資料
   CT 73-13
   昭和48年5月
1. テーパの最適化による分布定数線路の合成法に関する検討
   信学会回路とシステム理論研究会資料
   CST 73-60
   昭和48年12月
1. 分布定数線路を用いた能動ノッチフィルタについて
   信学会回路とシステム理論研究会資料
   CST 73-61
   昭和48年12月
1. 分布RC線路の抵抗および容量の同時最適化について
   信学会回路とシステム理論研究会資料
   CST 74-29
   昭和49年6月
1. 分布RC回路の自動設計プログラムについて
   信学会回路とシステム理論研究会資料
   CST 74-30
   昭和49年6月

1. テーパ最適化による分布RCフィルタの合成
信学論(A) 57−A
昭和49年10月

(主論文のうち未公表のもの)
1. 分布RC回路の自動設計
信学論(A)
投稿中

様式：論 1

受付番号 444

受付月日 49 年 11 月 6 日

喜田村 善一 殿

貴下の御寄稿下さいました下記の原稿確かに受領いたしました。

つきましては，近く開催予定の論文委員会に付議いたします。なお，採否の決定は追って御通知申し上げます。

（採録決定以前にそれと同一内容の原稿が同一著者によって他の公開出版物に寄稿されている場合は原則として採録できません。

但し，上記受付月日以後6か月を経過して採否の決定がない場合は上記の限りではありません。）

記

題　　名　分布 RC 回路の自動設計

昭和 49 年 11 月 6 日

東京都港区芝公園3丁目5番
機械振興会館2階
社団法人 電子通信学会編集幹事

掲載論文については，これとは別に米国 scripta publishing corp. 発行の "Electronics and Communications in Japan" という雑誌に本会論文誌を全訳し，原則として同誌に掲載されますのであらかじめ御了承下さい。

また "Electronics and Communications in Japan" に掲載された場合は同誌を寄贈（1論文につき1冊宛）いたします。

本論文は上記受付番号により整理されますので，事務上の御連絡は必ず受付番号をお申しいで下さい。

電子通信学会編集幹事会

（49. 5. 1000）

分布RC回路の自動設計に関する研究

昭和50年１月

橋　本　秀　雄

内　容　梗　概

本論文は筆者が大阪大学大学院工学研究科（電子工学専攻）博士課程在学中に喜田村研究室で行なった、分布RC回路の自動設計に関する研究をまとめたものであり、全体を7章にわけて構成している。
以下、その各章について内容の概用を述べる。

第1章「序論」では、薄膜集積回路の構成部品として注目されてきた分布RC線路に関する研究を概観し、とくに合成法に関する研究における本論文の目的と地位を明らかにしている。

第2章「不均一分布RC線路の最適設計」では、不均一分布RC線路の合成問題をある評価関数の最小化問題に置き換えて、最適テーパ線路を求める問題について検討する。線路のテーパ関数を階段関数に選んだときの電信方程式の解の存在、評価関数の微分可能性、強微分の表現等について数学的考察を行なう。さらに評価関数を最小化することにより、最終的にテーパ線路を一様線路の最適縦続接続で求める合成法を提案する。

第3章「傾斜法による評価関数の最小化」では、前章で示した不均一分布RC線路の合成法に対する最適化アルゴリズムについて述べる。まず評価関数の最小化に一般的な傾斜法を用いたアルゴリズムを示し、つぎに具体的な最小化法として最急降下法とDavidon の方法およびこれらを併用する方法について考察する。最適化を行なうテーパ関数の空間が可変次元空間となるために、最急降下法とDavidon の方法を併用するのが効果的であるが、これは低域通過回路の設計例に適用した結果からも確かめられる。

第4章「分布RC線路の抵抗，容量分布の同時最適化」では、線路の形状を

表わすテーパ関数の代わりに、抵抗および容量の分布関数を最適化することによってテーパ線路を合成する手法について検討する。この方法ではＲＣ積の異なる一様線路を用いて不均一分布ＲＣ線路を構成できるのでそれだけ自由度の高い設計法となる。設計例に適用した結果では、前章のテーパ関数の最適化に比べて、能率性およびテーパ線路の形状の点で改善がみられる。

第５章「負性インピーダンス変換器（Ｎ．Ｉ．Ｃ．）を用いた能動ＲＣ線路の合成」では、能動素子としてN. I. C. を用いる能動回路の合成について検討する。まずノッチフィルタではＱが高く、周波数特性も対称性のいいものが得られるが、これに対し主要零点、主要極近似にもとづく設計法を与える。つぎにN. I. C. を用いてButterworth形低域通過回路を実現する最適テーパ線路を求める。

第６章「分布ＲＣ回路の自動設計」では、与えられた伝送特性を不均一分布ＲＣ線路と集中定数素子で実現する、一般的な分布ＲＣ回路の自動設計について検討する。できるだけ広い範囲の設計問題が取り扱えるように、対象とする分布ＲＣ回路および評価関数について論及する。また計算機による自動設計を行なうために作成したプログラム・システムについて述べる。最後に設計例に適用して、ここで述べる自動設計手法の有用性を確かめる。

第７章「結論」では、本研究で得られた結果をまとめて検討するとともに、今後に残された問題点を指摘する。

目　　　次

関連発表文献

(1) 橋本，森田，大村，喜田村：″テーパの最適化による不均一分布フィルタの設計″，信学会回路とシステム理論研究会資料，CT73－13（1973－05）

(2) 橋本，森田，大村，喜田村：″テーパ最適化による分布定数線路の合成法に関する検討″，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST73－60（1973－12）

(3) 内村，橋本，大村，喜田村：″分布定数線路を用いた能動ノッチフィルについて″，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST73－61（1973－12）

(4) 笠原，橋本，大村，喜田村：″分布RC線路の抵抗および容量の同時最適化について″，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST74－29（1974－06）

(5) 厚海，橋本，大村，喜田村：″分布RC回路の自動設計プログラムについて″，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST74－30（1974－06）

(6) 橋本，大村，喜田村：″テーパ最適化による分布RCフィルタの合成″，信学論(A)，57－A，№10（1974－10）

(7) 橋本，大村，喜田村：″分布RC回路の自動設計″，信学論(A)，（投稿中）

正　誤　表

	誤	正
P.2 l.11	一般的であるるが、	一般的ではあるが、
P.7 l.10	問題点を指適して	問題点を指摘して
P.8 l.21	…にいいて考察する。	…について考察する。
P.8 l.23	有次元部分空間上	有限次元部分空間上
P.25 l.13	作用素F[p]が	作用素F_0[p]が
P.27 l.13	$x_a \in (\alpha)$	$x_a(\alpha)$
P.31 図3·1	$\|g_i\| < 0$	$\|g_i\| < \rho_1$
P.41 表3·1	0.8457×10	0.8457×10^{-1}
P.47 l.3	…あたりの牴抗,	…あたりの抵抗,
P.50 l.13	$n[p](\alpha)$	$h[p](\alpha)$
P.56 l.11	それぞれ r, c、	それぞれ r, c、
P.65 l.15	$<2(n+1)^{2\pi^2}$	$<2(n+1)^2\pi^2$
P.73 図5·8	目標点	・目標点
P.75 l.10	…では傾針法で	…では傾斜法で
P.83 l.9	…の縦続椄続で	…の縦続接続で
P.85 l.3	…として帆用性に	…として汎用性に
P.90 l.18	…で得られた。	…で得られる。
P.91 l.19	語差電源	誤差電源
P.92 l.1	テープ関数	テーパ関数
P.93 l.4	$E = 1$	$E_0 = 1$
P.93 図6·7	目標値	・目標値
P.101 l.8	初期設設定	初期値設定

第1章　序　　　論

トランジスタの発明とこれに続く固体電子工学の発達により、1950年代後半にその着想が発表された集積回路は、電子機器の重要な構成部分としての発展を続け、電子工業全体に大きな変革をもたらしてきた。現在、ますます高度化・複雑化するあらゆる電子機器の集積回路化が進められているが、そこでは集積回路のもつ本質的な特徴である超小形性あるいは経済性・信頼性という個別部品による回路構成では得がたい利点が存分に発揮されている。

集積回路は、半導体集積回路，薄膜集積回路およびこれらの長所を兼ねそなえた混成集積回路に大別され、それぞれに適した応用分野で用いられている。たとえば半導体集積回路はその最適な応用分野がディジタル回路であり、ディジタル回路において集積回路と言えば半導体集積回路を指すものと考えられている。一方、半導体集積回路とは別の道を歩んで発達した薄膜集積回路は、経済性あるいは能動素子の製造という点で半導体集積回路に劣るが、素子の精度や再現性で優れた特徴をもち、半導体集積回路では到底得られない機能部品を実現する手段としてとくにマイクロ波帯回路での広範囲な適用が検討されている。

薄膜集積回路は、その基本構成素子がＲＣ受動素子であり、これらの素子値を決定する幾可学的寸法に高い精度が要求される分野での利用が有効とされている。多分にモノリシック技術の影響を受けている薄膜製造技術では、同一基板上に抵抗と容量を多層構造にして構成する薄膜分布ＲＣ線路を容易に作ることができる。タンタル薄膜などを用いると、固有抵抗ならびに誘電率の高い分布ＲＣ線路を実現でき、線路の寸法を考慮すればかなり広い周波数にわたって分布ＲＣ線路による回路の合成が可能である。マスク・パターンの設計あるいはその作成技術の発達も、純粋なＲＣ素子によらず分布ＲＣ線路を用いて伝送特性を実現する検討を促進する役目をはたしている。さらには、使用帯域の広域化にともないＲＣ素子に付随する浮遊容量、誘導体損失などによる影響

の増大も、ＲＣ素子としての取り扱いを困難にし必然的に分布ＲＣ線路の導入を余儀なくしているといえよう。

分布ＲＣ線路の合成問題は集中定数回路に比べて一般にその取り扱いは困難である。周知のように、集中定数回路では回路関数は複素周波数 s の有理関数で与えられ、これに対してはRLC素子による一般的な回路網合成法がすでに確立されている。しかし分布ＲＣ線路により構成される回路関数は $\sqrt{s}$ を変数とする超越関数で与えられ、これがその取り扱いに対する大きな制約となっている。超越関数による取り扱いを避けるため、O'shea[5]や Wyndrum[7] は分布ＲＣ線路の回路関数を適当な正実写像によって有理関数に変換し、Richards の定理を用いた駆動点インミタンスの合成法を与えている。これらの合成法自体は一般的であるるが、伝送特性を複素双曲線関数で近似することが必要となり、この近似問題に対する有効な解決策がいまだにみいだされないこと、また合成が可能な回路関数の形にはかなりの制約条件があることから適用範囲にはおのずから限界があるといわざるをえない。分布ＲＣ線路を用いた能動回路については、Kerwin が演算増幅器を用いた簡単な能動分布ＲＣ回路を提案し、Howe[8]がこの回路で高いＱをもつ低域通過回路を実現することを目的として主要極の解析を行なっている。Gausi and Bello[9]は、簡単な伝送関数を有する分布ＲＣ回路を縦続接続して、集中定数回路の有理形伝送関数を近似的に実現する問題を検討した。

これらの検討はいずれも取り扱いの容易さから、その対象を均一分布ＲＣ線路（一様線路, uniform line）に限ってきたが、分布に不均一性をもたせることによる伝送特性への影響，合成の自由度などから最近では不均一分布ＲＣ線路（テーパ線路, nonuniform line）に関する研究が注目されてきた。不均一分布ＲＣ線路に対して、その特性を記述する電信方程式は形状を表わす関数（以後テーパ関数と呼ぶ）を係数にもつ線形変係数微分方程式となり、直線テーパ関数あるいは指数テーパ関数を除く一般のテーパ関数に対して閉じた形

で解を求めるのは困難である。このため、不均一分布ＲＣ線路を取り扱った検討では、対象とするテーパ関数のクラスを限定して解析あるいは合成を行なう例が多くみられる。[10],[11],[12]

不均一分布ＲＣ線路を取り扱った研究を概観してみると、まずE. N. Protonotarios and O. Wing[13]が一般的な解析と合成について論及している。そこでは不均一分布ＲＣ線路の回路関数が整関数の比で与えられることを示し、その漸近的な性質について述べるとともに実現可能な回路関数に対する必要十分条件を与えている。しかしながら、不均一分布ＲＣ線路の合成という観点からは実用的な方法を与えたとは言い難い。K. K. Pang[14]は不均一分布ＲＣ線路を用いた移相回路について検討を加え、指数関数形テーパ線路に対して良好な特性が得られることを報告している。また、K. Signal and J. Vlach[15]は不均一分布ＲＣ線路の近似問題について考察し、一様線路の縦続接続でいくらでも精度よく近似できることを示した。分布ＲＣ線路の有用な応用回路である狭帯域除去回路（以後ノッチフィルタと呼ぶ）に対し、W. M. Kaufman and S. J. Garret[17]あるいはJ. A. Carson等[18]が検討を行なった結果、ともに一様テーパ線路に比べて指数関数形テーパ線路の方が良好な特性の得られることが知られた。このように不均一分布ＲＣ線路の解析あるいは合成に対して、個々の問題に有効な方法は提案されている。しかしながら、一般的な合成問題すべてに適用しうる実用的な方法はみあたらないといっても過言ではない。

一方、集積回路の発展と並行して、この間に電子計算機の能力は飛躍的に向上し、産業あるいは学術研究で積極的に取り入れられるようになった。生産の大規模化あるいは技術水準の高度化に対処するためには、すでに人手だけで設計を行なうことは困難であり、電子計算機を介入させる設計手法（ＣＡＤ）が必要不可欠なものとなっている。

電子回路の基礎理論では、回路網の数学的な取り扱いあるいは各種能動素子の等価回路モデル等がすでに確立しており、設計仕様がこれらの理論と容易に対

応できる形で記述されるため、CADにはきわめて好適な分野であるといえる。[20] このために、電子回路のCADはかなり高度な発展を示し、集積回路の設計では回路定数の決定から、素子配置，相互配線さらにはマスク・パターンの形成までCADが導入されている。[21]

電子回路解析への計算機の利用例は多くみられ、NET−1，ECAP等多数の解析プログラムが開発されている。またこれらのプログラムは設計の有効な補助手段としても実用に供している。しかし、CADの最終目標は設計の自動化であり、単に設計の補助手段として計算機を用いるにとどまらず、計算機による一貫した設計いわゆる自動設計（ automatic design ）が今後のCADの重要な位置を占めるのは明らかである。自動設計への有効な手段を与えるものとして、電子計算機の高速度，大容量化にともない発展してきた、逐次的に最適化することにより伝送関数の近似を行なう方法が挙げられる。この方法には種々の制限を満足する最適解が得られる可能性のあること、計算手法をプログラム化しておけば一般の最適化問題にも適用できるという利点がある。

不均一分布RC線路の合成問題においても、計算機を用いて最適なテーパ関数を求める検討が行なわれている。R. A. Rohrer 等[22]は変分法を用いたテーパ関数の最適化アルゴリズムを提案し、A. R. Karnik and G. H. Cohen[23] はハイブリッド計算機を用いてノッチフィルタを実現するテーパ関数を求めている。また油田[24]はテーパ関数に対する拘束条件を考慮した最適設計問題を取り上げ、定位相角特性をもつ入力アドミタンスの合成を行なっている。これらの最適化手法では、いずれも前述した電信方程式を解くという最大の困難が存在し、数値微分や数値積分を用いて解を求める関係上かなりの計算時間を要すると思われる。このため実用性という点で大きな問題が残る。これに対し森田等の提案による最適設計手法では、[25], [26], [27] 階段関数形テーパ線路すなわち一様線路の縦続接続で不均一分布RC線路を構成するので、電信方程式の解析解が比較的容易に得られそれだけ有利である。さらに任意のテーパ関数は階段階数でいくらでも精度よく近似できることから、取り扱うテーパ線路の

クラスも充分広いものであるといえる。

不均一分布RC線路と適当な能動素子あるいは集中定数素子を併用することによって一層有用な伝送特性が得られるが、この分布RC回路の有効な設計法は与えられていない。筆者はこの点に注目して、分布RC回路の自動設計について検討し、計算アルゴリズムを導出するとともに汎用性に富んだプログラムシステムを作成した。本研究では、不均一分布RC線路の最適テーパ関数を階段関数で求めるが、縦続接続する一様線路の数を設計条件に応じて最適化の段階で逐次自動的に決定する、適応型最適設計手法を取り扱っているのが特徴である。また評価関数の最小化には、Davidonの方法[28]をもとにした手法を用いているので能率的で計算時間が短かくてすむという長所がある。

第2章では、不均一分布RC線路の合成問題をある評価関数の最小化問題に置き換え、傾斜法による最小化手法を用いて最適テーパ線路を求めることについて検討する。[29]

分布RC線路のテーパ関数を階段関数に選び、解の存在，評価関数の微分可能性について数学的考察を行なう。このとき、適当な随伴回路を導入すると強微分の陽な表現式が得られること、また階段関数形テーパ線路に対しては電信方程式の解析解が求まることから傾斜法の適用に対して有利であることが示される。最小化の段階で逐次得られるテーパ関数がすべて階段関数となり、最終的にテーパ線路が一様線路の最適縦続接続で求まる不均一分布RC線路の構成法を提案する。

第3章では、第2章で示した不均一分布RC線路の構成法に対する最適化アルゴリズムを与える。[29], [30]

まず評価関数の最小化に一般的な傾斜法を用いたアルゴリズムを示し、つぎに具体的な傾斜法として最急降下法とDavidonの方法およびこれらを併用した方法を取りあげる。最適化を行なう空間は本質的にユークリッド空間であり、ユークリッド空間上では最急降下法に比べてDavidonの方法の収束性が優れ

ている。階段関数形テーパ線路を構成する一様線路の数は、計算の繰り返しとともに順次増加するようになっているので空間の次元は固定せず、可変次元空間になっている。このため、Davidon の方法を適当に拡大して用いることが必要になり、これについて検討を加える。さらに、最急降下法とDavidonの方法を適当に併用して最適化を行なうことも考察し、設計例に適用した結果ではこの手法が不均一分布RC線路の設計に最も適していることを示す。

第4章では、線路の形状を表わすテーパ関数の代わりに、抵抗および容量の分布関数を最適化することによってテーパ線路を設計する手法について検討する。[31]

回路の伝送特性を支配するのはテーパ関数そのものではなく、線路の抵抗，容量であるからこれらの分布関数の最適化を行なうことも関心がもたれている。テーパ関数の最適化ではｒｃ積が一定の一様線路を用いて不均一分布ＲＣ線路を構成するのに対し、ｒｃ積の異なる一様線路を用いられるだけに分布関数の最適化はそれだけ設計の自由度が高い手法になることを示す。階段関数形分布をする抵抗，容量に対し、第２章と同様の定式化を行うと第３章のアルゴリズムがそのまま適用できる。第３章で用いた設計例に適用すると、テーパ関数の最適化に比べ能率性およびテーパ線路の形状という点で改善がみられる。

第５章では、分布ＲＣ線路に能動性をもたせることについて検討し、負性インピーダンス変換器（Ｎ．Ｉ．Ｃ．）を用いた分布ＲＣ線路の合成を考える。[32,33]

まず、分布ＲＣ線路の両端にＮ．Ｉ．Ｃ．を接続すると、等価的に負性抵抗、負性容量を有する負性分布ＲＣ線路が考えられることを示す。線路に能動性をもたせることによる利点は大きく、たとえば２つの一様線路と２つのＮ．Ｉ．Ｃ．でＱの高いノッチフィルタが実現でき、主要極および主要零点による近似で十分精度の高い設計が可能である。テーパ関数の最適化においても、分布ＲＣ線路だけでは到底実現できないButterworth形フィルタがＮ．Ｉ．Ｃ．を用いると実現できることを示す。

第６章では、与えられた伝送特性を不均一分布ＲＣ線路と集中定数素子で実現

する、一般的な分布ＲＣ回路の自動設計について検討する。[33], [34], [35]

まず、設計の対象とする分布ＲＣ回路について触れ、つぎに端子間の伝送特性も含んだ一般的な評価関数の設定法について述べる。パラメータ感度は随伴回路を用いて容易に計算されるので、計算機による最適化は能率的である。自動設計システムを構成するプログラムは、できるだけ多くの設計問題を取り扱えるように汎用性を考慮して作成されている。また計算の実行においてはそれほど数値計算を必要としないので能率がよく、計算時間も短かくてすむことを示す。最後に２つの設計例に適用して、この自動設計手法の有用性を確かめる。

第７章では、前章までに得られた結果をまとめて検討するとともに、今後に残された問題点を指適して結論としている。

第２章　不均一分布ＲＣ線路の最適設計

２．１　緒　　言

不均一分布ＲＣ線路の特性を記述する電信方程式を解くのが一般には容易でないことが、その実用的な構成問題に対する検討があまり見られないことの一因となっている。電信方程式は線路の形状を表わすテーパ関数を係数に含む線形変係数微分方程式となり、制御理論における最適制御問題と同様の取り扱いをして、最適テーパ関数を求める設計手法が注目される。このとき、最適設計問題はある評価関数の最小化問題に置き換えることができ、評価関数はテーパ関数の属する関数空間上の汎関数となる。汎関数の最小化は、評価関数の強微分が陽に得られれば、既存の傾斜法を用いて実行できる。

不均一分布ＲＣ線路の構成問題に対し、R. A. Rohrer等[22]は変分法を用いた最小化アルゴリズムを提案しているが、電信方程式を解くことの困難さから実用に供するには到っていない。また森田等[25],[26]は、テーパ関数の集合として空間L^{∞}の適当な部分集合を選び、このうえで最急降下法を適用することにより最適階段関数形テーパ線路を求める計算アルゴリズムを提案した。このアルゴリズムにより広いクラスのテーパ関数を対象とした構成が可能であり、容易に実行できることからも十分評価に値いするものであるが、最終段階で収束性が悪くなることや問題によっては線路の製造上好ましくないテーパ関数が求まるという欠点をもっている。

本章では、不均一分布ＲＣ線路を最適な階段関数で構成する実用的な方法にいいて考察する。[29] まず、２．２においてテーパ関数の最適設計問題に対する定式化を行い、設計の対象とするテーパ関数の集合として、〔０，１〕において2乗可積分な関数全体からなる空間　$L^2[0,1]$ の有次元部分空間上における適当な開部分集合を選ぶ。２．３では前節で選定した集合の要素となる任意のテーパ関数に対し、電信方程式の唯一解が存在することを示す。これより評価関数の微分可能性が導かれ、随伴回路を導入することによって評価関数のテー

パ関数に対する感度密度関数が計算に有利な形で表現できる。感度密度関数は一般にL^2〔0，1〕の要素であり、区分的連続関数となる。評価関数の最小化の過程で逐次得られるテーパ関数がすべて階段関数となるために、L^2〔0，1〕から階段関数の空間への射影作用素を導入するが、これについては２．４で論じる。このとき射影作用素を適当に選ぶことによって、階段関数形テーパ線路を構成する一様線路の縦続接続数を最適化の試行とともに自動的に増加させる実用的な設計手法が得られる。

２．２　テーパ関数の最適化

２．２．１　問題の定式化

図２．１のように長さ１の不均一分布ＲＣ線路（以後テーパ線路と呼ぶ）が電源および複素インピーダンスで終端された回路について考察する。テーパ線路は三層構造の不均一分布ＲＣ線路を取り扱うものとし、図２．１で示した回路の入力端における電流あるいは出力端の電圧が与えられた目標特性と一致するように、線路の形状を表わすテーパ関数$p(\alpha)$を決定する問題について検討する。

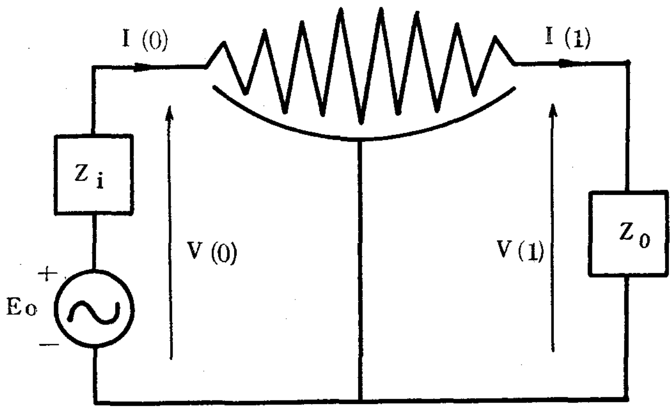


図2·1　設計対象回路

線路の誘導による効果を無視すると、図２．１の回路に対しつぎに示す式（２−１），（２−２），（２−３）からなる電信方程式が成立する。

$$\dot{\mathbf{X}}(\alpha) = A[p]\,\mathbf{X}(\alpha),\quad \alpha \in [0,\ 1] \tag{2-1}$$

$$V(0) + Z_i I(0) = E_0 \tag{2-2}$$

$$V(1) - Z_0 I(1) = 0 \tag{2-3}$$

ただし

$$\mathbf{X}(\cdot) = \begin{pmatrix} V(\cdot) \\ I(\cdot) \end{pmatrix} \tag{2-4}$$

$$A[p] = \begin{bmatrix} 0 & -r_0 / p(\alpha) \\ -s c_0 p(\alpha) & 0 \end{bmatrix} \tag{2-5}$$

$p(\alpha)$ ：線路のテーパを表わす関数

r_0 ：線路の単位面積あたりの抵抗

c_0 ：線路の単位面積あたりの容量

$$s = \sigma + j\omega \tag{2-6}$$

複素周波数を $s = s_0$ に固定して単一周波数での設計を考えると、最適なテーパ関数 $p(\alpha)$ を求める問題はつぎに示す評価関数の最小化問題に置き換えることができる。

$$\epsilon = W_0 \left| I(0) - \tilde{I}_0 \right|^2 + W_1 \left| V(1) - \tilde{V}_1 \right|^2 \tag{2-7}$$

ただし

$\tilde{I}_0$, $\tilde{V}_1$ ： $s = s_0$ に対してそれぞれ $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ で与える電流，電圧の目標値

W_0, W_1 ：0または1の値をとるパラメータで設計の対象とならない評価量に対して0とする。

式（2－7）は単一周波数での設計問題に対して適用される評価関数である。しかし、I（0），V（1）が周波数の関数として与えられ、有限帯域内の伝送特性を目標とする特性に一致させる問題を考えるときには、帯域内で代表的に選んだ離散的な周波数点で目標値に一致させる問題としてとらえ、各周波数

点で式（２－７）のように設定される評価関数の和を最小化する。帯域内の目標周波数の選定およびその個数は、設計問題に応じて効果的に決定することが重要であるが、以下で論ずる数学的検討および最適化手法においては、一般性を失うことなく単一周波数での問題として扱うことができる。

評価関数の最小化問題は最適制御理論でしばしば取り扱われるもので、本章で述べる不均一分布ＲＣ線路の構成問題は、制御対象 $\boldsymbol{X}(\alpha)$ が式（２－１）～（２－３）で示した境界条件付きの線形変係数微分方程式で記述されるシステムの最適制御 $\boldsymbol{p}(\alpha)$ を求める問題であると考えられる。傾斜法による評価関数の最小化に対して制御 $\boldsymbol{p}(\alpha)$ の属する空間の性質が大きく影響し、つぎに設計の対象とするテーパ関数の空間に関して若干の定義を与える。

２．２．２　テーパ関数の集合

テーパ関数の属する空間の選定に対し、(1)できるだけ広いクラスのテーパ関数を対象とできる。(2)計算が容易である。すなわち方程式系（２－１）～（２－３）の解が容易に求まることに留意する必要がある。

階段関数形テーパ線路は一様線路の縦続接続線路であり、これに対しては電信方程式の解析解が比較的簡単に求まること、あるいは物理的に実現可能なテーパ関数は階段関数でいくらでも近似できることからも、テーパ関数の空間として階段関数からなる空間を選ぶのが有利である。

〔０，１〕で２乗可積分な関数全体からなる空間 $L^2[0,1]$ はすべての階段関数をその要素として含むので、テーパ関数の属するバナッハ空間Ｐを $L^2[0,1]$ の有限次元部分空間にとることができる。有限個の階段で構成される階段関数について以下の定義を与える。

〔定義　２．１〕　集合 τ

階段関数形テーパ線路の分割点に対応して〔０，１〕における $\boldsymbol{p}(\alpha)$ の分割点の集合 τ をつぎで与える。

$$\tau = \{\alpha_k \,;\, k=0,\ 1,\ \cdots,\ n,\ 0=\alpha_0 < \alpha_1 < \cdots < \alpha_n = 1\} \qquad (2-8)$$

（定義終）

〔定義　2．2〕　区間E_k

分割点α_{k-1}，　α_kを 端点とする〔0，1〕上の部分区間E_k（$k=1, 2, \cdots, n$）を次式で定義する。

$$E_i \cap E_j = \phi, \quad i \neq j \tag{2-9}$$

$$\bigcup_{i=1}^{n} E_i = [0, 1] \tag{2-10}$$

（定義終）

定義2．1，2．2より各区間E_k上で実の定数値p_kをとる〔0，1〕上の関数は有限次元の階段関数と考えられる。これらすべての関数からなる空間を集合τと対応させてP_τとしテーパ関数の空間にとる。階段関数形テーパ線路の一例を図2．2で示す。

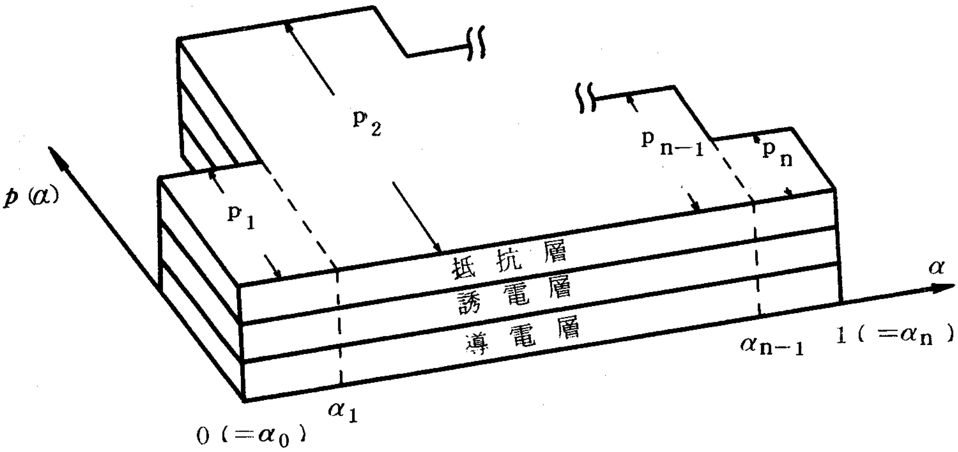


図2･2　階段関数形分布RC線路

〔定義　2．3〕　内積とノルム

空間P_τの内積を式（2－11）で、またノルムを式（2－12）で与える。

$$\langle p_1,\ p_2\rangle=\int_0^1 p_1(\alpha)p_2(\alpha)\,d\alpha,\quad p_1,\ p_2\in P_\tau \qquad (2-11)$$

$$\| p \|_{P_\tau}=\sqrt{\langle p,\ p\rangle},\quad p\in P_\tau \qquad (2-12)$$

（定義終）

この結果より空間P_τは明らかに空間$L^2_{[0,1]}$の有限次元部分空間でありP_τに内積を導入したことによって内積空間で定義される有効な傾斜法たとえばDavidon の方法等を評価関数の最小化に適用できる。

設計対象となるテーパ関数の集合Qは、その任意の要素$p\in Q$に対し方程式系（２－１）～（２－３）が有意な解をもつことおよび線路の物理的実現可能性を考慮して〔０，１〕において零とならず有界な正値をとるすべての階段関数からなる集合に選ばなくてはならない。

〔定義　２．４〕　集合Q_τ

テーパ関数の集合Q_τとして、適当な定数m，Mに対して次式で定義されるP_τの開部分集合を考える。

$$Q_\tau=\{p\ ;\ 0<m<p(\alpha)<M,\ \alpha\in[0,\ 1],\ p\in P_\tau\} \qquad (2-13)$$

（定義終）

定義２．１～２．４により階段関数形テーパ関数の集合が定義されるが、これは集合τの構成に依存するものである。たとえば、P_τの次元はτに含まれる要素の数によって決定し、たとえ要素の数が同一であっても、〔０，１〕上におけるα_Kの位置が異なると、異なったE_kしたがってP_τ，Q_τが定義される。２．４節で述べる方法でτを適切に構成すると、効果的なテーパ関数の最適化手法が得られ、線路の製造上から考えても有利なテーパ関数が求まる。

２．３　評価関数の強微分について

傾斜法を用いて評価関数の最小化を実行する場合、評価関数のテーパ関数に対する強微分を求める必要がある。このため、Q_τ上における電信方程式の唯一解の存在、評価関数の強微分可能性に対する数学的検討が重要な問題となる。

2．3．1　強微分の導出

式（2－1）～（2－3）は2点境界値問題であるが、任意の$p \in Q_\tau$ に対し初期条件$\boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{f}_0[p]$が一意に決まり初期値問題に帰着する。$p \in Q_\tau$ に対応するテーパ線路はn個の一様線路を縦続接続したもので、縦続行列Kはそれぞれの一様線路の縦続行列K_i の積で表現される。

$$K = K_1 K_2 \cdots K_n$$

ただし

$$K_i = \begin{pmatrix} \cosh l_i\sqrt{s r_o c_o} & (r_o/p_i\sqrt{s r_o c_o})\sinh l_i\sqrt{s r_o c_o} \\ (p_i\sqrt{s r_o c_o}/r_o)\sinh l_i\sqrt{s r_o c_o} & \cosh l_i\sqrt{s r_o c_o} \end{pmatrix}$$

$$i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n \qquad (2-15)$$

$$l_i = \alpha_i - \alpha_{i-1} \qquad (2-16)$$

p_i ：部分区間E_i 上の$p(\alpha)$の値

行列Kを用いると図2．1の回路に対して次式が成立する。

$$\boldsymbol{X}(0) = K\boldsymbol{X}(1) \qquad (2-17)$$

式(2－2),（2－3),（2－17）より$\boldsymbol{X}(0)$, $\boldsymbol{X}(1)$はp_1, p_2, …, のベクトル値関数として求まる。（脚注）

$$\boldsymbol{X}(0) = \boldsymbol{f}_0(p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n) \qquad (2-18)$$

$$\boldsymbol{X}(1) = \boldsymbol{f}_1(p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n) \qquad (2-19)$$

P_τ はn次元ユークリッド空間と同形でp_i （$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$）はその成分と考えられる。したがって、式（2－18）より任意の$p \in Q_\tau$ に対し$\boldsymbol{X}(0)$が一意に決定され、これを$\boldsymbol{f}_0[p]$と記述する。$\boldsymbol{f}_0[p]$を用いてつぎの積分方程式で表わされる初期値問題を得る。

$0 < m < p_i < M$であることおよび入出力インピーダンスZ_i, Z_0が正実RC関数であれば、s－平面の虚軸を含む右半面で解が存在する。

$$\boldsymbol{X}(\alpha)=\boldsymbol{f}_0[p]+\int_0^\alpha A[p]\boldsymbol{X}(t)\,dt \qquad (2-20)$$

積分方程式（２－２０）の解に関してつぎの命題を与える。

〔命題　２．１〕

任意の$p \in Q_\tau \subset P_\tau$に対し式（２－２０）の唯一解$\boldsymbol{X}(\cdot) \in C^2_{[0,1]}$が存在する。ただし、C〔０，１〕は$\alpha \in$〔０，１〕で連続な複素数値関数からなる空間で、$C^2$〔０，１〕はその直積空間である。

（証明）　付録２Ａ参照

一意解の存在により、つぎの命題が導かれる。

〔命題　２．２〕

Q_τからC^2〔０．１〕への作用素Ｆが一意的に存在してつぎの条件をみたす。

(1)

$$\boldsymbol{X}(\cdot)=F[p](\cdot)=\begin{pmatrix} F_V[p](\cdot) \\ F_I[p](\cdot) \end{pmatrix} \qquad (2-21)$$

ただし

$$F_V[p](\cdot)=V(\cdot)\in C_{[0,1]} \qquad (2-22)$$

$$F_I[p](\cdot)=I(\cdot)\in C_{[0,1]} \qquad (2-23)$$

(2)　ＦはQ_τ上で連続である。

(3)　ＦはQ_τ上で微分可能である。

（証明）　付録２Ｂ参照

式（２－２２），（２－２３）を式（２－７）へ代入するとεはつぎのようなQ_τ上の汎関数とみなせる。

$$
\begin{aligned}
\varepsilon[p]&=W_0\left|F_I[p](0)-\widetilde{I}_0\right|^2+W_1\left|F_V[p](1)-\widetilde{V}_1\right|^2\\
&=W_0\{F_I[p](0)-\widetilde{I}_0\}\overline{\{F_I[p](0)-\widetilde{I}_0\}}\\
&\quad+W_1\{F_V[p](1)-\widetilde{V}_1\}\overline{\{F_V[p](1)-\widetilde{V}_1\}}
\end{aligned}
\tag{2-24}
$$

式（２－２４）より、前述の最適化問題は汎関数 $\varepsilon[p]$ の Q_τ 上における最小化問題に置き換えられ、$\varepsilon[p]$ の最小化はその強微分が陽に得られると既存の傾斜法によって実行できる。命題２．２より F_I，F_V が Q_τ 上で微分可能であるから、$p\in Q_\tau$ における $\varepsilon[p]$ の強微分 $\varepsilon'[p,\triangle p]$ が存在する。

$$
\begin{aligned}
\varepsilon'[p,\triangle p]=2\,\mathrm{Re}\Big[&W_0\overline{\{F_I[p](0)-\widetilde{I}_0\}}F'_I[p,\triangle p](0)\\
&+W_1\overline{\{F_V[p](1)-\widetilde{V}_1\}}F'_V[p,\triangle p](1)\Big]
\end{aligned}
\tag{2-25}
$$

ここで、$F'_I[p,\cdot]$，$F'_V[p,\cdot]$ はそれぞれ $p\in Q_\tau$ における $F_I[p]$，$F_V[p]$ の強微分を表わし、$p\in Q_\tau$ を固定したとき、式（２－２５）の $\varepsilon'[p,\cdot]$ は P_τ 上の線形汎関数となる。

２．３．２　随伴回路を用いた強微分の表現

評価関数　の強微分は F_I，F_V の強微分を含んでおり、これらを直接得るためには式（２－１）～（２－３）の解析解を求めたうえで、$p\in Q_\tau$ における強微分 $F'_I[p,\cdot]$,$F'_V[p,\cdot]$ を陽に求める必要がある。任意のテーパ関数 $p\in Q_\tau$ に対しこれを行うのは一般に困難であり、適当な随伴回路を導入すると $\varepsilon'[p,\triangle p]$ の計算に有利な表現式が得られる。

〔命題　２．３〕

式（２－１）～（２－３）の随伴方程式をつぎのようにとる。

$$\dot{\boldsymbol{X}}_a(\alpha) = -\overline{A^t}[p]\ \boldsymbol{X}_a(\alpha) \tag{2-26}$$

$$V_a(0) + Z_i I_a(0) = 2W_0\ \overline{\{I(0) - \tilde{I}_0\}} \tag{2-27}$$

$$I_a(1) - V_a(1)/Z_0 = 2W_1\ \overline{\{V(1) - \tilde{V}_1\}} \tag{2-28}$$

ただし

$$\boldsymbol{X}_a(\cdot) = \begin{pmatrix} \overline{I_a(\cdot)} \\ \overline{-V_a(\cdot)} \end{pmatrix} \tag{2-29}$$

t ：転置を表わす

このとき $\varepsilon'[p\ \ \triangle p]$ は式（２－１）～（２－３）の解および式（２－２６）～（２－２８）の解を用いて次式で表現される。

$$\varepsilon'[p\ \ \triangle p] = \int_0^1 h[p](\alpha) \cdot \triangle p(\alpha)\, d\alpha \tag{2-30}$$

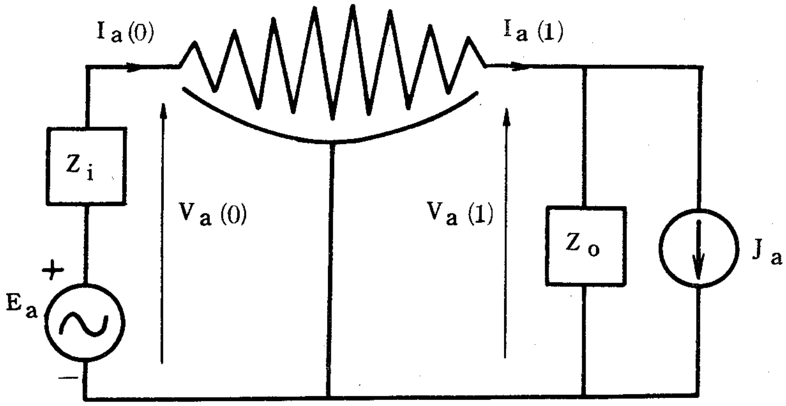
ここで

$$h[p](\alpha) = \mathrm{Re}\left\{ s c_0 V(\alpha) V_a(\alpha) + \frac{r_0}{p^2(\alpha)} I(\alpha) I_a(\alpha) \right\} \tag{2-31}$$

$p \in Q_\tau, \quad \triangle p \in P_\tau$

（証明） 付録２Ｃ参照

式（２－２６）～（２－２９）に対し図２．３の随伴回路が対応する。任意の評価関数に対して物理的に意味のある随伴回路、とくにその駆動電源が決定するとは限らず、評価関数が満たさねばならない条件が存在することを第６章で示す。



$E_a = 2W_0 \{\overline{I(0) - \tilde{I}_0}\}$　　$J_a = 2W_1 \{\overline{V(1) - \tilde{V}_1}\}$

図 2・3　図 2・1 に対する随伴回路

式（２－３０）はテーパ関数の微小変化$\triangle p(\alpha)$に対する評価関数の変動量$\triangle \varepsilon$が積分形で与えられることを示し、式（２－３１）の関数$h[p](\alpha)$は評価関数のテーパ関数に対する感度密度関数を表わすと考えられる。図２．１の設計対象回路と図２．３の随伴回路の回路構造は同一であるから、２つの方程式系（２－１）～（２－３）と（２－２６）～（２－２８）の解は同じ手法で得られ、$h[p](\alpha)$の計算がそれだけ容易なことは明らかである。

２．４　縦続接続一様線路による最適設計

汎関数の最小化に傾斜法を適用するに際し、最急降下の方向を決定する必要があり、これは汎関数の強微分より求まる。$p \in Q_\tau$ における汎関数εの最急降下の方向は$\varepsilon'[p, \triangle p] < 0$のとき、$|\varepsilon'[p, \triangle p]|$を最大にする$\triangle p \in P_\tau$である。式（２－３１）より$h[p](\alpha) \in L^2_{[0,1]}$であり$p \in L^2_{[0,1]}$に対する最急降下の方向が$-h[p](\alpha)$となるのは容易に導け

るが、$p \in P_\tau$ に対する最急降下の方向はただちには求まらない。

$L^2_{[0,1]}$ からP_τ への射影作用素T_τ を導入すると、P_τ の線形汎関数である$\varepsilon'[p, \cdot]$のノルムは次式で与えられる。

$$\|\varepsilon'[p, \cdot]\| = \sup_{\|\triangle p\|_{P_\tau}=1} \left|\varepsilon'[p \triangle p]\right|$$

$$= \sqrt{\int_0^1 \left| T_\tau h[p](\alpha)\right|^2 d\alpha} \qquad (2-32)$$

したがって、P_τ 上の最急降下の方向gは次式で求まる。

$$g(\alpha) = -T_\tau h[p](\alpha) \qquad (2-33)$$

$g(\alpha)$は明らかに階段関数であり、傾斜法による評価関数の最小化を実行すると、逐次得られるテーパ関数はすべて階段関数となる。これより一様線路の縦続接続によって構成されるテーパ線路を得る。

射影作用素T_τ は一意的ではないが、$L^2_{[0,1]}$ での最急降下の方向$-h[p](\alpha)$を$g(\alpha)$で精度よく階段関数近似することが望ましい。本論文で用いるT_τ をつぎに定義する。

〔定義 2.5〕 射影作用素 T_τ

$L^2_{[0,1]}$ からP_τ への射影作用素T_τ を次式で定義する。

$$T_\tau x = \sum_{k=1}^{n} \langle x, \varphi_k \rangle \varphi_k, \quad x \in L^2_{[0,1]} \qquad (2-34)$$

ここで$\{\varphi_k\}$はP_τ の正規直交基底であり、定義2.1の集合τと対応して各φ_k はつぎで与える。

$$\varphi_k(\alpha) = \begin{cases} (\alpha_k - \alpha_{k-1})^{-1/2} & \alpha \in E_k \\ 0 & \alpha \notin E_k \end{cases} \qquad (2-35)$$

（定義終）

定義2．5のT_τは、部分区間E_k（$k=1, 2, \cdots, n$）において$g(\alpha)$がその区間におけるh〔p〕(α)の平均値をとる階段関数となるように、h〔p〕(α)を射影する作用素である。

T_τ はP_τ，Q_τと同様定義2．1のτの構成法に依存するので、つぎに効果的な最適化手法を得るためのτの構成法について検討する。線路の製造および計算の能率性という観点から、縦続接続する一様線路は少ないほうが望ましく、計算の過程で順次線路の数をふやし、精度のよい階段関数形テーパ線路を求めるのが有利である。このため、τの要素の数すなわち空間P_τ の次元が最適化の試行とともに増大するようにτを構成する。

$$\tau_i=\tau_{i-1}\cup\{a\,;\,|a-b|\geqq\delta,\ a\in\gamma_i,\ b\in\gamma_i\cup\tau_{i-1},\ a\neq b\} \qquad (2-36)$$

ただし

τ_{i-1}，τ_i　：　最適化の試行 i − 1，i 回目の$p_{i-1}(\alpha)$，$p_i(\alpha)$の分割点の集合

γ_i　：　試行 i 回目のh_i〔p〕(α)の零交差点の集合

δ　：　階段関数形テーパ線路を構成する一様線路の最小の長さを表わす定数

式（2－36）は、h_i〔p〕(α) の $0\leqq\alpha\leqq1$における零交差点を新しい線路の分割点としてそれまでの分割点に付け加えるτの構成法で、それだけh〔p〕(α)の階段関数近似の精度がよくなる。線路の分割点がh_i〔p〕(α)の形状より自動的に決定すること、また式（2－36）のδによってテーパ線路を構成する一様線路の最大個数〔$1/\delta$〕を指定し、テーパ関数の複雑度を制限することが可能であることを考えると実用性に富んだテーパ線路の最適設計手法が得られる。ここで、〔・〕はガウス記号である。

式（2－36）よりτ_iに対してつぎの関係が成立し

$$\tau_0\subset\tau_1\subset\cdots\subset\tau_i\subset\cdots \qquad (2-37)$$

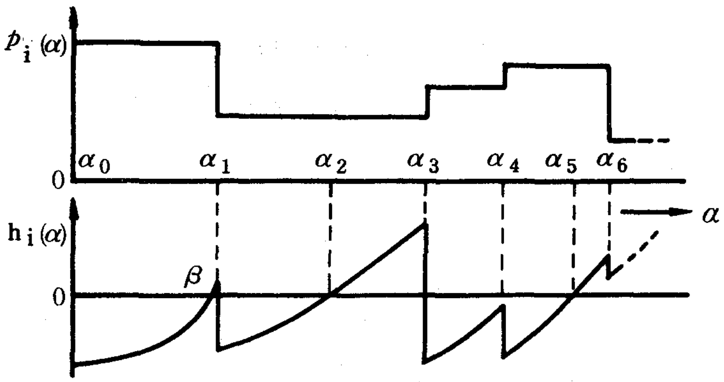
τ_i に対して定義される空間 $P_{\tau i}$ および射影作用素 $T_{\tau i}$ （以後簡単のためそれぞれ P_i ， T_i と記述する。）はつぎの非減少系列を構成する。

$$P_0 \subset P_1 \subset \cdots \subset P_i \subset \cdots \qquad (2-38)$$

$$T_0 \leqq T_1 \leqq \cdots \leqq T_i \leqq \cdots \qquad (2-39)$$

したがって評価関数 ε の最小化は、式（２－３８）に示した可変次元の空間の系列上で実行することになり、次章で計算アルゴリズムについて検討する。

τ_i および T_i の構成例を図２．４で示す。



$$\tau_{i-1} = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_6, \cdots\cdots)$$

$$\gamma_i = (\beta, \alpha_2, \alpha_5, \cdots\cdots), \ \alpha_1 - \beta < \delta$$

$$\tau_i = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 \cdots\cdots)$$

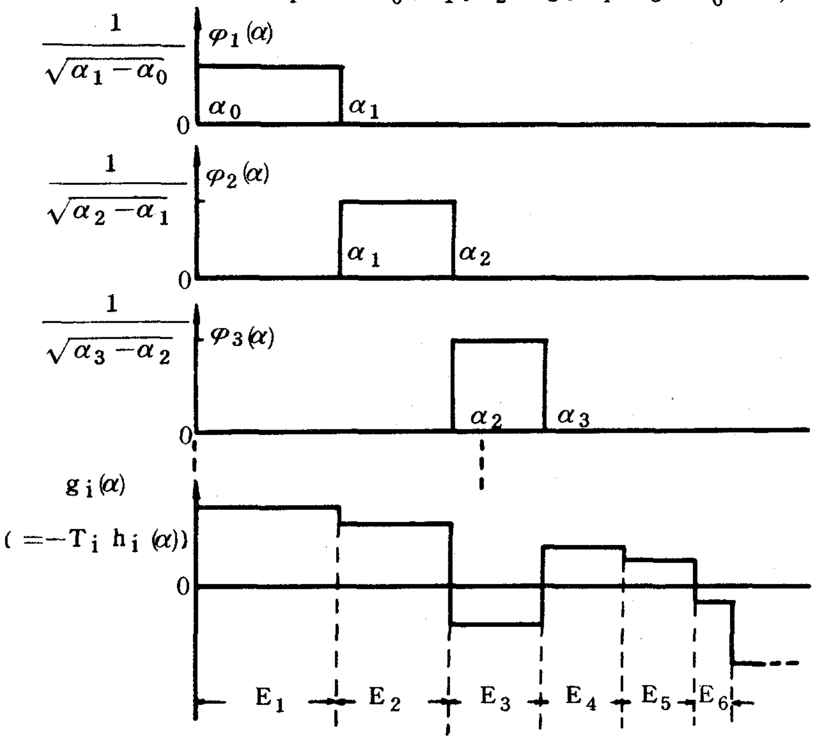


図2・4　射影作用素Tおよび集合τの構成

2．5 結　言

本章では、不均一分布ＲＣ線路の構成問題を評価関数の最小化問題に置き換え、最適テーパ線路を求める設計手法について検討した。

テーパ関数の空間として階段関数からなる空間を定義し、この適当な開部分集合の要素に対して電信方程式の唯一解および評価関数の強微分が存在することを関数解析的手法を用いて証明した。

強微分は設計対象回路と同じ回路構造の随伴回路を導入すると、線路の電圧，電流によって表現できる。テーパ線路は一様線路の縦続接続で構成され、電圧，電流分布の解析解が求まることから、傾斜法による評価関数の最小化に際し強微分の計算が有利であることを示した。

階段関数形テーパ関数の空間 P_τ 上の最急降下の方向は、$L^2_{[0,1]}$ から P_τ への射影作用素 T_τ を用いて得られ、評価関数の最小化を通して求まるテーパ関数はすべて階段関数となる。階段関数形テーパ線路に対し、線路の分割点を感度密度関数 $h[p](\alpha)$ から決定する方法を提案し、T_τ による階段関数近似の精度のうえでも本手法は効果的であることを示した。線路の分割数を最適化の試行とともに一般に増加させ、任意の精度で最適階段関数形テーパ線路を求められる。また線路の製造を考慮してテーパの複雑度を制限することも可能である。

付録　2Ａ　〔命題２．１〕の証明

式（２－２０）の初期値 $\boldsymbol{\chi}(0)=\boldsymbol{f}_0[p]$ は任意の $p\in Q_\tau$ に対し一意な複素定数値ベクトルであるが、これを〔０，１〕上の複素定数値ベクトル関数 $\boldsymbol{f}_0[p](\alpha)\in C^2_{[0,1]}$ と考える。

任意の $p\in Q_\tau$ に対し $C^2_{[0,1]}$ をそれ自身にうつす線形作用素 $\Gamma[p]$ を次式で定義する。

$$\Gamma[p]\boldsymbol{\chi}=\int_0^\alpha A[p]\boldsymbol{\chi}(t)\,dt \qquad (2A-1)$$

また　$C^2_{[0,1]}$ のノルムは次式で定める。(脚注)

$$\|\boldsymbol{X}\|_{C^2} = \sup_{\alpha\in[0,1]}\left(|X_1(\alpha)| + |X_2(\alpha)|\right) \qquad (2A-2)$$

ただし

$$\boldsymbol{X}=(X_1, X_2)^t \in C^2_{[0,1]},\quad X_1\in C_{[0,1]},\ X_2\in C_{[0,1]}$$

式(2－5)，(2－13)，(2A－1)，(2A－2)より

$$\|\Gamma[p]\| = \sup_{\boldsymbol{X}\neq 0}\frac{\|\Gamma[p]\boldsymbol{X}\|_{C^2}}{\|\boldsymbol{X}\|_{C^2}} \le \frac{|r_0|}{m} + |sc_0|M \qquad (2A-3)$$

式(2A－3)より $\Gamma[p]$ は有界したがって線形連続作用素となる。つぎに $\boldsymbol{X}\in C^2_{[0,1]}$ に対し $[\boldsymbol{X}](\alpha)$ なる実数値連続関数を式(2A－4)で定義する。

$$[\boldsymbol{X}](\alpha) = |X_1(\alpha)| + |X_2(\alpha)| \qquad (2A-4)$$

任意の $\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}\in C^2_{[0,1]}$ に対し、つぎの不等式の成立することが数学的帰納法により証明される。（証明略）

$$[\Gamma^n[p]\boldsymbol{X} - \Gamma^n[p]\boldsymbol{Y}](\alpha) = [\Gamma^n[p](\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y})](\alpha)$$

$$\le \left(\frac{|r_0|}{m}+|sc_0|M\right)^n \frac{\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}\|_{C^2}}{n!}\,\alpha^n \qquad (2A-5)$$

式(2A－2)(2A－4)，(2A－5)より

$$\|\Gamma^n[p]\boldsymbol{X} - \Gamma^n[p]\boldsymbol{Y}\|_{C^2} = \sup_{\alpha\in[0,1]}\left[\Gamma^n[p]\boldsymbol{X}-\Gamma^n[p]\boldsymbol{Y}\right](\alpha)$$

$$\le \frac{1}{n!}\left(\frac{r_0}{m} + |sc_0|M\right)^n \|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}\|_{C^2} \qquad (2A-6)$$

$C^2_{[0,1]}$ のノルムを式(2A－2)で与えられても $C^2_{[0,1]}$ が完備となることは容易に検証される。

nを十分大きくとれば$(|r_0|/m+|sc_0|M)^n/n!<1$となるから$\Gamma^n[p]$は縮小写像となり、縮小写像の原理[36]を適用すると命題が成立する。　　（証明終）

付録　2B　〔命題2．2〕の証明

任意の$p^*\in Q_\tau$に対する式（2－20）の解を$X^*(\alpha)$とし、$(X^*, p^*)\in R_\tau$のある近傍に含まれる閉球　Ω_{p^*}から$C^2[0,1]$への作用素を次式で定義する。

$$G[X, p]=X(\alpha)-f_0[p](\alpha)-\int_0^\alpha A[p]X(t)dt \tag{2B-1}$$

$$G[X^*, p^*]=0 \tag{2B-2}$$

R_τは$C^2[0,1]$とP_τの直積空間でノルムを次式で与える。

$$\|U\|_{R_\tau}=\|X\|_{C^2}+\|p\|_{P_\tau},\quad U=(X, p)\in R_\tau \tag{2B-3}$$

$$\Omega_{p^*}=\{(X, p);\|(X, p)-(X^*, p^*)\|_{R_\tau}\leqq\eta,\ (X, p)\in R_\tau\} \tag{2B-4}$$

$f_0[p](\alpha)$の一意性により、これを表わすQ_τから$C^2[0,1]$への作用素F　$[p]$が唯一的に存在し、式（2－18）の$f_0(p_1, p_2, \cdots, p_n)$は$0<m<p_i<M$なる$p_i$について連続、さらにすべての$p_i$に対し連続な偏微分をもつから、$F_0[p]$は$Q_\tau$上で連続であり、強導関数も連続である。

式（2B－1）を作用素を用いてつぎのように書き直す。

$$G[X, p]=-F_0[p]+(I-\Gamma[p])X$$

ただし、Iは$C^2[0,1]$上の恒等作用素である。

任意の(X, p), $(\widetilde{X}, \widetilde{p})\in\Omega_{p^*}$に対して

$$\|\Gamma[p]X-\Gamma[\widetilde{p}]\widetilde{X}\|_{C^2}\leqq K_1\|(X, p)-(\widetilde{X}, \widetilde{p})\|_{R_\tau} \tag{2B-6}$$

ただし

$$K_1 = \max\{\frac{|r_0|}{m} + |sc_0| M_{\rho}(k_1+k_2+\eta)(\frac{|r_0|}{m^2} + |sc_0|)\}$$

$$k_1 = \sup_{\alpha\in[0,1]} |X_1^*(\alpha)|, \quad k_2 = \sup_{\alpha\in[0,1]} |X_2^*(\alpha)|$$

となり$\Gamma[p]X$は$\Omega_p{}^*$上で連続となる。したがって式（２Ｂ－５）より$G[X, p]$は$\Omega_p{}^*$上で連続である。

つぎに、任意に固定した$\tilde{p}\in Q_\tau$に対し、GはXについて微分可能でその強微分はつぎのようになる。

$$G'_X[X\ \tilde{p}]\triangle X = \triangle X - \int_0^\alpha A[\tilde{p}]\triangle X(t)\,dt$$
$$= (I - \Gamma[\tilde{p}])\triangle X \qquad (2B-7)$$

ただし

$$(X, \tilde{p})\in\Omega_p{}^*, \quad \triangle X\in C^2_{[0,1]}$$

$G'_X[\cdot, \cdot]$は$\Omega_p{}^*$上で存在し連続である。

命題２．１より

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\|\Gamma^n[p]\|} \leqq \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}}\left(\frac{|r_0|}{m} + |sc_0|M\right) = 0 \qquad (2B-8)$$

となるから級数$I + \Gamma[p] + \Gamma^2[p] + \cdots + \Gamma^n[p] + \cdots$が収束し、$\Omega_p{}^*$上の各店で$I - \Gamma[p]$の線形逆作用素$(I - \Gamma[p])^{-1}$が存在する。

$A[p]$，　$F_0[p]$が強微分可能であるから$\Omega_p{}^*$上の$p\in Q_\tau$に対しGの強微分はつぎで求まる。

$$G'_p[X, p]\triangle p = -F'_0[p]\triangle p - \int_0^\alpha A'[p, \triangle p]X(t)\,dt$$
$$(2B-9)$$

ただし

$$(X, p)\in\Omega_p{}^*, \quad \triangle p\in p_\tau$$

$$A'[p, \triangle p] = \begin{bmatrix} 0 & r_0/p^2(\alpha) \\ -sc_0 & 0 \end{bmatrix} \triangle p \qquad (2B-10)$$

任意の$(\mathcal{X}, p)$，$(\widetilde{\mathcal{X}}, \widetilde{p}) \in \Omega_p^*$について式(2B−9)の右辺第二項に対しつぎの不等式が成立する。

$$\left\| \int_0^\alpha \{ A'[p, \triangle p] \mathcal{X}(t) - A'[\widetilde{p}, \triangle p] \widetilde{\mathcal{X}}(t) \} dt \right\|_{C^2}$$

$$\leq K_2 \| (\mathcal{X}, p) - (\widetilde{\mathcal{X}}, \widetilde{p}) \|_{R_\tau} \| \triangle p \|_{P_\tau} \qquad (2B-11)$$

ただし

$$K_2 = \max\{ \frac{|r_0|}{m^2}, \frac{2M|r_0|}{m^4} (k_1 + k_2 + \eta) \}$$

式(2B−11)の結果と$F_0'[p]$が連続であることを用いれば$G_p'[\cdot, \cdot]$がΩp^*上で連続となることは容易に導ける。

任意の$p \in Q_\tau$に対するΩ_p上で上述の結果がすべて成立し、これに陰関数定理[37]を適用すると命題が成立する。（証明終）

付録　2C　〔命題2．3〕の証明

$\alpha \in [0, 1]$でほとんどいたるところ微分可能な2次元ベクトル値関数$\mathcal{X}_a \in (\alpha)$に対し、次の恒等式が成立する。

$$\overline{\mathcal{X}_a^t(1)} F[p](1) - \overline{\mathcal{X}_a^t(0)} F[p](0)$$

$$= \int_0^1 \frac{d}{d\alpha} \{ \overline{\mathcal{X}_a^t(\alpha)} F[p](\alpha) \} d\alpha \qquad (2C-1)$$

Q_τ上の汎関数$f[p]$を次式で定義する。

$$f[p] = \mathrm{Re}\{ \overline{\mathcal{X}_a^t(1)} F[p](1) - \overline{\mathcal{X}_a^t(0)} F[p](0) \}$$

$$(2C-2)$$

式(2C−2)に式(2−2)，(2−3)，(2−29)を代入すると

$$f[p] = \mathrm{Re}[\{ I_a(1) - V_a(1)/Z_0 \} F_V[p](1) - I_a(0) E_0$$

$$+ \{ Z_i I_a(0) + V_a(0) \} F_I[p](0)] \qquad (2C-3)$$

式（２Ｃ－３）よりｆの$p \in Q_\tau$における強微分を求めると

$$f'[p, \triangle p]=\mathrm{Re}[\{I_a(1)-V_a(1)/Z_0\}F'_V[p, \triangle p](1)$$

$$+\{Z_i\ I_a(0)+V_a(0)\}F'_I[p, \triangle p](0)] \qquad (2C-4)$$

式（２Ｃ－４）に式（２－２７），（２－２８）を代入すると式（２－２５）より次式が成立する。

$$\varepsilon'[p, \triangle p]=f'[p, \triangle p] \qquad (2C-5)$$

一方、式（２Ｃ－１），（２Ｃ－２）より

$$f[p]=\mathrm{Re}\int_0^1 \frac{d}{d\alpha}\{\overline{\chi_a^t}(\alpha)F[p](\alpha)\}d\alpha \qquad (2C-6)$$

となり、これに式（２－１）を代入して$p \in Q_\tau$における強微分を求めると

$$f'[p, \triangle p]=\mathrm{Re}\int_0^1[\{\overline{\dot{\chi}_a^t}(\alpha)+\overline{\chi_a^t}(\alpha)A[p]\}F'[p, \triangle p](\alpha)$$

$$+\overline{X_a^t}(\alpha)A'[p, \triangle p]F[p](\alpha)]\ d\alpha \qquad (2C-7)$$

式（２－２６）の両辺の転置をとって式（２Ｃ－７）に代入すると

$$f'[p\ \triangle p]=\mathrm{Re}\int_0^1\{\overline{\chi_a^t}(\alpha)A'[p, \triangle p]F[p](\alpha)\}d\alpha \qquad (2C-8)$$

が成立する。

式（２Ｃ－８）に式（２－２２），（２－２３），（２－２９），（２Ｂ－１０）を代入すると式（２Ｃ－５）より次式を得る。

$$\varepsilon'[p, \triangle p]=\mathrm{Re}\int_0^1\{sc_0V(\alpha)V_a(\alpha)+\frac{r_0}{p^2(\alpha)}I(\alpha)I_a(\alpha)\}\triangle p(\alpha)d\alpha$$

$$=\int_0^1 h[p](\alpha)\cdot\triangle p(\alpha)d\alpha \qquad (2C-9)$$

（証明終）

第3章　傾斜法による評価関数の最小化

3.1　緒　　言

前章で評価関数 ϵ は Q_τ 上で微分可能であり、その強微分から最急降下の方向向が求まることを知った。一般に傾斜法による汎関数の最小化では最急降下の方向を用いて探索の方向が決定される。たとえば、最急降下法は常に最急降下の方向に探索して最小点を求めるものであるが、極点近傍で収束性が悪くなる欠点を有する。[39]

一方variable metric な方法として、内積空間において定義されるDavidon の方法[28]の有用性が知られている。Davidon の方法は、2次形式の評価関数に対し互いに共役な方向に探索を行ない、有限回すなわちn変数関数ではn回の反復計算で最小値が求まるという性質をもっている。不均一分布RC線路の合成問題は、前章でみたように一般に非線形な評価関数の最小化問題となり、これに対してもDavidon の方法を用いると解の近傍で収束性の改善されることが期待できる。

本章では、評価関数の最小化を実行することによって最適階段関数形テーパ線路を求める計算アルゴリズムについて検討する。[29] まず、3．2で一般的な傾斜法を用いた最適化アルゴリズムを与える。つぎに3．3では実用的な傾斜法として、最急降下法とDavidon の方法を取りあげた。Davidon の方法は普通固定次元の空間で定義されるので、前章で述べたように試行とともに次元が増大するテーパ関数の空間 P_i の系列上では、そのまま適用することができず適当に拡張することが必要となり、これについても考察する。さらに、最急降下法とDavidon の方法を適当に併用した傾斜法によるアルゴリズムを提案し、テーパ線路の最適設計に対してはこれが最も実用的であることを示す。実際に評価関数を最小化する一次元探索について3．4で考察する。最後に3．5では、例題として不均一分布RC線路を用いた低域通過回路の設計を取り扱い、上述した3つのアルゴリズムを適用した結果を比較検討することによって

その有用性を確かめる。また線路の製造上の問題などについても検討する。

3．2　計算アルゴリズム

傾斜法による評価関数の最小化では、最急降下の方向 g に正値作用素 H を作用させて探索方向 σ を決定し、この方向に沿って一次元探索を行なう。このとき σ は"評価関数に対して谷向き"となるから反復計算を繰り返すことによって極小点が求まる。作用素 H の構成に依存して異った傾斜法が得られるが、ここでは一般的な傾斜法による最適化アルゴリズムを示す。また計算の流れを図3・1で示す。

〈最適アルゴリズム〉

(1)　初期値設定

初期テーパ関数 p_0 およびその分割点の集合 τ_I を設定する。ただし、$p_0 \in Q_{\tau I}$ である。

(2)　(i)　p_i に対し方程式（2－1）～（2－3）の解を求める。

(ii)　(i)の結果を用いて随伴方程式（2－26）～（2－28）の解を求める。

(iii)　(i), (ii)の結果を用いて式（2－31）から感度密度関数 $h_i[p](\alpha)$ を計算し、そのすべての零交差点を去める。

(iv)　式（2－36）より τ_i したがって P_i を決定する。ただし、式（2－36）で $\tau_{-1}=\tau_I$ とする。

(3)　τ_i に対し射影作用素 T_i を決定し、式（2－33）より最急降下の方向 g_i を求める。

(4)　収束の判定

式（2－11），（2－12）より $\|g_i\|_{P_i}$ を求め、与えられた定数 ρ_1 に対し次式がみたされれば計算を終了し、そうでなければ(5)へ進む。

$$\|g_i\|_{P_i} \leqq \rho_1 \qquad (3-1)$$

(5) 探索方向の決定

最急降下の方向 g_i に空間 P_i 上の正値作用素 H_i を作用させて、一次元探索の方向 σ_i を決定する。

$$\sigma_i = H_i \ g_i \qquad (3-2)$$

(6) 一次元探索

σ_i に沿って一次元探索を行ない。次式を最小にする最小の $\lambda_i (>0)$ を求める。

$$q_i \ (\lambda) = \varepsilon \left[p_i + \lambda \sigma_i \right] \qquad (3-3)$$

(7) $p_{i+1} = p_i + \lambda_i \ \sigma_i$ とし (2) へもどる。

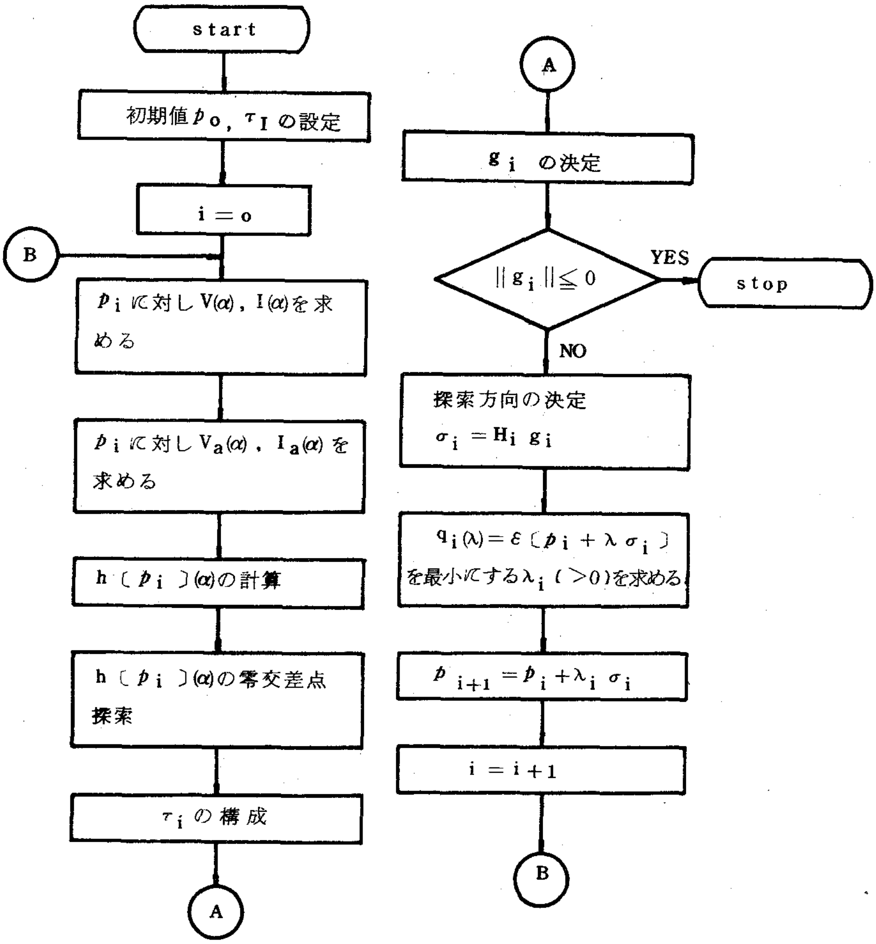


図 3・1 計算の流れ図

上述のアルゴリズムは、ステップ(4)の収束判定からわかるように評価関数のテーパ関数に対する感度を最小にするものである（sensitivity minimum)。$\rho_1' = 0$とすると理想的に感度が0となるテーパ線路が求まるが、計算時間のうえでこれは困難である。しかし、ρ_1を十分小さくすれば、最終的にテーパ線路は安定性に富んだものが得られる。

3．3　実用的な最小化手法

前節で示したアルゴリズムでは、正値作用素H_i の構成に依存して異った評価関数の最小化手法が得られる。本節では具体的なH_i の構成としてつぎに述べる3つの場合について検討する。なお、テーパ関数の空間は本質的に有限次元のユークリッド空間と同形であるからH_iは正値正方行列と考えて差しつかえない。

3．3．1　最急降下法

最急降下法ではつねに評価関数の最急降下の方向g_i を探索方向とするので、H_i は空間P_i の恒等作用素I_i とする。

$$H_i = I_i, \quad i = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots \tag{3-4}$$

最急降下法における降下方向σ_i は、その点で評価関数の等高線と直交するので、局部的には評価関数をこれ以上に減少させる探索方向はない。しかし反復計算がすすむにつれて、解の近傍で収束性が悪くなる欠点をもっている。[39]

3．3．2　Davidon の方法

Davidon の方法では、それまでの探索結果を用いて次回の探索方向σ_iを決定する。H_i を決定する漸化式は次式で与えられる。

$$H_0 = I_0 \tag{3-5}$$

$$H_i = H_{i-1} + \lambda_{i-1} \frac{\sigma_{i-1} \rangle \langle \sigma_{i-1}}{\langle \sigma_{i-1},\ y_{i-1} \rangle} - \frac{H_{i-1}\, y_{i-1} \rangle \langle H_{i-1}\, y_{i-1}}{\langle y_{i-1},\ H_{i-1}\, y_{i-1} \rangle}$$

$$i = 1,\ 2,\ \cdots\cdots \tag{3-6}$$

ただし

I_0 ：P_0 上の恒等作用素

$$y_i = T_{i+1} \left(h_{i+1} - h_i \right) = g_i - g_{i+1} \qquad (3-7)$$

$><$： Dyadic notation

H_0 には任意の正値作用素を用いることができるが、最急降下の方向に探索するのが妥当であり、$H_0 = I_0$とする。空間P_iは非減少な系列をなし、評価関数の最小化の途中で空間の次元が固定していないことを前に述べた。
H_{i-1}，H_i はそれぞれP_{i-1}，P_i 上の作用素であり、$P_{i-1} \neq P_i$となる場合には式（3－6）の演算の意味は失われる。しかしこのとき、P_{i-1} は P_i の部分空間であるから、作用素H_{i-1} の定義域をP_{i-1} からP_i に自然な形で拡大することができる。σ_{i-1} についても同様で、H_{i-1}，σ_{i-1} をP_i 上の作用素および探索方向と考えて式（3－6）にしたがってH_i を求める。この場合にもH_i が正値性を保持することは保証される。

二次形式以外の評価関数に対しては、一般に有限回の反復計算で最小値は求まらず、さらに反復計算を繰り返すことが必要になる。このとき適当なところで$H_i = I_i$ として計算を再出発させるのが有効であることが知られている。[40],[41]
再出発の条件として次式を考える。

$$\left| \langle \sigma_i, g_i \rangle \right| \leqq \rho_2 \qquad (3-8)$$

式（3－8）は$p = p_i$ における探索の方向σ_i が、計算誤差の累積あるいは一次元探索の精度の影響によって最急降下の方向と大きくずれることを意味しこの探索方向に沿って評価関数はほとんど減少しないと予想される。

3．3．3　最急降下法とDavidon の方法の併用

3．3．2　の最小化手法はテーパ関数の空間P_i の系列に現われる低次元の空間をそのすぐあとに現われる高次元の空間に拡大し、一貫してDavidon

の方法を適用するアルゴリズムである。もともとDavidon の方法は固定次元空間で適用されるものであるから、次元が増加した場合にはH_iをリセットし最急降下法を用いるアルゴリズムが考えられる。この時H_iは次式で求める。

$$H_0 = I_0 \qquad (3-9)$$

$$H_i = \begin{cases} I_i \ ; P_{i-1} \neq P_i \text{ の時} \\ H_{i-1} + \lambda_{i-1} \dfrac{\sigma_{i-1} \rangle\langle \sigma_{i-1}}{\langle \sigma_{i-1}, y_{i-1} \rangle} - \dfrac{H_{i-1}, y_{i-1} \rangle\langle H_{i-1}, y_{i-1}}{\langle y_{i-1}, H_{i-1} y_{i-1} \rangle} \\ \quad ; \quad P_{i-1} = P_i \text{ の時} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \cdots \qquad (3-10)$$

式(3－10)によるH_iの構成は同一次元の空間内においてのみDavidon の方法を用いることを示す。Davidon の方法は適当にH_iをリセットすると一層効果的になることがあるので、可変次元空間上での最小化には本手法を適用するのが有効であると思われる。また計算誤差の累積もある程度避けられる。

Davidon の方法を適用する空間がｎ次元である時、最初のｎ回の反復計算については式(３－１０)でH_iを求め、ｎ＋１回目にはH_iを恒等作用素I_iにリセットして計算を再出発する方法が提案されており、非線形な評価関数に対してしばしば効果がある。可変次元のテーパ関数の空間では、

$$P_{i-1} \neq P_i = P_{i+1} = \cdots = P_{i+n-1} = P_{i+n} = \cdots \qquad (3-11)$$

となるとき

$$H_{i+n} = I_{i+n} \qquad (3-12)$$

とすることに対応する。

３．４　一次元探索について

３．２節で示したアルゴリズムで能率よく収束解を得るためには、一次元探索において高い精度で式(３－３)を最小にするλ_iを求めることが必要であ

る。探索方向σ_iに沿った評価関数の極値では次式が成立する。

$$\langle \sigma_i \ , \ g \rangle = 0 \qquad (3-13)$$

式（３－１３）の関係を用いて一次元探索を行なえばよいが探索の過程でつねにgを計算しなければならない。テーパ関数の最適化問題ではこのために多大の計算時間を要し、実用上の問題が生じる。gを必要としない一次元探索として評価関数の値のみを用いる二次補間法を適用する。これはσ_iの方向へ適当に定められたステップ幅ηあるいはその何倍かの距離を進み、その点の関数値と開始点のそれを比較することによって極小点を囲い込み、適当な３点で二次補間を行なう。この操作をあらかじめ与えられた精度で極小点が求まるまで繰り返す。一次元探索打ち切りの条件を次式で与える。

$$\frac{|\lambda_i^* - \lambda_i|}{\lambda_i} \leqq \rho_3 \qquad (3-14)$$

ここで、λ^*_iは式（３－３）の$q_i(\lambda)$を極小にするλ_iの真の値であり、ρ_3を十分小さくすれば高い精度でλ_iが求まる。

探索の開始点から最も近い極小点を求めるために、初期ステップ幅ηは十分小さくする必要があり、評価関数を二次関数近似することによって予想される極小点までの距離の1/10にとる。

$$\eta = \min\left[\frac{1}{10}, \frac{1}{10} \cdot \frac{\varepsilon[p_i]}{2|\langle \sigma_i \ , \ g_i \rangle|}\right] \qquad (3-15)$$

３．５　設　計　例

３．５．１　分布ＲＣフィルタの設計

本節では、前節までに得られた最適化アルゴリズムにもとづき、不均一分布ＲＣ線路を用いて低域通過回路を実現する。

設計対象回路を図３．２で示す。回路の出力電圧応答を目標特性に一致させ

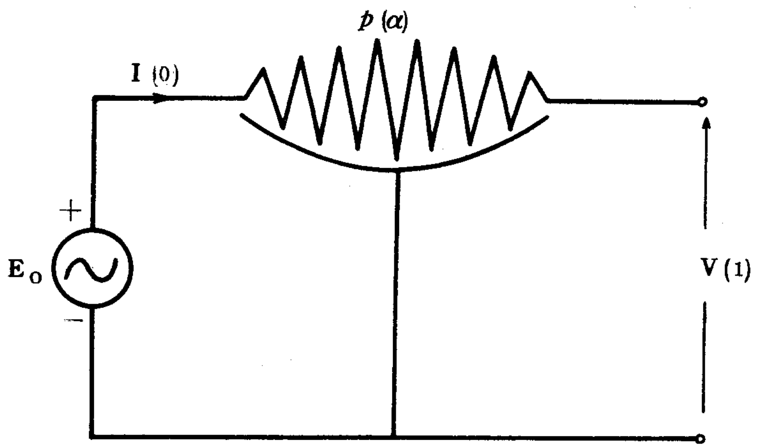


図３・２　分布ＲＣ線路を用いた低域通過回路

る問題を取り扱い、目標特性を次式で与える。

$$K(s)=\frac{1}{\{\cosh\ \theta(s)+\mu\sinh\ \theta(s)/2\theta(s)\}e^{-\mu/2}} \qquad (3-16)$$

$$\theta(s)=\sqrt{\frac{\mu^2}{4}+s\,r_0\,c_0} \qquad (3-17)$$

式（３－１６），（３－１７）は長さ１，テーパ度μ，すなわち

$$p(\alpha)=e^{-\mu\alpha},\quad \alpha\in[0,\ 1] \qquad (3-18)$$

なる指数関数形テーパ線路を図３．２の回路に接続したときに得る開放電圧伝送関数であり、目標点$s_i=j\omega_i$における目標電圧$\widetilde{V}_i$は次式で計算される。

$$\widetilde{V}_i=K(j\omega_i)E_0,\quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ l \qquad (3-19)$$

ここで、lは目標として選ぶ周波数の個数である。

フィルタなどの周波数特性を問題とするときは、電圧をデシベル値で扱うの

が普通であり、評価関数をつぎのように設定する。

$$\varepsilon=\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{2}\{20\log_{10}|V_i(1)|-20\log_{10}|\tilde{V}_i|\}^2$$

$$=\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{2}\{20\log_{10}\left|\frac{Vi(1)}{\tilde{V}_i}\right|\}^2 \qquad (3-20)$$

式（３－２０）の評価関数に対し図３・２の随伴回路を図３・３に示す。

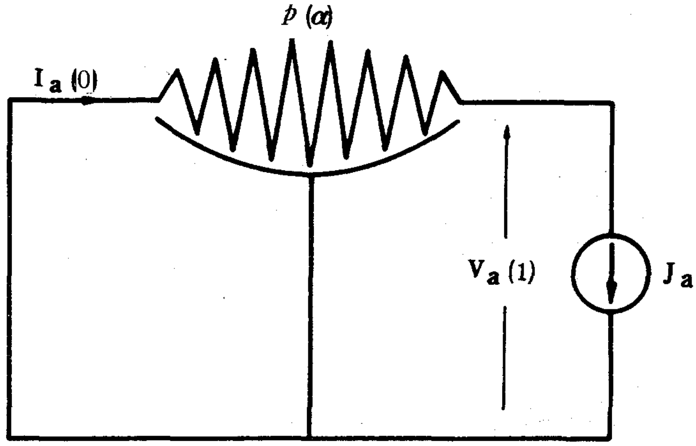


図３・３　図３・２に対する随伴回路

計算に必要な定数をつぎで与える。

$r_0=1.0$,	$c_0=1.0$	$\mu=1.0$
$\rho_1=10^{-6}$,	$\rho_2=10^{-12}$,	$\rho_3=10^{-6}$
$l=6$,	$\omega_1=0.2$,	$\omega_2=1.0$
$\omega_3=2.0$,	$\omega_4=5.0$,	$\omega_5=15.0$
$\omega_6=30.0$,	$E_0=1.0$,	線路長＝1.0

初期テーパ関数をp_0 (α) = 0.685 ($0 \leq \alpha \leq 1$) なる一様線路にとり、δ = 0.04 すなわちテーパ線路の最大分割数を25に制限して、3.3節で述べた3通りの最適化手法を適用した結果は以下のようになる。

Davidon の方法および Davidon の方法と最急降下法を併用した場合には、収束条件をそれぞれ試行40回,35回で満足したので計算を打ち切ったが最急降下法を適用すると、反復計算を90回まで繰り返しても収束するに到らなかった。図3.4で評価関数と試行回数の関係を表3.1で最終的な評価関数と感度ノルムを示す。またこのときのテーパ関数を図3.5で示す。出力特性はいずれの場合にも目標特性とほとんど完全に一致し、初期テーパ関数に対する出力特性および目標値を

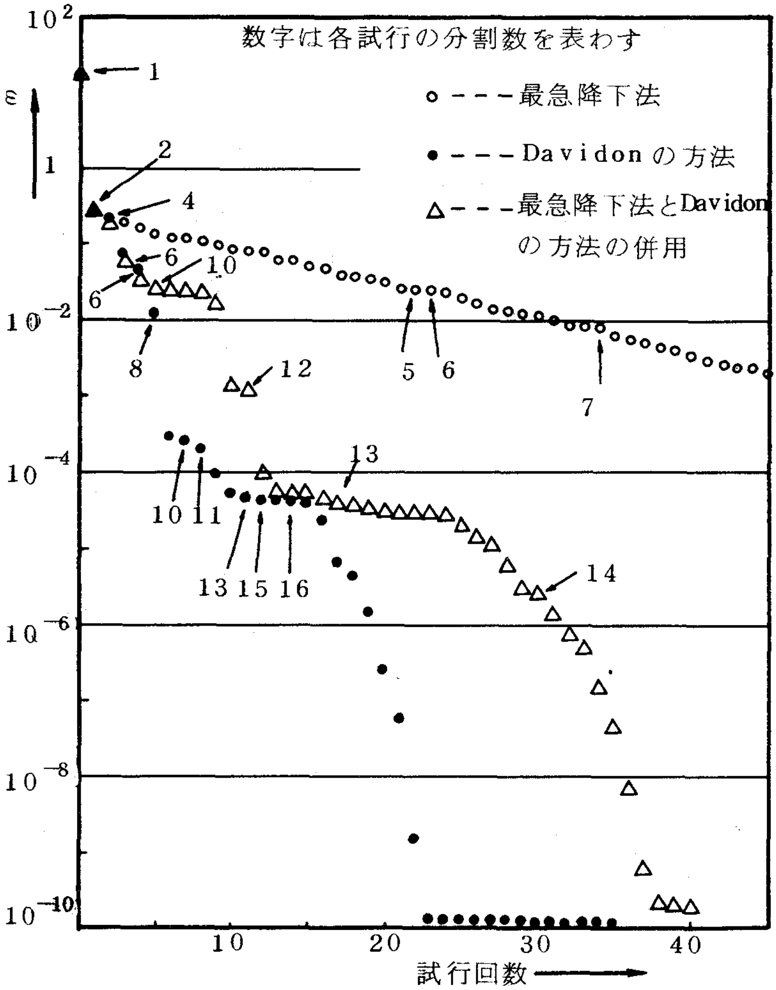
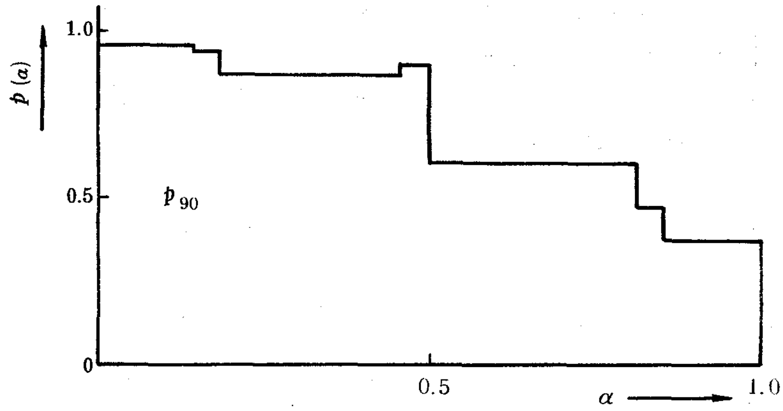
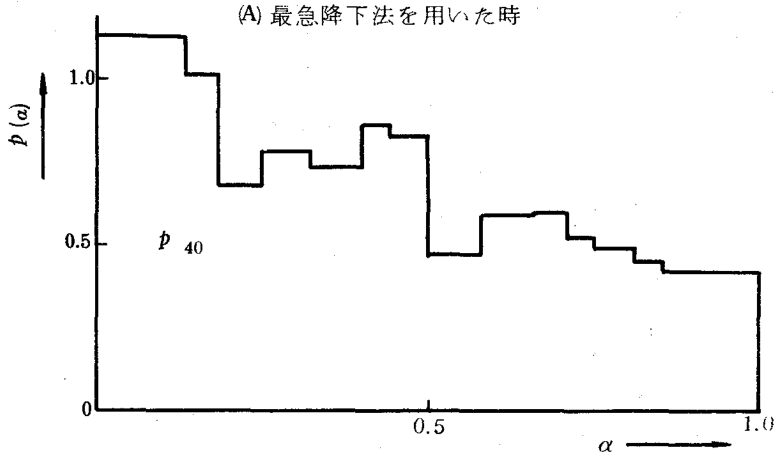


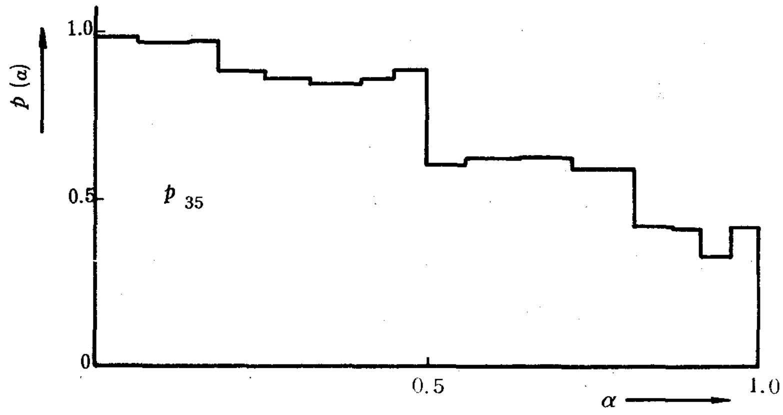
図3・4 設計例に対する評価関数εと試行回数の関係



(A) 最急降下法を用いた時



(B) Davidon の方法を用いた時



(C) 最急降下法と Davidon の方法を併用した時

図 3・5　最終的に得られたテーパ関数 $p(\alpha)$

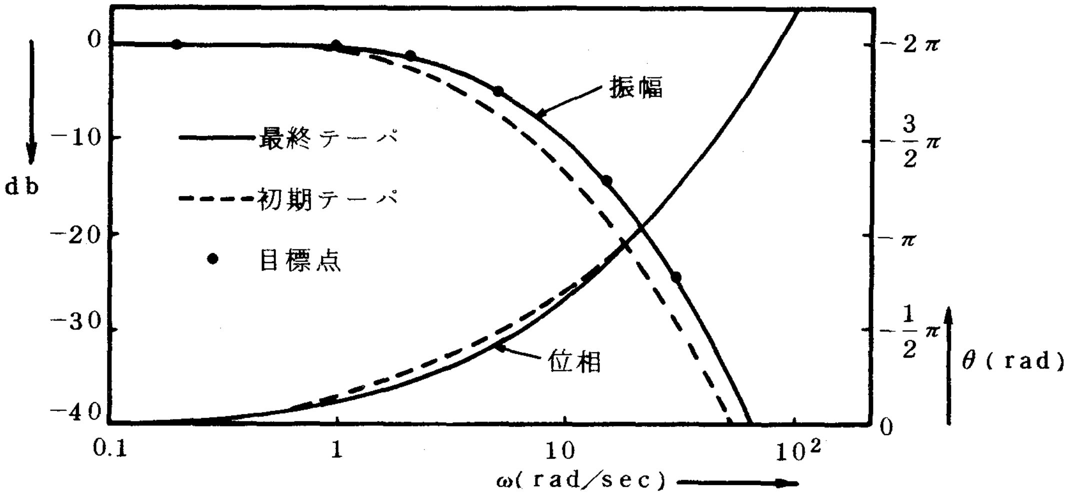


図 3·6　出力電圧の周波数特性

図３・６で示す。

NEAC2200−700を用いて計算を実行し、このときのCPU時間，コア語数は最急降下法を適用した場合にはそれぞれ3.5分，２８KW、Davidon の方法では５分，３６KWまた最急降下法とDavidonの方法を併用すると２分，３２KWであった。

３．５．２　検　　討

図３．４より試行回数に対する評価関数の減少速度について考えてみると、最急降下法では対数的にほとんど一定速度で減少する。一方Davidon の方法を用いると最終段階で収束性が大幅に改善され、とくに最急降下法と併用したときにこの傾向が顕著に現われる。評価関数の形あるいは目標点の選び方に依存して収束の速度は変化するが、３．３節の３つのアルゴリズムのうち、テーパ線路の最適化に対しては最急降下法とDavidon の方法を併用するのが最も有効であると思われる。Davidon の方法で適当に H_i をリセットすることは、

前述した計算誤差の累積を避けられることや、可変次元の空間では次元が増加した場合以前の探索方向がそれほど以後の最適化に影響を及ぼさないことも反映して、有効であるといえる。

本節で取り扱った例では階段関数形テーパ線路を構成する一様線路の数したがって P_τ の最大次元を25に制限しているが、反復計算が進むにつれ自然な形で増大していく様相を示している。P_τ の次元の大きさは設計に対する自由度と関連し、次元が大きい空間ほどより小さい評価関数値を実現しやすいと言える。Davidon の方法に比べて最急降下法ではそれほど次元が増大せず、これが最急降下法の収束性の悪さと対応しているものと考えられる。最終的に得た ε, $\|g\|$ の値を表3・1で示す。

最小化手法	$p(\alpha)$	ε	$\|g\|$
最急降下法	p_{90}	0.2539×10^{-4}	0.8457×10^{1}
Davidonの方法	p_{40}	0.1743×10^{-9}	0.4176×10^{-6}
最急降下法とDavidonの方法の併用	p_{35}	0.1039×10^{-9}	0.2261×10^{-6}

表3・1　最終的に求まった ε, $\|g\|$

最適化されたテーパ関数は、図3・5で示したように、いずれも目標特性を計算するのに用いた指数関数の階段関数近似にならず、図3・2の回路構造に対し指数関数形以外のテーパ線路で同一な出力振幅特性が得られることを示している。

出力周波数特性については目標点で出力電圧振幅を規定しただけであるが、帯域全体にわたって振幅，位相とも目標特性にほとんど一致する結果が得られた。

計算時間という点あるいは線路の製造という立場からみると、線路の最大分割数を規定する δ の設定は重要な問題となるが、本章で述べたアルゴリズムは

任意の指定されたδに対して、制限された分割数以下の最適テーパ線路を求められるという点で実用性に富んでいる。つぎに最急降下法とDavidon の方法を併用して、3・5・1の例題に対し$\delta = 0.02$, $\delta = 0.04$, $\delta = 0.1$の場合について計算を行なった結果を示す。CPU時間，コア語数は、$\delta = 0.02$のとき3.5分，40KW、$\delta = 0.04$のとき2分，32KW、$\delta = 0.1$のとき1.5分，22KWである。

図3・7に示した評価関数の変化および図3・8のテーパ関数の形状からみて、この例題に対し$\delta = 0.1$としたとき最もよい結果が得られるが、あくまで対象とする問題の性質に依存するもので、その都度適切なδを選ぶことが重要である。実際上の線路の製造を考慮すると、表3・2に示した最終値のようにεを小さくする必要はなく、たとえば$\varepsilon = 0.5 \times 10^{-4}$のとき各目標周波数点で出力電圧振幅は目標値とデシベル換算値で小数点以下2桁まで一致する。このとき、図・7より0.02，0.04，0.1のδに対してεはそれぞれ19回，11回，8回の反復計算で実現でき、縦続接続する一様線路は24個，13個，6個となり最大分割数の約半数で実現できる。

最小分割幅	$p(\alpha)$	ε	$\|g\|$
$\delta = 0.02$	p_{38}	0.9951×10^{-10}	0.2404×10^{-9}
$\delta = 0.04$	p_{35}	0.1039×10^{-9}	0.2261×10^{-6}
$\delta = 0.1$	p_{30}	0.1263×10^{-9}	0.9664×10^{-6}

表3・2　最終的に求まったε，$\|g\|$

本章で示したアルゴリズムは、評価関数のテーパ関数に対する素子感度最小(sensitivity minimum)な点を求めるものである。評価関数の最小点で感度は理想的に0となるが、完全に収束するのは実際上不可能であり、適当なところで式(3−1)によって計算を打ち切るのが妥当である。このときテーパ関数の摂動による評価関数の変動量が問題となり、これについて以下で検討する。

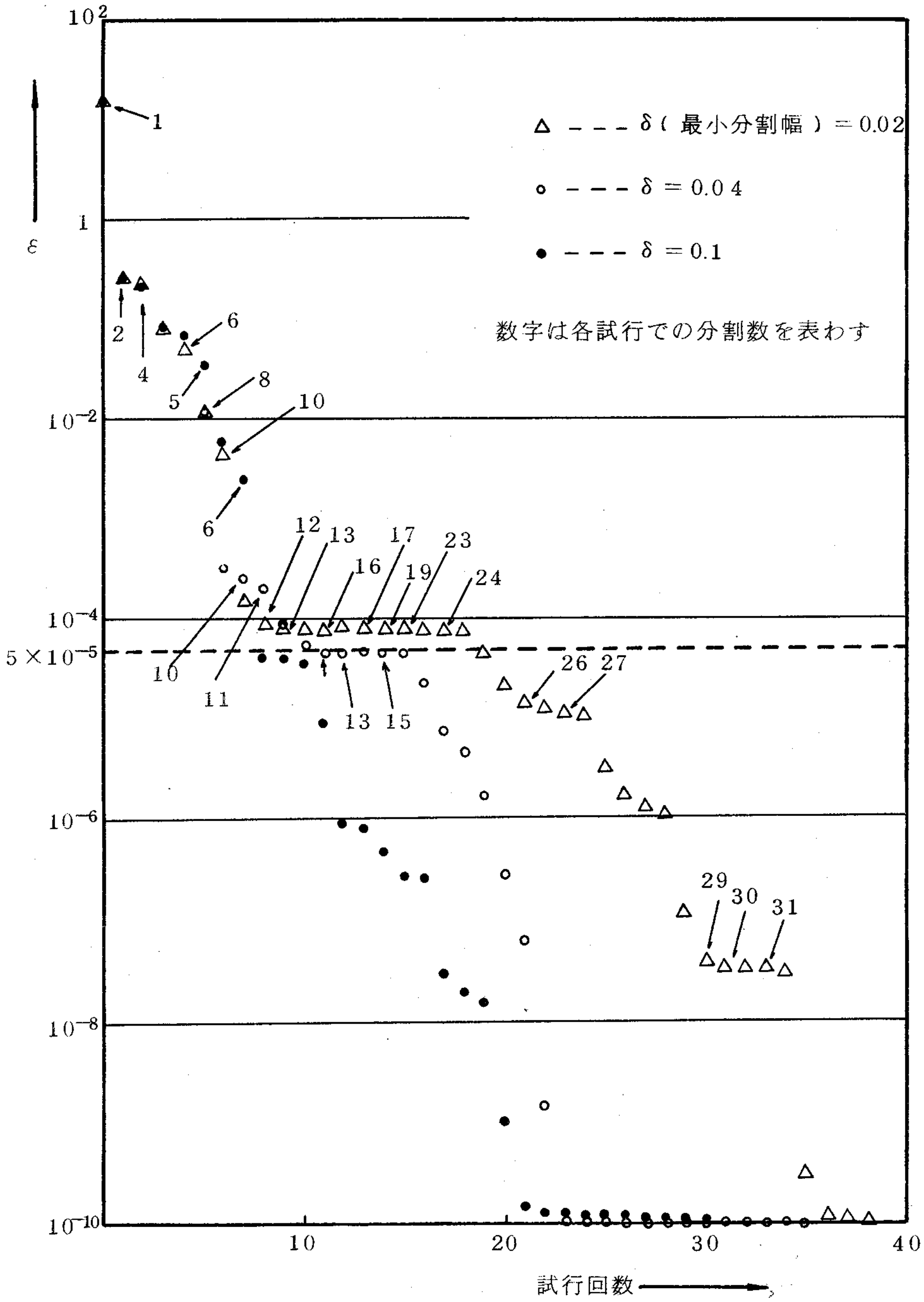
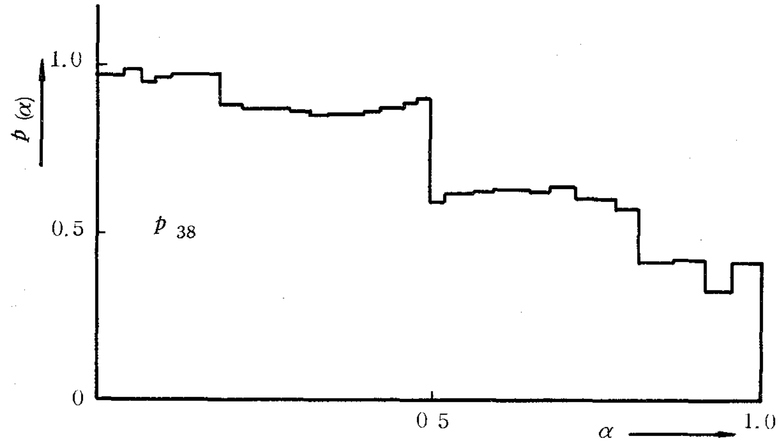
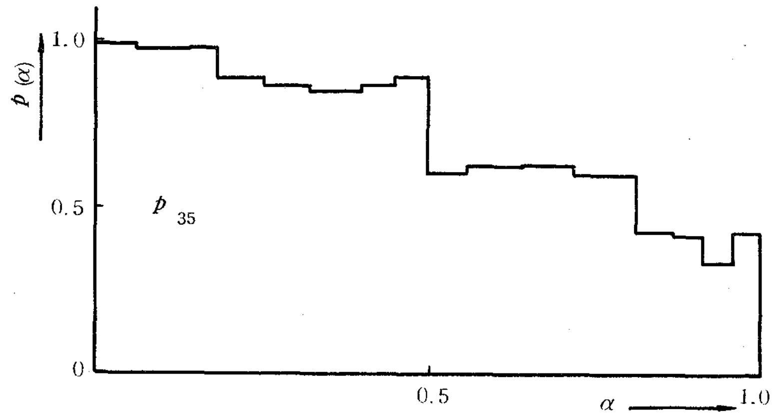


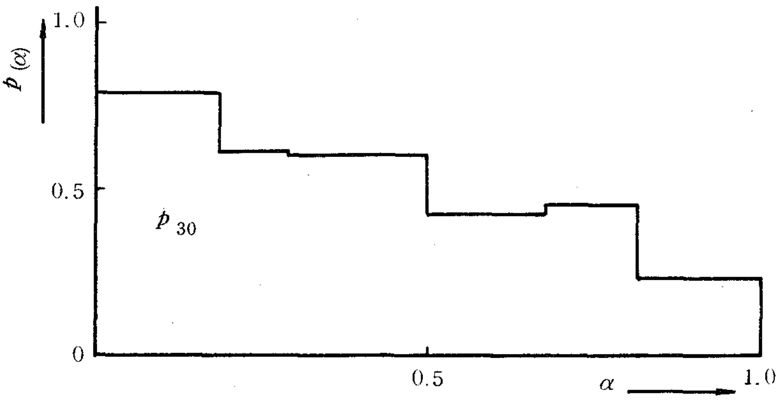
図３・７　δをパラメータにしたときの評価関数と
試行回数の関係



(A)　δ = 0.0 2



(B)　δ = 0.0 4



(C)　δ = 0.1

図3・8　最終的に得られたテーパ関数 $p(\alpha)$

$\varepsilon'[p,\ \cdot\ ]$がPτ 上の線形汎関数であるから、

$$\left|\varepsilon'[p,\ \triangle p]\right| = \left|\int_0^1 h[p](\alpha)\triangle p(\alpha)\,d\alpha\right|$$

$$\leq \|g\|_{P_\tau}\ \|\triangle p\|_{P_\tau} \qquad (3-21)$$

となり、式(3－21)の左辺はpが$\triangle p$だけ変化したときのεの変動量$\triangle\varepsilon$を表わす。$\delta=0.1$としてp_8を例にとると、$\|g_8\|_{P_8}=0.6256$, $\|p_8\|_{P_8}=0.7416$となりp_8のノルムが10％変化すると $\triangle\varepsilon \leq 0.0464$である。$p_8$を構成する6個の一様線路に対し分割点を固定して、$\|p_8\|_{P_8}$が10％増加するように一様に太くしたテーパ線路について、実際に$\triangle\varepsilon$を求めると$\triangle\varepsilon=0.5002\times10^{-7}$となり式(3－21)の概算値よりはるかに小さい。評価関数の変動がすべて一つの周波数で生じる最悪の場合を想定すると、±0.30dB以下の変化に相当し、変動後の振幅特性はもとの特性の上下に0.30dBの幅をもつ帯状の中に含まれる。一方、$\varepsilon'[p,\ \cdot\ ]$を$L^2_{[0,1]}$上の線形汎関数と考えると次式が成立する。

$$\left|\varepsilon'[p,\ \triangle p]\right| \leq \|h\|_{L^2_{[0,1]}}\ \|\triangle P\|_{L^2_{[0,1]}} \qquad (3-22)$$

計算によると $\|h_8\|_{L^2_{[0,1]}}=0.6711$となり、これが $\|g_8\|_{P_8}$ に十分近いから分割点α_iのゆらぎも含めて上述の結果がほぼ適用できる。このときには振幅の変化は0.32dB以下となる。

3.6 結　　言

本章では、傾斜法を用いた最適化アルゴリズムを導出し、低域通過回路の設計に適用した結果について検討を行なった。

評価関数の最小化を行なう実際的な方法として、(1)最急降下法, (2)Davidonの方法，(3)最急降下法とDavidonの方法の併用、の3種類の手法を提案した。テーパ関数の空間は計算の繰り返しとともにその次元が増大するので、

本章で示したアルゴリズムは可変次元の空間の系列上で最適化を実行するところに特徴がある。可変次元の空間ではDavidonの方法をそのまま直接用いることはできないが、適当に拡張することによって容易に実行できることを示した。一方、空間の次元が増大するときには最急降下法を適用し、同一次元の空間内においてのみDavidonの方法を用いる(3)の方法は、計算誤差の累積をさけられることや、Davidonの方法は適当にリセットすると効果的になることを考え合わすと有利であると考えられる。

低域通過回路の設計例からみると、Davidonの方法とくに最急降下法を併用した場合に最終段階で収束性が著しく改善され、製造上でも有利なテーパ関数が得られる。評価関数の収束速度は他の設計パラメータにも関係すると思われ、テーパ線路の最大分割数をパラメータにとって計算を行なった結果について検討した。

本章で示したアルゴリズムは本質的に感度を最小にする設計手法である。ある程度最適化が進んだところで、テーパ関数がかなり変動しても回路の応答に及ぼす影響は小さいことが確められた。このことは、テーパ線路の素子偏差も考慮に入れた回路設計が可能となり、それだけ実用的なアルゴリズムであると言える。

第4章　分布RC線路の抵抗，容量分布の同時最適化

4．1　緒　　言

単位面積あたりの抵抗，容量を固定して、不均一分布RC線路の形状を表わすテーパ関数の最適化を行なう場合、階段関数形テーパ線路を構成するすべての一様線路の時定数（r c積）は一定となる。このとき、線路の長さ方向にそった単位長あたりの抵抗r（α），容量c（α）は線路幅を用いて表現される。実際に回路の特性を支配するのはテーパ関数ではなくむしろr（α），c（α）であると考えるのが妥当であろう。この意味から不均一分布RC線路の抵抗分布関数r（α）および容量分布関数c（α）の同時最適化に興味がもたれる。これらの分布関数の最適化では、異ったr c積をもつ一様線路の縦続接続で不均一分布RC線路が得られ、設計の自由度という点から有利である。また同じ設計問題に対しては、テーパ関数の最適化に比べて最終的に得られる線路の分割数は少なくなると予想される。

長さℓ，単位長あたりの抵抗，容量がそれぞれr，cである一様線路は、単位面積あたり抵抗，容量がそれぞれr_0，c_0のとき、線路長$\ell_0=\sqrt{rc/r_0c_0}\,\ell$，線路幅$p=\sqrt{r_0c/rc_0}$となる一様線路に等価変換できる。したがって分布関数の同時最適化は、特別な場合としてテーパ関数の最適化を含むより広い不均一分布RC線路の最適設計手法であると考えられる。

本章では、不均一分布RC線路の抵抗および容量の分布関数を同時に最適な階段関数で求めることについて検討する。問題の定式化は第2章の場合と同じであるが、最適化する関数が2つになることにともなう空間の定義あるいは最急降下の方向，射影作用素などについて再考する必要があり、4．2でこれを取り扱う。4．3では3章で扱った低域通過回路の設計問題に対し、分布関数の同時最適化を行なった結果についてテーパ関数の場合と比較検討する。

4．2　分布関数の最適化

4・2・1　テーパ関数$\mathbf{P}(\alpha)$

2章で扱ったテーパ関数$p(\alpha)$は、不均一分布RC線路の入力端から距離αにおける線路幅を表わす関数であった。本章では抵抗分布関数$r(\alpha)$，容量分布関数$c(\alpha)$を同時に最適化することを考えるが、この場合テーパ関数は$r(\alpha)$，$c(\alpha)$を要素とするベクトル値関数$\mathbf{P}(\alpha)$になる。

$$\mathbf{P}(\cdot)=\begin{pmatrix} r(\cdot) \\ c(\cdot) \end{pmatrix} \tag{4-1}$$

線路に対する方程式は式(2−1)〜(2−3)と同じであるが、式(2−5)の行列Aは次式で置き換えられる。

$$A[\mathbf{P}]=\begin{bmatrix} 0 & -r(\alpha) \\ -s\,c(\alpha) & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -s & 0 \end{bmatrix}\mathbf{P}(\alpha) \tag{4-2}$$

テーパ関数$\mathbf{P}(\alpha)$の空間を$r(\alpha)$，$c(\alpha)$がそれぞれ属する空間P_r，P_cの直積空間Pで定義する。

$$P=P_r\times P_c \tag{4-3}$$

P_r，P_cを階段関数からなる空間とすると、2章の結果から、Pは$L^2_{[0,1]}\times L^2_{[0,1]}$の有限次元部分空間となることが容易に導ける。以後$r(\alpha)$に関する諸量を添字rで、$c(\alpha)$に関する諸量を添字cで表わすことにする。また"×"は直積(Cartsian product)を表わす。

定義2・1による線路の分割点の集合τに対応する、分布関数の跳躍点の集合τ_r，τ_cは次式で定義する。

$$\tau_r=\{\alpha_k\,;\,k=0,1,\cdots,\ell,\ 0=\alpha_0<\alpha_1<\quad<\alpha_\ell=1\} \tag{4-4}$$

$$\tau_c=\{\beta_k\,;\,k=0,1,\cdots,m,\ 0=\beta_0<\beta_1<\cdots<\beta_m=1\} \tag{4-5}$$

各々の分布関数の跳躍点の位置とその個数は一般に異なると考えるために、テーパ線路を構成する一様線路(ここでは$r(\alpha)$，$c(\alpha)$がともに一定とな

る線路を一様線路と考える）の分割点の集合τを次式で与える。

$$\tau=\tau_r \cup \tau_c =\{ \gamma_k \ ; k=0,\ 1,\ \cdots,\ n,$$
$$0=\gamma_0 < \gamma_1 < \cdots < \gamma_n =1 \} \qquad (4-6)$$

式（4－6）の分割点の数nは式（4－4），（4－5）のl，mに対してつぎの不等式を満たす。

$$\max(l,\ m) \leqq n \leqq l+m \qquad (4-7)$$

τ_r，τ_cに対してE_k^r（$k=1,\ 2,\ \cdots,\ l$），E_k^c（$k=1,\ 2,\ \cdots,\ m$）を定義2．2と同様に定義し、これからP_τ上の内積およびノルムをつぎで与える。

$$\langle \mathbf{P}_1,\ \mathbf{P}_2 \rangle_{P_\tau} =\langle r_1,\ r_2 \rangle_{P_{\tau_r}} +\langle c_1,\ c_2 \rangle_{P_{\tau_c}} \qquad (4-8)$$

$$\|\mathbf{P}\|_{P_\tau} =\sqrt{\langle \mathbf{P},\ \mathbf{P} \rangle_{P_\tau}} \qquad (4-9)$$

ただし

$$P_\tau =P_{\tau_r} \times P_{\tau_c} \qquad (4-10)$$

$$\mathbf{P}_1(\cdot)=\begin{pmatrix} r_1 & (\cdot) \\ c_1 & (\cdot) \end{pmatrix} \in P_\tau,\ \mathbf{P}_2(\cdot)=\begin{pmatrix} r_2 & (\cdot) \\ c_2 & (\cdot) \end{pmatrix} \in P_\tau \qquad (4-11)$$

$$\langle r_1,\ r_2 \rangle_{P_{\tau_r}} =\int_0^1 r_1(\alpha) r_2(\alpha) d\alpha \qquad (4-12)$$

$$\langle c_1,\ c_2 \rangle_{P_{\tau_c}} =\int_0^1 c_1(\alpha) c_2(\alpha) d\alpha \qquad (4-13)$$

設計の対象となるテーパ関数$\mathbf{P}(\alpha)$の集合Q_τを考えるまえに、実現可能な分布関数$r(\alpha)$，$c(\alpha)$の集合Q_{τ_r},Q_{τ_c}を定義する。

$$Q_{\tau_r}=\{ r\ ;\ 0 < r(\alpha) < M_r,\ \alpha \in [0,1],\ r \in P_{\tau_r} \} \qquad (4-14)$$

$$Q_{\tau_c}=\{ c\ ;\ 0 < c(\alpha) < M_c,\ \alpha \in [0,1],\ c \in P_{\tau_c} \} \qquad (4-15)$$

式（４－１４），（４－１５）のQ_{τ_r}, Q_{τ_c}を用いてQ_τを次式で定義する。

$$Q_\tau = \left\{ \mathbf{P} = \begin{pmatrix} r \\ c \end{pmatrix} ;\ r \in Q_{\tau_r}\ ,\ C \in Q_{\tau_c}\ ,\ \mathbf{P} \in P_\tau \right\} \qquad (4-16)$$

これらの結果からQ_τがP_τの開部分集合となるのは明らかであり、任意の$\mathbf{P} \in Q_\tau$に対し、解の存在，微分可能性が命題２．１，命題２．２と同様に証明される。したがって傾斜法を用いた評価関数の最小化手法が適用でき、３．２のアルゴリズムをそのまま用いることができる。

４．２．２　最急降下の方向と射影作用素

式（２－２６）～（２－２８）の随伴方程式を用いると評価関数の強微分$\varepsilon'[\mathbf{P}, \triangle\mathbf{P}]$は次式で求まる。

$$\varepsilon'[\mathbf{P}, \triangle\mathbf{P}] = \int_0^1 \mathrm{Re}\left\{ -I(\alpha) I_a(\alpha) \triangle r(\alpha) + s V(\alpha) V_a(\alpha) \triangle c(\alpha) \right\} d\alpha \qquad (4-17)$$

式（４－１７）を式（２－３１）と同様に感度密度関数を考えると、これはテーパ関数$\mathbf{P}(\alpha)$に対してベクトル値関数$\mathbf{h}[\mathbf{P}](\alpha)$で表わされる。

$$\varepsilon'[\mathbf{P}, \triangle\mathbf{P}] = \int_0^1 \left\{ \mathbf{h}[\mathbf{P}](\alpha) \right\}^t \cdot \triangle\mathbf{P}(\alpha)\, d\alpha \qquad (4-18)$$

ここで

$$\mathbf{h}[\mathbf{P}](\cdot) = \begin{pmatrix} h_r[\mathbf{P}](\cdot) \\ h_c[\mathbf{P}](\cdot) \end{pmatrix} = \mathrm{Re}\begin{pmatrix} -I(\alpha) I_a(\alpha) \\ s V(\alpha) V_a(\alpha) \end{pmatrix} \qquad (4-19)$$

$$\triangle\mathbf{P}(\cdot) = \begin{pmatrix} \triangle r(\cdot) \\ \triangle c(\cdot) \end{pmatrix} \in P_\tau$$

$h_r[\mathbf{P}](\cdot)$，$h_c[\mathbf{P}](\cdot)$は連続関数であり、P_τ上で評価関数の最急降下の方向を求めるために$L^2_{[0,1]} \times L^2_{[0,1]}$から$P_\tau$への射影作用素$T_\tau$を用いる。最急降下の方向$\mathcal{g}(\alpha)$は$h_r[\mathbf{P}](\cdot)$，$h_c[\mathbf{P}](\cdot)$をそれぞれ独立に$L^2_{[0,1]}$から$P_{\tau_r}$，$P_{\tau_c}$へ射影する作用素$T_{\tau_r}$，$T_{\tau_c}$を用いて式（４－２０），（４－２１）で求める。

$$\boldsymbol{q}(\alpha) = -T_\tau \quad \boldsymbol{h}[\boldsymbol{P}](\alpha) = \begin{pmatrix} -T_{\tau_r} & h_r[\boldsymbol{P}](\alpha) \\ -T_{\tau_c} & h_c[\boldsymbol{P}](\alpha) \end{pmatrix} \qquad (4-20)$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{\tau_r} & 0 \\ 0 & T_{\tau_c} \end{bmatrix} \qquad (4-21)$$

定義２．５と同様にT_{τ_r}, T_{τ_c}およびP_{τ_r}, P_{τ_c}の正規交基底$\{\varphi_k^r\}, \{\varphi_k^c\}$を以下で定義する。

$$T_{\tau_r} x = \sum_{k=1}^{l} \langle x, \varphi_k^r \rangle \varphi_k^r, \quad x \in L^2_{[0,1]} \qquad (4-22)$$

$$T_{\tau_c} y = \sum_{k=1}^{m} \langle y, \varphi_k^c \rangle \varphi_k^c, \quad y \in L^2_{[0,1]} \qquad (4-23)$$

$$\varphi_k^r(\alpha) = \begin{cases} (\alpha_k - \alpha_{k-1})^{-1/2} & , \alpha \in E_k^r \\ 0 & , \alpha \notin E_k^r \end{cases}$$

$$k = 1, 2, \cdots, l \qquad (4-24)$$

$$\varphi_k^c(\alpha) = \begin{cases} (\beta_k - \beta_{k-1})^{-1/2} & , \alpha \in E_k^c \\ 0 & , \alpha \notin E_k^c \end{cases}$$

$$k = 1, 2, \cdots, m \qquad (4-25)$$

τ_r, τ_c の構成法に依存して、逐次計算の各段階で一様線路の接続方法したがって集合τの異なるテーパ線路が得られる。しかし前章で示したのと本質的に同じアリゴリズムを適用できるのは明らかで、次節では設計例を用いてτ τ_r, τ_cの構成法を検討する。

4．3 設 計 例

３章で扱った低域通路回路の設計を、分布関数 $r(\alpha)$, $c(\alpha)$ を最適化することによって実現する問題を考える。評価関数の最小化は最急降下法とDavidon の方法を併用して行なう。初期テーパ関数$\boldsymbol{P}_0$ として $r_0(\alpha) = 1/0.685$, $c_0(\alpha) = 0.685$ $(0 \leqq \alpha \leqq 1)$ を選ぶが、これは３．５

節における$p(\alpha)=0.685$（$0\leqq\alpha\leqq1$）なる一様線路と等価であり、同じ初期値を用いて計算することを表わす。

例１および例２で異なったτ_r，τ_c の構成による設計例を示す。

（例１）

h_r〔P〕（α），h_c〔P〕（α）の零点差点γ_r，γ_cを用いて分布関数の跳躍点を相互に独立に構成し、i 回目の試行時におけるτ_r^i，τ_c^iを次式で決定する。

$$\tau_r^i=\tau_r^{i-1}\cup\{a\,;\,|a-b|\geqq\delta,\ a\in\gamma_r^i\ ,\ b\in\gamma_r^i\cup\tau_r^{i-1}\cup\ \tau_c^{i-1},\ a\neq b\}\qquad(4-26)$$

$$\tau_c^i=\tau_c^{i-1}\cup\{a\,;\,|a-b|\geqq\delta,\ a\in\gamma_c^i\ \ b\in\gamma_r^i\cup\tau_c^i\cup\tau_r^{i-1}\ \cup\tau_c^{i-1},\ a\neq b\}\qquad(4-27)$$

式（４－２６），（４－２７）より r（α），c（α）の跳躍点は一般に異なるが、接続する一様線路の最小線路長がδ以下にならないことは保証される。$\delta=0.04$としたとき、評価関数の変化を図４．１で、最終的な分布関数の形状を図４．２で示す。ＣＰＵ時間，コア使用語数はそれぞれ１分４０秒，３１KWである。

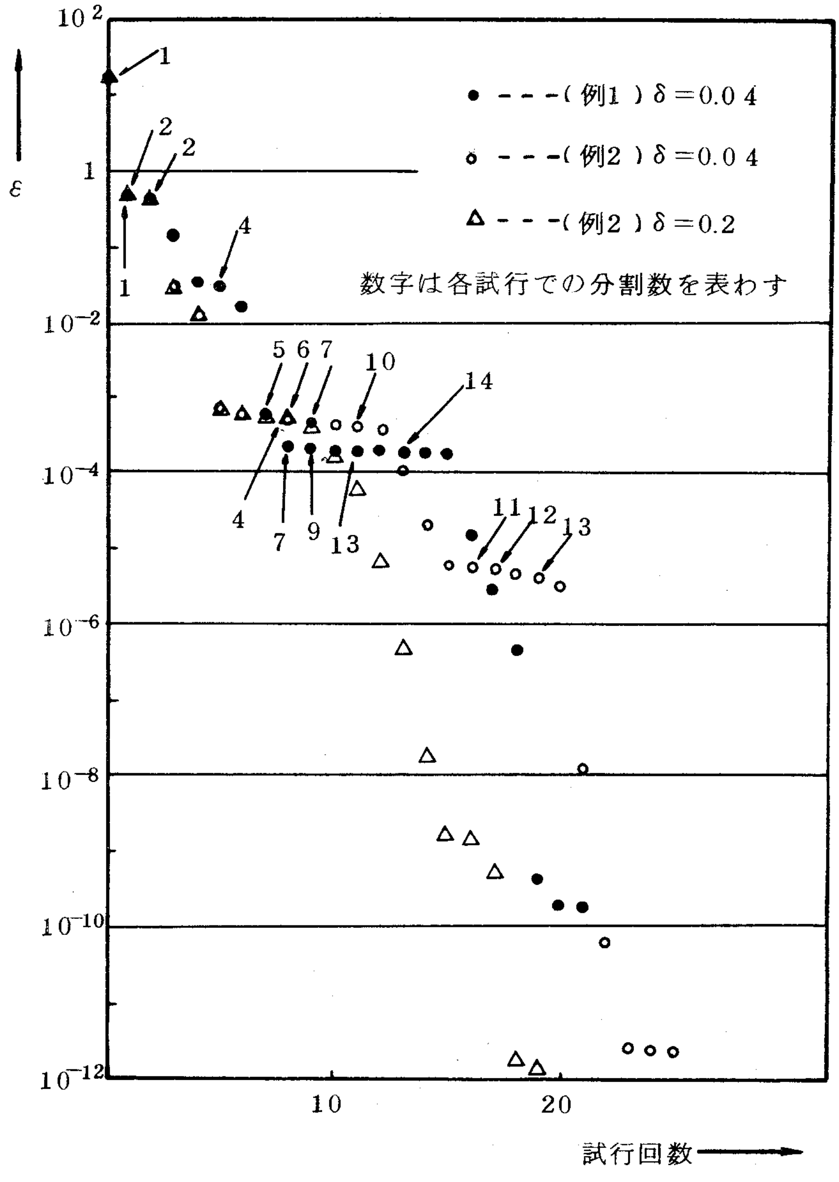


図 4・1　評価関数と試行回数の関係

（例2）

分布関数の跳躍点を共通にする構成法で，この場合 τ_r^i ，τ_c^i がそのままテーパ線路の分割点の集合 τ^i になる。

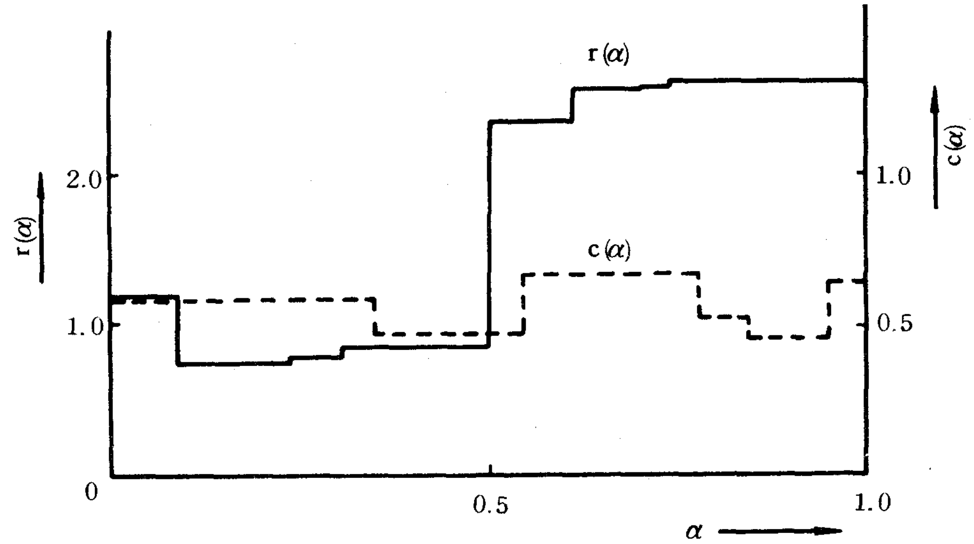


図 4・2　分布関数の形状，（例1）δ = 0.04

$$\tau^{i} = \tau^{i-1} \cup \{ a \;;\; |a-b| \geqq \delta,\; a \in \gamma_r^{i} \cup \gamma_c^{i},$$

$$b \in \gamma_r^{i} \cup \gamma_c^{i} \cup \tau^{i-1},\; a \neq b \Big\} \qquad (4-28)$$

$$\tau^{i} = \tau_r^{i} = \tau_c^{i} \qquad (4-29)$$

例1と同様にδ = 0.04のとき、評価関数の変化を図4・1，分布関数を図4・3で示す。CPU時間、コア語数はそれぞれ2分，30KWである。

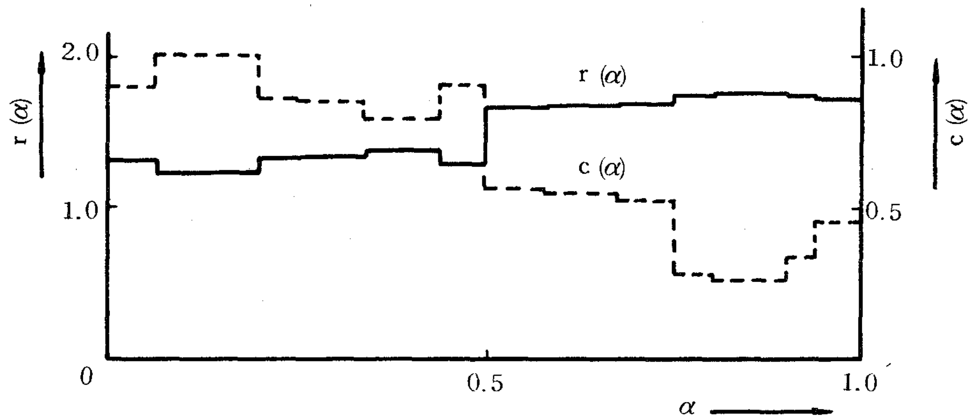


図 4・3　分布関数の形状，（例2）δ = 0.04

分布関数の最適化ではテーパ関数の最適化に比べて、より少ない一様線路の縦続接続で目標特性が実現できることを示すために、$\delta=0.2$ として計算を実行した。この結果は図４．１，図４．４で示す。またこの時のＣＰＵ時間は１分，コア使用語数は１５KWであった。

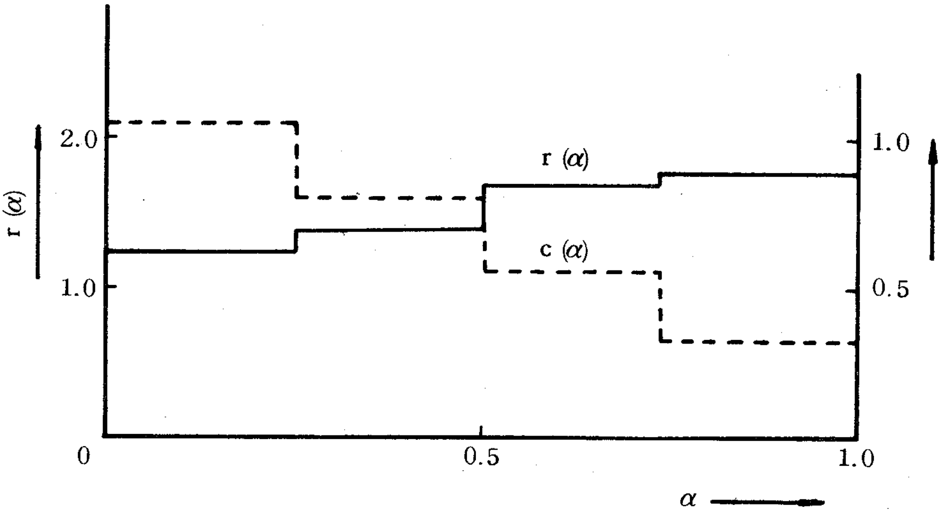


図４・４　分布関数の形状，（例２）$\delta=0.2$

（検　討）

３つの例に対していずれも収束解が得られ、その出力応答は図３．５と同様に完全に目標特性に一致する。最終的な ε，$\|\mathbf{g}\|$ は表４．１のとおりである。

	$P(\alpha)$	ε	$\|\mathbf{g}\|$
（例１）$\delta=0.04$	P_{21}	0.2172×10^{-9}	0.3864×10^{-5}
（例２）$\delta=0.04$	P_{25}	0.2821×10^{-11}	0.2899×10^{-5}
（例２）$\delta=0.2$	P_{19}	0.1172×10^{-11}	0.9680×10^{-6}

表４．１　最終的に求まった ε，$\|\mathbf{g}\|$

$\delta=0.04$のとき、τ_r，τ_cの構成法によって分布関数はともに異なる形状に収束するが、いずれも最終的には１３個の一様線路を縦続接続して得られるテーパ線路を表わす。前章のテーパ関数$p(\alpha)$の最適化と比較して、線路を構成する一様線路の数が少ないこと、図４．１より評価関数はより少ない試行回数で最小化されることから、分布関数の最適化では不均一分布ＲＣ線路に対する設計の自由度が増し、それだけ有利になることがわかる。とくに例２において$\delta=0.2$の場合には、４つの一様線路の接続という極めて簡単な形状で目標特性を実現できる。テーパ関数$p(\alpha)$の最適化では５個以下の一様線路では収束解が得られなかったことからも、分布関数の同時最適化の有用性は明らかである。

単位長あたりの抵抗，容量がそれぞれr、c、線路長ℓの一様線路は式（４－３０），（４－３１）によって単位面積あたりの抵抗r_0，容量c_0，線路長ℓ_0，線路幅p_0なる一様線路に変換できる。

$$\ell_0=\sqrt{\frac{r\,c}{r_0\,c_0}}\,\ell \tag{4-30}$$

$$p_0=\sqrt{\frac{r_0\,\bar{c}}{r\,c_0}} \tag{4-31}$$

式（４－３０），（４－３１）を用いて、図４．２，４．３，４．４で示した分布関数をもつ線路は図４．５のテーパ線路に等価変換される。ｒｃ積の異なる一様線路は、式（４－３０）により線路長を考慮することで同一のｒｃ積を有する一様線路に置き換えられる。このことから、分布関数の最適化手法はテーパ線路の線路幅と線路長を同時に最適化する手法になると考えられ、前章までに述べたテーパ関数最適化手法を特別な場合に含んだものとなる。

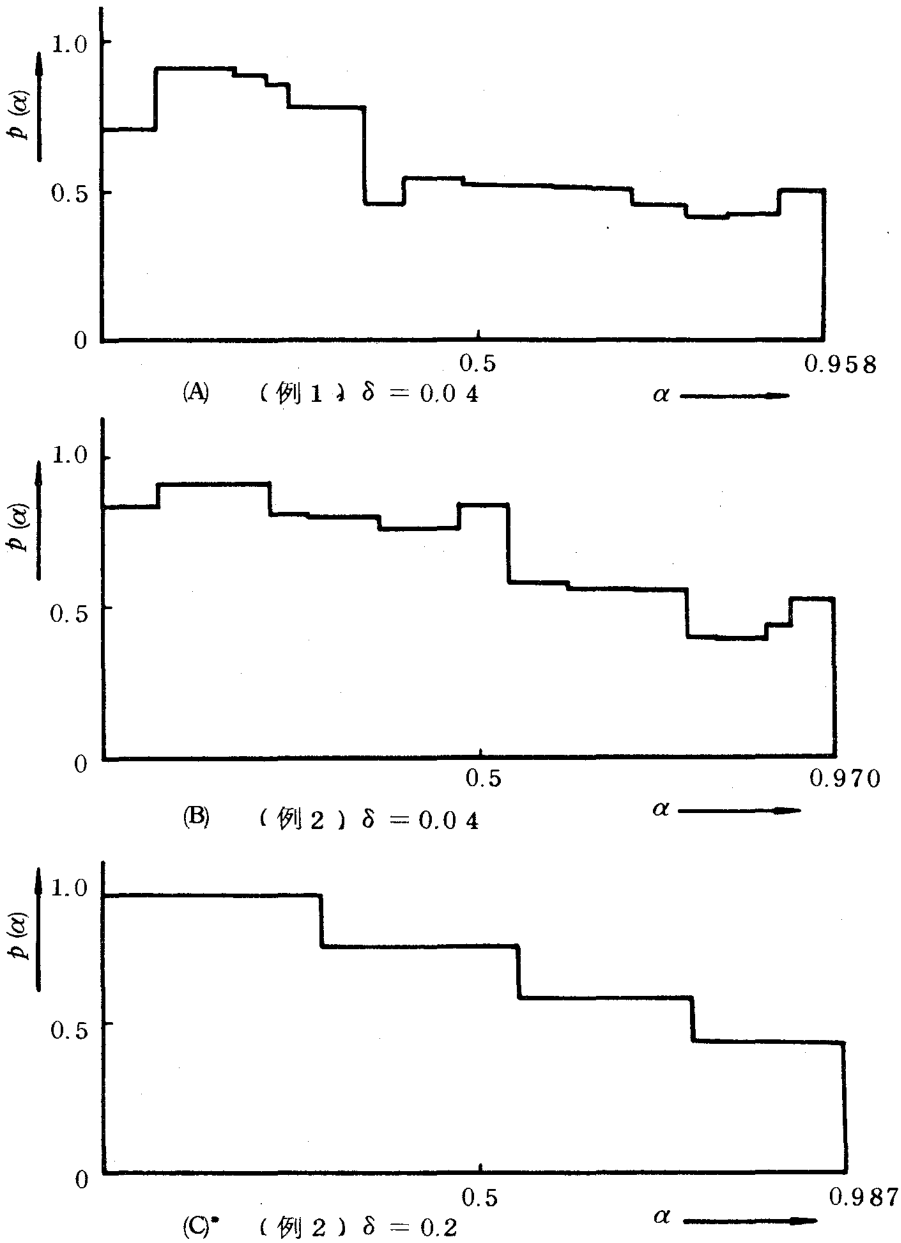


図 4・5　分布関数と等価なテーパ関数

4．4 結　　言

本章では、不均一分布ＲＣ線路の抵抗および容量の分布関数を最適化してテーパ線路を構成することについて検討した。

テーパ関数は分布関数を要素にもつベクトル値関数と考え、これにともなうテーパ関数の空間，射影作用素を２章と同じ方法で定義すると前章で示した最適化アルゴリズムがそのまま適用できることを明らかにした。分布関数の最適化では異なるｒｃ積を有する一様線路を接続してテーパ線路を構成できることから、２章で考察したテーパ関数の最適化に比べて設計の自由度が増す。このことは、設計例において収束解を得るまでに要する試行回数あるいは最終的に得られるテーパ線路の形状という点で有利になることから確かめられた。

第5章　負性インピーダンス変換器(N.I.C.)を用いた能動RC線路の合成

5.1　緒　　　言

フィルタの構成素子としてR，Cを用いるのは、これらの素子がインダクタンスLに比べて安価で精度のいいものが製作できるという利点によるものである。さらに集積回路は本質的にLの製作に適していないことからもRCフィルタの必要性は一層強い。しかしながら、RCフィルタはRとCだけで実現できる伝送関数に制限があるため通過域で減衰が大きい，あるいは同じ特性を実現するにRLCフィルタに比べて回路が複雑になるという欠点がある。分布RC線路でもその特性根がすべて負の実軸上に存在するため、ノッチフィルタでは高いQが得られず、また Butterworth形フィルタのような急峻な特性は実現できない。これらの欠点を克服するものとして能動RCフィルタの構成に関する検討が進められている。

能動素子として負性インピーダンス変換器(以後N.I.C.と呼ぶ)を用いた能動RCフィルタの構成法があり、Linvill[42]は一般的な伝送関数の合成法を与えている。またY.Fu and J.S.Fu[43]は分布RC線路とN.I.C.を用いて任意の終端開放伝送関数を実現するテーパ関数を求め、例として高次のButterworth 形低域通過回路を取り扱っている。

本章では、分布RC線路とN.I.C.を用いた能動分布RC線路の合成について検討する。5.2では一様分布RC線路の両端に理想的なN.I.C.を縦続接続すると、等価的に負性抵抗，負性容量をもつ能動RC線路が得られることを示す。5.3では一様分布RC線路とN.I.C.および集中定数の容量Cを用いたノッチフィルタの解析を行ない、主要極，主要零点近似による設計について考察する。5.4ではN.I.C.を用いると分布RC線路でButterworth 形フィルタが実現できることを示す。

5．2　能動分布ＲＣ線路

一様分布ＲＣ線路の両端に理想的なＮ．Ｉ．Ｃ．を接続すると等価的に負性抵抗，負性容量をもつ能動分布ＲＣ線路が得られる。[33]

図５．１に示す回路の縦続行列Ｋは、分布ＲＣ線路の縦続行列 $K_{\overline{RC}}$ ，Ｎ．Ｉ．Ｃ．の縦続行列 K_{NIC} を用いてつぎのように表現される。

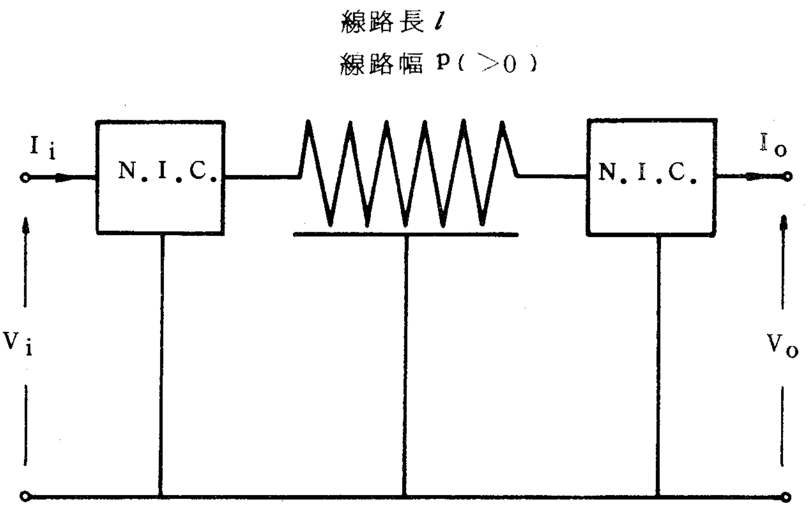


図5・1　能動分布ＲＣ線路

$$K = K_{NIC} \cdot K_{\overline{RC}} \cdot K_{NIC}$$

$$= \begin{bmatrix} \cosh \ell\sqrt{s r_0 c_0} & (-r_0/p\sqrt{s r_0 c_0}) \sinh \ell\sqrt{s r_0 c_0} \\ (-p\sqrt{s r_0 c_0}/r_0) \sinh \ell\sqrt{s r_0 c_0} & \cosh \ell\sqrt{s r_0 c_0} \end{bmatrix} \tag{5-1}$$

ただし

$$K_{NIC} = \begin{cases} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & ;\ \text{電圧反転形N．I．C．} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} & ;\ \text{電流反転形N．I．C．} \end{cases} \tag{5-2}$$

$$
K_{\overline{RC}} = \begin{bmatrix} \cosh \ell\sqrt{s r_0 c_0} & (r_0/p\sqrt{s r_0 c_0}) \sinh \ell\sqrt{s r_0 c_0} \\ (p\sqrt{s r_0 c_0}/r_0) \sinh \ell\sqrt{s r_0 c_0} & \cosh \ell\sqrt{s r_0 c_0} \end{bmatrix} \tag{5-3}
$$

電圧反転形（V. I. N. I. C.）および電流反転形（C. I. N. I. C）のいずれのインピーダンス変換器に対しても式（5－1）の関係が成立する。式（5－3）と比較すると、式（5－1）は負性抵抗$-r_0$，負性容量$-c_0$をもつ線路幅pの一様線路の縦続行列を表わすものと考えられる。一方、分布RC線路のテーパ関数として負の値をとることを認めると、式（5－1）は単位面積あたりの抵抗，容量をそれぞれr_0，c_0とする線路幅$-p$（$p>0$）の一様線路を表わす縦続行列になる。物理的な実現可能性ということでは負の線路幅をもつ線路は存在しないが、上述したようにN. I. C. を用いて実現できることから能動分布RC線路による回路設計が可能になる。負の値をとるテーパ関数に対しても3章の最適化アルゴリズムはそのまま適用できる。

5．3　ノッチフィルタの近似設計

狭帯域の帯域除去回路は従来Twin－T回路を用いて構成されていたが、分布RC線路を用いると鋭いカットオフ特性が得られることや素子数が減少するなどの点で注目されている。[17],[18],[19] しかし分布RC線路だけでは実現できるQに限界があり、ノッチ周波数に対する対称性も良くない。これらの特性を改善するためにN. I. C. を用いた能動ノッチフィルタの設計について検討する。[32]

5．3．1　ノッチフィルタの解析

図5．2に示した回路を考え、一様分布RC線路$\overline{RC_1}$，$\overline{RC_2}$の全抵抗，全容量をそれぞれR_1，R_2およびC_1，C_2とする。いま線路のRC積がともにτであるとすると、$\overline{RC_1}$，$\overline{RC_2}$の縦続行列は次式で与えられる。

$$K_{\overline{RC}_1} = \begin{bmatrix} \cosh\sqrt{s\tau} & (R_1/\sqrt{s\tau})\sinh\sqrt{s\tau} \\ (\sqrt{s\tau}/R_1)\sinh\sqrt{s\tau} & \cosh\sqrt{s\tau} \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

$$K_{\overline{RC}_2} = \begin{bmatrix} \cosh\sqrt{s\tau} & (R_2/\sqrt{s\tau})\sinh\sqrt{s\tau} \\ (\sqrt{s\tau}/R_2)\sinh\sqrt{s\tau} & \cosh\sqrt{s\tau} \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

ただし

$$R_1 C_1 = R_2 C_2 = \tau \quad (5-6)$$

またN．I．C．は変換係数を k_1，k_2 とする電圧反転形であるとすると、その縦続行列は次式で与えられる。

$$K_{NIC_1} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k_1 > 0 \quad (5-7)$$

$$K_{NIC_2} = \begin{bmatrix} -k_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k_2 > 0 \quad (5-8)$$

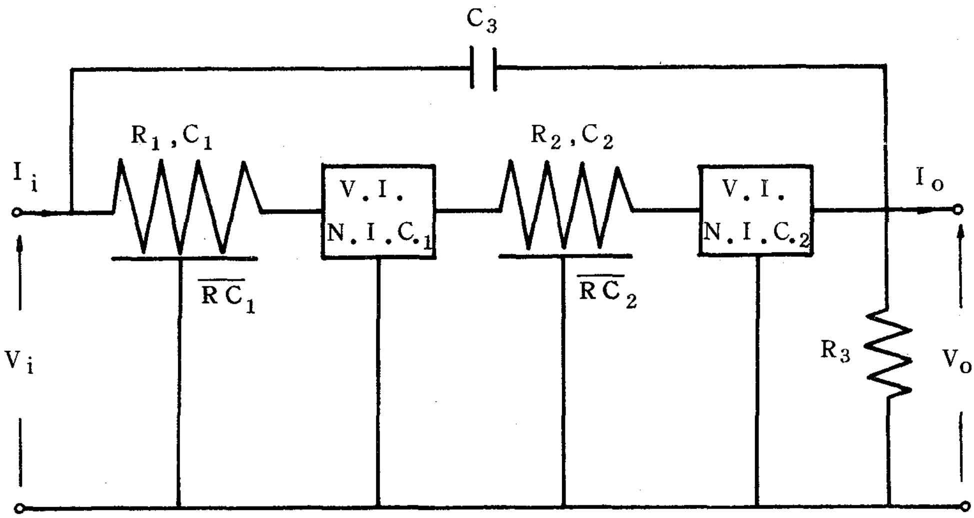


図5·2　分布RC線路を用いたノッチフィルタ

このとき電圧伝送関数T_Vは式(5－9)で求まる。

$$T_v = \frac{1+A\theta\sinh\theta}{-B(\cosh\theta-\gamma)+A\theta\sinh\theta+(C/\theta)\sinh\theta} \qquad (5-9)$$

式(5－9)で用いたパラメータをつぎで示す。

$$\left.\begin{array}{ll} \lambda=R_1/R_2=C_2/C_1, & \alpha=R_2/R_3 \\ \eta=4\tau, & \beta=R_2C_3/\eta \\ \gamma=(\lambda+k_1)/(\lambda-k_1), & A=\beta(\lambda-k_1) \\ B=k_2(\lambda-k_1)/2, & C=\alpha(\lambda-k_1) \\ K=k_1\cdot k_2, & \theta=\sqrt{\eta s} \end{array}\right\} \qquad (5-10)$$

s－平面の虚軸上の伝送零点$s_N=j\omega_N$は式(5－9)の分子を零とすることにより与えられるが、いま$a=\sqrt{\omega_N\eta/2}$とするとつぎの超越方程式の根から得られる。

$$1+Aa(\sinh a\cos a-\cosh a\sin a)=0 \qquad (5-11)$$

$$\tanh a+\tan a=0 \qquad (5-12)$$

式(5－12)の根は無限個存在し、その最小根は2.365である。ノッチフィルタでは普通最小根を用いて設計し、ノッチ周波数ω_Nは$\omega_N=\pm 11.187/\eta$となる。また式(5－11)よりこのとき$A=5.619\times10^{-2}$である。虚軸上以外の伝送零点はすべてs－平面の左半面に存在し近似的につぎで与えられる。

$$s_2 \doteqdot (-63\pm j23)/\eta \qquad (5-13)$$

$$s_3 \doteqdot (-200\pm j2.7)/\eta \qquad (5-14)$$

$$s_n \doteqdot -\frac{(n+\dot{2})^2\pi^2}{\eta}\left\{1+(-1)^n\frac{17.8}{(n+2)^2\pi^2}\right\}^2,\quad n\geqq 4 \qquad (5-15)$$

一方伝送関数の極は式(5－9)の分母を零とすることによって求まる。

$$D_1(\theta) - B D_2(\theta) = 0 \qquad (5-16)$$

ただし

$$D_1(\theta) = (A\theta + C/\theta)\sinh\theta \qquad (5-17)$$

$$D_2(\theta) = \cosh\theta - \gamma \qquad (5-18)$$

γ および C を固定して B（$\geqq 0$）の変化に対する極の軌跡について検討する。Weierstrass の定理によって $D_1(\theta)$, $D_2(\theta)$ は θ について無限乗積展開できる。

$$D_1(\theta) = (A\theta^2 + C)\prod_{n=1}^{\infty}\left\{1 + \frac{\theta^2}{(n\pi)^2}\right\} \qquad (5-19)$$

$$D_2(\theta) = (1-\gamma)\left(1 - \frac{\theta^2}{u^2}\right)\prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{\theta^2}{\xi_n}\right)\left(1 - \frac{\theta^2}{\bar{\xi}_n}\right) \qquad (5-20)$$

ただし

$$\gamma > 1, \quad C \neq 0$$

$$\xi_n = \{u^2 - (2n\pi)^2\} + j4nu\pi \qquad (5-21)$$

$$u = \cosh^{-1}\gamma \qquad (5-22)$$

軌跡の始点は式（5－16）で B＝0 とすると式（5－10），（5－19）より求まる。

$$s_{1,0} = -C/(A\eta) \qquad (5-23)$$

$$s_{n,0} = -(n-1)^2\pi^2/\eta, \quad n = 2, 3, \cdots \qquad (5-24)$$

終点は B＝∞として、式（5－9），（5－10），（5－20）より求まる。

$$s_{n,\infty} = \{u^2 - (2n\pi)^2 \pm j4nu\pi\}/\eta, \quad n = 0, 1, 2, \cdots \qquad (5-25)$$

式（5－25）より軌跡の終点は次式で示す放物線上に位置することが知られる。

$$\sigma = -\frac{1}{4u^2}\left(\omega^2 - \frac{4u^4}{\eta^2}\right) \qquad (5-26)$$

式（5－23），（5－24）から軌跡の始点はすべて負の実軸上にあり、正の実軸上には式（5－25）から$s_{0,\infty}$が存在する。根軌跡の性質から実軸上の極$s=\sigma$はすべてつぎの不等式で表わされる範囲内にある。

$$s_{2l,0} \leqq \sigma \leqq s_{2l-1,0}, \quad l=1,\ 2,\ \cdots \qquad (5-27)$$

$$\sigma \geqq s_{0,\infty} = u^2/\eta \qquad (5-28)$$

極の分岐点$s=s_b$はつぎの方程式の根で与えられ、s_bに対するBの値B_bは式（5－16）から計算できる。

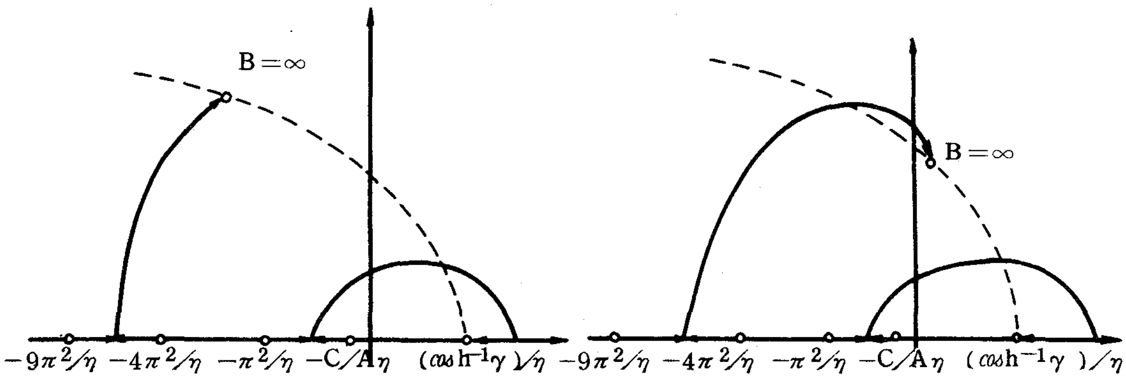
$$D_1(\sqrt{\eta s})\frac{dD_2(\sqrt{\eta s})}{ds} = D_2(\sqrt{\eta s})\frac{dD_1(\sqrt{\eta s})}{ds} \qquad (5-29)$$

根軌跡と虚軸との交点は$s=j\omega$として式（5－16）を解くと求まるが、$a=\sqrt{\omega\eta/2}$に対しつぎの方程式を得る。

$$(2a^2+C/A)(\gamma\ \cosh a - \cos a)\sin a \qquad (5-30)$$
$$-(2a^2-C/A)(\cosh a-\gamma\ \cos a)\sinh a=0$$

$B>0$に対し、式（5－30）は$0<u<2\pi$のとき$C/(A\eta)<\omega<2\pi^2/\eta$なる根を持ち、一般に$2(n-1)\pi<u<2n\pi$（$n=2, 3, \cdots$）の場合には$2(n\pi)^2/\eta<\omega<2(n+1)^{2}\pi^2/\eta$の範囲にある根が付加される。したがってuの値が増加するにつれ虚軸を横切る極軌跡の数がふえ、しかも後になるほどより高周波側で虚軸を通過するという性質がある。

以上のことを総合して、$0<u<2\pi$およびび$2\pi<u<4\pi$の場合に対して極軌跡の概形を図5．3で示す。



(A) $0 < \cosh^{-1}\gamma < 2\pi$　　(B) $2\pi < \cosh^{-1}\gamma < 4\pi$

図5・3　軌跡の概要

5．3．2　主要零点と主要極による近似

式（5－9）の伝送関数を主要零点 $s_N = \pm j\omega_N$，主要極 $s_p = \sigma_p \pm j\omega_p$ を用いて近似すると次式を得る。

$$T_v'(s) = H\frac{s^2+\omega_N^2}{s^2+(\omega_c/Q)s+\omega_c^2} \qquad (5-31)$$

ただし

$$H = T_v'(0) = 1/(K+C) \qquad (5-32)$$

$$\omega_c = |s_p| = \sqrt{\sigma_p^2+\omega_p^2} \qquad (5-33)$$

$$\omega_N = 11.187/\eta \qquad (5-34)$$

$$Q = -\omega_c/(2\sigma_p),\ (\sigma_p < 0) \qquad (5-35)$$

Twin－T 回路で得られるノッチフィルタは $\omega_c = \omega_N$ であり、$Q \leqq 1/2$ で

設計される。ノッチ周波数に対して周波数特性が対称となりしかもQの高いノッチフィルタを実現するには、主要極 s_p は原点を中心として半径 ω_N の左半円周上にとればよい。このとき極の位置によってQは 1/2 から∞までの値を実現できる。

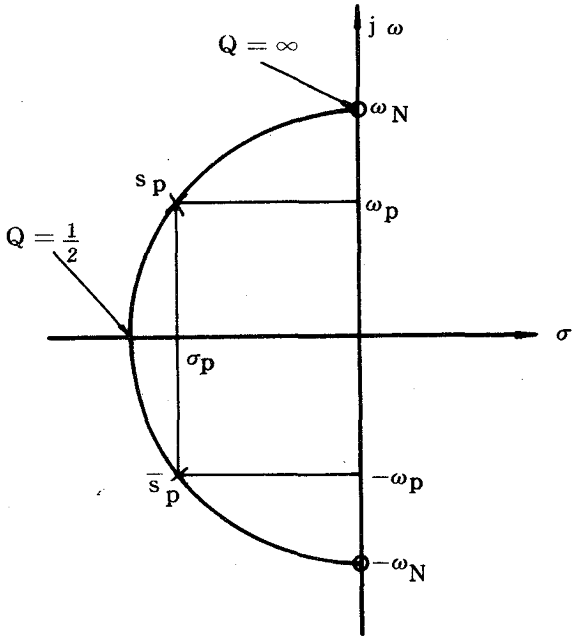


図5・4　主要極，主要零点の配置

ノッチ周波数，極の位置，Qの間にはつぎの関係式が成立する。

$$\sigma_p = -\frac{\omega_N}{2Q} \tag{5-36}$$

$$\omega_p = \pm\left(\frac{\omega_N}{2Q}\right)\sqrt{4Q^2-1} \tag{5-37}$$

与えられたω_N，Qに対し式（５－３６），（５－３７）より極の位置s_pを求め、これを実現する各パラメータを決定すればノッチフィルタの設計ができる。

５．３．３　パラメータの決定

与えられたω_N，Qに対し、これを実現するB，Cは近似的につぎの関係式を満たす。

$$B \doteqdot -{}^{1}/_{2}\left(0.414+\frac{0.109}{Q}\right)K+{}^{1}/_{2}\left(0.414-\frac{0.144}{Q}\right) \qquad (5-38)$$

$$B \doteqdot -\left(0.481-\frac{0.166}{Q}\right)K+\left(0.481+\frac{0.065}{Q}\right) \qquad (5-39)$$

つぎに回路が安定となるためにKの満たすべき条件を求める。主要極を除くすべての極がｓ－平面の虚軸を除く左半面に存在するためには式（５－２２），（５－２５）より次式が成立しなければならない。

$$\gamma < \cosh 2\pi \doteqdot 267.75 \qquad (5-40)$$

γは式（５－１０）を用いてつぎのようにB，Kで表わされる。

$$\gamma = 1+\frac{K}{B} \qquad (5-41)$$

式（５－３８），（５－４０），（５－４１）よりQ≧３に対して回路の安定条件として次式を得る。

$$K < 0.76 \qquad (5-42)$$

能動回路の設計においては、能動素子の素子偏差が周波数特性にもっとも大きく影響する。ここではV.I.N.I.C.の変換係数k_1，k_2の変動に対して、Qの変動が最小となるk_1，k_2を求める。Qのk_1，k_2に対する感度は次式で定義される。

$$\left.\frac{dQ}{Q}\right|_{k_1,\ k_2} = \frac{dk}{k_1} S^{Q}_{k_1} + \frac{dk}{k_2} S^{Q}_{k_2} \qquad (5-43)$$

式（５－４３）で$S^{Q}_{k_1}$, $S^{Q}_{k_2}$はそれぞれk_1，k_2に対するQの感度であり、数値計算によりこれらを求めた結果を図５．５で示す。

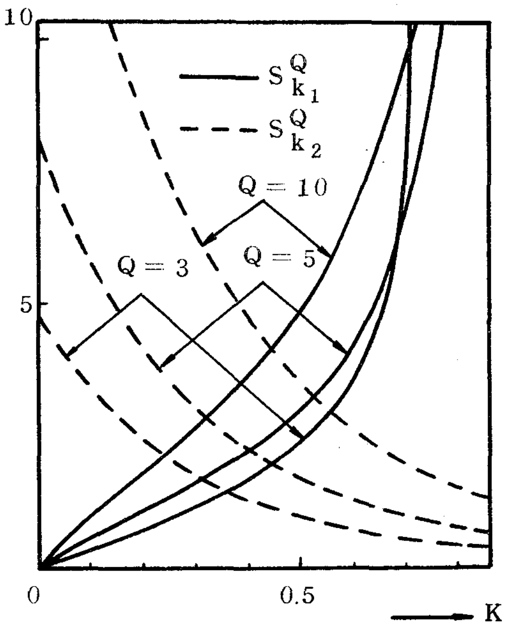


図5･5　Kに対するQのsensitivity

N．I．Cの回路構造を同一にして$k_1 = k_2$とすれば、$dk_1/k_1 = dk_2/k_2$とできるから、式（５－４３）の$dQ/Q|_{k_1,\ k_2}$は$S^{Q}_{k_1} + S^{Q}_{k_2}$を最小化することで最小になる。図５．５より$Q \geqq 3$に対して$K \doteqdot 0.45$が求まるから式（５－１０）より

$$k_1 = k_2 = 0.671 \qquad (5-44)$$

を得る。式（５－４４）のk_1，k_2に対し式（５－４２）の関係が成立するから回路が安定であることは保証される。

k_1，k_2の値を用いると、他のすべてのパラメータは式（５－１０）で示した諸式よりつぎのように決定される。

$$\tau = \frac{11.187}{4\,\omega_N} \doteqdot \frac{0.445}{f_N} \qquad (5-45)$$

$$\lambda = \frac{2B + 0.45}{0.671} \tag{5-46}$$

$$\alpha = \frac{C}{\lambda - 0.671} \tag{5-47}$$

$$\beta = \frac{5.619 \times 10^{-2}}{\lambda - 0.671} \tag{5-48}$$

与えられた f_N，Qに対し式（5－38），（5－39）よりB，Cを求め、式（5－45）～（5－48）へ代入するとパラメータτ，λ，α，βが順次求まる。さらに式（5－10）を用いると図5．2のすべての回路パラメータが決定される。

例として f_N ＝10（KHz），Q＝5のノッチフィルタの設計を行なうと各パラメータはつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} \tau &= 4.45 \times 10^{-5} \\ \lambda &= 0.952 \\ \alpha &= 1.04 \\ \beta &= 0.2 \end{aligned}\right\} \tag{5-49}$$

式（5－49）のパラメータに対する周波数特性を図5．6に示した。式（5－9）から計算した伝送特性と高域側を除いてノッチ周波数付近で完全に一致することから、ここで述べた主要零点，主要極近似にもとづく設計法は十分実用に供すると思われる。

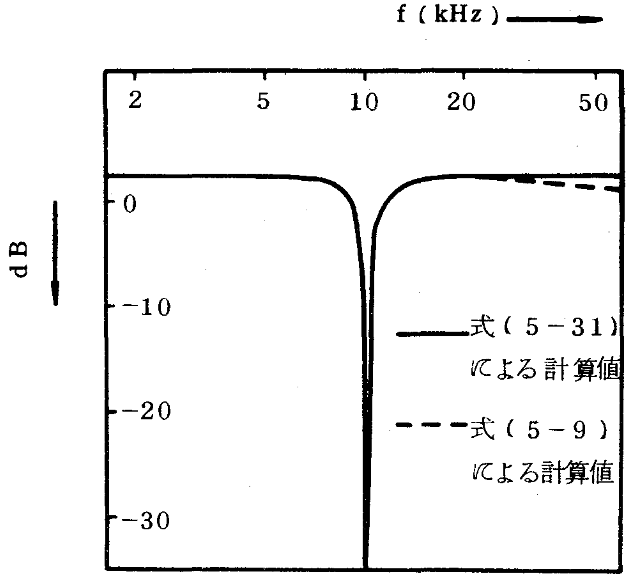


図5・6 ノッチフィルタの周波数特性

5．4 Butterworth 形低域通過回路の最適設計

Linvill[42] は N．I．C．を用いた能動RCフィルタの合成法を示したが、本節では分布RC線路と C．I．N．I．C．を用いて低域通過回路を実現する問題について検討する。

まず、設計の対象とする回路構造を図5．7に示す。

5．2節で述べたように、分布RC線路の両側にN．I．Cを接続すると等価的に負幅線路が得られるが、C．I．N．I．C． を用いた終端開放回路では、図5．7のように出力段のC．I．N．I．C．は削除できる。

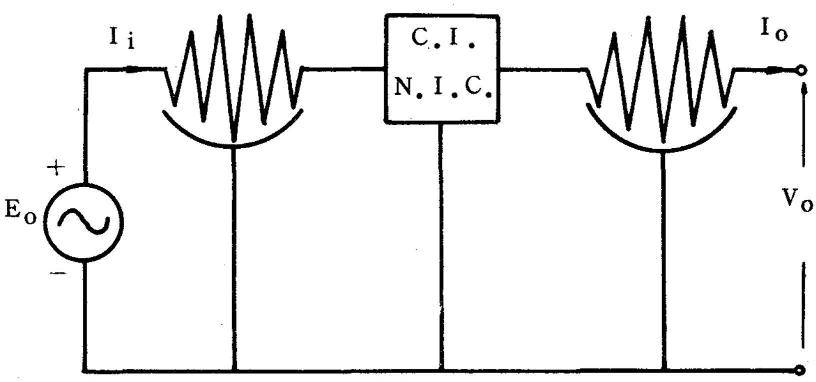


図5・7 低域通過回路

設計の目標とする特性は次式（５－５０）で与えられる４次のButter worth 形伝送関数とする。

$$K(s)=\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^4+2.631\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^3+3.4142\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2+2.631\left(\frac{s}{\omega_c}\right)+1} \qquad (5-50)$$

ただし、ω_c はしゃ断周波数である。

３章で示した最適化アルゴリズムは負の値をとるテーパ関数に対してもそのまま適用できるのは明らかである。最適化の実行に対して初期テーパ関数の決定が重要であり、N．I．C．を挿入すべき位置すなわち線路幅の正負切換点と各部の線路幅の最適値を求めたところつぎの結果が得られた。

$$p(\alpha)=\begin{cases} 2.88, & 0 \leqq \alpha < 0.611 \\ -2.61, & 0.611 \leqq \alpha < 0.819 \\ -1.47, & 0.819 \leqq \alpha \leqq 1 \end{cases} \qquad (5-51)$$

式（５－５１）のテーパ関数は $\alpha=0.611$ にC．I．N．I．C．を挿入することを表わしているが、この $p(\alpha)$ を初期テーパ関数にして最適化を行なった結果を図５．８，５．９に示す。計算に必要な定数はつぎのように設定した。

$r_0=3.13\times10^4$, $c_0=7.83\times10^{-9}$, $E_0=1.0$

$\omega_1=0.6\times10^5$, $\omega_2=1.0\times10^5$, $\omega_3=1.6\times10^5$

$\omega_4=\omega_c=2.0\times10^5$, $\omega_5=3.0\times10^5$

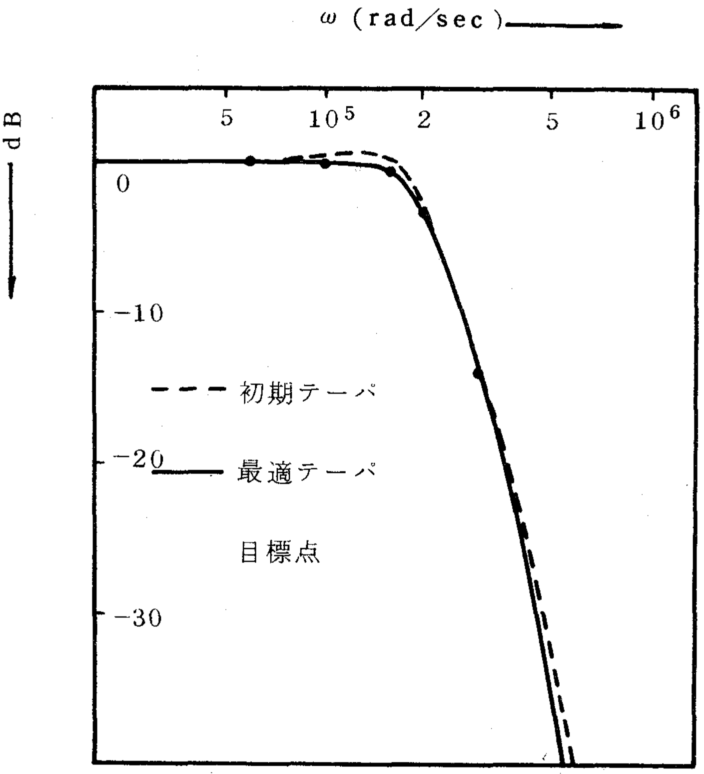


図 5・8　Butterworth 型周波数特性

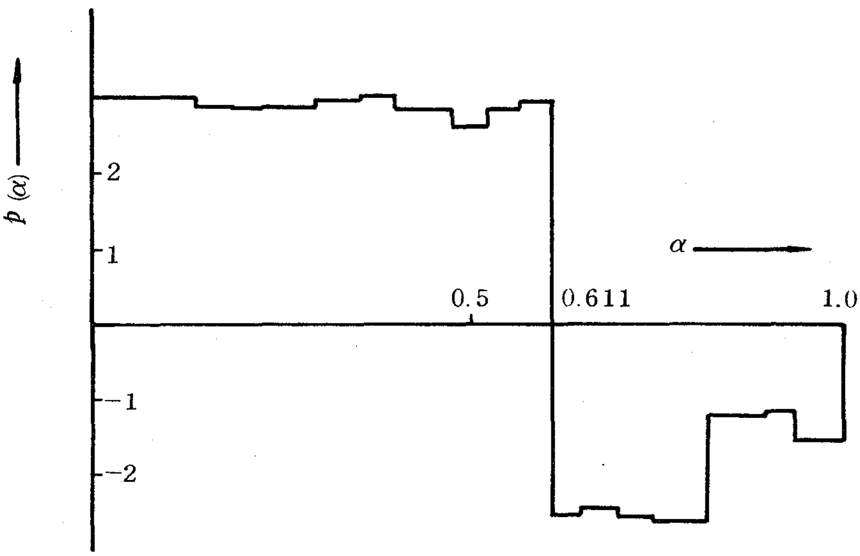


図 5・9　テーパ関数

図５．８の周波数特性より、初期テーパ関数でほとんど目標特性を達成しており最適化を実行することでテーパ関数の微小調整を行なっているといえる。これは図５．９に示したテーパ関数の形状からも明らかであり、テーパ関数の最適化ではできるだけ良い初期値を選ぶことが重要となる。

計算に要したＣＰＵ時間，コア語数はそれぞれ１分５０秒，２１KWであった。

５．５　結　　言

本章では、分布ＲＣ線路とＮ．Ｉ．Ｃ．を用いた能動分布ＲＣ回路の合成について検討した。

分布ＲＣ線路の有用な応用回路であるノッチフィルタに能動素子としてＮ．Ｉ．Ｃ．を用い、回路の根軌跡を解析することによって回路パラメータを決定する関係式を得た。一様分布ＲＣ線路を用いたがそれでもｓ－平面での解析はかなり複雑であり、Twin−T 回路と対応した、伝送関数の主要極，主要零点にもとづく近似設計法を与えた。与えられたノッチ周波数 f_N ， pole　Ｑに対して回路パラメータが決定されるが、このとき回路は安定範囲内にあり、Ｎ．Ｉ．Ｃ．の変換係数に対するQ−senisitivity が最小になるようになっている。数値計算の結果から、この近似設計は十分精度の高いものであることが確かめられた。

Linvill の提案によるＮ．Ｉ．Ｃ．を用いた回路に対し、不均一分布ＲＣ線路で４次のButterworth 形低域通過特性を実現する問題を考察した。分布ＲＣ線路の両端に理想的なＮ．Ｉ．Ｃ．を接続すると、等価的に負の幅をもつ分布ＲＣ線路が得られ、この負幅線路に対し３章の最適化アルゴリズムをそのまま適用できる。線路幅が負になる位置にＮ．Ｉ．Ｃ．が置かれ、設計例ではこれを固定して最適化を行なった。計算の実行にあたっては初期値の設定が重要であり、初期値の与え方によっては解が得られないこともある。

第６章　分布ＲＣ回路の自動設計

６．１　緒　　言

電子回路の解析あるいは設計では、回路の大規模化・複雑化によって従来の方法による取り扱いが困難となり、とくに集積回路を用いた回路の解析，設計ではＣＡＤが重要な位置を占めている。汎用の回路解析プログラムは能受動を問わず、さらには非線形回路も取り扱えることから回路シミュレーションの実用的な手段として利用されている。回路設計については解析におけるような汎用プログラムは今までのところ存在していない。また設計手法として cut and try 方式が主として扱われてきたが、計算機のもつ能力を考えると計算機による自動設計が今後のＣＡＤの主流になると思われる。自動設計では傾針法で代表されるような最適化手法を用いて、評価関数を最小化することにより回路パラメータの最適値を決定する。回路素子として計算が容易であり、取り扱いが簡単であることから集中定数素子が主として対象になり、分布定数素子を含む回路の自動設計についてはそれほど研究が進んでいないと思われる。

分布ＲＣ線路を用いると比較的少ない回路素子数で有用な伝送特性を実現できることから興味がもたれてきたが、特性が超越関数で記述され、このために取り扱いが困難となっている。しかしながら、２章で考察したように階段関数形テーパ線路を取り扱うと、回路解析および感度解析で解析解が得られ数値解を求める必要のないことから、計算時間が短縮できる。また不均一分布ＲＣ線路を集中定数素子と同じように取り扱えて実用的な設計手法が得られる。

本章では、与えられた伝送特性を不均一分布ＲＣ線路と集中定数素子が混在する回路で実現する、分布ＲＣ回路の自動設計について検討する。６．２で設計の対象とする分布ＲＣ回路について述べ、設計の条件として与えられる評価関数についても考える。最適化する回路パラメータは不均一分布ＲＣ線路のテーパ関数と集中定数素子の素子値であるが、６．３ではパラメータ空間を定義したのち、随伴回路を用いてパラメータ感度を導出する。３章で与えた最適化

アルゴリズムを適用するが、計算機による実行に対し、汎用性と能率を考慮して作成した設計プログラムについて6．4で考察する。最後に設計例として帯域除去回路（notch filter）と帯域通過回路（band pass filter）を取りあげ、本章で述べる自動設計手法の有用性を確かめる。

6．2　設計対象問題

6．2．1　分布ＲＣ回路

分布ＲＣ線路と能動素子を用いて構成する分布ＲＣ回路により能動ＲＣフィルタを実現する問題は、回路素子数が減少するなどの点で興味がもたれている。しかし、２種類の素子だけでは多様な回路特性を実現するのに十分であるとはいえない。適当に抵抗，容量を用いると実現可能な回路特性が豊富になるのでそれだけ回路設計の融通性が増し、回路構成が一層簡単になることがある。

本章で設計の対象とする回路網Ｎは、図６．１に示すように抵抗（Ｒ），容

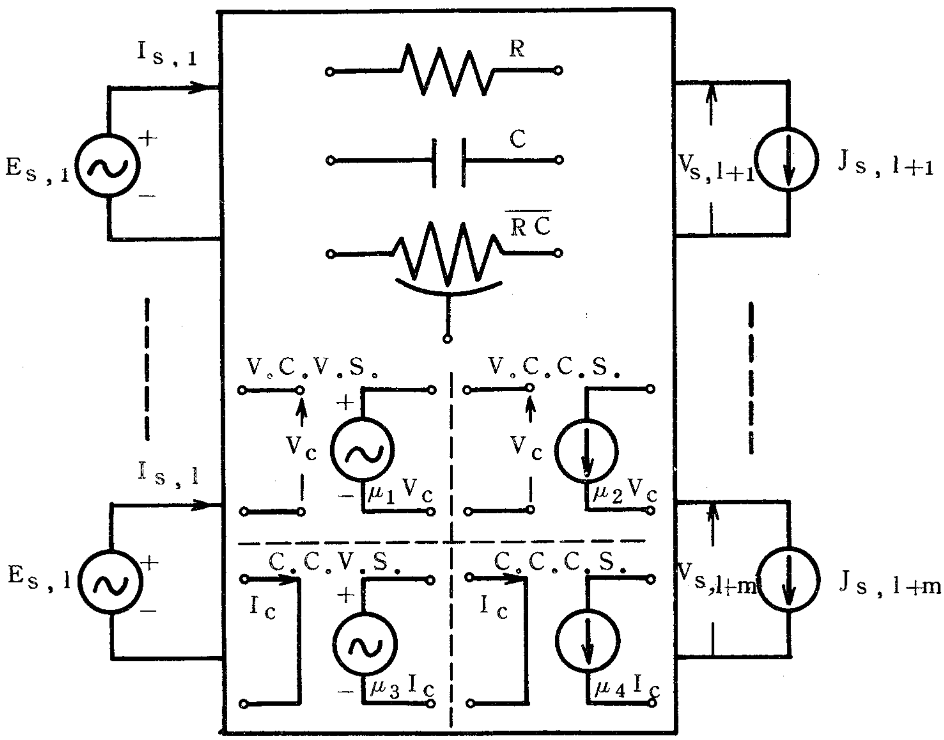


図６・1　分布ＲＣ回路Ｎ

量（C），分布RC線路（$\overline{RC}$）および4種類の能動素子（$\mu_1 \sim \mu_4$）で構成され、独立な電圧源E_sおよび電流源J_sで駆動されるものとする。

分布RC線路は有限線路長の不均一分布RC線路とし、そのテーパ関数は図2．2のように線路長，線路幅の異なる一様線路を縦続接続として得られる階段関数を考える。

能動素子として有限の増幅度μをもつ制御電源を取り扱い、具体的に(1)電圧制御形電圧源（V．C．V．S．），(2)電圧制御形電流源（V．C．C．S．），(3)電流制御形電圧源（C．C．V．S．）および(4)電流制御形電流源（C．C．C．S．）の4種類を考える。したがって、回路網Nでは制御電源を用いた等価回路を考えることでトランジスタなどの能動回路素子も容易に取り扱え、十分広い範囲の分布RC回路を設計の対象とできる。

6．2．2　評価関数

図6．1に示した回路網Nの電圧源を流れる電流$I_{s,i}$（$1 \leqq i \leqq l$），電流源の端子電圧$V_{s,j}$（$l+1 \leqq j \leqq l+m$）が、それぞれ指定された目標特性$\tilde{I}_{s,i}$，$\tilde{V}_{s,j}$とある周波数帯域内で一致するような回路の設計を考える。回路網Nの回路構造はあらかじめ固定されているものとし、最適設計問題は回路パラメータの最適値と分布RC線路の最適テーパ関数を決定する問題として定式化する。この問題は、回路の応答と目標特性との誤差に関する評価関数を設定してそれを最小化する問題に置き換えられる。$\tilde{I}_{s,i}$，$\tilde{V}_{s,j}$は周波数の関数であるが、前述したように計算機では帯域全体の特性を評価するのは困難であるから、離散的に目標特性を実現する回路パラメータを決定する。このときの評価関数εの一般形は次式（6－1）に示す形になる。

$$\varepsilon = \sum_{s_k} \sum_{i,j=1}^{l+m} W_{ij} \Psi_{ij} (V, \overline{V}, I, \overline{I}) \qquad (6-1)$$

ここで$\sum_{s_k}$はすべての目標周波数についての和を表わし、電源端子i，j間

の伝送特性を評価する関数Ψijは、これらの両端子の端子電圧あるいは端子電流とその複素共役量で表現されるものとする。Wijは0または1の値をとるパラメータで、設計の対象とならない評価関数に対してWij＝0とする。

回路の最適化では、異なる評価量，評価方法に対して設定される評価関数に同一の最小化手法を適用できるのが汎用化の点からも望ましい。このため分布RC回路の自動設計においてもできるだけ広いクラスの評価関数を対象とすることが問題になるが、本章で述べる手法では、つぎの２つの条件を満たす評価関数すべてを設計の対象とできる。

（条件１）

式（６－１）の評価関数ΨijはV，$\overline{V}$，I，$\overline{I}$の多変数関数とみなすと、これらすべての変数に対し偏微分可能である。

（条件２）

偏導関数に対しつぎの関係式が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial V}\Psi_{ij}\ (V,\ \overline{V},\ I,\ \overline{I}\,)=\overline{\frac{\partial}{\partial \overline{V}}\Psi_{ij}\ (V,\ \overline{V},\ I,\ \overline{I}\,)}\qquad (6-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial I}\Psi_{ij}\ (V,\ \overline{V},\ I,\ \overline{I}\,)=\overline{\frac{\partial}{\partial \overline{I}}\Psi_{ij}\ (V,\ \overline{V},\ I,\ \overline{I}\,)}\qquad (6-3)$$

これらの条件を用いると評価関数のパラメータ感度が簡単に表現される。例として式（６－１）でΨijがｉ端子の電圧V_i，ｊ端子の電流I_j（$1 \leqq i,\ j \leqq 1+m$）に関する評価関数であると仮定し、回路パラメータｘに対する感度$\partial\varepsilon/\partial x$を求めてみる。まず条件１より

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=\sum_{s_k}\sum_{i,j=1}^{1+m}W_{ij}\left(\frac{\partial\Psi_{ij}}{\partial V_i}\frac{\partial V_i}{\partial x}+\frac{\partial\Psi_{ij}}{\partial \overline{V}_i}\frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x}\right.$$
$$\left.+\frac{\partial\Psi_{ij}}{\partial I_j}\frac{\partial I_j}{\partial x}+\frac{\partial\Psi_{ij}}{\partial \overline{I}_j}\frac{\partial \overline{I}_j}{\partial x}\right)\qquad (6-4)$$

式（６－４）に条件２の式（６－２），（６－３）を用いると

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \sum_{s_k} \sum_{i,j=1}^{l+m} 2W_{ij}\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial \Psi_{ij}}{\partial V_i}\frac{\partial V_i}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_{ij}}{\partial I_j}\frac{\partial I_j}{\partial x}\right) \qquad (6-5)$$

ここで、$1 \leqq i \leqq l$ に対して $V_i = E_{s,i}$ であり、$E_{s,i}$ は独立な電圧源であるから $\partial V_i / \partial x = 0$（$1 \leqq i \leqq l$）。同様に $l+1 \leqq j \leqq l+m$ に対して $I_j = J_{s,j}$ となり、$\partial I_j / \partial x = 0$（$l+1 \leqq j \leqq l+m$）。したがって式（６－５）はつぎのように書き直せる。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \sum_{s_k}\left\{ \sum_{i=l+1}^{l+m} \sum_{j=1}^{l+m} 2W_{ij}\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial \Psi_{ij}}{\partial V_i}\cdot\frac{\partial V_i}{\partial x}\right) + \sum_{i=1}^{l+m} \sum_{j=1}^{l} 2W_{ij}\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial \Psi_{ij}}{\partial I_j}\cdot\frac{\partial I_j}{\partial x}\right)\right\} \qquad (6-6)$$

パラメータ感度が式（６－６）のように表現されることによって、後述する随伴回路の電源が各目標周波数 s_k で簡単に求まる。

つぎに具体的な評価関数の例を(a) $i = j$，(b) $i \neq j$ の場合に分けて表６・１で示す。

設 計 条 件	評 価 関 数 Ψ_{ii}
(1)電圧振幅の評価	$\Psi_{ii} = \left(\lvert V_{s,i}(s_k) \rvert - \lvert \tilde{V}_{s,i}(s_k) \rvert \right)^2$
(2)電圧位相の評価	$\Psi_{ii} = [\tan^{-1}\{\mathrm{Im}\,V_{s,i}(s_k)/\mathrm{Re}V_{s,i}(s_k)\} - \tilde{\theta}(s_k)]^2$
(3)複素電圧の評価	$\Psi_{ii} = \lvert V_{s,i}(s_k) - \tilde{V}_{s,i}(s_k) \rvert^2$

$\tilde{\theta}(s_k)$：目標位相特性

(a)　端子電圧の応答に関する評価関数（$i = j$）

設計条件	評価関数 Ψ_{ij}
(1)電圧伝送特性の評価	$\Psi_{ij} = \left\| V_{s,i}(s_k)/V_{s,j}(s_k) - \tilde{A}(s_k) \right\|^2$
(2)電流伝送特性の評価	$\Psi_{ij} = \left\| I_{s,i}(s_k)/I_{s,j}(s_k) - \tilde{B}(s_k) \right\|^2$
(3)伝達インピーダンスの評価	$\Psi_{ij} = \left\| V_{s,i}(s_k)/I_{s,j}(s_k) - \tilde{Z}(s_k) \right\|^2$
(4)伝達アドミタンスの評価	$\Psi_{ij} = \left\| I_{s,i}(s_k)/V_{s,j}(s_k) - \tilde{Y}(s_k) \right\|^2$

$\tilde{A}(s)$, $\tilde{B}(s)$, $\tilde{Z}(s)$, $\tilde{Y}(s)$：それぞれ端子間の電圧伝送，電流伝送，伝達インピーダンス，伝達アドミタンスを表わす目標特性

(b) 端子間の伝達特性に関する評価関数（$i \neq j$）

表6．1　評価関数の具体例

$i = j$ の場合、$V = E_s$ または $I = J_s$ となって Ψ_{ij} は前述した電源端子の電圧または電流に関する評価関数になる。表6．1(a)において $V_{s,i}(s_k)$，$\tilde{V}_{s,i}(s_k)$ をそれぞれ $I_{s,i}(s_k)$，$\tilde{I}_{s,i}(s_k)$ に置き換えると電流評価関数が得られる。$i \neq j$ の例として4種類の複素伝送関数を評価する関数を同表(b)で示した。

絶対値，実数部および虚数部は互いに複素共役な電圧，電流を用いて表現でききるので、表6．1に示した評価関数はすべて上記の条件を満たしている。

さらに、設計に自由度を与えるため、重みつきの評価関数の構成も考えることができる。たとえばデシベル値電圧振幅を評価するとき、次式に示す対数荷重をつけた評価関数を用いる。

$$\Psi_{ii} = \left(20 \log_{10} \left| \frac{V_{s,i}(s_k)}{\tilde{V}_{s,i}(s_k)} \right| \right)^2 \qquad (6-7)$$

6．3　回路パラメータの最適化

6．3．1　パラメータ空間

評価関数は抵抗，容量，制御電源の増幅度および分布ＲＣ線路のテーパ関数からなる回路パラメータの関数である。評価関数の最小化によって回路パラメータの最適値を決定する場合、パラメータの作る空間の性質が大きく影響を及ぼす。本章で扱うパラメータ空間は集中定数素子を表わす空間P_ℓと分布ＲＣ線路のテーパ関数を表わす空間P_dの直積空間である。

$$P = P_\ell \times P_d \tag{6-8}$$

P_ℓは抵抗値，容量値および増幅度を成分にもつベクトル$\boldsymbol{X}_\ell$を要素とする有限次元ユークリッド空間である。

$$X_\ell^t = (R_1, \cdots, R_{n_R}\ \ C_{n_R+1}, \cdots, C_{n_R+n_C}, \mu_{n_R+n_C+1} \cdots, \mu_{n_R+n_C+n_\mu}) \tag{6-9}$$

ただし、n_R，n_C，n_μはそれぞれ最適化を行なう抵抗，容量および制御電源の数を表わす。

階段関数形テーパ関数$p(\alpha)$は図２．２に示したように、分割点を固定するとｎ次元ベクトル$\boldsymbol{P}^t = (p_1, \cdots, p_n)$と等価で空間$P_d$の要素$\boldsymbol{X}_d$は次式で表わされる。

$$\boldsymbol{X}_d^t = (\boldsymbol{P}_1^t, \boldsymbol{P}_2^t, \cdots, \boldsymbol{P}_M^t) \tag{6-10}$$

ただし、Ｍは回路網Ｎで最適化の対象となる分布ＲＣ線路の数を表わす。式(６－１０)とベクトル$\boldsymbol{P}_i$ $(1 \leqq i \leqq M)$の構成よりP_dはユークリッド空間となり、その次元数はつぎのようになる。各$\boldsymbol{P}_i$は線路の分割数に等しいだけの成分をもつから、X_dはＭ個の線路の分割数の総和に等しい成分をもつ。したがって各分割数を$n_{\overline{RC}_1}$，$n_{\overline{RC}_2}$，…，$n_{\overline{RC}_M}$とすると空間P_dの次元は$n_{\overline{RC}_1} + n_{\overline{RC}_2} + \cdots + n_{\overline{RC}_M}$となる。線路の最大分割数を制限すると$P_d$は有限次元となるから、

式（６－８）の空間Pは有限次元ユークリッド空間である。P上の内積およびノルムは次式で定義する。

$$\langle \mathbf{X},\ \mathbf{Y} \rangle = \sum_{i=1}^{n_R+n_C+n_\mu+n_{\overline{RC}_1}+\cdots+n_{\overline{RC}_M}} x_i\, y_i \qquad (6-11)$$

$$\mathbf{X}^t = (\mathbf{X}_\ell^t,\ \mathbf{X}_d^t) \in P,\quad \mathbf{Y}^t = (\mathbf{Y}_\ell^t,\ \mathbf{Y}_d^t) \in P$$

$$\| \mathbf{X} \| = \sqrt{\langle \mathbf{X},\ \mathbf{X} \rangle} \qquad (6-12)$$

６．３．２　随伴回路とパラメータ

パラメータ感度は評価関数の強微分より求められるが、２章で示したように随伴回路を用いると計算に有利となる。式（６－２），（６－３）で与えた条

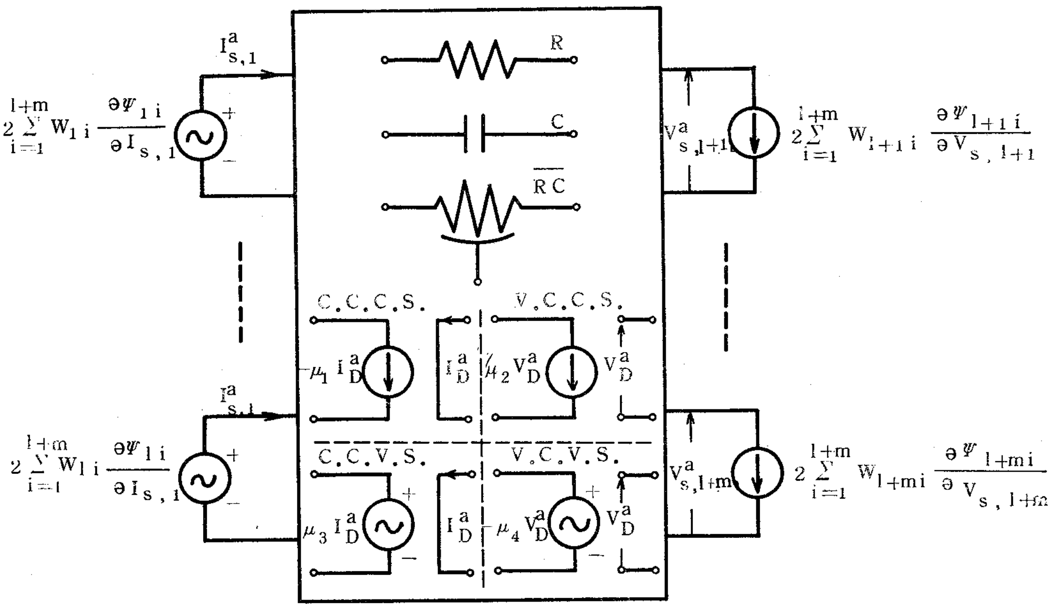


図６·２　図６·１の随伴回路 N^*

件を満足する評価関数式（６－１）に対して、図６．１で示した設計対象回路Nの随伴回路N^*を図６．２のようにとることができる。またこのとき、両回路にTellegenの定理を用いて集中定数素子の感度が、またTellegenの定理と命題２．３から分布RC線路の感度が表６．２のように求まる。[(35),(44)]
ただし分布RC線路は任意の線路長を取り扱えるが、線路定数との等価変換により線路長を１に規格化している。

素　子	枝　特　性	素　子　感　度
R	$V_R = R\,I_R$	$\partial\varepsilon/\partial R = \mathrm{Re}(-I_R\ I_R^a)$
C	$I_C = s\,C\,V_C$	$\partial\varepsilon/\partial C = \mathrm{Re}(sV_C\ V_C^a)$
V. C. V. S.	$V_{\mu_1 D} = \mu_1 V_{\mu_1 c},\ I_{\mu_1 c} = 0$	$\partial\varepsilon/\partial\mu = \mathrm{Re}(-V_{\mu_1 c}\ I_{\mu_1 D})$
V. C. C. S.	$I_{\mu_2 D} = \mu_2 V_{\mu_2 c},\ I_{\mu_2 c} = 0$	$\partial\varepsilon/\partial\mu = \mathrm{Re}(V_{\mu_2 c}\ V_{\mu_2 D})$
C. C. V. S.	$V_{\mu_3 D} = \mu_3 I_{\mu_3 c},\ V_{\mu_3 c} = 0$	$\partial\varepsilon/\partial\mu = \mathrm{Re}(-I_{\mu_3 c}\ I_{\mu_3 D})$
C. C. C. S.	$I_{\mu_4 D} = \mu_4 I_{\mu_4 c},\ V_{\mu_4 c} = 0$	$\partial\varepsilon/\partial\mu = \mathrm{Re}(I_{\mu_4 c}\ V_{\mu_4 D})$
R C	――――――	$\triangle\varepsilon = \int_0^1 \mathrm{Re}\{sc_0\ V(\alpha)V^a(\alpha) + r_0 I(\alpha)I^a(\alpha)/p^2(\alpha)\}p(\alpha)d\alpha$

添字aは随伴回路を表わし、c，Dはそれぞれ制御電源の独立枝，従属枝を表わす。

表６．２　回路素子とその感度

表６．２では任意のテーパ関数に対する感度を表わしているが、階段関数形テーパ線路に対しては感度をベクトルで表現することができる。階段関数形分布RC線路はn個の一様線路の継続接続で構成され、そのテーパ関数$p(\alpha)$は線路の分割点α_iと一様線路の線路幅p_iで表わされる。分割点α_iを固定すると、テーパ関数$p(\alpha)$の感度は各一様線路の線路幅p_iに対する感度g_{p_i}を成分とするn次元ベルトルg_pと等価になる。このときg_{p_i}は次式で決定される。

$$g_{p_i} = \frac{1}{\alpha_i - \alpha_{i-1}} \int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} h(\alpha)\, d\alpha, \qquad i=1,\ 2,\ \cdots,n \tag{6-13}$$

$$h(\alpha) = Re\{s c_0 V(\alpha) V_a(\alpha) + r_0\ I(\alpha) I_a\ (\alpha)/p^2(\alpha)\} \tag{6-14}$$

線路の分割点は、前述したようにh(α)の零交差点を順次付け加え、最適化の段階で自然な形で分割数が増加するように構成する。3章の最適化アルゴリズムにおいて空間Pを6．3．1の回路パラメータの空間と考えれば、このアルゴリズムをそのまま適用できる。この場合、分割数が増加したときは最急降下法、そうでないときはDavidon の方法を用いて評価関数の最小化を実行する。試行を繰り返すことによって、設計条件に応じた線路の分割数が自動的に決定され、任意の精度で最適化を行なうことが可能である。このことは、階段関数形テーパ線路を構成する一様線路を分布RC回路の構成素子とみなしたとき、回路構造も自動的に変更する最適化手法となりそれだけ有利である。また線路の製造上、最小線路長を指定してテーパの複雑度を制限するのが可能であることも考え合わすと、本章で述べる手法は分布RC回路に対する適応形最適設計手法であるといえる。

6．4　自動設計プログラム

計算機を用いて回路の自動設計を行なうとき、プログラムは汎用性と能率性を十分考慮して作成されねばならない。本節では分布RC回路の自動設計のために作成したプログラム・システムについて述べる。

6．4．1　プログラム・システム

分布RC回路の最適化を行なう自動設計プログラム・システムは、与えられた目標周波数特性を実現する線路の最適テーパ関数と集中定数素子の最適値を求めるもので、主プログラム，サブプログラム，外部プログラムから構成され

る。各プログラム単位は独立した機能をもち、主プログラムがこれらを効果的に結合することによって、広範囲な回路設計問題を対象にでき、システム全体として帆用性に富んだ構成になっている。

システムは機能的に図6．3のように構成され、対応する計算の流れを図6．4で示す。

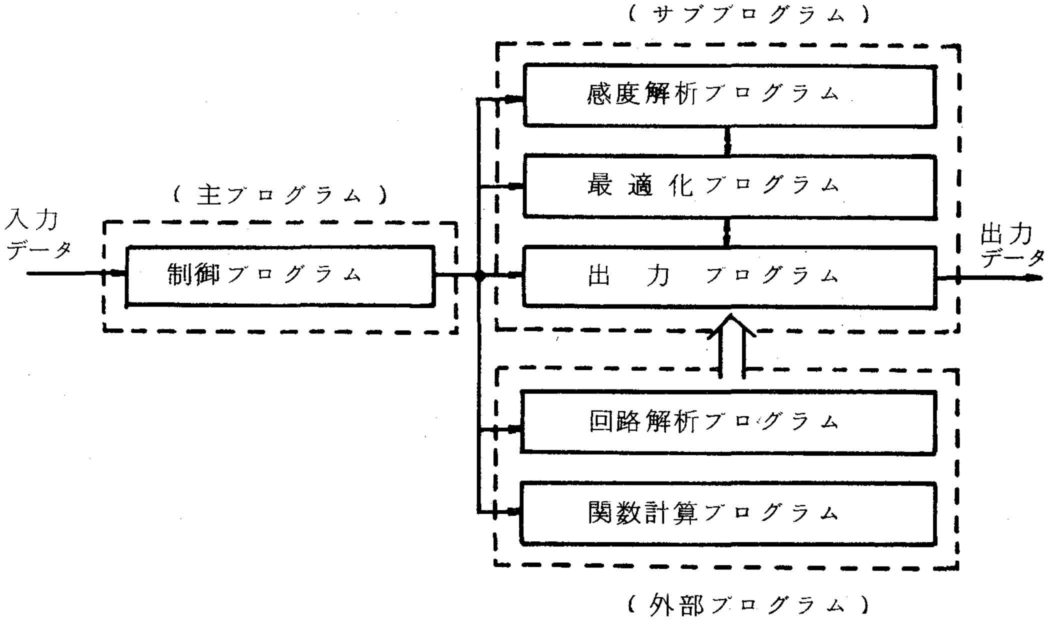


図6・3　プログラム・システム構成

ここで述べるプログラム．システムは、任意の与えられた回路構造に対して最適化を行なうことが可能で、回路構造の決定はプログラムの実行前に人手を介入して行なう。このため回路解析プログラムは設計対象となる回路によって異なり、外部プログラムとして用意される。さらに問題により異なる設計条件を表わす評価関数を設定し、その関数計算プログラムと随伴回路の誤差電源計算プログラムも人手を介して用意されなければならない。

サブプログラムのおのおのはまた複数個のサブプログラムで構成されていてこれらのミニ・サブプログラムにはできるだけ単能化した機能をもたせているしたがってサブプログラムの制御のみを考えることで、融通性のあるプログラ

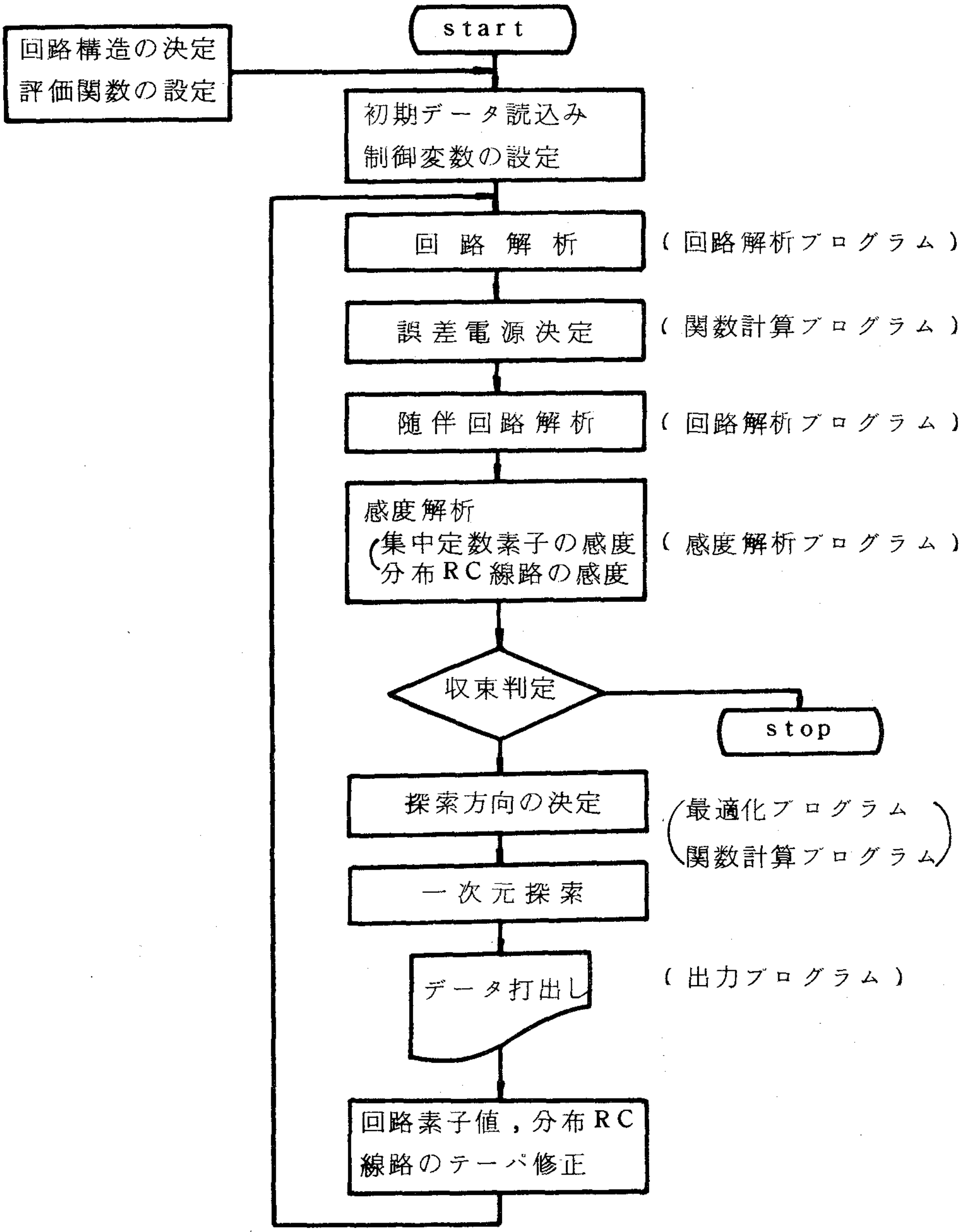

start
回路構造の決定
評価関数の設定
初期データ読込み
制御変数の設定
回路解析
（回路解析プログラム）
誤差電源決定
（関数計算プログラム）
随伴回路解析
（回路解析プログラム）
感度解析
集中定数素子の感度
分布RC線路の感度
（感度解析プログラム）
収束判定
stop
探索方向の決定
最適化プログラム
関数計算プログラム
一次元探索
データ打出し
（出力プログラム）
回路素子値，分布RC
線路のテーパ修正

図6・4　計算の流れ図

ム・システムの活用が可能となる。

プログラムはFORTRAN でかかれ、外部プログラムを除く基本ステップ数は約800である。

6.4.2 プログラム各論

§1 主プログラム

主プログラムは以下の機能をもつ。

(1) 設計仕様の設定

設計仕様として離散的な目標周波数 s_i （$1 \leqq i \leqq K$），目標点の数K および目標値（たとえば出力電圧値 $\widetilde{V}(s_i)$ ）を与える。目標値の選択およびその数はプログラム実行前に設計者が決定する。

(2) 回路パラメータの初期値設定

回路網Nのすべての回路素子，電源，分布RC線路の線路定数とテーパの初期値を与える。またパラメータ空間の次元を決定する各素子の数および各線路の分割数を入力データとして設定する。初期値に対しては解の存在，収束速度を十分考慮して決定する必要がある。

(3) プログラム．シーケンスの制御

与えられた回路と設定条件に対し、図6．4に示したようにサブプログラムを効果的に結合することによって、自動設計プログラムを構成するのが主プログラムの主要な機能である。したがってプログラム制御に必要な変数はすべて主プログラムで決定する。

(4) 収束判定

与えられた定数 ρ に対し感度ベクトル $\boldsymbol{g}$ を用い、次式に従って計算の打ち切りを決定する。

$$\|\boldsymbol{g}\| \leqq \rho \qquad (6-15)$$

§2 回路解析プログラム

回路解析プログラムでは、与えられた構造の回路に対して単一周波数

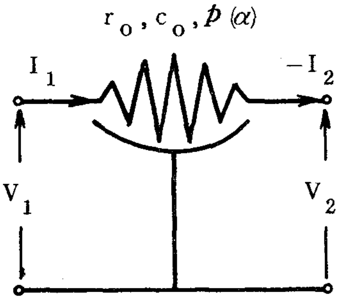
$s_i = j\omega_i$ における回路解析を実行し、すべての集中定数素子の両端にかかる電圧およびそこを流れる電流を計算結果として出力する。分布RC線路に対しては3端子素子とみなし、容量端子からみた残りの2端子に対する電圧およびそこから流入する電流を求める。

随伴回路は一般に設計対象回路と構造が異なるので、2種類の解析ルーチンが必要となる。両回路の区別および周波数 s_i は上位プログラムで制御する。

回路解析プログラムでは、分布RC線路を2端子対回路から3端子回路に変換する等価変換プログラムが必要であり、これについてつぎで述べる。

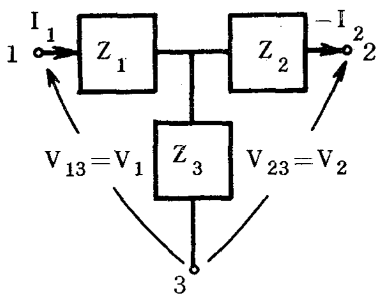
〔等価変換プログラム〕

階段関数形分布RC線路は一様線路の縦続接続となり、2端子対回路としての伝送行列は簡単に計算できる。伝送行列を用いて分布RC線路は図6．5に



$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

(a)　2端子対分布RC線路



$Z_1 = (A-1)/C$

$Z_2 = (D-1)/C$

$Z_3 = 1/C$

(b)　分布RC線路の3端子表示

図6・5　分布RC線路の等価変換

示すようにインピーダンスZ_1，Z_2，Z_3によって3端子T型等価回路で表現できる。

§3　感度解析プログラム

感度解析プログラムでは集中定数素子と分布RC線路の感度を求め、線路の分割点の増加を考慮して最適化を行なう空間の次元も決定する。

〔集中定数素子の感度解析〕

回路解析より求まる各素子の電圧，電流を用い、表6．2に示した計算式に従って感度を求める。

〔分布RC線路の感度解析〕

分布RC線路の感度はつぎに示す手順1～4に従って計算され、各々の手順は1つのサブプログラムに対応する。

（手順1）一電圧，電流分布の計算

分布RC線路の電圧，電流分布は次式で決定される。

$$V(\alpha)=K_i\ e^{\gamma\alpha}+L_i\ e^{-\gamma\alpha} \tag{6-16}$$

$$I(\alpha)=-\frac{p_i\ \gamma}{r_0}(K_i\ e^{\gamma\alpha}-L_i\ e^{-\gamma\alpha}) \tag{6-17}$$

ただし

$$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$$

$$\gamma=\sqrt{s\ r_0\ c_0}$$

$$\sum_{j=1}^{i-1}\ell_j \leqq \alpha \leqq \sum_{j=1}^{i}\ell_i,\quad \sum_{j=1}^{n}\ell_j=1$$

ℓ_i ：i番目の一様線路の線路長を表わす

回路解析より求まる線路の両端の電圧および線路の分割点における電圧，電流のの連続性から係数K_i，L_iを求める。随伴回路についても同様で係数K_{ai}，L_{ai}

を求める。

（手順2）一感度密度関数 $h(\alpha)$ の零交差点探索

式（6－14）で示した $h(\alpha)$ は係数 K_i ，L_i ，K_{ai}，L_{ai}，を用いるとつぎのように表現できる。

$$h(\alpha)=\mathrm{Re}\{2sc_0(K_i K_{ai} e^{2\gamma\alpha}+L_i L_{ai} e^{-2\gamma\alpha})\} \quad (6-18)$$

式（6－18）より任意の α における $h(\alpha)$ の値を計算し $0\leqq\alpha\leqq 1$ におけるすべての零交差点を数値計算によって指定された精度内で求める。

（手順3）一射影作用素の決定

i 回目の最適化に対する線路の分割点の集合 τ_i を式（2－36）を用いて決定する。つぎに $h(\alpha)$ を射影する階段関数の正規直交基底 $\{\varphi_k(\alpha)\}$ を式（2－35）から求める。線路の分割点の総数と集中定数素子の数がパラメータ空間の次元を決定するので、τ_i の要素の数を調べて次元を求める。

（手順4）一感度の計算

感度密度関数 $h(\alpha)$ を射影作用素 T によって階段関数 $g(\alpha)$ に射影する。

$$g(\alpha)=T\,h(\alpha)=\sum_{k=1}^{n}\langle h(\alpha),\varphi_k(\alpha)\rangle\varphi_k(\alpha)$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\varphi_k(\alpha)\int_0^1 h(\alpha)\varphi_k(\alpha)\,d\alpha \quad (6-19)$$

式（6－19）より分布RC線路の感度は式（6－13）で示した g_{p_i}（$i=1,2,\cdots,n$）を成分とするベクトル $\boldsymbol{g}_p$ で得られた。

§4　最適化プログラム

最適化プログラムは感度ベクトルを用いて探索方向を決定し、つぎにその方向に沿って一次元探索を行なって評価関数の最小点を求める。

〔探索方向の決定〕

探索方向 $\boldsymbol{S}$ は式（6－20），（6－21）に示すように、感度ベクトル $\boldsymbol{g}$ と正値正方行列Hから決定される。

$$\mathbf{s} = -H_i \ \mathbf{g}_i \tag{6-20}$$

$$H_i = \begin{cases} I_i & : \ P_i \neq P_{i-1} \ \text{のとき} \\ H_{i-1} + \dfrac{\sigma_{i-1}\sigma_{i-1}^t}{\sigma_{i-1}^t \ \mathbf{y}_{i-1}} - \dfrac{H_{i-1}\mathbf{y}_{i-1}\mathbf{y}_{i-1}^t H_{i-1}^t}{\mathbf{y}_{i-1}^t H_{i-1} \mathbf{y}_{i-1}} & \\ & : \ P_i = P_{i-1} \ \text{のとき} \end{cases} \tag{6-21}$$

ただし

I_i ： 空間 P_i 上の単位行列

$\sigma_i = X_i - X_{i-1}$， $\mathbf{y}_i = \mathbf{g}_i - \mathbf{g}_{i-1}$

〔一次元探索〕

3．4節で述べたとおりである。

§5　関数プログラム

関数プログラムは評価関数とパラメータに対する導関数を計算する。回路解析と同様、設計条件が変更されるとこのプログラムも書き直す必要があるので外部プログラムとなる。

〔評価関数計算プログラム〕

設計条件に応じて表6．1に示した評価関数をプログラムする。回路解析より求まる電圧，電流を用いて評価関数を計算するもので、主として一次元探索から呼ばれる。

〔導関数計算プログラム〕

随伴回路の誤差電源は評価関数の導関数で与えられ、電圧，電流で表現される式をプログラムする。このプログラムは感度解析を実行するのに必要で、電源が決定するとただちに随伴回路解析が行われる。

§6　出力プログラム

このプログラム．システムは計算結果を出力プログラムでまとめて出力する。

試行ごとに分布ＲＣ線路のテーパ関数を含めた回路パラメータ，評価関数値，周波数特性およびパラメータ感度を中間結果として出力する。そのほかデバックに必要なデータも出力する。

6．5　設　計　例

6．5．1　帯域除去回路（notch filter）

図６．６に示す分布ＲＣ回路は、狭帯域の周波数成分を除去するノッチフィルタを実現することで知られている。いま指数形テーパ線路 $p(\alpha) = e^{-\mu\alpha}$（$0 \leqq \alpha \leqq \ell$）を用いると伝送関数は次式で与えられる。

$$K(s) = \frac{\dfrac{\theta}{\sinh\theta}\, e^{-\frac{\mu\ell}{2}} + s\, c_0 R_N e^{-\mu\ell}}{\left(\dfrac{\theta}{\tanh\theta} + \dfrac{\mu\ell}{2} + s\, c_0 R_N\right) e^{-\mu\ell}} \qquad (6-22)$$

$$\theta(s) = \sqrt{s\, c_0\, r_0 + \mu^2/4} \qquad (6-23)$$

式（６－２２），（６－２３）で $\mu=2$，$\ell=1$，$r_0=1$，$c_0=11.5\times10^{-3}$，$R_N=0.129$ に選ぶとノッチ周波数 ω_N は 10^3 となる。

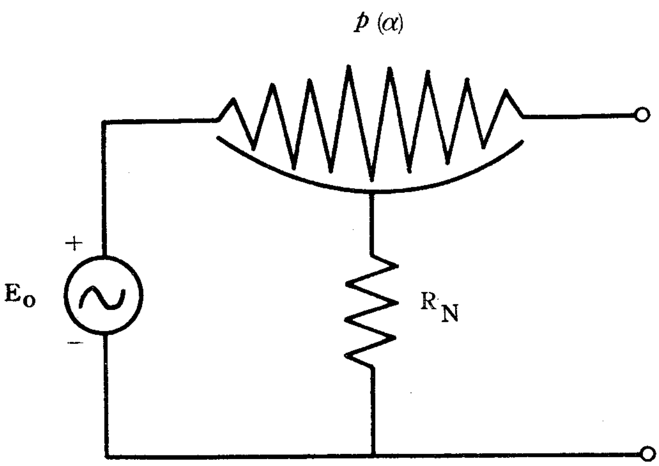


図６・６　ノッチフィルタの回路構造

初期線路として一様線路をとり、テーパ関数$p(\alpha)$，抵抗R_Nを最適化してこのノッチフィルタを実現する問題を考える。プログラムの入力データをつぎで与える。

$r_0=1$，$c_0=11.5\times10^{-3}$，$\ell=1$，$E=1$，$R_N=0.2$

初期テーパ関数 $p(\alpha)=1$ （$0\leqq\alpha\leqq1$）

目標周波数 $\omega_1=0.7\times10^3$，　$\omega_2=0.9\times10^3$

$\omega_3=1.2\times10^3$，　$\omega_4=1.7\times10^3$

目標値 $\tilde{V}_1=20\log_{10}|K(j\omega_1)|$，　$\tilde{V}_2=20\log_{10}|K(j\omega_2)|$

$\tilde{V}_3=20\log_{10}|K(j\omega_3)|$，　$\tilde{V}_4=20\log_{10}|K(j\omega_4)|$

試行４０回目の計算結果では、出力特性は図６．７に示すように目標値を完全に満たし、初期特性が改善されて鋭いカットオフ特性が得られている。テーパ関数はこのとき図６．８のようになり、$R_N=0.0773$であった。ＣＰＵ時間，コア語数はそれぞれ１分１５秒，１３KWである。

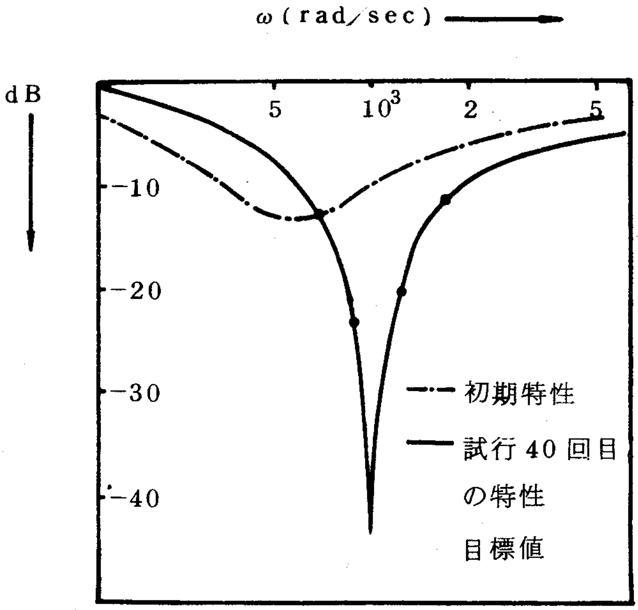


図6・7　出　力　特　性

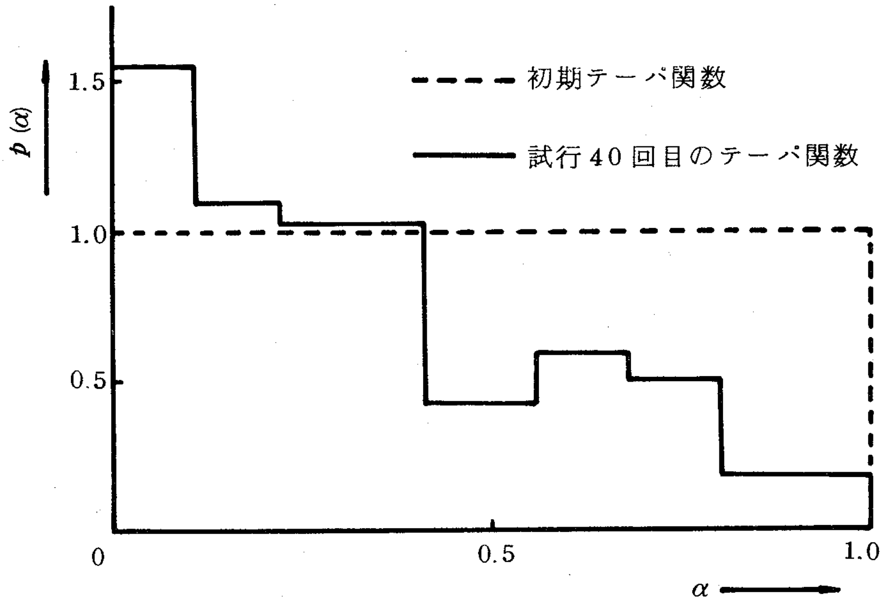


図6・8　テーパ線路の形状

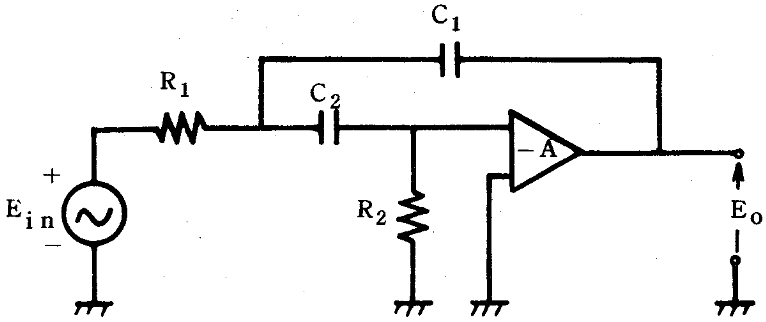
6．5．2　帯域通過回路（band pass filter）

Sallen and Key[45] によって提案された能動帯域通過回路図6．9(a)を分布ＲＣ線路で置き換えた同図(b)の回路の設計を考える。出力電圧のデシベル振幅値を評価し、式（6－7）の評価関数を用いる。最適化のパラメータはテーパ関数 $p_1(\alpha)$, $p_2(\alpha)$ およびゲイン A' であり、初期テーパ関数を次式で決定する。

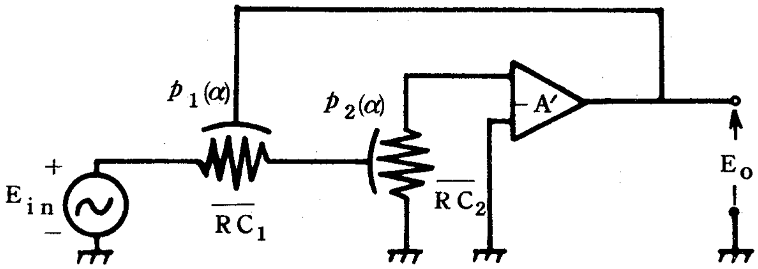
$$\left.\begin{aligned} p_1(\alpha) &= \frac{r_0}{R_1} = \frac{C_1}{c_0}, \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \\ p(\alpha) &= \frac{r_0}{R_2} = \frac{C_2}{c_0} \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \end{aligned}\right\} \quad (6-24)$$

式（6－24）による初期値の設定は、全抵抗，全容量がそれぞれ回路(a)の抵抗 R，容量Ｃと等しい一様分布ＲＣ線路を用いることを示し、分布ＲＣ線路の主要極を用いた粗い一次近似にもとづいている。ＲＣはしご形回路を一様線路に置き換え、式（6－24）による初期値に対していくつかの例題を行なっ

た結果では初期値による収束の不安定性はみられなかった。



(a)　Sallen and Key 形回路



(b)　分布RC回路

図 6・9　能動帯域通過回路

〔例1〕

回路(a)において、$E_{in}=1.0$，$A=8.0$，$R_1=R_2=1.0$，$C_1=C_2=0.33$としたときの出力電圧E_0を目標特性（図6．10で示す）とする設計を行なう。

○入力データ

$r_0=1.0$，$c_0=0.33$，$E_{in}=1.0$，$A'=8.0$

$p_1(\alpha)=p_2(\alpha)=1.0$　（$0\leqq\alpha\leqq1$）

$\delta=0.1$，$\rho=10^{-4}$

○出力データ

テーパ関数$p_1(\alpha)$，$p_2(\alpha)$を図6．11で、出力周波数特性を図6．10で示す。また$A'=8.1$となった

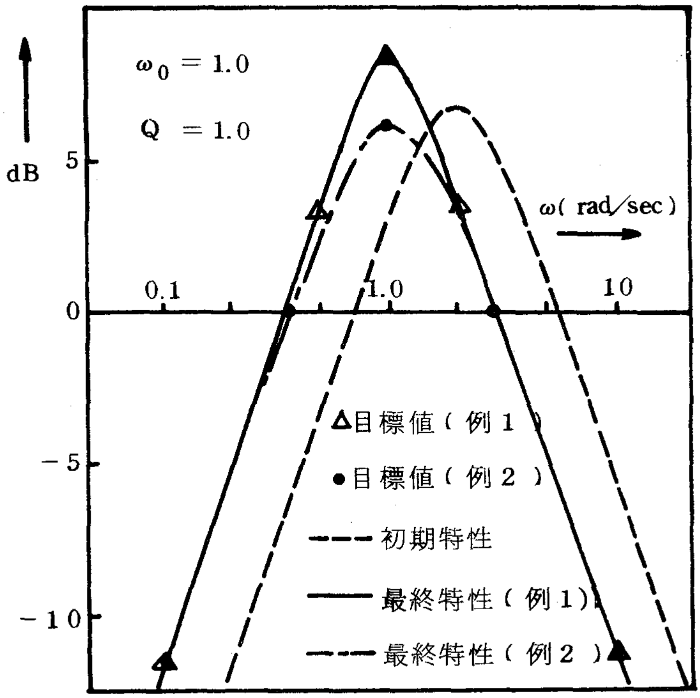


図 6・10　出力周波数特性

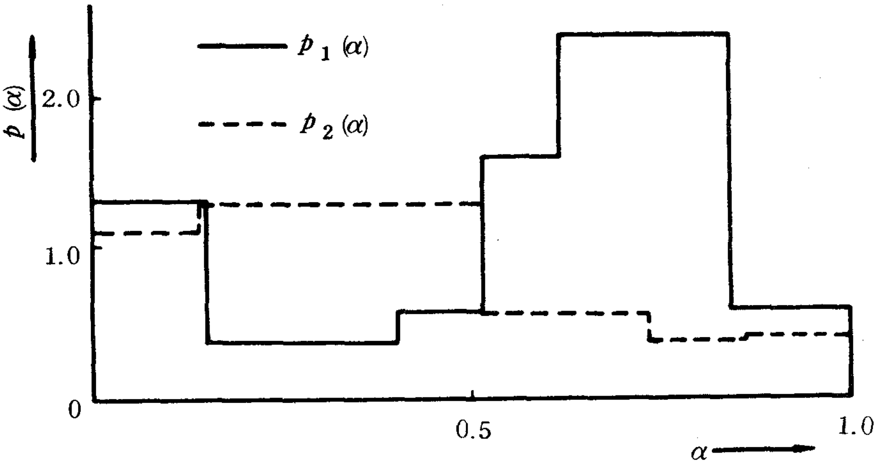


図 6・11　例 1 の計算結果

〔例2〕

例1と同じ初期値を用い、通過域の振幅を修正した目標特性（図6．10）に対する設計を行なった結果を図6．10，6．12で示す。

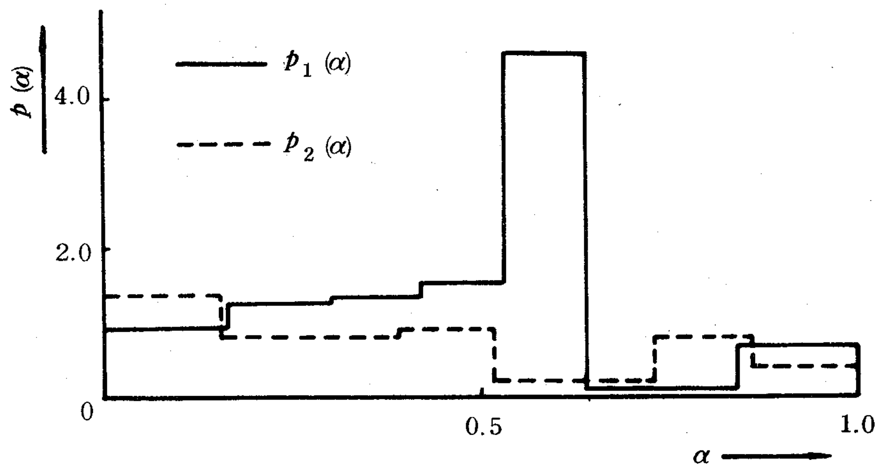


図6・12　例2の計算結果

〔検討〕

結果はともに試行100回目のものであり、例1ではこのとき感度ベクトル g のノルムは 1.37×10^{-1} となって最適化の開始時より約3桁減少している。また出力特性は目標点で小数点以下2桁の精度で一致している。例2の計算結果から図6．9(b)に示したような簡単な分布RC回路を用いて通過域で平担な振幅特性をもつ帯域通過回路を実現するのは困難であると予想される。これはテーパ関数が極端な形状を示すことからも明らかであり、分布RC回路の自動設計においては目標特性の設定とそれに対する回路構造の決定が重要な問題になると考えられる。

NEAC　2200−700　で計算に要したCPU使用，コア語数は、例1で5分，21KW、例2で4分，21KWである。

6．6 結　　言

本章では、評価関数の最小化による分布ＲＣ回路の自動設計について検討した。

不均一分布ＲＣ線路と集中定数素子が混在する回路でも随伴回路を用いて素子感度が容易に計算でき、３章で示した最適化アルゴリズムによる設計が可能である。従来取り扱いが困難であった分布ＲＣ線路は階段関数形テーパ線路を考えることで、回路解析，感度解析が容易に実行できる。計算機による自動設計のために、汎用性と能率性に富んだプログラム．システムを作成した。このシステムのもつ特徴としてつぎのような点が挙げられる。

(1)　任意の回路構造をもつ分布ＲＣ回路の設計が可能であり、能動素子もその構成素子として含むので能動ＲＣ回路などその設計の対象とする範囲が広い。

(2)　設計条件として端子間の伝送特性も評価関数に設定できるので、多様な設計問題を取り扱える。

(3)　分布ＲＣ線路については階段関数形テーパ線路の分割点が自動的に決定され、製造上の問題も考慮することができる。

(4)　プログラム・システムは設計対象回路，評価関数にできるだけ依存しない構成になっているのでそれだけ汎用性に富んでいる。

(5)　プログラム実行時に数値計算を必要とするのは零交差点探索と一次元探索だけであるから計算時間が短かくてすむ。またプログラム全体としての記憶容量も比較的少ない。

２つの設計例に適用してこの自動設計システムの有用性を示したが、同時に問題に対する回路構造の選定，目標値の与え方，初期値設定の重要性を指摘した。

第７章　結　論

本章では、本研究を通じて得られた結果を改めて要約して述べ、今後の問題点を指摘して結論とする。

第２章では、不均一分布ＲＣ線路の構成問題を評価関数の最小化問題に置き換え、最適テーパ線路を求める設計手法について検討した。

(1) 階段関数形テーパ線路に対し、評価関数の微分可能性について論じ、随伴回路を導入して強微分の簡単な表現式を得た。

(2) テーパ線路は一様線路を縦続接続して構成され、各一様線路の線路幅を最適化の変数とした。なおこのとき接続する一様線路の個数とおのおのの線路長を設計条件に適応して自動的に決定する方法を示した。

(3) 縦続接続する一様線路の最小線路長を指定して、最大分割数を越えないテーパ線路を合成できること、またこの線路に対して電信方程式の解析解が得られることなどから、従来取り扱いが困難であった不均一分布ＲＣ線路に対して実用的な合成手法を与えることができた。

第３章では、傾斜法を用いた最適化アルゴリズムを導出し、低域通過回路の設計に適用した結果に検討を加えた。

(1) 評価関数の最小化に、最急降下法，Davidon の方法およびこれら併用した方法を用いる最適化アルゴリズムを与え、最急降下法に比べてDavidon の方法では最終段階で収束性が大幅に改善されることを示した。

(2) 最適化の段階で線路の分割数が増加することにより、テーパ関数の空間は可変次元空間となる。この場合Davidon の方法と最急降下法を併用する最小化手法が最も有効であると考えられ、設計例の結果からもこれが確かめられた。

(3) ここで与えたアルゴリズムは本質的に感度を最小にする設計手法であり、テーパ関数の変動が回路の周波数特性に及ぼす影響は十分小さいという結果を得た。

第４章では、不均一分布ＲＣ線路の抵抗および容量の分布関数を最適化してテーパ線路を合成する問題について検討した。

(1) 分布関数の最適化ではｒｃ積の異なる一様線路を用いてテーパ線路を構成できることから、線路の形状を表わすテーパ関数の最適化に比べて設計の自由度が増す。設計例に適用したところ、収束解を得るまでの試行回数が少ない、テーパ線路の形状が簡単になるという結果が得られた。

(2) 分布関数の最適化は等価的に一様線路の線路幅と線路長を最適化することと同一であり、特別な場合として前章のテーパ関数の最適化を含んだより広い合成手法であるといえる。

第５章では、能動素子としてＮ．Ｉ．Ｃ．を用いる能動分布ＲＣ線路の合成について検討した。

(1) 一様分布ＲＣ線路とＮ．Ｉ．Ｃ．で構成するノッチフィルタの解析を行ない、主要零点と主要極近似にもとづく設計を示した。数値計算の結果Ｑ≧３に対してはこの近似設計法で十分実用に耐えることを明らかにした。

(2) Ｎ．Ｉ．Ｃ．を用いると等価的に負の線路幅をもつ分布ＲＣ線路が得られ、この負幅線路を用いてButterworth 形低域通過回路が実現できることを示した。

第６章では、与えられた伝送特性を分布ＲＣ線路と集中定数素子で実現する、分布ＲＣ回路の自動設計について検討した。

(1) ここで述べた自動設計は、任意の回路構造をもつ分布ＲＣ回路および端子間の伝送特性も考慮した評価関数に対して適用可能であり、広範囲な設計問題を取り扱える。

(2) 自動設計を実行するプログラム．システムは設計対象回路あるいは評価関数に依存しない汎用性に富んだ構成になっている。

(3) 計算機による実行に対して数値解法をそれほど必要としないので計算時間が短かくて済み、プログラム全体としての記憶容量も比較的少ないことを示した。

以上が本研究を通じて得られた成果であるが、今後に残された問題としてつぎのような点があげられる。

(1) 本研究を通じて評価関数の最小化に用いたDavidon の方法は、本来拘束条件のない最小化問題に適用されるものである。回路素子値に課せられる制限などを評価関数に組み込んで最適化を行なうことは実用性という点で重要であり、今後の成果が期待される。

(2) 第6章でも述べたように、目標特性に対する回路構造の決定およびその初期設定は、計算機による繰り返し計算では収束性などに大きな影響を与える。したがってこれら一連の近似問題に対する有効な解決策が切望される。

(3) 本研究で扱った自動設計手法では線路の幾可学的形状を決定できる点に特徴がある。したがって適当な図形処理装置などを介入して集積回路のマスク・パターンの自動設計を行なうプログラムの開発も今後の問題として残されている。

付　録　　プログラム・リスト

```
MAIN PROG. : MAINPG REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                    COMPILE DATE: 12/17/74(16:05'22")
MOD4LX203    FORTRAN 700 : C36   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

   ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                        LINE#

           C      AUTOMATIC DESIGN PROGRAM OF DISTRIBUTED RC CIRCUIT
           C      OPTIMAL SYNTHESIS OF ACTIVE RC CIRCUIT
           C       (LUMPED ELEMENTS, ACTIVE ELEMENTS, DISTRIBUTED RC LINES)
           C      SYNTHESIS METHOD  ---PERFORMANCE FUNCTION MINIMIZATION---
           C      MINIMIZATION BY THE MIXED TYPE OF STEEPEST DECENT METHOD
           C         AND DAVIDON,S METHOD
           C
           C      DESIGN OF ACTIVE BAND PASS FILTER
           C         CENTER FREQUENCY=1.0, CIRCUIT Q=1.0
   0001            DIMENSION DELTA(2,50),DELTRG(2,50),DELTAG(2,50),HEIGHT(2,50),
                  $HEIGHC(2,50),IIL(2,50),X(50),
                  $G(2,10,50),H(2,10,50),AG(2,10,50),AH(2,10,50),FV1(2,10),FI0(2,10),
                  $NNF(2),P(2),SR0(2),SC0(2),V0(2),V1(2),ZIG(10),OMEGA(10),WV1(10)
   0002            DIMENSION GR(50),Y(50),YS(50),HH(50,50),SIGMA(50),TEMP(50),
                  $TEMP2(50),TEMP3(50),GR1(50)
   0003            COMPLEX G,H,AG,AH,V0,V1,FV1,FI0
   0004            DIMENSION EL(7,10),NEL(7),Z0(2,10),ZA(2,10)
   0005            COMPLEX Z0,ZA
   0006            COMPLEX EV(2),FJ(2)
   0007            COMMON NEIT(10)
   0008            EXTERNAL EXT,FMAT
           C  ADJUSTABLE ARRAY CONSTANTS---LM,LN,LP,LO
           C      LM---THE MAX NUMBER OF OBJECTIVE FREQUENCIES
           C      LN---THE MAX NUMBER OF CASCADED UNIFORM LINES
           C      LP---THE MAX NUMBER OF RC LINES WHICH SHOULD BE OPTIMIZED
           C      LO---THE MAX NUMBER OF LUMPED ELEMENTS WHICH SHOULD BE OPTIMIZED
   0009            LM=10
   0010            LN=50
   0011            LP=2
   0012            LO=10
           C  THE NUMBER OF RC LINES---NRC
   0013            NRC=2
           C  THE NUMBER OF CASCADED UNIFORM LINES---NNF(I)
   0014            NNF(1)=1
   0015            NNF(2)=1
           C  RC LINE PARAMETER PER UNIT AREA---SR0(I),SC0(I)
   0016            SR0(1)=1.0
   0017            SR0(2)=1.0
   0018            SC0(1)=0.33
   0019            SC0(2)=0.33
           C  THE NUMBER OF LUMPED ELEMENTS---NEL(I)
           C  1-R   2-C   3-L   4-VCVS   5-VCCS   6-CCVS   7-CCCS
   0020            NEL(1)=0
   0021            NEL(2)=0
   0022            NEL(3)=0
   0023            NEL(4)=1
   0024            NEL(5)=0
   0025            NEL(6)=0
   0026            NEL(7)=0
```

```
ISN   LABEL FORTRAN STATEMENT                                          LINE#

      C  INITIAL VALUE OF NETWORK ELEMENTS---DELTA,HEIGHT,EL
            DELTA(1,1)=0.0
            DELTA(1,2)=1.0
            HEIGHT(1,1)=1.0
            DELTA(2,1)=0.0
            DELTA(2,2)=1.0
            HEIGHT(2,1)=1.0
            EL(4,1)=-8.0
      C  ITERATION COUNTER---ICOUNT
            ICOUNT=0
      C  CONTROL PARAMETER RESETTING DAVIDON,S METHOD---INIT
            INIT=0
      C  CONVERGENCE CONDITION CONSTANT---SEPS
            SEPS=1.0E-4
      C  ACCURACY CONSTANT OF LINEAR MINIMIZATION---EPS
            EPS=1.0E-6
      C  LOWER BOUND LENGTH OF CASCADED UNIFORM LINES---DIV
            DIV=0.1
      C  OUTPUT RANGE OF FREQUENCY RESPONSE---(OMEGA1,OMEGA2)
            OMEGA1=0.01
            OMEGA2=100.0
      C  THE NUMBER OF OUTPUT SAMPLE POINTS---KDIV
            KDIV=50
      C
            CALL TURGET(ZIG,OMEGA,WV1,L)
            WRITE(6,9000) (SRO(I),I=1,NRC)
       9000 FORMAT(1H ,4HSRO=,6E15.6)
            WRITE(6,9010) (SCO(I),I=1,NRC)
       9010 FORMAT(1H ,4HSCO=,6E15.6)
            DO 1111 I=1,L
       1111 WRITE(6,3070) ZIG(I),OMEGA(I),WV1(I)
       3070 FORMAT(1H ,4HZIG=,E13.6,3X,6HOMEGA=,E13.6,3X,4HWV1=,E13.6)
            DO 222 I=1,L
        222 WEIT(I)=1.0
            I=1
            DO 10 J=1,7
            IF(NEL(J)) 10,10,20
         20 NNK=NEL(J)
            DO 40 K=1,NNK
            X(I)=EL(J,K)
         40 I=I+1
         10 CONTINUE
            LUMP=I-1
            DO 50 J=1,NRC
            NNK=NNN(J)
            DELTKG(J,1)=DELTA(J,1)
            DO 50 K=1,NNK
            DELTKG(J,K+1)=DELTA(J,K+1)
            X(I)=HEIGHT(J,K)*SQRT(DELTA(J,K+1)-DELTA(J,K))
         50 I=I+1
```

```
  ISN   LABEL FORTRAN STATEMENT                                              LINE#

  0068        NO=I-1
  0069        WRITE(6,2300) (X(I),I=1,NO)
  0070   2300 FORMAT(1H ,2HX=,8E14.6)
        C  TRANFORMATION FROM VECTOR X TO ELEMENTS VALUE
  0071    100 NP=LUMP+1
  0072        DO 110 I=1,NRC
  0073        NNK=NNN(I)
  0074        DELTA(I,1)=DELTKG(I,1)
  0075        DO 110 J=1,NNK
  0076        DELTA(I,J+1)=DELTKG(I,J+1)
  0077        HEIGHT(I,J)=X(NP)/SQRT(DELTKG(I,J+1)-DELTKG(I,J))
  0078    110 NP=NP+1
  0079        NO=LUMP
  0080        DO 130 I=1,NRC
  0081        NO=NO+NNN(I)
  0082    130 M(I)=NNN(I)
        C  SENSITIVITY(COMPONENT OF GRADIENT) ANALYSIS
  0083        CALL SA(EXT,GR,GR1,ZO,ZA,G,H,AG,AH,X,DELTA,HEIGHT,DELTAG,DELTKG,EV
             $,EJ,EV1,FIO,VO,V1,LUMP,NRC,NEL,M,NNN,NO,ILL ,DIV,SRO,SCO,ZIG,OMEGA
             $,WV1,L,LM,LN,LP,LO)
        C  TRANFORMATION FROM ELEMENTS VALUE TO VECTOR X
  0084        I=LUMP+1
  0085        DO 150 J=1,NRC
  0086        NNK=NNN(J)
  0087        K=1
  0088        DO 150 J1=1,NNK
  0089        IF(DELTA(J,K+1).LT.DELTKG(J,J1+1)) K=K+1
  0090        X(I)=HEIGHT(J,K)*SQRT(DELTKG(J,J1+1)-DELTKG(J,J1))
  0091    150 I=I+1
        C  RESET CONDITION OF DAVIDONS METHOD
  0092        NO=LUMP
  0093        DO 140 I=1,NRC
  0094        NO=NO+NNN(I)
  0095        IF(NNN(I).NE.M(I)) INIT=0
  0096    140 CONTINUE
  0097        CALL OUTPUT(EXT,OMEGA1,OMEGA2,KDIV,X,GR,DELTKG,DELTA,HEIGHT,M,NNN,
             $NEL,NRC,NO,INIT,ICOUNT,EV1,FIO,VO,V1,SRO,SCO,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,
             $ZO,LO)
        C  CALCULATION OF NORM
  0098        ANORM=0.0
  0099        DO 190 I=1,NO
  0100    190 ANORM=ANORM+GR(I)**2
  0101        ANORM=SQRT(ANORM)
  0102        WRITE(6,2320) ANORM,ICOUNT
  0103   2320 FORMAT(1H ,5HNORM=,E13.6,5X,7HICOUNT=,I10)
        C  TEST OF CONVERGENCE
  0104        IF(ANORM-SEPS) 200,200,30
  0105    200 WRITE(6,2330)
  0106   2330 FORMAT(1H0,5X,19H*** CONVERGENCE ***)
  0107        STOP
```

```
 ISN   LABEL FORTRAN STATEMENT                                              LINE#

       C  MINIMIZATION BY DAVIDONS METHOD
 0108     30 CALL DAVID(EXT,NO,X,F,GR,Y,YS,HH,EPS,INIT,IER,SIGMA,TEMP,TEMP2,TEM
            $P3,DELTKG,NNN,NRC,EV1,EI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,SR0,SC0,L,LM,LN,LP,
            $LUMP,EV,EJ,Z0,L0)
 0109        INIT=INIT+1
 0110        ICOUNT=ICOUNT+1
 0111        IF(IER.EQ.-5) INIT=0
 0112        IF(INIT.GT.NO) INIT=0
 0113        GO TO 100
 0114        END
```

```
ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                          LINE#

        C      SENSITIVITY ANALYSIS PROGRAM
        C      COMPUTATION PARAMETER SENSITIVITIES WITH ADJOINT NETWORK CONCEPT
        C      SENSITIVITIES OF LUMPED ELEMENTS AND DISTRIBUTED RC LINES
0001           SUBROUTINE SA(EXT,GR,GR1,ZO,ZA,G,H,AG,AH,X,DELTA,HEIGHT,DELTAG,
              $DELTKG,EV,EJ,FV1,FIO,VO,V1,LUMP,NRC,NEL,M,NNN,NO,ILL2,DIV,SRO,SCO,
              $ZIG,OMEGA,WV1,L,LM,LN,LP,LO)
0002           DIMENSION GR(1),GR1(1),ZO(2,LO),ZA(2,LO),G(LP,LM,LN),H(LP,LM,LN),
              $AG(LP,LM,LN),AH(LP,LM,LN),X(1),DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LN),DELTAG(L
              $P,LN),DELTKG(LP,LN),EV(1),EJ(1),FV1(LP,LM),FIO(LP,LM),VO(1),V1(1),
              $NEL(1),M(1),NNN(1),ILL2(LP,LN),SRO(1),SCO(1),ZIG(1),OMEGA(1),WV1(1
              $)
0003           EXTERNAL GRAD
0004           COMPLEX ZO,ZA,G,H,AG,AH,EV,EJ,FV1,FIO,VO,V1
0005           IF(LUMP.EQ.0) GO TO 1000
0006           DO 10 I=1,LUMP
0007        10 GR(I)=0.0
0008           DO 20 N=1,L
0009           CALL DS(N,0,EV,EJ,FV1,FIO,WV1,LP,LM)
0010           CALL EXT(N,0,ZO,EV,EJ,DELTA,X,M,NRC,LUMP,FV1,FIO,VO,V1,ZIG,OMEGA,
              $SRO,SCO,NO,LM,LN,LP,LO)
0011           CALL DS(N,1,EV,EJ,FV1,FIO,WV1,LP,LM)
0012           CALL EXT(N,1,ZA,EV,EJ,DELTA,X,M,NRC,LUMP,FV1,FIO,VO,V1,ZIG,OMEGA,
              $SRO,SCO,NO,LM,LN,LP,LO)
0013           CALL SOLE(N,ZO,ZA,GR1,ZIG,OMEGA,NEL,LO)
0014           DO 50 K=1,LUMP
0015        50 GR(K)=GR(K)+GR1(K)
0016        20 CONTINUE
0017      1000 CONTINUE
        C
0018           DO 60 N=1,L
0019           CALL DS(N,0,EV,EJ,FV1,FIO,WV1,LP,LM)
0020           CALL EXT(N,0,ZO,EV,EJ,DELTA,X,M,NRC,LUMP,FV1,FIO,VO,V1,ZIG,OMEGA,
              $SRO,SCO,NO,LM,LN,LP,LO)
0021           DO 70 JK=1,NRC
0022        70 CALL GH(JK,N,DELTA,HEIGHT,G,H,M,VO,V1,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,LM,LN,LP)
0023           CALL DS(N,1,EV,EJ,FV1,FIO,WV1,LP,LM)
0024           CALL EXT(N,1,ZA,EV,EJ,DELTA,X,M,NRC,LUMP,FV1,FIO,VO,V1,ZIG,OMEGA,
              $SRO,SCO,NO,LM,LN,LP,LO)
0025           DO 80 JK=1,NRC
0026        80 CALL GH(JK,N,DELTA,HEIGHT,AG,AH,M,VO,V1,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,LM,LN,LP
              $)
0027        60 CONTINUE
0028           DO 11 JK=1,NRC
0029        11 CALL ZERO(GRAD,JK,DELTAG,DELTA,HEIGHT,G,H,AG,AH,ILL2,M,DIV,
              $ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
0030           DO 30 J=1,NRC
0031           I=2
0032        40 WRITE(6,2020) I,DELTAG(J,I)
0033      2020 FORMAT(1H ,2HI=,I4,5X,7HDELTAG=,E13.6)
```

```
 ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                                          LINE#

 0034         IF(DELTAG(J,I).EQ.1.0) GO TO 30
 0035         I=I+1
 0036         GO TO 40
 0037      30 CONTINUE
 0038         CALL PROJEC(DELTA,DELTAG,DELTKG,NNN,INIT,DIV,LN,LP,NRC)
 0039         NP=LUMP+1
 0040         DO 290 I=1,NRC
 0041         NNK=NNN(I)
 0042         DO 290 J=1,NNK
 0043         CALL MEN(I,DELTKG(I,J),DELTKG(I,J+1),W,G,H,AG,AH,DELTA,HEIGHT,
             $ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
 0044         GR(NP)=W/SQRT(DELTKG(I,J+1)-DELTKG(I,J))
 0045     290 NP=NP+1
 0046         RETURN
 0047         END
```

```
SUBROUTINE : SOLE   REV#:       SOURCE PROGRAM LIST                 COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036  OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

     ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                      LINE#

             C      SENSITIVITY CONPUTATION PROGRAM
             C      PARAMETER SENSITIVITIES ARE COMPUTED BY TELLEGEN,S THEOREM
             C      THE SENSITIVITY OF LUMPED ELEMENTS
     0001           SUBROUTINE SOLE(I,ZO,ZA,G,ZIG,OMEGA,NEL,LO)
     0002           DIMENSION ZO(2,LO),ZA(2,LO),G(1),ZIG(1),OMEGA(1),NEL(7)
     0003           COMPLEX ZO,ZA
     0004           N=1
             C      RESISTANCE R
     0005           K=NEL(1)
     0006           IF(K) 20,20,10
     0007        10 DO 11 J=1,K
     0008           G(N)=REAL(ZO(2,N)*ZA(2,N))
     0009        11 N=N+1
             C      CAPACITANCE C
     0010        20 K=NEL(2)
     0011           IF(K) 30,30,21
     0012        21 DO 22 J=1,K
     0013           G(N)=-REAL(CMPLX(0.0,OMEGA(I))*ZO(1,N)*ZA(1,N))
     0014        22 N=N+1
             C      INDUCTANCE L
     0015        30 K=NEL(3)
     0016           IF(K) 40,40,31
     0017        31 DO 32 J=1,K
     0018           G(N)= REAL(CMPLX(0.0,OMEGA(I))*ZO(2,N)*ZA(2,N))
     0019        32 N=N+1
             C      CONTROLLED SOURCE V.C.V.S.
     0020        40 K=NEL(4)
     0021           IF(K) 50,50,41
     0022        41 DO 42 J=1,K
     0023           G(N)= REAL(ZO(1,N)*ZA(2,N))
     0024        42 N=N+1
             C      CONTROLLED SOURCE V.C.C.S.
     0025        50 K=NEL(5)
     0026           IF(K) 60,60,51
     0027        51 DO 52 J=1,K
     0028           G(N)=-REAL(ZO(1,N)*ZA(2,N))
     0029        52 N=N+1
             C      CONTROLLED SOURCE C.C.V.S.
     0030        60 K=NEL(6)
     0031           IF(K) 70,70,61
     0032        61 DO 62 J=1,K
     0033           G(N)= REAL(ZO(1,N)*ZA(2,N))
     0034        62 N=N+1
             C      CONTROLLED SOURCE C.C.C.S.
     0035        70 K=NEL(7)
     0036           IF(K) 80,80,71
     0037        71 DO 72 J=1,K
     0038           G(N)=-REAL(ZO(1,N)*ZA(2,N))
     0039        72 N=N+1
     0040        80 RETURN
     0041           END
```

```
SUBROUTINE : GH      REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                    COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DEG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

   ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                        LINE#

           C      ANALYSIS PROGRAM OF DISTRIBUTTED RC LINE
           C      COMPUTATION OF VOLTAGE AND CURRENT DISTRIBUTION ALONG RC LINE
           C      COEFFICIENT ARE DETERMINED BY MATRIX MANIPULATION AND
           C         BOUNDARY CONDITIONS
   0001           SUBROUTINE GH(I,N,DELTA,HEIGHT,G,H,M,V0,V1,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,
                 $LM,LN,LP)
   0002           DIMENSION DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LM),G(LP,LM,LN),H(LP,LM,LN),
                 $M(1),V0(1),V1(1),ZIG(1),OMEGA(1),SRO(1),SCO(1)
   0003           COMPLEX CL(50,2,2),CK(50,2,2),CM(2,2),CN(2,2),ZL1,ZL2,TS,G,H,V0,V1
                 $,CA,CB
   0004           MM=M(I)
   0005           TS=CSQRT(CMPLX(ZIG(N),OMEGA(N))*SRO(I)*SCO(I))
   0006           ZL1=CEXP(TS*(DELTA(I,MM+1)-DELTA(I,MM)))
   0007           ZL2=1.0/ZL1
   0008           IF(MM.EQ.1) GO TO 70
   0009           DO 10 J=2,MM
   0010           CL(J,1,1)=CMPLX(0.5,0.0)
   0011           CL(J,1,2)=-SRO(I)/(2.0*HEIGHT(I,J)*TS)
   0012           CL(J,2,1)=CMPLX(0.5,0.0)
   0013        10 CL(J,2,2)=-CL(J,1,2)
   0014           M1=MM-1
   0015           DO 20 J=1,M1
   0016           CK(J,1,1)=CEXP(TS*(DELTA(I,J+1)-DELTA(I,J)))
   0017           CK(J,1,2)=1.0/CK(J,1,1)
   0018           CK(J,2,1)=-(HEIGHT(I,J)*TS/SRO(I))*CK(J,1,1)
   0019        20 CK(J,2,2)= (HEIGHT(I,J)*TS/SRO(I))*CK(J,1,2)
   0020        70 CM(1,1)=CMPLX(1.0,0.0)
   0021           CM(2,2)=CMPLX(1.0,0.0)
   0022           CM(1,2)=CMPLX(0.0,0.0)
   0023           CM(2,1)=CMPLX(0.0,0.0)
   0024           IF(MM.EQ.1) GO TO 110
   0025           M1=MM-1
   0026           DO 30 J=1,M1
   0027           DO 40 K=1,2
   0028           DO 40 L=1,2
   0029        40 CN(K,L)=CM(K,L)
   0030           CM(1,1)=CK(J,1,1)*CN(1,1)+CK(J,1,2)*CN(2,1)
   0031           CM(1,2)=CK(J,1,1)*CN(1,2)+CK(J,1,2)*CN(2,2)
   0032           CM(2,1)=CK(J,2,1)*CN(1,1)+CK(J,2,2)*CN(2,1)
   0033           CM(2,2)=CK(J,2,1)*CN(1,2)+CK(J,2,2)*CN(2,2)
   0034           DO 50 K=1,2
   0035           DO 50 L=1,2
   0036        50 CN(K,L)=CM(K,L)
   0037           CM(1,1)=CL(J+1,1,1)*CN(1,1)+CL(J+1,1,2)*CN(2,1)
   0038           CM(1,2)=CL(J+1,1,1)*CN(1,2)+CL(J+1,1,2)*CN(2,2)
   0039           CM(2,1)=CL(J+1,2,1)*CN(1,1)+CL(J+1,2,2)*CN(2,1)
   0040        30 CM(2,2)=CL(J+1,2,1)*CN(1,2)+CL(J+1,2,2)*CN(2,2)
   0041       110 CA=ZL1*CM(1,1)+ZL2*CM(2,1)
   0042           CB=ZL1*CM(1,2)+ZL2*CM(2,2)
```

```
SUBROUTINE : GH      REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                    COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

   ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                       LINE#

   0043          G(I,N,1)=(V1(I)-V0(I)*CB)/(CA-CB)
   0044          H(I,N,1)=(V0(I)*CA-V1(I))/(CA-CB)
   0045          IF(MM.EQ.1) RETURN
   0046          DO 60 J=2,MM
   0047          G(I,N,J)=(CL(J,1,1)*CK(J-1,1,1)+CL(J,1,2)*CK(J-1,2,1))*G(I,N,J-1)
                $+(CL(J,1,1)*CK(J-1,1,2)+CL(J,1,2)*CK(J-1,2,2))*H(I,N,J-1)
   0048       60 H(I,N,J)=(CL(J,2,1)*CK(J-1,1,1)+CL(J,2,2)*CK(J-1,2,1))*G(I,N,J-1)
                $+(CL(J,2,1)*CK(J-1,1,2)+CL(J,2,2)*CK(J-1,2,2))*H(I,N,J-1)
   0049          RETURN
   0050          END
```

```
R  FUNCTION: EST     REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                    COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

   ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                       LINE#

           C     ESTIMATION OF PERFORMANCE FUNCTION AT SPECIFIED FREQUENCY
   0001          FUNCTION EST(I,FV1,FIO,WV1,LP,LM)
   0002          DIMENSION FV1(LP,LM),FIO(LP,LM),WV1(1)
   0003          COMPLEX FV1,FIO
   0004          COMMON WEIT(10)
   0005          EST=WEIT(I)*(20.0*ALOG10(CABS(FV1(1,I)))-WV1(I))**2*0.5
   0006          RETURN
   0007          END
```

```
SUBROUTINE : ZERO    REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DEG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

     ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                    LINE#

             C       ZERO CROSS POINTS OF H(X) ON (0,1)
             C       H(DELTAG)=0
     0001            SUBROUTINE ZERO(GRAD,JK,DELTAG,DELTA,HEIGHT,G,H,AG,AH,ILL2,M,DIV,
                    $ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
     0002            DIMENSION DELTAG(LP,LN),DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LN),
                    $G(LP,LM,LN),H(LP,LM,LN),AG(LP,LM,LN),AH(LP,LM,LN),ILL2(LP,LN),M(1)
     0003            DIMENSION ZIG(1),OMEGA(1),SRO(1),SCO(1)
     0004            COMPLEX G,H,AG,AH
     0005            EXTERNAL GRAD
     0006            DELTAG(JK,1)=0.0
     0007            MM=M(JK)+1
     0008            MMM=100
     0009            Q=0.0
     0010            F=GRAD(JK,Q,G,H,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
     0011            K=1
     0012            I=2
     0013         70 P=Q
     0014            E=F
     0015            Q=FLOAT(K)/FLOAT(MMM)
     0016            F=GRAD(JK,Q,G,H,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
     0017            IF(E*F) 30,30,40
     0018         40 IF(K-MMM) 50,60,60
     0019         60 DELTAG(JK,I)=1.0
     0020            RETURN
     0021         50 K=K+1
     0022            GO TO 70
     0023         30 CALL REGFLS(GRAD,JK,P,Q,0.001,1.0E-6,DELTAG(JK,I),ILL2(JK,I),
                    $G,H,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
     0024            DO 150 J=1,MM
     0025            IF(ABS(DELTAG(JK,I)-DELTA(JK,J)).GE.1.0E-4) GO TO 150
     0026            DELTAG(JK,I)=DELTA(JK,J)
     0027            GO TO 210
     0028        150 CONTINUE
     0029        210 IF(K-MMM) 130,80,130
     0030        130 I=I+1
     0031            K=K+1
     0032            GO TO 70
     0033         80 I=I+1
     0034            GO TO 60
     0035            END
```

```
SUBROUTINE : REGFLS REV#:          SOURCE PROGRAM LIST                 COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203    FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DEG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                              LINE#

        C       NUMERICAL SOLUTION OF H(X)=0
                 SUBROUTINE REGFLS(GRAD,JK,RS,RE,RH,EPS,X,ILL,G,Q,AG,AH,
                &DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
                 DIMENSION G(LP,LM,LN),Q(LP,LM,LN),AG(LP,LM,LN),AH(LP,LM,LN),
                &DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LN),ZIG(1),OMEGA(1),SRO(1),SCO(1)
                 COMPLEX G,Q,AG,AH,T
                 ILL=0
                 IF(RS.GE.RE.OR.RH.LE.0.0.OR.EPS.LE.0.0) GO TO 60
                 X1=RS
                 F1=GRAD(JK,X1,G,Q,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
                 H=RH
             10  X2=X1+H
                 IF(X1.GT.RE) GO TO 70
                 F2=GRAD(JK,X2,G,Q,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
                 IF(F1*F2.LE.0.0) GO TO 20
                 F1=F2
                 X1=X2
                 GO TO 10
             20  XP=X1
                 X1=X1-F1*H/(F2-F1)
                 DX1=X1-XP
                 DX2=X2-X1
                 IF(ABS(DX1).LT.EPS.OR.ABS(DX2).LT.EPS) GO TO 40
                 IF(ABS(X1).LT.1.0E-50) GO TO 25
                 IF(ABS(DX1).LT.ABS(X1)*EPS.OR.ABS(DX2).LT.ABS(X1)*EPS) GO TO 40
             25  FP=F1
                 F1=GRAD(JK,X1,G,Q,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP)
                 IF(F1*F2.LE.0.0) GO TO 30
                 X2=X1
                 X1=XP
                 F2=F1
                 F1=FP
             30  H=X2-X1
                 GO TO 20
             40  IF(ABS(DX1).LT.EPS.OR.ABS(DX1).LT.ABS(X1)*EPS) GO TO 50
                 X=X2
                 RETURN
             50  X=X1
                 RETURN
             60  ILL=3000
                 RETURN
             70  ILL=1
                 RETURN
                 END
```

```
ISN   LABEL FORTRAN STATEMENT                                                LINE#

       C      SENSITIVITY DENSITY FUNCTION ***GRADIENT***
       C      CALCULATION OF H(X) AT X
0001          FUNCTION GRAD(JK,X,G,H,AG,AH,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,
             $L,LM,LN,LP)
0002          DIMENSION G(LP,LM,LN),H(LP,LM,LN),AG(LP,LM,LN),AH(LP,LM,LN),
             $DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LN),ZIG(1),OMEGA(1),SRO(1),SCO(1)
0003          COMPLEX G,H,AG,AH,T,TT
0004          J=2
0005       30 IF(X-DELTA(JK,J)) 21,21,20
0006       20 J=J+1
0007          GO TO 30
0008       21 Y=X-DELTA(JK,J-1)
0009          J=J-1
0010          GRAD=0.0
0011          DO 1 I=1,L
0012          TT=CSQRT(CMPLX(ZIG(I),OMEGA(I))*SRO(JK)*SCO(JK))
0013          GRADW=-REAL(2.0*TT*TT/SRO(JK)*(G(JK,I,J)*AG(JK,I,J)*CEXP(2.0*TT*Y)
             $+H(JK,I,J)*AH(JK,I,J)*CEXP(-2.0*TT*Y)))
0014        1 GRAD=GRAD+GRADW
0015          RETURN
0016          END
```

```
SUBROUTINE : PROJEC REV#:       SOURCE PROGRAM LIST                  COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

  ISN   LABEL FORTRAN STATEMENT                                                              LINE#

        C     DETERMINATION OF SUBDIVIDING POINTS OF RC LINES ---DELTKG---
        C     THE BASIS OF PROJECTION OPERATOR
              SUBROUTINE PROJEC(DELTA,DELTAG,DELTKG,NNN,INIT,DIV,LN,LP,JACK)
              DIMENSION DELTA(LP,LN),DELTAG(LP,LN),DELTKG(LP,LN),NNN(1)
              DO 10 JK=1,JACK
              I=1
              J=1
              K=1
           40 IF(ABS(DELTAG(JK,I)-DELTA(JK,J)).LT.DIV) GO TO 60
              IF(DELTAG(JK,I).GT.DELTA(JK,J)) GO TO 50
              IF(ABS(DELTKG(JK,K-1)-DELTAG(JK,I)).LT.DIV) GO TO 80
              DELTKG(JK,K)=DELTAG(JK,I)
              IF(DELTKG(JK,K).EQ.1.0) GO TO 10
              K=K+1
           80 I=I+1
              GO TO 40
           50 DELTKG(JK,K)=DELTA(JK,J)
              IF(DELTKG(JK,K).EQ.1.0) GO TO 10
              K=K+1
              J=J+1
              GO TO 40
           60 IF(DELTAG(JK,I).EQ.1.0) GO TO 70
              I=I+1
              GO TO 40
           70 DELTKG(JK,K)=1.0
           10 NNN(JK)=K-1
              RETURN
              END
```

```
SUBROUTINE : MEN     REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                  COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DEG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

   ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                          LINE#

          C      SENSITIVITY CALCULATION OF DISTRIBUTED RC LINES
          C      INTEGRATION OF H(X) ON SUBINTERVAL OF (0,1)
   0001          SUBROUTINE MEN(JK,Y1,Y2,S,A,B,C,D,DELTA,HEIGHT,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,
                $L,LM,LN,LP)
   0002          DIMENSION A(LP,LM,LN),B(LP,LM,LN),C(LP,LM,LN),D(LP,LM,LN),
                $DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LN),ZIG(1),OMEGA(1),SRO(1),SCO(1)
   0003          COMPLEX A,B,C,D,T
   0004          S=0.0
   0005          I=2
   0006      100 IF(Y1.LT.DELTA(JK,I)) GO TO 300
   0007          I=I+1
   0008          GO TO 100
   0009      300 X1=Y1-DELTA(JK,I-1)
   0010       50 IF(Y2.GT.DELTA(JK,I)) GO TO 30
   0011          X2=Y2-DELTA(JK,I-1)
   0012          GO TO 40
   0013       30 X2=DELTA(JK,I)-DELTA(JK,I-1)
   0014       40 DO 400 J=1,L
   0015          T=CSQRT(CMPLX(ZIG(J),OMEGA(J))*SRO(JK)*SCO(JK))
   0016          S=S-REAL(T/SRO(JK)*((A(JK,J,I-1)*C(JK,J,I-1)*CEXP(2.0*T*X2)
                $-B(JK,J,I-1)*D(JK,J,I-1)*CEXP(-2.0*T*X2))
                $-(A(JK,J,I-1)*C(JK,J,I-1)*CEXP(2.0*T*X1)
                $-B(JK,J,I-1)*D(JK,J,I-1)*CEXP(-2.0*T*X1))))
   0017      400 CONTINUE
   0018          IF(Y2.LE.DELTA(JK,I)) RETURN
   0019          X1=0.0
   0020          I=I+1
   0021          GO TO 50
   0022          END
```

```
ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                                   LINE#

       C      MINIMIZATION PROGRAM
       C      FUNCTION MINIMIZATION BASED ON DAVIDON,S METHOD
       C      STEEPEST DECENT DIRECTION IS USED TO RESET H
0001          SUBROUTINE DAVID(EXT,N,X,F,G,Y,YS,H,EPS,INIT,IER,SIGMA,TEMP,TEMP2,
             $TEMP3,DELTA,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,SR0,SC0,L,LM,
             $LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,L0)
0002          DIMENSION X(1),G(1),Y(1),YS(1),H(N,N),SIGMA(1),TEMP(1),TEMP2(1),
             $TEMP3(1),DELTA(LP,LN),NNN(1),FV1(LP,LM),FI0(LP,LM),
             $V0(1),V1(1),WV1(1),ZIG(1),OMEGA(1),SR0(1),SC0(1)
0003          COMPLEX FV1,FI0,V0,V1
0004          DIMENSION Z(2,L0)
0005          COMPLEX EV(1),EJ(1),Z
0006          IDIV=0
0007          CALL TEST(EXT,N,X ,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,
             $SR0,SC0,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,L0)
0008          IF(INIT) 60,10,60
0009       60 DO 140 I=1,N
0010      140 Y(I)=G(I)-Y(I)
0011          T=0.0
0012          DO 160 I=1,N
0013      160 T=T+SIGMA(I)*Y(I)
0014          IF(T) 5010,5010,170
       C      RESET H (SIGMA*Y IS NOT POSITIVE)
       C MESSAGE FOR DEBUGGING
0015     5010 CONTINUE
0016          WRITE(6,5020)
0017     5020 FORMAT(1H0,23HSIGMA*Y IS NOT POSITIVE)
0018          GO TO 340
0019      170 DO 180 I=1,N
0020      180 TEMP3(I)=SIGMA(I)/T
0021          DO 200 I=1,N
0022          T=0.0
0023          DO 190 J=1,N
0024      190 T=T+H(I,J)*Y(J)
0025      200 TEMP(I)=T
0026          T=0.0
0027          DO 210 I=1,N
0028      210 T=T+TEMP(I)*Y(I)
0029          IF(T) 5030,5030,220
       C      RESET H (Y*H*Y IS NOT POSITIVE)
       C      MESSAGE FOR DEBUGGING
0030     5030 CONTINUE
0031          WRITE(6,5040)
0032     5040 FORMAT(1H0,21HY*H*Y IS NOT POSITIVE)
0033          GO TO 340
0034      220 DO 230 I=1,N
0035      230 TEMP2(I)=TEMP(I)/T
0036          DO 240 I=1,N
0037          DO 240 J=1,N
```

```
ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                                              LINE#

0038         H(I,J)=H(I,J)-TEMP(I)*TEMP2(J)
0039     240 H(J,I)=H(I,J)
0040         DO 250 I=1,N
0041         DO 250 J=I,N
0042         H(I,J)=TEMP3(I)*SIGMA(J)+H(I,J)
0043     250 H(J,I)=H(I,J)
0044         GO TO 5
       C     INITIALIZATION
0045      10 DO 40 I=1,N
0046         DO 30 J=1,N
0047      30 H(I,J)=0.0
0048      40 H(I,I)=1.0
       C     COMPUTE THE DIRECTION YS OF LINEAR SEARCH
0049       5 DO 80 I=1,N
0050         T=0.0
0051         DO 70 J=1,N
0052      70 T=T+H(I,J)*G(J)
0053      80 YS(I)=-T
0054         DO 90 I=1,N
0055         Y(I)=G(I)
0056      90 SIGMA(I)=X(I)
0057         T=0.0
0058         DO 100 K=1,N
0059     100 T=T-YS(K)*G(K)
0060         WRITE(6,5100) T,F
0061    5100 FORMAT(1H0,5X,5HYS*G=,E13.6,5X,2HF=,E13.6)
0062         WRITE(6,5110) (YS(I),I=1,N)
0063    5110 FORMAT(1H ,3HYS=,8E14.6)
0064         IF(T) 340,340,120
0065     120 STEP=0.1
0066         ETA=0.2*F/T
0067         IF(ETA.LT.STEP) STEP=ETA
0068         WRITE(6,5200) STEP
0069    5200 FORMAT(1H0,5HSTEP=,E13.6)
0070         CALL LMWJD(EXT,N,X,F,G,YS,EPS,IER,STEP,TEMP,TEMP2,TEMP3,DELTA,NNN,
            $NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,SR0,SC0,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,
            $LD)
0071         DO 710 I=1,N
0072     710 SIGMA(I)=X(I)-SIGMA(I)
0073         T=0.0
0074         DO 720 I=1,N
0075     720 T=T+SIGMA(I)**2
0076         T=SQRT(T)
0077         IF(T.LT.EPS*1.0E-3) IER=1
0078         RETURN
0079     340 IER=-5
0080         RETURN
0081         END
```

```
  ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                              LINE#

         C      ONE DIMENSIONAL SEARCH PROGRAM
         C      LINEAR MINIMIZATION WITHOUT USING DERIVATIVE
         C      QUADRATIC APPROXIMATION TECHNIQUE
  0001          SUBROUTINE LMWJD(EXT,N,X,F,G,YS,EPS,IER,STEP,X0,X1,X2,
               $DELTA    ,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,SRO,SCO,L,LM,LN,LP,
               $LUMP,EV,EJ,Z,LO)
  0002          DIMENSION X(1),G(1),YS(1),X0(1),X1(1),X2(1),DELTA(LP,LN),
               $NNN(1),FV1(LP,LM),FI0(LP,LM),V0(1),V1(1),WV1(1),ZIG(1),OMEGA(1),
               $SRO(1),SCO(1)
  0003          COMPLEX FV1,FI0,V0,V1
  0004          DIMENSION Z(2,LO)
  0005          COMPLEX EV(1),EJ(1),Z
  0006          IER=0
  0007          IS=0
  0008          K=0
  0009          LL=0
  0010          EPST=EPS*0.01
  0011          LIM=10
  0012          J=0
  0013          F0=F
  0014          DIST0=0.0
  0015          DIST1=0.0
  0016        5 ETA=STEP
  0017          TT=0.0
  0018          DO 10 I=1,N
  0019          TT=TT+YS(I)**2
  0020       10 X0(I)=X(I)+ETA*YS(I)
  0021          TT=SQRT(TT)
  0022          DIST=ETA
  0023          CALL TEST(EXT,N,X0,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,
               $SRO,SCO,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,LO)
  0024          IF(F-F0) 20,20,130
  0025       20 ETA=ETA+ETA
  0026          STEP=STEP+STEP
  0027          DIST2=DIST
  0028          DIST=DIST+ETA
  0029          F2=F
  0030          DO 30 I=1,N
  0031          X2(I)=X0(I)
  0032       30 X0(I)=X0(I)+ETA*YS(I)
  0033          CALL TEST(EXT,N,X0,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,
               $SRO,SCO,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,LO)
  0034          IF(F-F2) 40,40,60
  0035       40 F0=F2
  0036          DO 50 I=1,N
  0037       50 X(I)=X2(I)
  0038          DIST0=DIST2
  0039          K=K+1
  0040          GO TO 20
```

```
 ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                                  LINE#

       C       INTERPOLATION
 0041      60 F1=F
 0042         DO 70 I=1,N
 0043      70 X1(I)=X0(I)
 0044         DIST1=DIST
 0045         ETA=ETA/2.0
 0046         STEP=STEP/2.0
 0047         DO 80 I=1,N
 0048      80 X0(I)=X2(I)+ETA*YS(I)
 0049         DIST=DIST2+ETA
 0050         CALL TEST(EXT,N,X0,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,ZIG,OMEGA,
             $SR0,SC0,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,L0)
 0051         IF(F-F2) 90,90,110
 0052      90 F0=F2
 0053         DO 100 I=1,N
 0054         X(I)=X2(I)
 0055     100 X2(I)=X0(I)
 0056         DIST0=DIST2
 0057         F2=F
 0058         DIST2=DIST
 0059         GO TO 170
 0060     110 F1=F
 0061         DO 120 I=1,N
 0062         X1(I)=X0(I)
 0063     120 X0(I)=X2(I)
 0064         DIST1=DIST
 0065         DIST=DIST2
 0066         GO TO 170
 0067     130 STEP=STEP/2.0
 0068         J=J+1
 0069         IF(J-100) 5,140,5
 0070     140 IER=-3
 0071         WRITE(6,150) IER
 0072     150 FORMAT(1H0,4HIER=,I10)
 0073         STOP
 0074     170 D1=DIST1-DIST2
 0075         D2=DIST1-DIST0
 0076         IF(D1) 180,200,180
 0077     180 D0=DIST0-DIST2
 0078         IF(D0) 190,200,190
 0079     190 IF(ABS(D2/DIST2)-EPS) 210,220,220
 0080     220 IF(DIST2-EPST) 430,440,440
 0081     430 IER=-6
 0082         GO TO 270
 0083     440 R1=(F1-F2)/D1
 0084         R2=(F0-F2)/D0
 0085         IF(R1-R2) 230,250,230
 0086     200 IER=-1
 0087     270 F=F2
 0088         DO 500 I=1,N
```

```
ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                        LINE#

0089      500 X(I)=X2(I)
0090          DISTO=DIST2
0091          GO TO 1000
0092      210 DISTO=(DISTO+DIST1)/2.0
0093          DO 221 I=1,N
0094      221 X(I)=(X(I)+X1(I))/2.0
0095          CALL TEST(EXT,N,X ,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FIO,VO,V1,WV1,ZIG,OMEGA,
        $SRO,SCO,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,LO)
0096          IF(F-F2) 1000,1000,460
0097      460 F=F2
0098          DO 450 I=1,N
0099      450 X(I)=X2(I)
0100          DISTO=DIST2
0101          GO TO 1000
0102      230 DIF=(R1*D0-R2*D1)/(2.0*(R1-R2))
0103      240 DO 251 I=1,N
0104      251 XO(I)=X2(I)+DIF*YS(I)
0105          DIST=DIST2+DIF
0106          CALL TEST(EXT,N,XO,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FIO,VO,V1,WV1,ZIG,OMEGA,
        $SRO,SCO,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,LO)
0107          IF(F-F2) 260,260,320
0108      260 IF(DIST-DIST2) 280,280,290
0109      280 F1=F2
0110          DO 540 I=1,N
0111      540 X1(I)=X2(I)
0112          DIST1=DIST2
0113          GO TO 300
0114      290 FO=F2
0115          DO 510 I=1,N
0116      510 X(I)=X2(I)
0117          DISTO=DIST2
0118      300 F2=F
0119          DO 520 I=1,N
0120      520 X2(I)=XO(I)
0121          DIST2=DIST
0122          LL=LL+1
0123          GO TO 170
0124      250 DIF=D0/2.0
0125          GO TO 240
0126      320 IF(DIST-DIST2) 350,250,390
0127      350 DISTO=DIST
0128          FO=F
0129          DO 360 I=1,N
0130      360 X(I)=XO(I)
0131      370 IF(LIM-IS) 380,380,410
0132      380 IER=-2
0133          GO TO 270
0134      410 IS=IS+1
0135          IF(ABS(DIF/DIST2)-EPS) 420,420,170
0136      420 IER=-4
```

```
 ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                                        LINE#

 0137         GO TO 270
 0138     390 F1=F
 0139         DIST1=DIST
 0140         DO 400 I=1,N
 0141         X1(I)=X0(I)
 0142     400 X0(I)=X2(I)
 0143         GO TO 370
 0144    1000 WRITE(6,1100) DIST0,F,STEP,IER
 0145    1100 FORMAT(1H0,2HX=,E13.6,3X,2HF=,E13.6,3X,5HSTEP=,E13.6,3X,4HIER=,
             $I10)
 0146         WRITE(6,1200) J,K,LL,IS
 0147    1200 FORMAT(1H0,2HJ=,I10,3X,2HK=,I10,3X,2HL=,I10,3X,3HIS=,I10)
 0148         RETURN
 0149         END
```

```
SUBROUTINE : TRAN    REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 70C : 036   OPTIONS: DEG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

     ISN    LABEL FORTRAN STATEMENT                                                    LINE#

            C       TRANSFORMATION PROGRAM OF DISTRIBUTED RC LINE
            C       REPRESENTATION OF RC LINE BY T TYPE EQUIVALENT CIRCUIT
            C       COMPUTATION OF BRANCH IMPEDANCE Z1,Z2,Z3
                    SUBROUTINE TRAN(ALN,HEIGHT,T,M,SRO,Z1,Z2,Z3)
                    DIMENSION ALN(1),HEIGHT(1),T(1),A(50),B(50),C(50),D(50)
                    COMPLEX T,A,B,C,D,A0,B0,C0,D0,EX
                    COMPLEX Z1,Z2,Z3
                    A(1)=CMPLX(1.0,0.0)
                    B(1)=CMPLX(0.0,0.0)
                    C(1)=B(1)
                    D(1)=A(1)
                    DO 100 I=1,M
                    EX=CEXP(T(I)*ALN(I))
                    A(I+1)=(EX+1.0/EX)/2.0
                    B(I+1)=SRO*(EX-1.0/EX)/2.0/HEIGHT(I)/T(I)
                    C(I+1)=HEIGHT(I)*T(I)*(EX-1.0/EX)/2.0/SRO
                    D(I+1)=A(I+1)
                    A0=A(I)*A(I+1)+B(I)*C(I+1)
                    B0=A(I)*B(I+1)+B(I)*D(I+1)
                    C0=C(I)*A(I+1)+D(I)*C(I+1)
                    D0=C(I)*B(I+1)+D(I)*D(I+1)
                    A(I+1)=A0
                    B(I+1)=B0
                    C(I+1)=C0
                    D(I+1)=D0
              100   CONTINUE
                    Z1=(A0-1.0)/C0
                    Z2=(D0-1.0)/C0
                    Z3=1.0/C0
                    RETURN
                    END
```

```
SUBROUTINE : OUTPUT REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                        COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MDD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

    ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                              LINE#

            C      DATA OUTPUT PROGRAM
            C      CIRCUIT PARAMETER VALUES (LUMPED ELEMENTS, DISTRIBUTED RC LINES)
            C      PARAMETER SENSITIVITIES, FREQUENCY CHARACTRISTIC
    0001           SUBROUTINE OUTPUT(EXT,OMEGA1,OMEGA2,KDIV,X,GR,DELTKG,DELTA,HEIGHT,
                  $M,NNN,NEL,NRC,NO,INIT,ICOUNT,FV1,FIO,VO,V1,SRO,SCO,LM,LN,LP,
                  $LUMP,EV,EJ,Z,LO)
    0002           DIMENSION X(1),GR(1),DELTA(LP,LN),HEIGHT(LP,LN),M(1),NNN(1),NEL(1)
                  $,FV1(LP,LM),FIO(LP,LM),VO(1),V1(1),SRO(1),SCO(1)
    0003           DIMENSION ZIG(1),OMEGA(1),WV1(1)
    0004           COMPLEX FV1,FIO,VO,V1,ZIN
    0005           DIMENSION Z(2,LO)
    0006           DIMENSION DELTKG(LP,LN)
    0007           COMPLEX EV(1),EJ(1),Z
    0008           WRITE(6,2000) INIT,ICOUNT
    0009      2000 FORMAT(1H0,10X,10H***  INIT=,I4,2X,3H***,5X,7HICOUNT=,I5)
    0010           DO 120 I=1,NRC
    0011           NNK=M(I)
    0012           WRITE(6,2010) I,NNK
    0013      2010 FORMAT(1H0,5X,5HLINE(,I3,2H)=,I3)
    0014           DO 120 J=1,NNK
    0015           ALN=DELTA(I,J+1)-DELTA(I,J)
    0016       120 WRITE(6,2020) J,DELTA(I,J+1),HEIGHT(I,J),ALN
    0017      2020 FORMAT(1H ,2HI=,I4,3X,6HDELTA=,E13.6,3X,7HHEIGHT=,E13.6,3X,4HALN=,
                  $E13.6)
    0018           WRITE(6,2300) (X(I),I=1,NO)
    0019      2300 FORMAT(1H ,2HX=,8E14.6)
    0020           WRITE(6,2310)(GR(I),I=1,NO)
    0021      2310 FORMAT(1H ,3HGR=,8E14.6)
    0022           WRITE(6,1000) OMEGA1,OMEGA2,KDIV
    0023      1000 FORMAT(1H0,5X,18HFREQUENCY RESPONSE,5X,7HOMEGA1=,E13.6,2X,
                  $7HOMEGA2=,E13.6,2X,5HKDIV=,I4)
    0024           ZIG(1)=0.0
    0025           WV1(1)=0.0
    0026           NDIV=KDIV+1
    0027           A=ALOG10(OMEGA2/OMEGA1)/FLOAT(KDIV)
    0028           B=ALOG10(OMEGA1)
    0029           DO 100 I=1,NDIV
    0030           EI=A*FLOAT(I-1)+B
    0031           W=10.0**EI
    0032           OMEGA(1)=W
    0033           CALL DS(1,0,EV,EJ,FV1,FIO,WV1,LP,LM)
    0034           CALL EXT(1,0,Z,EV,EJ,DELTKG,X,NNN,NRC,LUMP,FV1,FIO,VO,V1,ZIG,OMEGA
                  $,SRO,SCO,NO,LM,LN,LP,LO)
    0035           F=20.0*ALOG10(CABS(FV1(1,1)))
    0036           ZIN=1.0/FIO(1,1)
    0037           WRITE(6,300) W,F,ZIN
    0038       300 FORMAT(1H ,2HW=,E13.6,5X,2HF=,E13.6,5X,4HZIN=,2E14.6)
    0039       100 CONTINUE
    0040           RETURN
    0041           END
```

```
SUBROUTINE : EXT    REV#:       SOURCE PROGRAM LIST                    COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036  OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

    ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                         LINE#

            C       CIRCUIT ANALYSIS PROGRAM
            C       ACTIVE BAND PASS FILTER USING DISTRIBUTED RC LINES
            C       BRANCH VOLTAGE, CURRENT OF LUMPED ELEMENTS
            C       INPUT AND OUTPUT VOLTAGE, CURRENT OF RC LINES
    0001            SUBROUTINE EXT(N,IADJ,Z,EV,EJ,DELTA,X,M,NRC,LUMP,FV1,FIO,VO,V1,
                   $ZIG,OMEGA,SRO,SCO,NO,LM,LN,LP,LO)
    0002            DIMENSION Z(2,LO),EV(1),EJ(1),DELTA(LP,LN),X(1),M(1),FV1(LP,LM),
                   $FIO(LP,LM),VO(2),V1(2),ZIG(1),OMEGA(1),SRO(1),SCO(1)
    0003            DIMENSION ALN(50),HEIGHT(50),T(50)
    0004            COMPLEX Z,EV,EJ,FV1,FIO,VO,V1,Z1(5),Z2(5),Z3(5),T
    0005            COMPLEX IO,I1,I2
    0006            NP=LUMP+1
    0007            DO 110 I=1,NRC
    0008            MM=M(I)
    0009            DO 120 J=1,MM
    0010            T(J)=CSQRT(CMPLX(ZIG(N),OMEGA(N))*SRO(I)*SCO(I))
    0011            ALN(J)=DELTA(I,J+1)-DELTA(I,J)
    0012            HEIGHT(J)=X(NP)/SQRT(ALN(J))
    0013        120 NP=NP+1
    0014        110 CALL TRAN(ALN,HEIGHT,T,MM,SRO(I),Z1(I),Z2(I),Z3(I))
    0015            IF(IADJ) 10,20,10
            C       ORIGINAL CIRCUIT
    0016         20 IO=EV(1)*Z3(1)/((Z1(1)+Z3(1))*(Z1(1)+Z2(1)+Z3(2)+Z2(2))-
                   $Z1(1)*(Z1(1)+X(1)*Z2(2)))
    0017            I1=(EV(1)-(Z1(1)+Z2(1)+Z3(2)+Z2(2))*IO)/Z1(1)
    0018            FV1(1,N)=X(1)*Z2(2)*IO
    0019            FIO(1,N)=IO+I1
    0020            VO(1)=Z1(1)*(IO+I1)+Z3(1)*I1
    0021            V1(1)=Z3(1)*I1-Z2(1)*IO
    0022            VO(2)=-Z3(2)*IO
    0023            V1(2)=-(Z3(2)+Z2(2))*IO
    0024            Z(1,1)=Z2(2)*IO
    0025            RETURN
            C       ADJOINT CIRCUIT
    0026         10 I1=Z2(2)*X(1)*EJ(1)/(Z1(1)+Z2(1)+Z3(2)+Z2(2)-(Z1(1)+X(1)*Z2(2))*
                   $Z1(1)/(Z1(1)+Z3(1)))
    0027            IO=-Z1(1)/(Z1(1)+Z3(1))*I1
    0028            I2=X(1)*(IO-EJ(1))
    0029            VO(1)=Z1(1)*I1+(Z1(1)+Z3(1))*IO
    0030            V1(1)=Z3(1)*IO-Z2(1)*I1
    0031            VO(2)=Z1(2)*I2-Z3(2)*I1
    0032            V1(2)=-Z3(2)*I1-Z2(2)*(I1+I2)
    0033            Z(2,1)=IO-EJ(1)
    0034            RETURN
    0035            END
```

```
SUBROUTINE : TEST    REV#:       SOURCE PROGRAM LIST                 COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

    ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                   LINE#

            C      COMPUTATION OF PERFORMANCE FUNCTION
    0001           SUBROUTINE TEST(EXT,N,X,F,G,DELTA,NNN,NRC,FV1,FI0,V0,V1,WV1,
                  $ZIG,OMEGA,SR0,SC0,L,LM,LN,LP,LUMP,EV,EJ,Z,L0)
    0002           DIMENSION X(1),G(1),DELTA(LP,LN),NNN(1),FV1(LP,LM),FI0(LP,LM),
                  $V0(1),V1(1),WV1(1),ZIG(1),OMEGA(1),SR0(1),SC0(2)
    0003           COMPLEX FV1,FI0,V0,V1
    0004           DIMENSION Z(2,L0)
    0005           COMPLEX EV(1),EJ(1),Z
    0006           F=0.0
    0007           DO 100 I=1,L
    0008           CALL DS(I,0,EV,EJ,FV1,FI0,WV1,LP,LM)
    0009           CALL EXT(I,0,Z,EV,EJ,DELTA,X,NNN,NRC,LUMP,FV1,FI0,V0,V1,ZIG,OMEGA,
                  $SR0,SC0,N,LM,LN,LP,L0)
    0010       100 F=F+EST(I,FV1,FI0,WV1,LP,LM)
    0011           RETURN
    0012           END
```

```
SUBROUTINE : DS      REV#:       SOURCE PROGRAM LIST                 COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203   FORTRAN 700 : 036   OPTIONS: DBG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

    ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                   LINE#

            C      DETERMINATION OF DRIVING SOURCE
    0001           SUBROUTINE DS(N,IADJ,EV,EJ,FV1,FI0,WV1,LP,LM)
    0002           DIMENSION EV(1),EJ(1),FV1(LP,LM),FI0(LP,LM),WV1(1)
    0003           COMPLEX EV,EJ,FV1,FI0
    0004           COMMON WEIT(10)
    0005           IF(IADJ) 10,10,20
    0006        10 EV(1)=CMPLX(1.0,0.0)
    0007           EJ(1)=CMPLX(0.0,0.0)
    0008           RETURN
    0009        20 EJ(1)=-WEIT(N)*20.0*(20.0*ALOG10(CABS(FV1(1,N)))-WV1(N))/FV1(1,N)
    0010           EV(1)=CMPLX(0.0,0.0)
    0011           RETURN
    0012           END
```

```
SUBROUTINE : TURGET REV#:        SOURCE PROGRAM LIST                  COMPILE DATE: 11/25/74(12:20'46")
MOD4EX203    FORTRAN 700 : 036  OPTIONS: DEG,AST,NOPSE,NOOVF,DLR,SRC,NOOBJ,NOMAP,NOCRS,WRN,NOPCH

    ISN     LABEL FORTRAN STATEMENT                                                          LINE#

            C      SETTING OF OBJECT FREQUENCIES AND OBJECT VALUES
            C      TURGET OF RESONATOR
            C      RESPONSE OF SALLEN AND KEY CIRCUIT
   0001            SUBROUTINE TURGET(ZIG,OMEGA,WV1,L)
   0002            DIMENSION ZIG(10),OMEGA(10),WV1(10)
   0003            COMPLEX G,S
   0004            R1=1.0
   0005            R2=1.0
   0006            C1=0.33
   0007            C2=0.33
   0008            AMP=-8.0
   0009            L=5
   0010            OMEGA(1)=0.1
   0011            OMEGA(2)=0.35
   0012            OMEGA(3)=1.0
   0013            OMEGA(4)=3.0
   0014            OMEGA(5)=10.0
   0015            DO 10 I=1,L
   0016            ZIG(I)=0.0
   0017            S=CMPLX(0.0,OMEGA(I))
   0018            G=S*R2*C2*AMP/((S*R1*C1+1.0)*(S*R2*C2+1.0)+S*R1*C2-
                  $AMP*S*S*R1*C1*R2*C2)
   0019         10 WV1(I)=20.0*ALOG10(CABS(G))
   0020            RETURN
   0021            END
```

謝　　　　　辞

本研究を行なうに際し、終始懇切なる御指導、御鞭撻を賜った喜田村善一教授に心から深謝する。

また本研究の全過程を通じ多大の御教示を仰ぎ種々の御討論をいただいた大村 皓一助教授に深く感謝する。

筆者が大阪大学在学中に、御指導、御教示いただいた電子工学教室、尾崎弘教授、中井順吉教授、小山次郎教授、児玉慎三教授、電子ビーム研究施設、裏克己教授、塙輝雄教授、産業科学研究所、松尾幸人教授、中村勝吾教授および菅田栄治名誉教授、宮脇一男元教授、故寺田正純教授に厚く御礼申し上げる。

さらに本研究を進めるためにあたりつねに御激励下さった寺田浩詔助教授に心から謝意を表する。

現富士通株式会社森田修三氏には、同氏在学中に有益な御助言、御討論をいただいた。また現沖電気株式会社内村憲一郎氏には、修士課程特別研究として本研究の一部で御援助いただいた。筆者の属する喜田村研究室の大学院学生、厚海俊明氏、笠原裕氏、山田謙一氏にはプログラム作成面で終始御協力いただき、村上敬一氏には論文作成面で御援助いただいた。下村アキヨ事務補佐員には本研究の途上でなにかとお世話になった。これらのかたがたに心から謝意を表する。

本研究に関しつねに有益なる御助力、御協力をいただいた橘啓八郎助手、浅田勝彦助手、江木康雄技官をはじめ喜田村研究室のかたがたに厚く御礼申し上げる。

参　考　文　献

(1) 高木："超小形回路の展望"，信学誌，49－4（1966－4）

(2) 永田，岡部："集積回路特集，大規模集積回路の設計上の諸問題"，信学誌，55－4（1972－4）

(3) 二宮，安藤："集積回路特集，回路設計"，信学誌，55－4（1972－4）

(4) パウエル，M．チャーリャン："集積回路網の解析と合成"，（篠崎訳），学献社

(5) R. P. O'shea : "Synthesis Using Distributed RC Networks", 1965 IEEE Intrernat. Conv. Record, Vol. 13, Part 7, P.18

(6) J. Stein, J. H. Mulligan, Jr. : "Realization of Transfer Functions Using Uniform RC Distributed Networks with Common Ground Connections", PIB Synp. Proc. Generalized Networks, Vol. 16, 1966, P.149

(7) R. W. Wyndrum, Jr. : "The Exact Synthesis of Distributed RC Networks", Technical Report 400, Dept. of Electrical Engineering, New York University (May 1963)

(8) D. I. Howe : "Explict Design Equation for an Active Distributed RC Networks", Proc. IEEE, Vol. 57, №. 4 P.1656 (Sept. 1969)

(9) M. S. Ghausi and V. G. Bello : "Active Distributed RC Realization of Low-Pass Magnitude Specifications", IEEE Trans. Cicuit Theory, Vol. CT-16, №. 3, P. 346 (Aug. 1969)

(10) T.H. Chen : "A New Class of Nonuniform Distri buted RC Filters", IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-16, №. 4, P. 530 (Nov. 1969)

(11) J. Kelly and M. S. Gausi : On the Effective Domi nant

Pole of the Distributed RC Networks", Journal of the Franklin Institute, Vol. 279, №. 6, P. 417 (June 1965)

(12) K. L. Su : "Analysis of the Trigonometric RC Line and Some Applications", IEEE Trans. Circuit theory, Vol. CT-11, №.1, P. 158 (March 1964)

(13) E.N. Protonotarios and O. Wing : "Theory of Nonuniform RC Lines Part I : Analytic Properties and Real - izability Conditions in the Frequency Domain", IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-14, №.1, P. 2 (March 1967)

(14) K.K. Pang : "Synthesis of Optimum RC Phase - Shift Network", IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-17, №.3, P. 352 (Aug. 1970)

(15) K. Signal and J. Vlach : "Approximation of Non uniform RC-Distributed Networks for Frequency - and Time - Domain Computations", IEEE Trans. Circuit theory, Vol. CT-19, №.4, P. 347 (July 1972)

(16) K. W. Heizer : "Distributed RC Networks with Rational Transfer Functions," IRE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-9, P. 356 (Dec. 1962)

(17) W. M. Kaufman and S. J. Garret : "Tapered Dist ributed Filters", IRE Trans. Circuis Theory, Vol. CT-9, P. 329 (Dec 1962)

(18) J. A. Carson, C. K. Campbell, P. L. Swart and F. J. Vallo : "Effect of Dielectric Losses on the Performance of Evaporated Thin - Film Distributed RC Notch Filters", IEEE Journal of Solid - State Circuit, Vol. SC-6, №.3,

P. 120 (June 1971)

(19) W. M. Kaufman : "Theory of a Monolithic Null Device and Some Novel Circuits", Proc. IRE, Vol. 48, P. 1540 (Sept. 1960)

(20) D. A. Calahan : "Computer – Aided Network Design", McGraw – Hill, 1972

(21) 宇都宮他： "電子回路のCAD", 電子通信学会編、(1973)

(22) R. A. Rohrer, J. A. Resh and R. A. Hoyt : "Distributed Networks Synthesis for a Class of Integrated Circuits", 1965 IEEE Internat. Conv. Record, Vol. 13, Part. 7, P. 100

(23) A. R. Karnik and G. H. Cohen : "Optimal Synthesis of Distributed Parameter Systems", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT－17, №8, P. 605 (Aug. 1969)

(24) 油田： "作り易さを考慮した不均一RC分布線路の最適設計", 信学会回路とシステム理論研究会資料, CST 74－10 (1974)

(25) 森田, 大村, 喜田村： "不均一分布RC線路の一合成法について", 信学会回路とシステム理論研究会資料, CT72－10 (1972－04)

(26) 森田, 大村, 喜田村： "周波数領域における不均一分布RC線路の一合成法", 信学論(A), 56－A, № 2, (1973－02)

(27) 村上, 森田, 大村, 喜田村： "不均一分布RC線路の構成法における収束性の改善について", 信学会回路とシステム理論研究会資料, CT72－51 (1972－11)

(28) R. Fletcher and M. J. D. Powell: "A Rapidly Convergent Decent Method for Minimization," Comput. J., 6, P. 163 (1964)

(29) 橋本，大村，喜田村："テーパ最適化による分布RCフィルタの合成"，信学論(A)，57－A №10（1974－10）

(30) 橋本，森田，大村，喜田村："テーパ最適化による分布定数線路の合成法に関する検討"，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST73－60（1973－12）

(31) 笠原，橋本，大村，喜田村："分布RC線路の抵抗および容量の同時最適化について"，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST74－29（1974－06）

(32) 内村，橋本，大村，喜田村："分布定数線路を用いたノッチフィルタについて"，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST73－61（1973－12）

(33) 橋本，森田，大村，喜田村："テーパ最適化による不均一分布フィルタの設計"，信学会回路とシステム理論研究会資料，CT73－13（1973－05）

(34) 厚海，橋本，大村，喜田村："分布RC回路の自動設計プログラムについて"，信学会回路とシステム理論研究会資料，CST74－30（1974－06）

(35) 橋本，大村，喜田村："分布RC回路の自動設計"，信学論(A)，投稿中

(36) コルモゴロフ，フォーミン："函数解析の基礎"，(訳書)岩波書店

(37) L. V. Kantrovich and G. P. Akilov: "Functional Analysis in Normed Space," Pergamon Press (1964)

(38) コディントン，レヴィンソン："常微分方程式論(上)"，(訳書)吉岡書店

(39) J. コワリック，M. R. オズボーン："非線形最適化問題"，(訳書)培風館

(40) H. Y. Huang: "Unified Approach to Quadratically Convergent Algorithms for Function Minimization", Journal of Opimization Theory and Applications, Vol. 5, №6, P. 405 (1970)

(41) H. Y. Huang: "Numerical Experiments on Quadratically Convergent Algorithms for Function Minimization Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 6,

№ 3, P. 269 (1970)

(42) J. G. Linvill : "RC Active Filters," Proc. IRE, Vol. 42, P. 555 (March 1954)

(43) Y. Fu and J. S. Fu : "Synthesis of Active Distributed RC Networks", IEEE Trans, Circuit Theory, Vol. CT−13 № 2, P. 259 (Sept. 1966)

(44) S. W. Director and R. A. Rohrer : "Automated Network Design − The Frequency − Domain Case", IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT−16, No. 3, P. 330 (Aug. 1969)

(45) R. P. Sallen and E. L. Key : "A Practical Method of Designing RC Active Filters", IRE Trans. Circuit Theory, Vol. CT−2, № 1, P. 74 (March 1955)

(46) 尾崎, 黒田 : "回路網理論Ⅰ", 共立出版