

Title	非線形画像フィルタの解析と設計に関する研究
Author(s)	浅野, 晃
Citation	大阪大学, 1992, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3087932
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

非線形画像フィルタの解析と設計に関する研究
Methods for analysis and design of nonlinear image processing filters

浅野 晃
Akira Asano

非線形画像フィルタの解析と設計に関する研究
Methods for analysis and design of nonlinear image processing filters

浅野 晃

Akira Asano

はじめに神が天地を創造された。地は混沌としていた。
神が「光あれ」と言われると、光ができた。神は光を見てよしとされた。

—創世記より—

目次

記号の定義
略語の定義

緒論	1
第1章 順序統計量系画像フィルタ	5
1-1 緒言	5
1-2 順序統計量フィルタ	6
1-3 しきい値分解	9
1-3-1 しきい値分解の手続き	10
1-3-2 中央値フィルタのしきい値分解性の証明	11
1-3-3 しきい値分解としきい値論理関数	12
1-4 数理形態学	13
1-4-1 基本的枠組み	13
1-4-2 フィルタ定理	14
1-4-3 順序統計量フィルタとの関係	16
1-5 ニューラルネットワーク	17
1-5-1 相互結合型モデル	18
1-5-2 階層型モデル	19
1-6 結言	23
第2章 順序統計量型差分フィルタ(RONDO)	24
2-1 緒言	24
2-2 RONDOの原理	24
2-3 解析的性質	25
2-3-1 単符号性	25
2-3-2 エッジ方向の選択性	26
2-4 統計的性質	29
2-4-1 雑音生起確率・MV/ZV比の変化に対する出力の解析	30
ケースA：ステップエッジの検出	30
ケースB：一様画像からの雑音除去	31
2-4-2 一様でない加重の効果の解析	35
2-5 ハードウェアによる実現法	38
2-6 実験結果	40
2-7 結言	47
付録 2-4における式の導出	48

目次

第3章	Bipolar Morphology	50
3-1	緒言	50
3-2	Bipolar Morphology	50
3-3	RONDOとの関係	51
3-4	結言	53
第4章	順序統計量フィルタの収束性とニューラルネットワーク	54
4-1	緒言	54
4-2	順序統計量フィルタとHopfield型ニューラルネットワークの関係	54
4-3	再帰型順序統計量フィルタの収束性	55
4-4	結言	58
第5章	加重中央値フィルタの学習による設計	59
5-1	緒言	59
5-2	加重中央値フィルタと階層型ニューラルネットワーク	59
5-3	実験結果	61
5-4	結言	64
第6章	連結適用されたしきい値論理型フィルタの学習による設計	65
6-1	緒言	65
6-2	しきい値論理型フィルタとニューラルネットワーク	65
6-3	フィルタの連結適用と多層型ニューラルネットワーク	66
6-4	実験結果	67
6-5	結言	75
第7章	最近値近傍中央値フィルタの解析的性質	77
7-1	緒言	77
7-2	最近値近傍中央値フィルタのしきい値分解性	77
7-2-1	最近値近傍中央値フィルタの定義	77
7-2-2	最近値近傍中央値フィルタのしきい値分解	78
7-3	加重中央値フィルタとの関係	78
7-4	最近値近傍中央値フィルタの収束性	79
7-5	ハードウェアによる実現法	81
7-6	結言	81
付録	最近値近傍中央値フィルタのしきい値分解性と積み上げ性の証明	84

目次

第8章 RANKフィルタの統計的性質の実験的評価	87
8-1 緒言	87
8-2 RANKフィルタ	87
8-2-1 近傍の定義	88
8-2-2 評価の方法	89
8-2-3 RANKフィルタの特徴	89
8-3 実験手法	89
8-3-1 収束過程の観察	89
8-3-2 隔たりを持った画像間でのフィルタのふるまいの観察	90
8-3-3 収束に必要な平均繰り返し回数の観察	90
8-4 実験結果	91
8-4-1 収束過程の観察	91
8-4-2 隔たりを持った画像間でのフィルタのふるまいの観察	96
8-4-3 収束に必要な平均繰り返し回数の観察	97
8-5 結言	100
第9章 非線形フィルタの帰納推論による解析	102
9-1 緒言	102
9-2 フィルタ解析と帰納推論	102
9-3 解析手法	103
9-4 実験結果	107
9-5 結言	113
総括	115
謝辞	118
参考文献	119
著者発表論文	124

記号の定義

P, Q	画素の画像中の位置
p, q	画素のウィンドウ中の相対的な位置
A	入力画像 (多値)
a	入力画像 (2 値)
X	フィルタで処理された画像 (多値)
x	フィルタで処理された画像 (2 値)
W, w	ウィンドウ内の画素値
v	(ニューラルネットワークにおける) 入出力ベクトル
g	階調の数
T, T	重み係数
M, N, Z	画素の個数
D	ウィンドウ; 近傍
r	ウィンドウ中での順位
B	構成要素
Ψ	数理形態学的フィルタ
$H()$	しきい値関数, あるいはそれに準ずる飽和型非線形関数
$I()$	真理値関数
μ	メンバシップ関数
$f(), s()$	関数
x, y	関数の仮引数 (混乱のないかぎり用いる)
c	バイアス定数
h	エッジ高さ
β	しきい値定数
ε	学習係数
ε	(第 8 章で) 画素値の範囲
λ	シグモイド関数のパラメータ
S	合計
Δ, δ	差分
E	エネルギー, あるいは評価関数
p	確率
Π	命題
C	条件
G	事象
i, j, k, l, m, n, t, u	各所で定義して変数・添字として使う
p, n	正負を表す添字として使う (混乱のないかぎり用いる)
l, r	左右を表す添字として使う (混乱のないかぎり用いる)

略語の定義

RONDO	Rank Order based Nonlinear Differential Operator 順序統計量型差分フィルタ
MV	Maximum Value 最大（画素）値
ZV	Zero Value （画素）値 0
p. d. f.	Probability Density Function 確率密度関数
u. i. d.	Uniformly Independently Distributed 一様に独立に分布
KNV	K-Nearest Values (neighborhood) 定数最近値（近傍）
KNR	K-Nearest Rank (neighborhood) 定数最近順位（近傍）
EV	ϵ -Value (neighborhood) 定値最近値（近傍）
ER	ϵ -Rank (neighborhood) 定値最近順位（近傍）
MED	MEDian 中央値

緒論

人間は、獲得する情報の80%を視覚によって得ているといわれる。人間の能力を機械で代行し、人間以上に優れたものにすることが工学研究のひとつの目標であるならば、感覚器の分野では視覚はもっとも重要な研究課題ということになる。視覚情報を取り扱う工学分野を画像工学という。画像工学は画像を扱う広範な応用に関連することから、リモートセンシングやオートメーションの需要が高まっている今、もっともさかんに研究されている分野のひとつになっている。

生の視覚情報から人間にとって有用な情報を取り出すには、画像処理装置に入力された視覚情報、すなわち画像に対して、雑音除去や強調処理などを行って、その後の高次の処理を行いやすい形にしなければならない。すなわち、これは、ある画像に対してなんらかの演算を施して、画像から情報を得るのにより適切な画像に変換することをさす。このような処理の中で、画像内のどの位置においてもひとつの定まったアルゴリズムによって処理する操作をフィルタリングと呼んでいる。フィルタリングは画像処理の基礎をなす重要な技術である。さまざまな高次画像情報処理は、入力された画像が適切にフィルタリングされていることを前提として研究されている。

フィルタリングには、大きく分けて、画像を直接取り扱う実空間フィルタリングと、フーリエ変換によって一度周波数空間に変換したものを扱う周波数フィルタリングがある。本論文では、実空間フィルタリングを取り扱う。狭義には、(実空間)フィルタリングとは画像を構成する各画素について、その近傍の画素値との間で局所的な演算を行い、その結果によって出力画像を構成する操作である。これは、時系列信号に対して、ある時刻での信号の値とその近傍の過去および未来の値を用いて出力値を求めるアナログフィルタからの類推によっている。

フィルタリングは、一方で、線形フィルタリングと非線形フィルタリングに分けられる。これらは、近傍画素間での演算が線形かそうでないかという点で区別される。線形フィルタリングとは、一言で言うと、近傍画素値をそれぞれ重みを付けて合計する加重平均演算にほかならない。画像中の各画素に対する近傍画素の加重平均は、見方を変えると、画像を表す2次元関数と、近傍画素に対する加重を表す2次元関数の相関演算になっている。したがって、各々をフーリエ変換することによって周波数空間での取り扱いが可能である。つまり、線形フィルタリングの場合は実空間フィルタリングと周波数フィルタリングとは等価であり、実空間フィルタリングの効果は周波数に対する効果として理解することができる。電子計算機が登場する以前は、信号は電氣的素子で構成されるアナログ回路か、あるいは光学系で処理するしか他に方法がなかった。このような方法で作るフィルタは線形変換しか行えなかったこと、またその周波数に対する効果(高周波遮断など)は時系列信号の処理には適切であったことにより、線形フィルタはよく研究され、また広く用いられてきた。

画像の電子計算機による処理が行われるようになって、当初は線形フィルタリングが適用されてきた。現実の世界でわれわれが記録できる画像は、多かれ少なかれ光学系による線形変換を受けている。画像のぼけはその典型的な例である。ぼけは線形変換で

あるから、再び線形変換することで（理想的には）取り除くことができる。したがって、このような場合線形フィルタは有効である。しかしながら、線形でない悪影響に対しては当然のことながら線形フィルタでは対応できない。このような悪影響の例には、画素値が元の値と無関係な値と入れ替わっているような雑音（インパルス性雑音）がある。このような悪影響は、光学系で生じることがまれであるが、通信路などの途中で生じる可能性がある。また、電子計算機は、当初の予想を大幅に超える長足の進歩を遂げた。現在の画像処理用高性能電子計算機を用いれば、複雑な処理でなければビデオレート（33ミリ秒）で実行することができるので、実質上のリアルタイム処理が可能になっている。また、近い将来、電子計算機の手数は少なくとも現在の1000倍には確実に達すると言われている。このような環境において、フィルタで行う演算を線形なものだけでとどめておく必要はない。

以上のような理由により、現在は非線形フィルタによる画像処理が注目を集めてきている。一口に非線形フィルタと言っても、多種多様なものが存在する。これらは、1) 線形フィルタを拡張し、高次の項まで含んだ演算を行うもの、2) 線形フィルタと非線形変換を組み合わせたもの、3) 局所統計量を用いて線形フィルタの係数を変化させるもの、4) 区分線形関数を用いて変換を行うもの、5) 近傍画素値の大小関係に着目して処理をするもの、の5種に大別される[1]。さらに、これらの2つ以上の特徴を組み合わせたフィルタも存在する。このうち、1)～4)は、いずれも線形フィルタのある部分を拡張して導かれたものである。したがって、周波数解析はできないものの、誤差を最小化して最適なフィルタを導く手法は線形フィルタに対するものを拡張した形でそれぞれ存在する。これに対し、5)に属するフィルタは、その処理（順序統計）が先に提案され[2][3]、それがインパルス性雑音に有効であることが発見されたことによって研究が始まった。つまり、ある悪影響に対して最適に復元するように考えられたものではないため、設計どころか解析の方法すら考えつかなかったのである。その結果、長い間「インパルス性雑音に大変有効である」と言われながら、十分な解析は行われておらず、また設計指針も不明確である。したがって、実用になるものは少なかった。

本論文の目的は、この5)の範疇に属するフィルタ（中央値フィルタに代表される順序統計量フィルタの一群のほか、それに関連する数理形態学的フィルタ、しきい値論理型フィルタが含まれる）に解析と設計の指針を与え、画像工学における前処理を実際の、雑音の多い暗視像からの物体の認識などの個々の問題に対して行うことができるフィルタにすることである。筆者は、主に雑音除去に用いられていたこれらのフィルタをエッジ検出フィルタにも拡張した。そして、雑音除去フィルタとエッジ検出フィルタが、画像中の物体形状の変換を扱う理論のひとつである数理形態学によって同様に取り扱えることを示し、解析の指針を与えた。この理論によって、新しいエッジ検出フィルタを含む順序統計量系フィルタが、輝度に対する演算でなく、画像認識にふさわしい、画素が作る形状に対する演算であることを示している。さらに、筆者はこれらのフィルタを統一的に設計する方法として、学習の概念を導入した。この方法は、劣化画像例とその理想出力があるとき、それらをフィルタ設計メカニズムが学習することによって、フィルタの自動設計を可能にしたものである。この方法により、現実の目的に応じて簡単に最

適なフィルタを設計することができ、従来の経験に頼ったパラメータ設定から解放される。

以下に本論文の構成と内容を記す。

第1章では、本研究の背景となる知識について述べる。ここでは、順序統計量フィルタおよびその重要な性質であるしきい値分解について説明する。また、数理形態学、およびニューラルネットワークについても概説する。

第2章では、筆者が提案する、順序統計量フィルタをエッジ検出フィルタに拡張した順序統計量型差分フィルタ (Rank-Order based Nonlinear Differential Operator, RONDO) について述べる。さらに、RONDOの解析的性質、とくにエッジ方向の選択性についても述べる。また、RONDOのインパルス雑音除去能力の統計的解析を行う。さらに、ハードウェアによる実現法も述べる。また、実際の画像に適用した例も示す。

第3章では、数理形態学における差分の基礎演算bipolar morphologyを提案する。さらに、RONDOとbipolar morphologyとの関係を示し、RONDOが数理形態学的な「形状に対する差分演算」のひとつであることを示す。

第4章では、ある種の順序統計量フィルタを繰り返し画像に適用した場合、それ以上変化しない画像（ルート画像）に収束することを証明する。フィルタの収束性の問題は、2次元の画像では難しい問題である。筆者は、Hopfieldのニューラルネットワークのエネルギー関数に相当する、画像の状態に対する評価関数を導入した。そして、フィルタが再帰的に動作し、点対称なウィンドウを持つとき、評価関数が常に減少することを示すことによって収束性を証明した。

第5章では、順序統計量系フィルタのひとつ加重中央値フィルタを学習によって最適化する方法を提案する。この方法は、劣化画像とその理想出力を与え、階層型ニューラルネットワークの学習と同じ方法で、劣化画像をフィルタリングした結果と理想出力の誤差が最小化されるようにフィルタのパラメータを徐々に変化させてゆくものである。また、この方法で学習したフィルタの優位性を示す実験結果も示す。

第6章では、第5章で提案した学習法を拡張し、連結して実行するフィルタを多層型ニューラルネットワークに帰着して効果を最適化する方法を提案する。また、この方法でRONDOと加重中央値フィルタを組み合わせ最適化した例を示し、この方法の優位性を示す。

第7章では、順序統計量フィルタの拡張の1つである最近値近傍中央値フィルタについて、解析的性質を導く。とくに、このフィルタのしきい値分解性を証明し、それを用いて(1)最近値近傍フィルタの加重中央値フィルタとの等価性、(2)最近値近傍中央値フィルタのハードウェアによる実現法を示す。また、(1)近傍の大きさ3の最近値近傍中央値フィルタ、(2)3×3画素のウィンドウで近傍の大きさ5の最近値近傍中央値フィルタの収束性を証明する。

第8章では、順序統計量フィルタのパラメータを局所統計量によって変化させるRANKフィルタの実験的評価を行う。ここでは、無相関ランダム画像を繰り返しフィルタリングした場合の効果について述べ、無相関画像から内部構造を持つ画像を出力す

るものがRANKフィルタの中に存在することを示す。

第9章では、知識情報処理手法のひとつ帰納推論を用いて、フィルタの実行の具体例からフィルタの一般的性質を導くことによりフィルタを解析する方法を提案する。この方法で、最近値近傍中央値フィルタおよび加重中央値フィルタの解析を行う。

最後に、本研究の成果についての総括を述べ、また今後の研究課題を示す。

なお、本研究全体を通じて、実験にはSun-3/160, Sun-3/110, Sun-3/60, SparkStation-1の4台のワークステーションを用いた。また、本論文の図中で2値画像はSun LaserWriterによる出力であり、多値画像はSun-3/110のグレースケールディスプレイに表示したものを写真撮影したものである。

図0-1に各章相互の関係を示す。

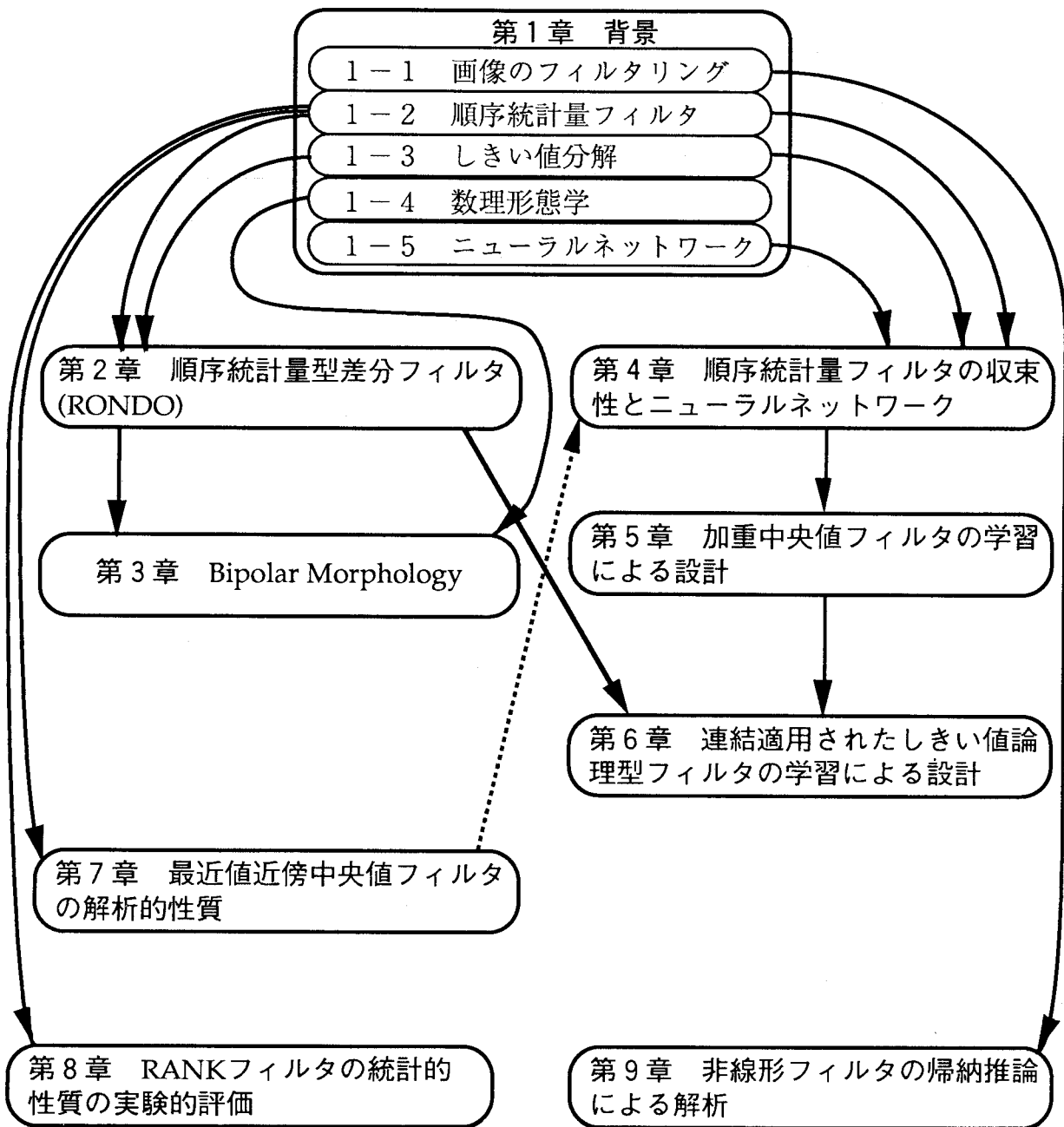


図0-1 本論文の構成

第1章 順序統計量系画像フィルタ

§1-1 緒言

本論文で扱う画像とは、離散画像をさす。これは、画素と呼ばれる各々輝度を表す数値を持った点が、2次元的に配列されたものである。モノクロ画像の場合は輝度はスカラーで表されるが、カラー画像の場合は3原色各々の輝度値を持ったベクトル量で表される。本論文ではモノクロ画像のみを扱う。このとき各画素の輝度を画素値と呼ぶ。デジタル画像は普通電子計算機で扱うため、画素値は離散値で表され、適当な語長が割り当てられている。例えば語長が8ビットならば、画素値は0から255の整数値となる。場合によっては輝度を正負の数を用いて表すこともあるが、この場合でもその語で表される最小値を暗黒、最大値を純白として扱う。

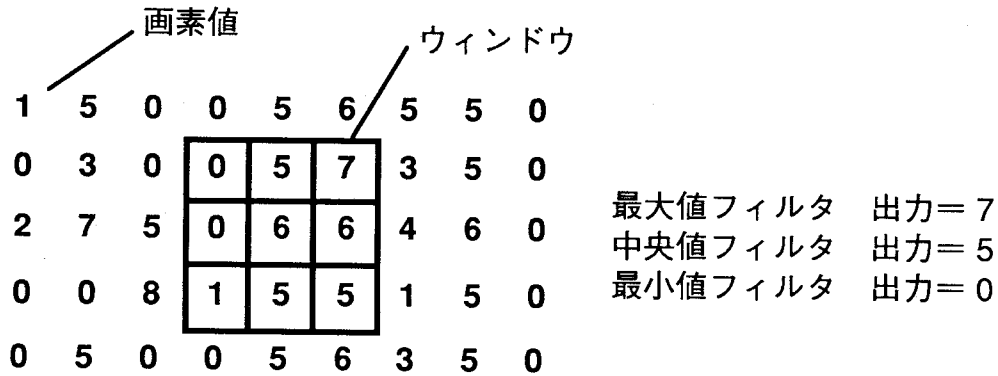
本論文でフィルタリングとは、画像処理のうち、画像から画像への変換操作で、画像全体について一定のアルゴリズムが定まっているものをいう。本論文で扱うフィルタリングとは、実空間フィルタリングをさす。実空間フィルタリングは、ある画素を処理するとき、定まった範囲の近傍の画素を取り出し、それらを用いた演算の結果で被処理画素値を置き換える操作である。定まった近傍の範囲をウィンドウという。ウィンドウを順に動かして全画素を処理することにより、1枚の画像のフィルタリングが完了する。

フィルタリングの目的で、もっとも重要なものは画像復元とエッジ検出である。画像の復元は、画像に対する悪影響を取り除く操作であり、雑音除去、ぼけの修復等が含まれる。この操作は、ウィンドウの内部の画素値を用いて、その中心の画素値を推定する操作になる。また、エッジ検出は、画素値が急に変化している場所を検出して、画像中の物体の輪郭線を取り出すものである。エッジ検出の一番基本的な操作は、ある画素と隣の画素の値の差(差分値)をウィンドウ内の画素値を用いて推定する操作であり、差分フィルタリングとも言われる。差分値のとくに大きい場所がエッジ点になる。例えば、ある画素およびその近傍の画素値の線形和から、となりの画素およびその近傍の画素値の線形和を引けば、これは差分値の1つの推定になる。これは線形差分フィルタリングと呼ばれる。

実空間フィルタリングは、非再帰的(nonrecursive)フィルタリングと再帰的(recursive)フィルタリングとに分けられる。非再帰的フィルタリングとは、ある画素の処理結果を他の画素の処理に用いず、それぞれ独立に演算する方法である。これに対し再帰的フィルタリングは、ある画素の処理結果でただちにその画素位置の値を置き換え、以後近傍の画素を処理するときその処理結果を演算に用いる方法である。再帰的フィルタリングでは、画素を処理する順番によって結果が変わってくる。本来各画素を平等に扱うべき画像処理ではこれは適切な性質ではない。しかしながら、再帰的フィルタリングも、小さいウィンドウで大きなウィンドウでの非再帰的処理と同等の処理が行えること、出力用の画像メモリがいらぬことなどの長所がある[4]。非再帰的フィルタリングは各画素を独立に処理できるので、並列処理にも向いている。

§1-2 順序統計量フィルタ

本論文で主に扱う非線形フィルタは、順序統計量フィルタおよびその拡張である。順序統計量フィルタは、近傍の画素値間の演算に、順序統計による演算を用いるものである。図1-1に順序統計の原理を示す。この演算は、ウィンドウ内の画素値を、その値の大小によって整列して1つの数列を作る。そして、その数列内での定められた順位にあたる値を出力する。とくに、中央値を出力するものを中央値(median)フィルタと呼び、順序統計量フィルタを代表するものとなっている[5]。



ウィンドウ内の画素値を大きさの順に整列→{0,0,1,5,5,5,6,6,7}

図1-1 順序統計量フィルタ

順序統計量フィルタの最大の特徴は、フィルタの出力が、ウィンドウに入っている画素値そのものには依存しないということである。図1-2は、説明のために1次元に画素値が並んでいる状態を示したものである。図1-2(a)の場合、入力画像は中央値フィルタによって何の変化も受けずに出力される。図1-2(b)は、周囲に比べて非常に大きな画素値が入っている場合である。この場合、その大きな画素値がいくらであっても、そのウィンドウ内の順位は変わらないので、出力は(a)と同じになる。この結果、周囲に比べて非常に大きな画素値、すなわちインパルス状の雑音が他の画素に影響を与えずに除かれるという、中央値フィルタの特徴が導かれる。

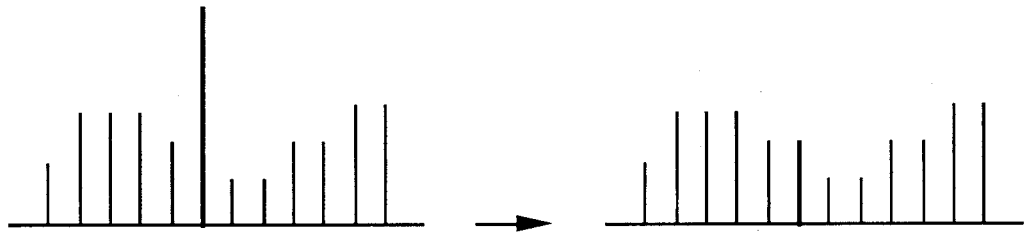
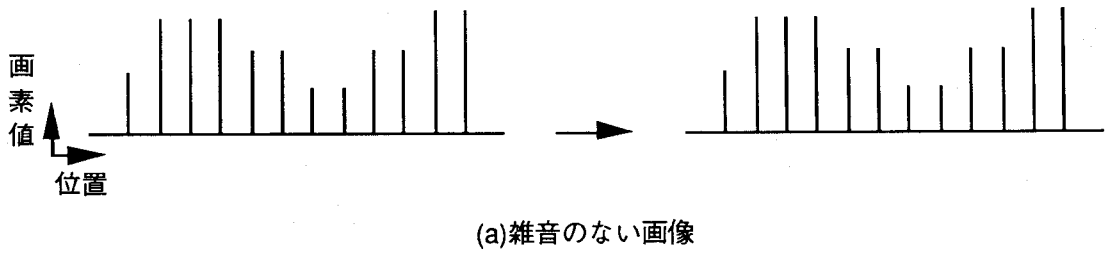


図1-2 中央値フィルタの特徴

図1-2 中央値フィルタの特徴

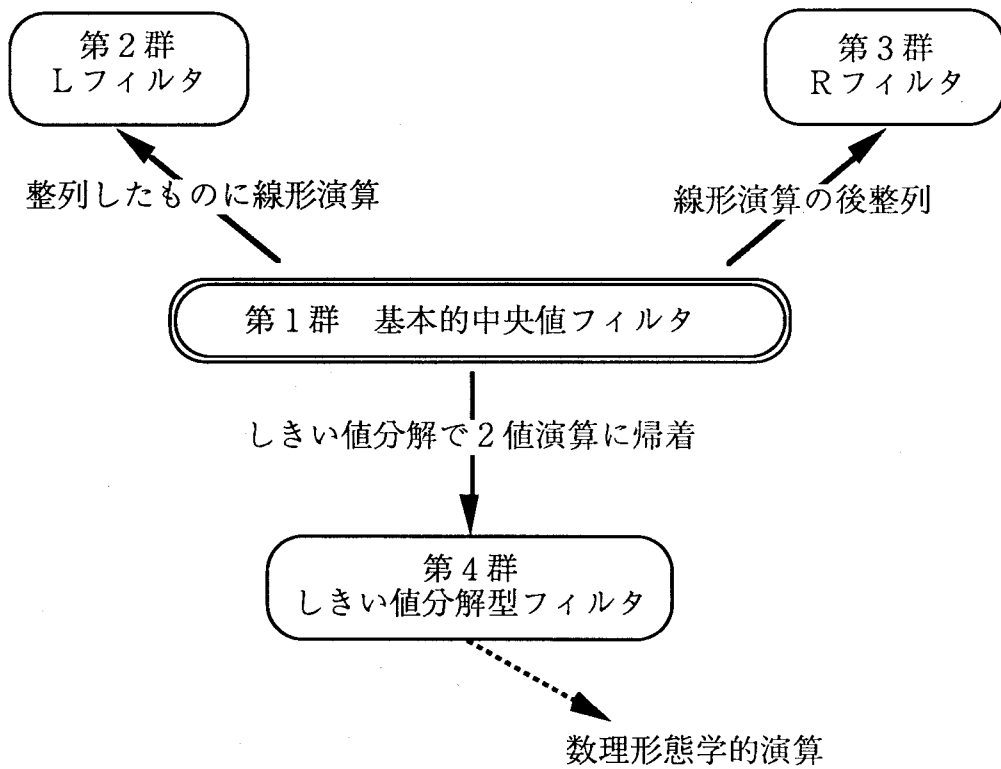


図1-3 順序統計量系フィルタ

中央値フィルタは、最初Tukey[2]によって提案され、以後さまざまな変形を生み出した。ここではそれらについて簡単に触れる。図1-3は、これらのフィルタの系列関係を示したものである。以下、この図に沿って説明する。

第1群・・・基本的中央値フィルタ

中央値フィルタおよび（中央値以外の）順序統計量フィルタ[6]のほかに、加重中央値フィルタ[7]が含まれる。このフィルタは、ウィンドウの各位置に非負整数の重みを設定し、その重みの回数だけ重複して画素値を取り出して、それを整列して中央値を取り出すものである（図1-4）。このフィルタは、重みを調整することでその効果が調整でき、方向性を持たせることも可能である。

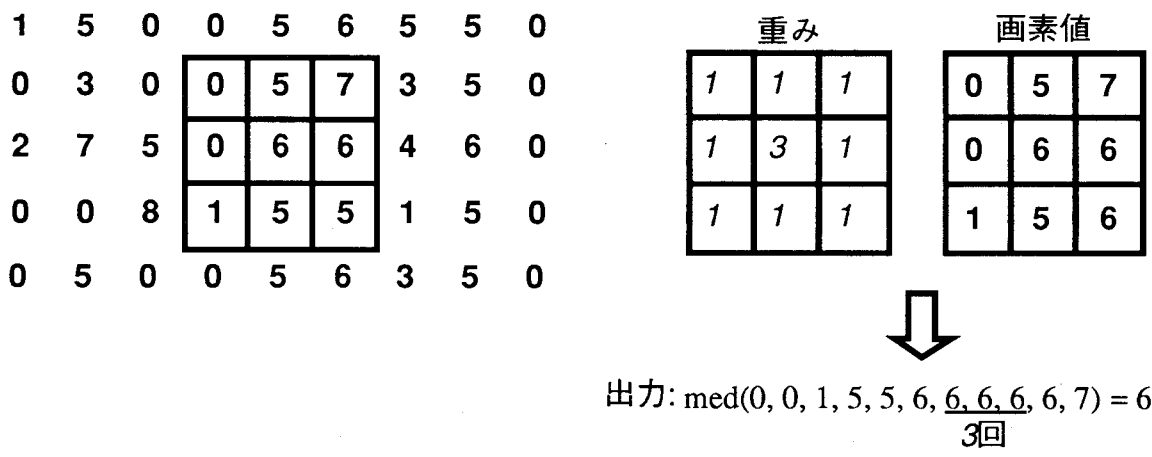


図1-4 加重中央値フィルタ

第2群・・・Lフィルタ

Lフィルタ[8]は、ウィンドウ内の画素値を整列した後、各順位について定められた重みによって線形和を取って出力するものである。このフィルタは順序統計量フィルタと線形フィルタの中間的な効果を示す。一般的なLフィルタのサブクラスとして独立に提案されたものに、整列した数列の最大と最小を（ウィンドウの大きさ×定数）個取り除いて平均を取る α トリム平均値フィルタ[9]がある。また、 α トリム平均値フィルタを発展させ、中央値との値の差が一定値より小さいもので平均を取るMTM (Modified Trimmed Mean)フィルタ[10]、および、MTMフィルタで中央値を取るウィンドウと平均を取る画素を選ぶウィンドウを別にしたDWMTM (Double Window Modified Trimmed Mean)フィルタ[10]も提案されている。また、中央値に対して値が何らかの意味で近い画素値を取り出して平均などの処理をすれば、平均値フィルタの効果と中央値フィルタの特徴を共存させることができる。この考えを一般的にとらえたものに、第8章でとりあげるRANKフィルタ[11]がある。また、中央値の比較による差分フィルタ[12]は、左右2つのウィンドウでそれぞれ中央値を取り、その差を差分出力とするもの

で、Lフィルタの変形といえる。なお、Lフィルタには、そのパラメータを画素値や画素位置によって変化させる、すなわち適応処理を行うものが多く提案されている。これらについては、文献[13-15]を参照されたい。

第3群・・・Rフィルタ

Rフィルタは、ウィンドウを細かく分けて、それらの小ウィンドウでの線形演算による出力を整理して中央値を取り出すもので、ちょうどLフィルタとは逆の操作になっている。この種のフィルタは、一般に、入力画像を線形フィルタによって平滑化した後さらに順序統計量フィルタを適用したような効果を持つ。Wilcoxonフィルタ[16]は、ウィンドウを2画素ずつの小ウィンドウに分け、それらの平均値を整理して中央値を出力するものである。また、Generalized Wilcoxonフィルタ[17]は2画素ずつの組のうち、その2画素の順位の差が一定値より小さいものだけをとりだして計算を行うものである。FIR-Median hybridフィルタ[18-20]や、Max/min meanフィルタ[21]は、方向別に分けた小ウィンドウ内での線形和を整理し順序統計量を出力するもので、画像内での方向を持つ構造を保存しやすくなっている。

第4群・・・しきい値分解型フィルタ

順序統計量フィルタは、§1-3で述べるしきい値分解によって2値の演算に帰着される。2値の値から2値出力を得る演算は、結局2値論理演算である。しきい値分解型フィルタは、ウィンドウの各画素を論理変数とみなし、それらの変数の間の論理演算を定義することによって、より広い範囲のフィルタを定義したものである。このうち、論理演算をしきい値論理(§1-3-3参照)に限定したものが、本論文の第6章で述べるしきい値論理フィルタ[22]やEフィルタ[23]である。また、しきい値論理に限定せず正值論理関数全体で考えたものがStackフィルタ[24]やGeneralized stackフィルタ[25]である。Stackフィルタの一群に関しては、その最適化法などについて数多くの研究が行われている。これらについては文献[26]に述べられている。また、しきい値分解型フィルタは、§1-4で述べるように数理形態学的演算と密接に結び付いている。

これらの拡張順序統計量フィルタのうち、LフィルタやRフィルタは順序統計量フィルタの能力と線形フィルタの能力とを融合しようとする試みである。これに対し、しきい値分解型フィルタは、基本的順序統計量フィルタを包含するさらに一般的なフィルタを定義するものである。本論文では、加重中央値フィルタおよびしきい値分解型フィルタを中心に議論を進める。

§1-3 しきい値分解

しきい値分解(threshold decomposition)とは、画素値が g 値をとるデジタル画像のフィルタリングを、独立な $(g-1)$ 組の2値信号のフィルタリングで置き換える方法である。図1-5に、この方法の概略を示す。左上の、5値をとる画像をそのまま中央値フィルタリングするかわりに、下の4組の2値画像に分解する。そして、それぞれを2値フィル

タリングして、その結果を足し合わせると、5値のまま中央値フィルタリングしたのと同じ結果が得られる。この性質は、中央値フィルタの解析を助ける方法としてFitchらによってはじめて示された[27][28]。中央値フィルタはしきい値分解することにより、多値画像のフィルタリングの効果を、2値の信号のフィルタリングの効果の組合せで知ることができる。2値中央値フィルタは、ウィンドウ内の画素値のうち、1か0か、数の多い方を出力する多数決フィルタとみなすことができる。多数決フィルタは、線形和とそれに続くしきい値処理で表現できるので、より解析が簡単である。また、線形和としきい値処理はハードウェア化が簡単であり、しきい値分解を利用した中央値フィルタのVLSIチップがすでに製作されている[29]。さらに、光学系による中央値フィルタの実現にも、しきい値分解の考え方が応用されている[30-32]。本論文では、しきい値分解やそれを用いたしきい値論理型フィルタが随所に登場するので、以下に詳しく述べる。

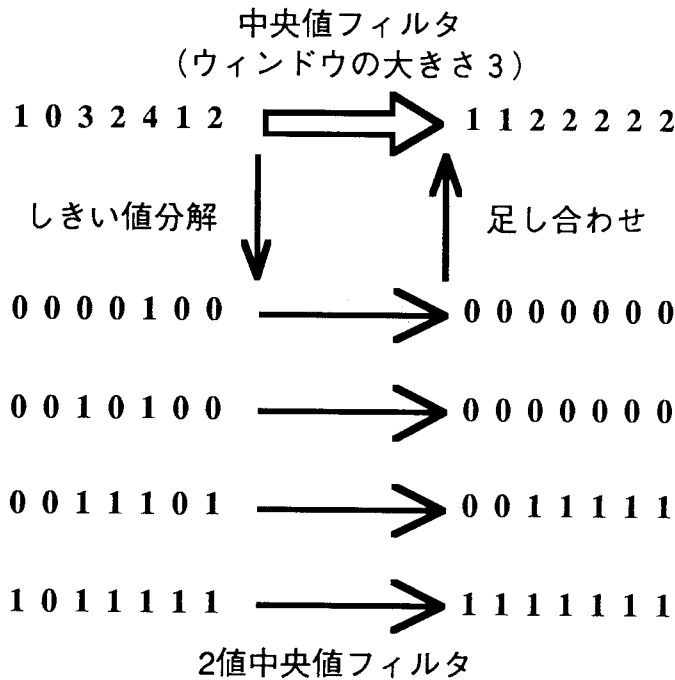


図1-5 しきい値分解

§ 1-3-1 しきい値分解の手続き

しきい値分解は、次の手続きによって行われる。

1. フィルタリングを行うg値画像を、 $A(P)$ とする。 P は、画像中の画素位置である。この画像から、式(1-1)にしたがって、 $(g-1)$ 組の2値画像 $d(P)$ を生成する。

$$d^i(P) = \begin{cases} 1 & \text{if } A(P) \geq i, \\ 0 & \text{if } A(P) < i. \end{cases} \quad (1-1)$$

この手続きを、図1-6に示す。上の斜体の数字は、1次元信号の画素値を示す。これを、左側に示す、1,2,3,4の4つの値をしきい値として式(1-1)にしたがって2値化すると、白抜きの数字で示す4つの2値信号が得られる。

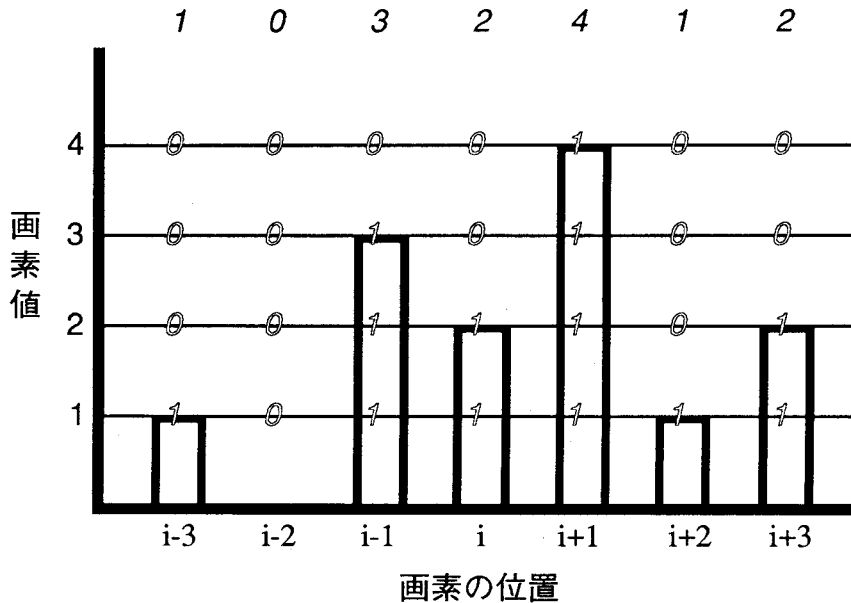


図 1-6 2値画像を得る手続き

2. これらの2値信号 $d^i(\mathbf{P})$ を、それぞれフィルタリングする。その結果を $x^i(\mathbf{P})$ とする。
3. 各画素毎に、フィルタリングされた2値画像 $x^i(\mathbf{P})$ を足し合わせると、 $A(\mathbf{P})$ をフィルタリングした結果 $X(\mathbf{P})$ が得られる。すなわち、

$$X(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{k-1} x^i(\mathbf{P}) \quad (1-2)$$

である。このとき、どの \mathbf{P} についても、 $x^i(\mathbf{P})=1$ であれば、 $j \leq i$ について $x^j(\mathbf{P})=1$ であることが保証される。これを積み上げ性(stacking property)という。したがって、積み上げ性を持つフィルタにおいては、2値信号を足し合わせるかわりに、 $x^i(\mathbf{P})=1$ であるような最大のしきい値 i を求めてもよい。

§ 1-3-2 中央値フィルタのしきい値分解性の証明

§ 1-3-1 の手続きによって中央値フィルタリングが行えることを、Fitchらは真理関数 $I()$ を用いて、真理値と2値フィルタの出力を結びつけて証明した[27]。その概略を以下に示す。

(定理1-1) 中央値フィルタリングと2値中央値フィルタリングを用いて、§ 1-3-1 の手続きによって多値フィルタリングと2値フィルタリングの変換が可能である。

(証明) $I(\Pi)$ を、命題 Π が真の時 $I(\Pi)=1$ 、 Π が偽の時 $I(\Pi)=0$ であるような関数とする。2

値中央値フィルタは、ウィンドウ内の画素値のうち、1か0か、数の多い方を出力とするフィルタと考えることができる。これを関数 $I(P)$ を用いて表すと、ウィンドウの大きさを $2N+1$ とするとき、

$$x^i(P) = I(P \text{ を中心とするウィンドウに入った } d^i() \text{ のうち、少なくとも } N+1 \text{ 個は '1'})$$

$$= I(P \text{ を中心とするウィンドウに入った } A() \text{ のうち、少なくとも } N+1 \text{ 個は } i \text{ 以上}) \quad (1-3)$$

と表せる。すなわち、

$x^m(P)=1 \Leftrightarrow$ 「 P を中心とするウィンドウに入った $A()$ のうち、少なくとも $N+1$ 個は m 以上」である。このとき式(1-1)から、 $1 \leq n \leq m$ をみたす n について、

$x^n(P)=1 \Leftrightarrow$ 「 P を中心とするウィンドウに入った $A()$ のうち、少なくとも $N+1$ 個は m 以上」である。したがって、

$$x^m(P)=1 \Rightarrow x^n(P)=1 \quad (1 \leq n \leq m) \quad (1-4)$$

である。式(1-4)は、積み上げ性の存在を示している。

ところで、

$$X(P) = \text{median}(P \text{ を中心とするウィンドウに入った } A())$$

$$= P \text{ を中心とするウィンドウに入った } A() \text{ のうち、少なくとも } N+1 \text{ 個が } i \text{ 以上になるような最大の } i \text{ (そのような } i \text{ がなければ } 0)$$

$$= \max(0, I(P \text{ を中心とするウィンドウに入った } A() \text{ のうち少なくとも } N+1 \text{ 個は } i \text{ 以上})=1 \text{ となる } i)$$

であるから、式(1-3)から

$$X(P) = \max(0, x^i(P)=1 \text{ となる } i)$$

である。ここで、式(1-4)から、「 $x^i(P)=1$ となる最大の i 」以下の i ではすべて $x^i(P)=1$ 、その他では $x^i(P)=0$ であるから、「 $x^i(P)=1$ となる最大の i 」の値は $x^i(P)$ の i についての合計になる。したがって、式(1-2)が得られる。(証明終)

この証明は非再帰的中央値フィルタに対するものであるが、再帰的中央値フィルタについてもFitchらは同様の議論によってしきい値分解性を証明している[27]。

§ 1-3-3 しきい値分解としきい値論理関数

Fitchらの証明によれば、中央値フィルタは2値中央値フィルタの組み合わせによって表現されることがわかる。2値中央値フィルタは、次の式で表される。

$$x^i(P) = \text{median}(a^i(P+q) | q \text{ is in the window}). \quad (1-5)$$

この式は、多数決表現を用いると次のようになる。

$$x^i(P) = H\left[\sum_{q \text{ in the window}} a^i(P+q) - (\text{window size})/2 \right]. \quad (1-6)$$

ただし、 H はしきい関数で次のように表される。

$$H[x]=\begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0, \\ 0 & \text{if } x < 0. \end{cases} \quad (1-7)$$

一般に、変数 $a(j)$ に対して出力 x が次の形式で決まる2値論理関数をしきい値論理関数[33][34]という。

$$x=H\left[\sum_j T(j) \cdot a(j) - c\right]. \quad (1-8)$$

$T(j)$ は重み定数で、 c は定数である。2値中央値フィルタは $T(j)=1$ 、 $c=(\text{window size})/2$ のしきい値論理関数である。

加重中央値フィルタは、ウィンドウの各位置に非負整数の重みを定めておき、重みの数だけ重複して画素値を数えて数列を作り、その中央値を出力する。これを式で表すと次のようになる。

$$x^i(P)=\text{median}(T(q) \text{ copies of } a^i(P+q) | q \text{ is in the window}). \quad (1-9)$$

$T(q)$ が重みである。2値画像に対する場合、この式を多数決表現で表すと、次のようになる。

$$x^i(P)=H\left[\sum_{q \text{ in the window}} T(q) \cdot a^i(P+q) - \frac{1}{2} \sum_q T(q)\right]. \quad (1-10)$$

この式からわかるように、加重中央値フィルタはしきい値分解によって一般のしきい値関数で表されることになる。この性質は、本論文中において重要である。

§ 1-4 数理形態学

人間が画像を認識するという操作は、画像を適切な情報に変換するという操作と考えられる。認識のプロセスのうち、とくに重要なものは画像中の物体の形状の認識である。物体の形状の変換を定量的に扱う考え方が、数理形態学(mathematical morphology)である。この理論は、多孔性鉱物の粒子の形状と通水性との関係を知るために、フランスの国立パリ高等鉱山学校(École Nationale Supérieure des Mines de Paris)のJ. Serra, G. Matheronによって1964年に創始された[35]。ここでは、非線形フィルタとのつながりに重点をおいて、数理形態学を概説する。詳しくは、文献[35-42]に述べられている。

§ 1-4-1 基本的枠組み

数理形態学では、画像を、その内部に含まれる画素の座標を要素とする集合と考える。このとき、2値画像は普通の(クリस्प)集合、多値画像は(画素値/とり得る最大の画

素値) をメンバシップ関数とするファジイ集合と考えることによって同等に取り扱える。いま, structuring element (構成要素) と呼ばれるフィルタのウィンドウに相当する集合を考え, 画像集合とで「集合のコンヴォリューション」というべき演算を定義することによって, 画像の変換を表現する。その基本となるのが画像の膨張(dilation), 侵蝕(erosion)という演算であり, これらはミンコフスキー集合和(差)という集合演算で表される。

以下, 画像集合を A , 構成要素を B で表す。まず, 集合 B のベクトル x の移動を次のように定義する。

$$B_x = \{y+x | y \in B\}. \quad (1-11)$$

また, B の反転を次のように定義する。

$$\check{B} = \{-y | y \in B\}. \quad (1-12)$$

さらに, A の補集合を次のように定義する。

$$A^c = \{x | x \notin A\}. \quad (1-13)$$

これらの定義を用いて, 集合 A と B のミンコフスキー集合和は次のように定義される。

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b. \quad (1-14)$$

また, ミンコフスキー集合差は次のように定義される。

$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_b. \quad (1-15)$$

補集合の定義を用いれば, ミンコフスキー集合差は次のようにも定義される。

$$A \ominus B = [A^c \oplus B]^c. \quad (1-16)$$

この関係を, 集合和と集合差が双対の関係にあるという。

これらの演算を用いて, 膨張は $A \oplus \check{B}$, 侵蝕は $A \ominus \check{B}$ と定義される。

§ 1-4-2 フィルタ定理

数理形態学を体系づけているのは, 膨張あるいは侵蝕を用いてある広い範囲のフィルタがすべて表現できるという, フィルタ定理の存在である。すなわち, 膨張と侵蝕がフィルタリングの基本演算であるということになる。ここでいう「ある広い範囲のフィルタ」とは, 「増加的」なフィルタである。増加的とは, 図1-7のように, ある集合が移

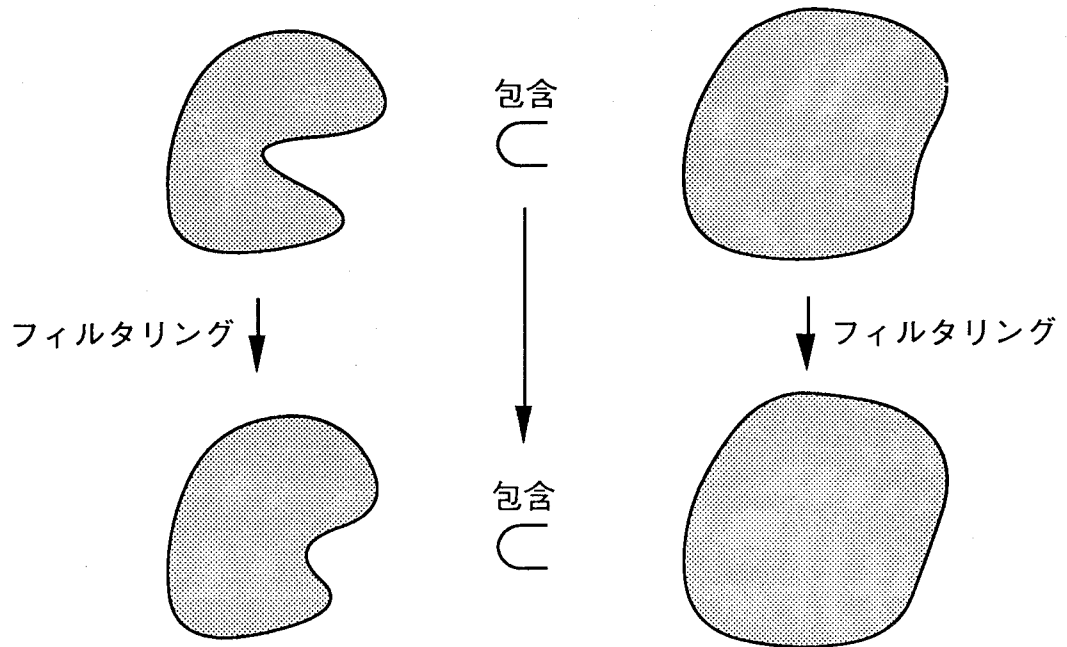


図1-7 増加的フィルタリング

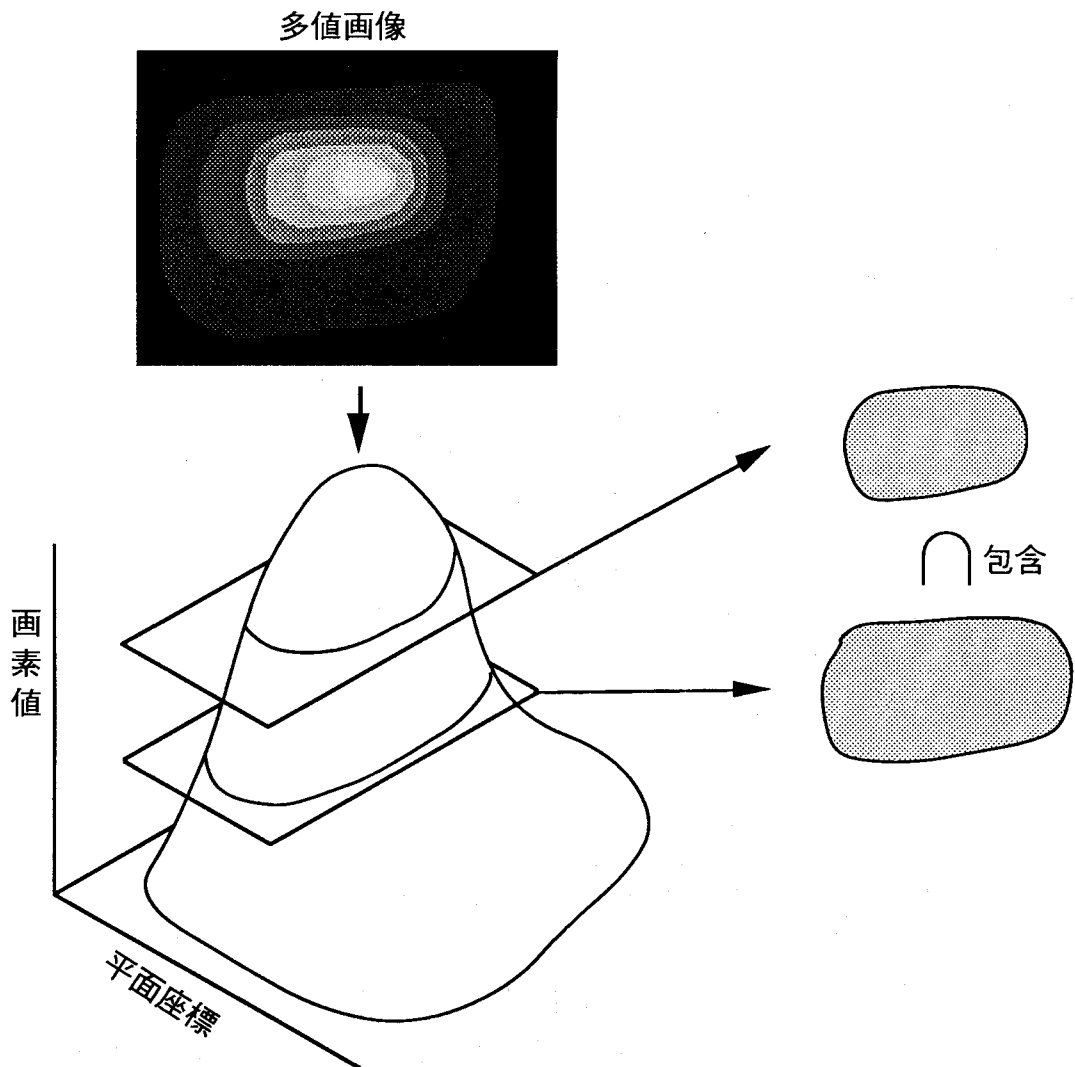


図1-8 しきい値分解と包含関係

動によって他の集合を包含する関係にあるときは、フィルタリングの前と後でその包含関係が保たれるという意味である。この性質は、ノイズ除去の場合のように、画像のおおまかな形状を保存し細かい部分を調整するフィルタの場合は、当然要求される性質である。また、しきい値分解によって生成された2値画像群は、しきい値の大きいほうから順に包含関係が生じている(図1-8)。増加的なフィルタは、これらの包含関係を保存するから、フィルタリング後の画像も積み上げが可能である。すなわち、しきい値分解可能なフィルタにおいては、「増加的」とは「積み上げ可能性がある」ことにほかならない[41]。

さて、このようなフィルタ Ψ に対して、核(kernel)とよばれる集合族 $\text{Ker}[\Psi]$ を次のように定義する。

$$\text{Ker}[\Psi] = \{A \mid \vec{0} \in \Psi(A)\}. \quad (1-17)$$

すなわち、 $\text{Ker}[\Psi]$ は、フィルタに対する考えるすべての入力のうち、その出力が平行移動によって同一となるものを除いたものである。Matheronは、フィルタ Ψ は侵食を用いて次のように表されることを示した[35]。

$$\Psi(A) = \bigcup_{B \in \text{Ker}[\Psi]} A \oplus \check{B}. \quad (1-18)$$

すなわち、侵食によってすべてのフィルタが表されることを示している。また、膨張を用いて次のようにも表される。

$$\Psi(A) = \bigcap_{B \in \text{Ker}[\Psi^*]} A \oplus \check{B}. \quad (1-19)$$

ここで、 Ψ^* は Ψ の双対写像と呼ばれ、

$$\Psi^*(A) = [\Psi(A^c)]^c \quad (1-20)$$

と定義される。

なお、核はフィルタの合成には冗長であり、核のうちいくつかを選び出してフィルタを合成できる。フィルタの合成に最小限必要な集合群を基底(basis)と呼ぶ。ここでは基底に関する詳細は省略する。詳細は文献[41]で述べられている。

§ 1-4-3 順序統計量フィルタとの関係

順序統計量フィルタは、数理形態学演算との間に次のような簡単な関係がある[42]。 N 画素からなるウィンドウを持ち、第 r 順位を出力する順序統計量フィルタは、ウィン

ドウから r 画素からなる小ウィンドウ全て (${}_N C_r$ 個) を取り出し、それらで侵食を行った結果のOR (多値の場合は最大値) である」

「またこのフィルタは、ウィンドウから $(N-r+1)$ 画素からなる小ウィンドウ全て (${}_N C_{r-1}$ 個) を取り出し、それらで膨張を行った結果のAND (多値の場合は最小値) である」

これらのことは、2値画像で考えてみれば明らかである。第 r 順位を出力するフィルタは、ウィンドウ内に1が r 個以上あれば出力1である。侵食の操作は、構成要素の内部の画素値が全て1であるとき1を出力する操作であるから、 r 画素からなる構成要素による侵食のうち1つでも出力が1となるものがあれば、ウィンドウ内に1が r 個以上あることになる。第 r 順位を出力するフィルタは、また、ウィンドウ内に0が $(N-r)$ 個以下の時出力1である。膨張の操作は、構成要素の内部の画素値のうち1つでも1があれば1を出力する操作であるから、 $(N-r+1)$ 画素からなる構成要素をどのようにとってもその中に1があるとき、ウィンドウ内には0がたかだか $(N-r)$ 個しかないことになる。

また、§1-2であげたしきい値分解型フィルタは、数理形態学演算と直接結び付いている[42]。しきい値分解型フィルタでは、ウィンドウの各画素を論理変数として、論理演算でフィルタを定義する。論理演算は積和標準形で表すと、いくつかの変数のANDを何組か作り、それらのORを出力とするものとなる。変数のANDは、この中の変数 (すなわち画素値) が全て1であるとき1であるから、侵食と同じ操作である。したがって、論理演算は積和標準形で表すことによって侵食のORにただちに書き換えられる。また、論理演算を和積標準形で表すと、いくつかの変数のORを何組か作り、それらのANDを出力とするものとなる。変数のORは、この中の変数のうち1つでも1であるとき1であるから、膨張と同じ操作である。したがって、論理演算は膨張のORにもただちに書き換えられる。

§1-5 ニューラルネットワーク

本論文の第4章では、評価関数の単調減少性を用いて、フィルタリング操作の収束性を導いている。また本論文の第5、6章では、学習による誤差関数最適化の手法を用いている。これらの手法は、現在盛んに研究されているニューラルネットワークの理論の主要な手法である。そこで、ここではニューラルネットワークについて簡単に説明する[43][44]。

脳は、1つ1つは非常に簡単な処理を行うニューロンが多数集まり、複雑な結線によって情報交換を行って全体で1つの複雑な処理を行うということに特徴がある。1個のニューロンは、他のいくつかのニューロンと軸索と呼ばれている線につながれている。ニューロンは、軸索を通ってくる電流の形で他のニューロンからの信号を受け取る。各電流はニューロンと軸索の間にあるシナプスと呼ばれる接合部で各軸索に対応して重みを付けて合計される。そして、電流の合計がある値以上であるとき、そのニューロンの状態を興奮状態とし、他のニューロンへ信号を送り出す。興奮状態でない状態を、抑制状態という。この操作を繰り返して、全体で処理を行う。ニューラルネットワークとは、生物の脳の構造を模倣し高度の分散処理を行うことによって、高次情報処理を行うことを目指すものである。ニューラルネットワークを作るには、まずニューロンをモデル化

しなければならない。現実のニューロンからの類推から、ニューロンのモデルは多入力1出力型の素子で、他のニューロンからやってくる入力値にそれぞれある重みを付けて合計し、それがある値以上になった時出力を出すものとなる。これは、先に述べたしきい値論理関数にはかならない。このようなニューロンを結合して、ある1つの処理を行うには、結合のモデルが必要である。実際の脳の結合は大変複雑で、いまだよくわかっていない。現在提出されているモデルでは、相互結合型モデルと階層型モデルがとくに研究が進んでいる。そこで、この2つを取り上げてその特徴を説明する。

§ 1-5-1 相互結合型モデル

このモデルは、あるニューロンが他のニューロンと相互に結合しているものである。原則的には、1つのニューロンは他の全てのニューロンと結合している。結合していないもの同士は、重み0の結線によって結合していると考えればよい。このネットワークでは、情報の流れの向きというものは存在せず、各ニューロンが適宜動作し他のニューロンに影響を及ぼす。全ニューロンが同時に動作することを同期的動作、各ニューロンが独立に動作することを非同期的動作という。

このモデルでは、各結線の重みを適切に設定し、ある初期値を各ニューロンに与えて動作させると、全ニューロンが状態変化しなくなる平衡状態に達したり、ネットワーク全体が有限個の状態を移り変わり続けることになる。そこで、初期値を入力として、平衡状態（又は有限個の状態のサイクル）を出力とすれば、パターン変換が行われることになる。

相互結合モデルの中では、Hopfieldのモデルが有名である[45]。このモデルは、結線の重みに、(1)1つのニューロンとそれ自身の結線の重みが負でない、(2)ニューロン i からニューロン j への結線の重みと、ニューロン j からニューロン i への重みは等しい、という制限を設けることにより、どのような初期状態から出発してもなんらかの平衡状態に達することが保証されている。そこで、記憶させるべきパターンを表す状態が平衡状態になるように重みを設定しておくこと、なんらかの初期状態からネットワークが動作し、平衡状態に落ち着くことによって、平衡状態のうち初期状態に近い状態を選び出すことになる。これは、ネットワークが連想メモリとして働いていることになる。

§ 1-5-2 階層型モデル

このモデルは、ニューロンがいくつかの層をなし、層同士が結線されている。入力層と出力層は決まっており、入力層のニューロンの状態として与えられた情報は、層間の結線を伝わって、最終的に出力層のニューロンの状態として出力が得られる。情報の流れる向きも決っており、入力層に情報を与えた時点で動作が始まり、出力層に達した時点で終わる。これは、視覚神経系を模倣したものとなっている。

このモデルの最大の特徴は、誤り訂正型の学習にある。ある入力とそれに対する理想出力があるとき、その入力から得られる出力と理想出力を比較して、層間の結線の重みを修正し、ネットワークの出力と理想出力との誤差を極小化する。この学習法を用いることにより、ある入力を望みの出力に写像するようなパターン変換器を作ることができ

る。誤り訂正学習は第5, 6章で重要な役割をはたす知識なので, 層が2つの基本的な場合と, それを拡張した3つ以上の場合に分けて詳しく説明する[43][44]。

(1)層が2つの場合

層内の各ニューロンは独立に動作するので, 出力層のある1つのニューロンにつながっている結線の重みを学習する方法を考えればよい。ニューロンの興奮状態を値1, 抑制状態を値0で表す。ニューロンはこの2つの値しか取らないものとする。いま, 入力層のニューロン*i*の状態を a_i , その時の出力層が動作してえられるニューロン*j*の状態を x_j とする。このとき, ニューロン*j*が取るべき理想状態を y_j とすると, ニューロン*i*からニューロン*j*への結線の重み T_{ij} は次のように修正される。

$$T'_{ij} = T_{ij} + (y_j - x_j)a_i. \quad (1-21)$$

この式によれば, 出力層の状態が理想状態と同じときは, $y_j - x_j = 0$ で重みは変化しない。理想状態が1であるのに実際の状態が0であるときは, $y_j - x_j = 1$ で, その時値1を取っているような入力層のニューロンとの結線の重みが増やされる。理想状態が0で実際の状態が1であるときは, 重みが減らされることになる。この方法は, 一般にPerceptron学習と呼ばれている。

この方法は大変簡単で明快である。しかしながら, 層が2つの場合, 実現できるパターン変換の種類は, 線形分離なものに限られている。線形分離とは, 出力層のある1つのニューロンについて, 理想状態0を出力すべき入力パターン群を X^0 , 1を出力すべきパターン群を X^1 とするとき, 双方に属するパターンをベクトルとして超空間に配置すると, X^0 に属するベクトルと X^1 に属するベクトルが超平面で分離できるということである。入力層に与えられるパターン群が線形分離でなければ, この学習は収束せず, いくつかの結線重みの組み合わせを循環することになってしまうという欠点があることが知られている。これは, 実際の出力と理想状態との誤差の評価が-1と1に限られているので, 学習の際の重みの変化が大きすぎるのが原因である。そこで, ニューロンの状態が[0,1]の連続値を取るものとし, 誤差の評価も連続値にして, よりゆっくりと学習することによって, この欠点のある意味で克服することができる。式(1-21)に, 小さな正の数 ϵ を導入して, 次のように書き換える。

$$T'_{ij} = T_{ij} + \epsilon(T_j - x_j)a_i. \quad (1-22)$$

このとき, y_j, x_j, a_i は全て連続値である。また, ϵ は学習係数とよばれる。このとき, ϵ が十分小さければ, 入力パターン群が線形分離でなくても, 結線の重みは理想状態と実際の出力との2乗誤差の総和を最小にするものに収束することが知られている。この方法を, δ ルールとよんでいる。なお, ニューロンの状態が連続値を取るためには, この節の最初で述べたようなしきい値関数ではニューロンの動作を規定できない。そこで, 図1-9に示すような「連続なしきい値関数」とも言うべきシグモイド関数が普通用いられる。この関数は次の式で定義される。

$$H(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda x)}. \quad (1-23)$$

λ は正の定数で、 $\lambda \rightarrow \infty$ のときこの関数はしきい値関数となる。

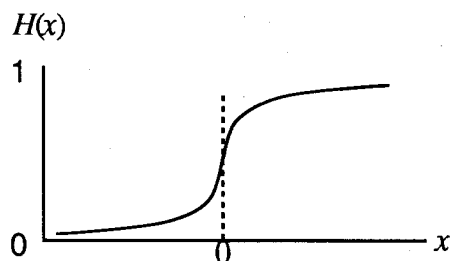


図1-9 シグモイド関数

(2)層が3つ以上の場合

かつてニューラルネットワークの研究は、2層の場合の能力の限界が示されて一時下火になったが、ここに示す多層ネットワークの学習法が提案されて再び盛んになった。それは、2層の階層型ネットワークが実現できるパターン変換の種類は線形分離なものに限られているのに対し、層が3つ以上である場合は、線形分離でないものも実現できるからである。ここで示す多層型ネットワークの学習法は、出力層での理想状態との誤差を、出力層から入力層の方向へ各層を伝えていって重みの修正量を各層間の重みに分担させるもので、誤差逆伝播法(error back propagation)と呼ばれている。

m 層からなる階層型ネットワークを考える。第 k 層のニューロン i へ入力する入力値の重みつき合計を S_i^k とし、そのニューロンの出力を x_i^k とする。また、第 $k-1$ 層のニューロン i から第 k 層のニューロン j への結合重みを $T_{ij}^{k-1,k}$ とする。このとき、次の関係が成り立っている。

$$\begin{aligned} x_i^k &= f(S_i^k), \\ S_j^k &= \sum_i T_{ij}^{k-1,k} x_i^{k-1}. \end{aligned} \quad (1-24)$$

ただし $f(\cdot)$ は、例えば式(1-23)のシグモイド関数のような、非線形関数である。入力層にパターンを与え、信号が伝播して、出力層の状態として出力が取り出されたとき、それが理想状態と一致しているならば、重みは変化しない。そうでないときは、次の式にしたがって重みを変化させる。

$$\begin{aligned}\Delta T_{ij}^{k-1k} &= \varepsilon \delta_j^k x_i^{k-1}, \\ \delta_j^m &= -(x_j^m - y_j) f'(S_j^m), \\ \delta_j^k &= -\left(\sum_l T_{jl}^{kk+1} \delta_l^{k+1}\right) f'(S_j^k) \quad (k < m).\end{aligned}\tag{1-25}$$

ここで、 y_j はニューロン j の理想状態、 δ_i はニューロン i の誤差信号、 ε は学習係数である。 ΔT_{ij}^{k-1k} が、重みの修正量である。この式による重みの修正は、出力状態と理想状態の2乗誤差の1回の修正に対する減少量が最大になる、すなわち最急降下を行っていることを以下に示す。

ある入力と理想状態の組 n について、出力の2乗誤差は次の式によって与えられる。

$$E_n = \frac{1}{2} \sum_j (x_j^m - y_j)^2.\tag{1-26}$$

学習させる全ての入出力についての2乗誤差は次のようになる。

$$E = \sum_n E_n.\tag{1-27}$$

ここで、 E_n の T_{ij}^{k-1k} についての勾配を計算すると、

$$\frac{\partial E_n}{\partial T_{ij}^{k-1k}} = \frac{\partial E_n}{\partial S_j^k} \frac{\partial S_j^k}{\partial T_{ij}^{k-1k}}\tag{1-28}$$

であり、式(1-24)から

$$\frac{\partial S_j^k}{\partial T_{ij}^{k-1k}} = \frac{\partial}{\partial T_{ij}^{k-1k}} \sum_i T_{ij}^{k-1k} x_i^{k-1}\tag{1-29}$$

であるから

$$\frac{\partial S_j^k}{\partial T_{ij}^{k-1k}} = x_i^{k-1}\tag{1-30}$$

となる。
ここで

$$\delta_j^k = -\frac{\partial E_n}{\partial S_j^k}\tag{1-31}$$

とおくと、

$$\frac{\partial E_n}{\partial T_i^{k-1k}} = \delta_j^k x_i^{k-1} \quad (1-32)$$

となる。したがって、この δ を用いて式(1-25)の第1式のように重みを修正すれば、それは T_i^{k-1k} を、 E_n の T_i^{k-1k} に対する勾配方向、すなわち E_n がもっとも大きく減少する方向に変化させていることになる。これはすなわち最急降下にほかならない。この δ が式(1-25)で定めた δ と等しいことを次に示す。

$k \neq m$ のとき、

$$\frac{\partial E_n}{\partial S_j^k} = \sum_i \frac{\partial E_n}{\partial S_i^{k+1}} \frac{\partial S_i^{k+1}}{\partial x_j^k} \frac{\partial x_j^k}{\partial S_j^k} \quad (1-33)$$

であり、式(1-24)から明らかに

$$\frac{\partial x_j^k}{\partial S_j^k} = f'(S_j^k) \quad (1-34)$$

でありまた

$$\frac{\partial S_i^{k+1}}{\partial x_j^k} = T_{ji}^{kk+1} \quad (1-35)$$

であるから

$$\delta_j^k = - \sum_i \delta_i^{k+1} \cdot f'(S_j^k) \cdot T_{ji}^{kk+1} \quad (1-36)$$

となって式(1-25)の通りになる。

また、 $k=m$ のときは、

$$\frac{\partial E_n}{\partial S_j^m} = \frac{\partial E_n}{\partial x_j^m} \frac{\partial x_j^m}{\partial S_j^m} \quad (1-37)$$

となり、式(1-26)より

$$\frac{\partial E_n}{\partial x_j^m} = \frac{\partial}{\partial x_j^m} \left\{ \frac{1}{2} \sum_j (x_j^m - y_j)^2 \right\} \quad (1-38)$$

であるから

$$\frac{\partial E_n}{\partial x_j^m} = x_j^m - y_j \quad (1-39)$$

となって,

$$\delta_j^m = -(x_j^m - y_j) \cdot f'(S_j^m) \quad (1-40)$$

であり, 式(1-25)に等しい.

式(1-25)の下二つの式は, 重みの修正に使う誤差量 δ が $k=m$ から $k=2$ に向かって, ネットワークを信号の流れとは逆に伝播して行くことを示している. これが, この方法が誤差逆伝播法とよばれる所以である. また, 誤差逆伝播法では, 非線形関数 $f()$ の微分を用いている. したがって, $f()$ は微分可能な関数でなければならない. 式(1-23)で示したシグモイド関数はこの条件を満たしているので, ここでもよく用いられる.

§ 1-5 結言

この章では, 順序統計量フィルタについて説明し, それから派生した各種の順序統計量系フィルタを整理して説明した. さらに, その解析, 設計に必要な知識である, しきい値分解, 数理形態学, ニューラルネットワークの理論を述べた.

第2章 順序統計量型差分フィルタ(RONDO)

§ 2-1 緒言

第1章で述べたように、中央値フィルタをはじめとする順序統計量フィルタは、インパルス性雑音の除去、画像の微細構造の保存に能力を発揮する。この章では、順序統計量フィルタの望ましい性質を受け継いだ差分フィルタである順序統計量型差分フィルタ(Rank-Order based Nonlinear Differential Operator, RONDO)を提案し、その有効性を示す[46].

まず、加重中央値フィルタの定義を考える。入力画像を $A()$ 、ウィンドウの占める領域を D 、ウィンドウ中の相対画素位置 p に設定された重みを $T(p)$ とすると、画素 P での加重中央値フィルタの出力は次のように表される。

$$X_{wmf}(P) = \text{median}(T(p) \text{ copies of } A(P+p) \mid p \in D). \quad (2-1)$$

一方、従来のエッジ検出における基本的フィルタとして、§ 1-1で触れた線形差分フィルタがある。このフィルタは、次の形式で表せる線形フィルタにおいて、重み $T(p)$ に負の値を許したものとなっている。

$$X_{av}(P) = \sum_{p \in D} T(p) A(P+p). \quad (2-2)$$

では、加重中央値フィルタを、線形フィルタとの類推によって差分フィルタに拡張するにはいかにすべきか。負の重みを持つ線形フィルタが線形差分フィルタになることから、加重中央値フィルタの重みも負に拡張すれば、差分フィルタが実現できることが考えられる。線形フィルタの場合、重みは総和を求める際に掛けられるだけであるから、重みの負の値への拡張は自然である。しかしながら、加重中央値フィルタの重みを負に拡張するには、画素値の“ -1 ”回の複製を行わなければならない。これは普通には不可能である。筆者は、本研究で、しきい値分解を用いて負数回複製の自然な定義を与え、これによって加重中央値フィルタの性質を持つ差分フィルタRONDOを考案した。以下の各節では、RONDOの原理、解析的・統計的性質、ハードウェアによる実現法、実験結果の順に述べる。

§ 2-2 RONDOの原理

§ 1-3で述べた通り、しきい値分解によって中央値フィルタの処理は、1)しきい値処理による2値画像への分解、2)各2値画像に対する重み付き総和处理としきい値処理、3)それらの結果の各画素での合計の3段階に分けられる。加重中央値フィルタの場合、1)での各しきい値 i によって分解された2値画像を $d(i)$ とすると、2)の段階の処理結果 $x^i()$ は次の形式で表される。

$$S^i(\mathbf{P}) = \sum_{\mathbf{p} \in D} T(\mathbf{p}) a^i(\mathbf{P} + \mathbf{p}), \quad (2-3)$$

$$x^i(\mathbf{P}) = \begin{cases} 1 & \text{if } S^i(\mathbf{P}) \geq c, \\ 0 & \text{if } S^i(\mathbf{P}) < c. \end{cases} \quad (2-4)$$

ここで

$$c = \frac{\sum_{\mathbf{p} \in D} T(\mathbf{p})}{2} \quad (2-5)$$

である。

ここで、もとの定義で画素値を複製する回数を定義していた $T(\mathbf{p})$ が、ここでは総和の際の単なる倍率に変わっていることが重要である。このように加重中央値フィルタを表した場合、この処理は重み付き線形和としきい値処理で構成されており、画素値の複製や整列を含んでいない。したがって、重みの負の値への拡張は線形フィルタの場合と同様に可能である。この場合、総和の結果は負の値をもとるので、式(2-4)のしきい値処理を次のような2重しきい値処理に置き換えるものとする。

$$x^i(\mathbf{P}) = \begin{cases} 1 & \text{if } S^i(\mathbf{P}) \geq \beta, \\ 0 & \text{if } -\beta < S^i(\mathbf{P}) < \beta, \\ -1 & \text{if } S^i(\mathbf{P}) \leq -\beta. \end{cases} \quad (2-6)$$

ここで β は正定数で、しきい値定数(threshold factor)と呼ぶ。このようにして、しきい値分解と式(2-3)、(2-6)および各2値処理の出力を合計する式(1-2)によって定義されるフィルタをRONDOとよぶ。

§ 2-3 解析的性質

§ 2-3-1 単符号性(unipolarity property)

第1章の§ 1-3で述べたように、従来の中央値フィルタや加重中央値フィルタは積み上げ性を持ち、この性質がインプリメンテーションや解析・設計に役立っている。しかし、RONDOは積み上げ性は持たない。これは次のことを考えてみれば明らかである。あるバイアスを持つステップエッジを考える。RONDOがエッジ検出オペレータとして働くとき、RONDOの2値処理の出力 $x^i(\cdot)$ は、 i がステップの高い方と低い方の輝度の間であるとき1で、低い方よりも下では0である。したがって積み上げ性が成り立たない。

そこで、積み上げ性と類似の単符号性(unipolarity property)というものを考える。こ

の性質は次のように形式化される。

性質2-1 (単符号性) : 単符号性が成立するとは, どの画素においても, その画素に対応する各2値処理の出力に-1と1が混じらないことである. すなわち, $x^i(\mathbf{P})$ について, $\forall \mathbf{P}, i, j \neq i; x^i(\mathbf{P})=1 \Rightarrow x^j(\mathbf{P}) \neq -1$ かつ $x^i(\mathbf{P})=-1 \Rightarrow x^j(\mathbf{P}) \neq 1$ なることである.

単符号性が成り立つと, 各画素においてエッジ高さが正か負かが常に判定されることになる. これは, RONDOが確かに画像差分オペレータとして働いていることを示している. さらに, 単符号性が成り立てば, 各画素で2値出力を合計する際に, 引き算が必要なくなる. したがって, RONDOのハードウェアによる実現が簡単になる.

以下に, RONDOが単符号性を持つための, 重みに対する十分条件を示す.

定理2-1: 正の加重の合計を N_p とし, 負の加重の合計の絶対値を N_n とする. 単符号性のための十分条件は, $N_p < 2\beta$ かつ $N_n < 2\beta$ であることである. ここで β は前節で述べたしきい値定数である.

証明: 仮に $\exists \mathbf{P}, j, j'; j < j'; x^j(\mathbf{P})=-1$ かつ $x^{j'}(\mathbf{P})=1$ とする. $x^j(\mathbf{P})=-1$ より, 式(2-3)の $S^j(\mathbf{P}) \leq -\beta$ である. $x^{j'}(\mathbf{P})=1$ より, $S^{j'}(\mathbf{P}) \geq \beta$ である. このことから, $S^{j'}(\mathbf{P}) \geq S^j(\mathbf{P}) + 2\beta$ が必要である. ここで, \mathbf{q} をウィンドウ中で負の加重が設定されているある画素の相対位置とする. $S^{j'}(\mathbf{P}) \geq S^j(\mathbf{P}) + 2\beta$ とすれば, $d(\mathbf{P}+\mathbf{q})=1$ かつ $d'(\mathbf{P}+\mathbf{q})=0$ であるような全ての画素位置 $\mathbf{P}+\mathbf{q}$ での加重の絶対値の合計は 2β 以上でなければならない. したがって $N_n \geq 2\beta$ が必要である. 同様に, $\exists \mathbf{P}, j, j'; j < j'; x^j(\mathbf{P})=1$ かつ $x^{j'}(\mathbf{P})=-1$ とすると, $N_p \geq 2\beta$ が必要である. したがって, 単符号性のための十分条件は, $N_p < 2\beta$ かつ $N_n < 2\beta$ であることである. (終)

以下の各節では, $N_p = N_n$ かつ $\beta = (N_p + 1)/2$ を仮定してあるので, 単符号性は常に成り立っている.

§ 2-3-2 エッジ方向の選択性

この節では, RONDOが鋭いエッジ方向選択性を持つことを示す. 鋭いエッジ方向選択性とは, ある範囲内の方向を持つエッジの高さ (エッジの両側の画素値の差) は全て正しく検出し, この範囲外のエッジの高さは全く検出しないという意味である. ここでは, この性質をRONDO, 線形差分オペレータ, 中央値の比較によるオペレータ [12] の3者を比較して説明する.

簡単のため, 図2-1に示すように, いずれのエッジ検出オペレータもその重みは-1,1のどちらかに制限されているものとする. ここで考えるエッジは, 図2-2に示すように, ウィンドウの右側 (正の加重を持つ側) に M 個の値 $(c+h)$ の画素と $(N-M)$ 個の値 c の画素があり, ウィンドウの左側 (負の加重を持つ側) に M 個の値 c の画素と $(N-M)$ 個の値 $(c+h)$ の画素が存在する場合を考える. これは, ある角度を持つ高さ h のエッジ上にウィンドウが乗っている状態を表している.

線形差分オペレータの場合, 検出されるエッジ高さは次のようになる.

$$\begin{aligned} X_{av}(M) &= \frac{\{(N-M)c + M(c+h)\} - \{Mc + (N-M)(c+h)\}}{N} \\ &= \left(\frac{2M}{N} - 1\right) h. \end{aligned} \tag{2-7}$$

-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1

図2-1 重みの例

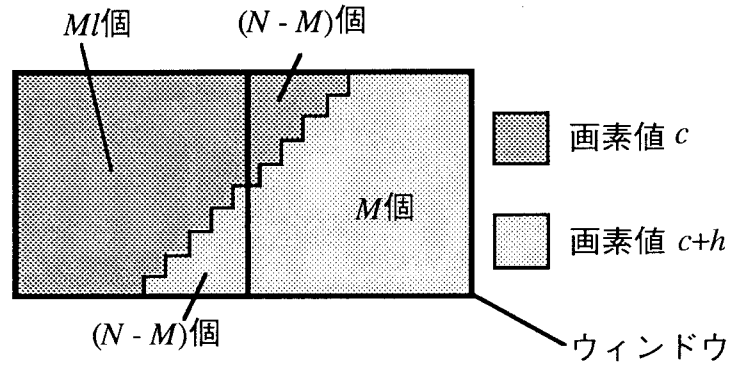


図2-2 エッジモデル

中央値の比較によるオペレータは、右側のウィンドウの中央値と左側のウィンドウの中央値との差を出力とするものである。その出力は次のようになり、エッジ方向にほとんど依存しない[12].

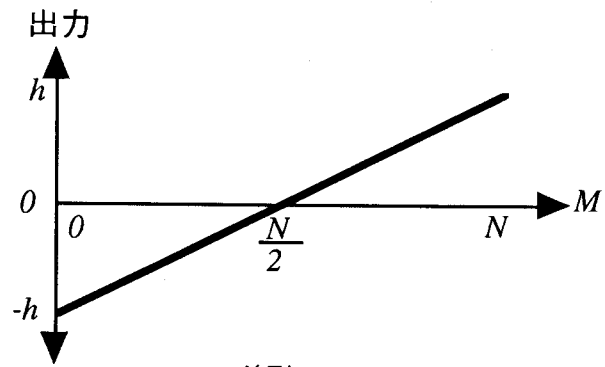
$$X_{med}(M) = \begin{cases} h & \text{if } \frac{N+1}{2} \leq M \leq N, \\ -h & \text{if } 0 \leq M < \frac{N+1}{2}. \end{cases} \quad (2-8)$$

これに対し、RONDOの出力は次のようになる。

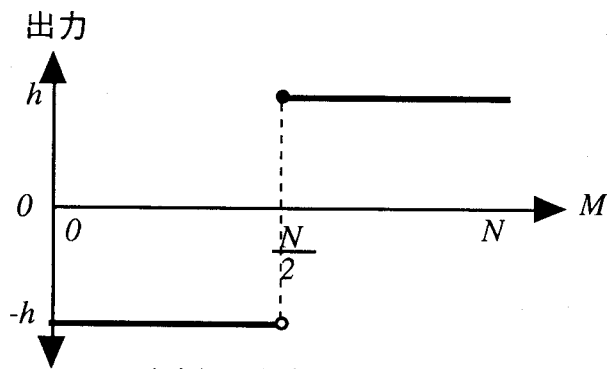
$$X_R(M) = \begin{cases} h & \text{if } 2M - N \geq \beta, \\ -h & \text{if } 2M - N \leq -\beta, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2-9)$$

図2-3にエッジ出力とMとの関係を示す。この図からRONDOが鋭いエッジ方向選択性を持っていることがわかる。

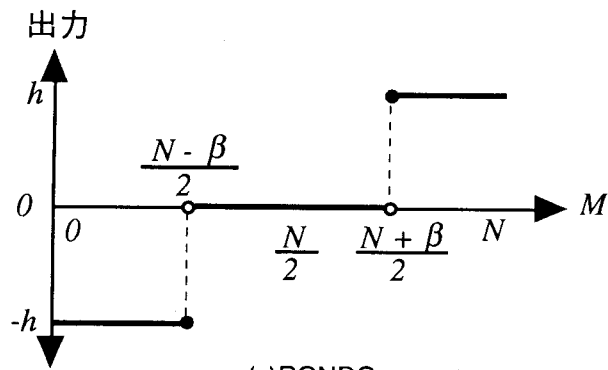
図2-4は、完全に縦方向、完全に横方向、「ほとんど縦方向」、「ほとんど横方向」のエッジを模式的に表したものである。太線の四角形がウィンドウを表し、陰影を付けた部分がステップエッジの輝度の低い部分を表す。ここであげたどのエッジ検出オペレータでも完全な方向は区別ができるが、RONDOでは不完全な方向を持つエッジでも縦横の区別ができ、また正しいエッジ高さを検出できる。



(a)線形オペレータ



(b)中央値の比較によるオペレータ



(c)RONDO

図2-3 エッジ出力の方向依存性

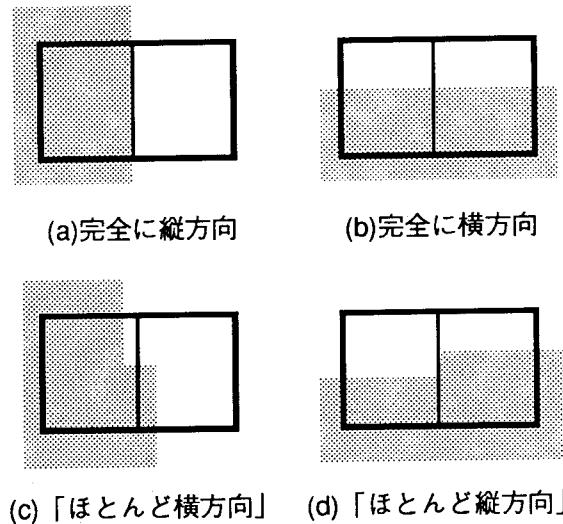


図2-4 縦横のエッジ

実際の利用においては、全方向のエッジが検出されることが望まれることも多い。この目的には、直交する2方向のエッジ検出オペレータが利用される。線形オペレータの場合、これらの出力をそれぞれ2乗して加えたものの平方根が出力とされる。また、計算の簡便さのため、それぞれの出力の絶対値の和も利用される。中央値の比較によるオペレータの場合は、そのエッジ方向の変化に対する不感性から、それぞれの出力の絶対値の大きいほうが出力とされる[12]。RONDOの場合、ウィンドウの形としきい値定数の設定によって、2値フィルタの検出域を縦方向（または横方向）から45度の範囲とすることができる。こうした場合、出力は2つの2値フィルタの出力の絶対値の論理和とすればよい。論理和は回路上では非常に簡単な演算であるから、この方法はハードウェアによる実現には有利である。

§ 2-4 統計的性質

この節では、RONDOの統計的雑音除去特性を中央値の比較によるオペレータとの関係を見ながら明らかにする。ここでは、順序統計量系のフィルタが得意とするインパルス性雑音の除去能力に内容を限定するものとする。ここでインパルス性雑音とは、雑音の影響を受けた画素のとり値が最大値（8ビットならば256）または0であるものをいう。

筆者の解析手法は、ある画素位置での出力の統計的性質を求めるものである。この章の解析では、2種類の手法を適用した。第1の方法は、ウィンドウ中に、ある個数の最大値 (maximum value, 以下MV)画素とある個数の値0の(zero value, 以下ZV)画素が発生する確率を求めるものである。ここでのねらいは雑音生起確率と、MV画素による雑音（以下MV雑音という）とZVによる雑音（以下ZV雑音という）の生起確率の割合の変化に対する出力の性質を調べることである。この方法は、独立試行の原理を利用している。同様の方法は、すでに中央値フィルタの解析に利用されている。この方法は、加重が-1か1に限られている場合にのみ利用可能である。ここでは、この方法でA) 雑

音下でのステップエッジの検出, B) 一定値の画素値を持つ画像の雑音除去の2つの場合を解析する.

第2の方法では, 各画素がMVをとる確率から, ウィンドウ中のMV画素の個数の加重合計の確率密度関数(probability density function, 以下p. d. f.)を計算する. この結果, 望ましい出力をする確率が求められる. この方法は, $-1,1$ に限られない加重を持つRONDOにも適用可能である. この方法で, ウィンドウがエッジ点(エッジを形成する画素値の段差の境界上の画素)のちょうど真上にある場合と, ウィンドウがエッジ点から1画素ずれた場合の2つの場合について, 出力のp. d. f.を計算する. なお, この方法はMV雑音の場合にしか用いることができない.

式の導出に関しては, この章の付録にまとめて記す. また, 記号を次のように定義する.

N_r	ウィンドウの右(正加重)側の画素数
N_l	ウィンドウの左(負加重)側の画素数
$M_r[M_l]$	ウィンドウの右[左]側のMV画素の数
$Z_r[Z_l]$	ウィンドウの右[左]側のZV画素の数
p_M	MV画素が発生する確率
p_Z	ZV画素が発生する確率

§ 2-4-1 雑音生起確率・MV/ZV比の変化に対する出力の解析

ケースA: ステップエッジの検出

このケースでは, ウィンドウがエッジ点上にあるときにエッジ高さが正しく検出される確率を求める. このケースの模式図を図2-5に示す. 背景の輝度とエッジ高さの合計はMVよりも小さいものとする.

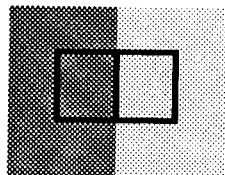


図2-5 ケースAの模式図

中央値の比較によるオペレータの場合, 正しく出力される確率は次のようになる.

$$\begin{aligned}
 P_{A,MC} &= \left[\sum_{C_{A,r,MC}} \frac{N_r!}{Z_r!M_r!(N_r - (Z_r+M_r))!} p_Z^{Z_r} p_M^{M_r} (1-(p_M+p_Z))^{(N_r - (Z_r+M_r))} \right] \\
 &\quad \times \left[\sum_{C_{A,l,MC}} \frac{N_l!}{Z_l!M_l!(N_l - (Z_l+M_l))!} p_Z^{Z_l} p_M^{M_l} (1-(p_M+p_Z))^{(N_l - (Z_l+M_l))} \right], \\
 C_{A,r,MC}: & 0 \leq Z_r < \frac{N_r+1}{2} \text{ and } 0 \leq M_r < \frac{N_r+1}{2}, \\
 C_{A,l,MC}: & 0 \leq Z_l < \frac{N_l+1}{2} \text{ and } 0 \leq M_l < \frac{N_l+1}{2}.
 \end{aligned} \tag{2-10}$$

RONDOの場合は、その確率は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 P_{A,RONDO} &= \sum_{C_{A,RONDO}} \left[\frac{N_r!}{Z_r!M_r!(N_r - (Z_r+M_r))!} p_Z^{Z_r} p_M^{M_r} (1-(p_M+p_Z))^{(N_r - (Z_r+M_r))} \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{N_l!}{Z_l!M_l!(N_l - (Z_l+M_l))!} p_Z^{Z_l} p_M^{M_l} (1-(p_M+p_Z))^{(N_l - (Z_l+M_l))} \right], \\
 C_{A,RONDO}: & 0 \leq M_r \leq N_r, 0 \leq M_l \leq N_l, 0 \leq Z_r \leq N_r - M_r, 0 \leq Z_l \leq N_l - M_l, \\
 & |M_r - M_l| < \beta, (N_r - Z_r) - M_l \geq \beta \text{ and } |(N_r - Z_r) - (N_l - Z_l)| < \beta.
 \end{aligned} \tag{2-11}$$

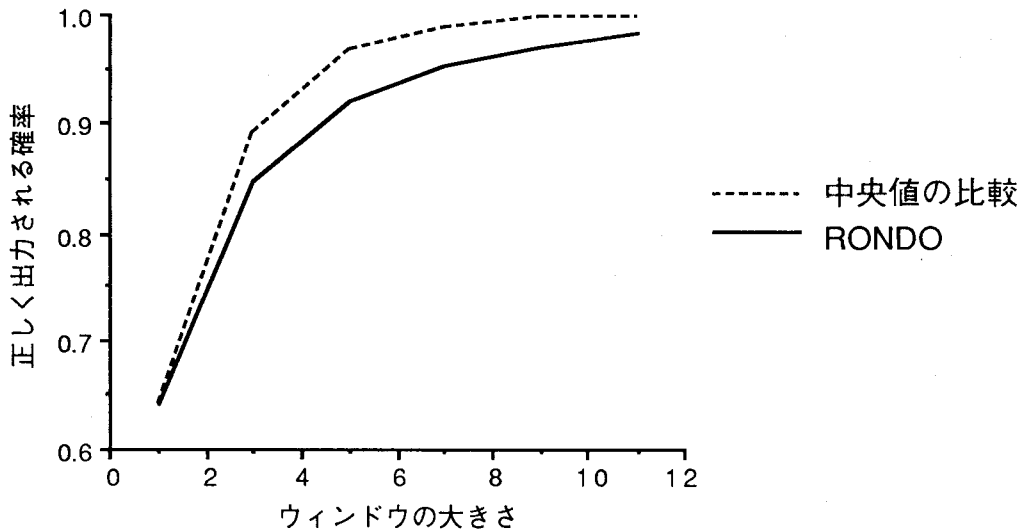
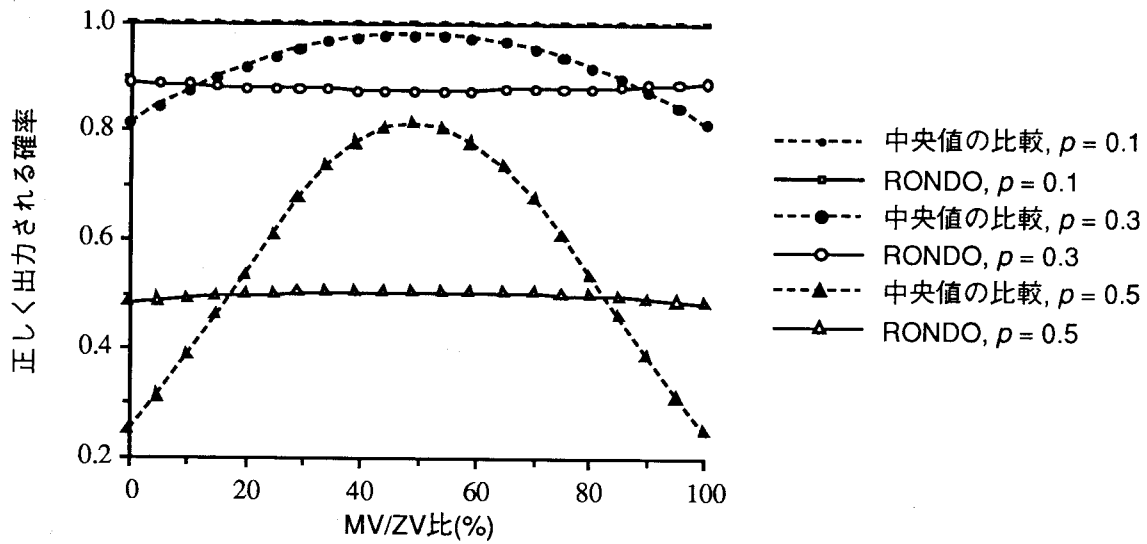
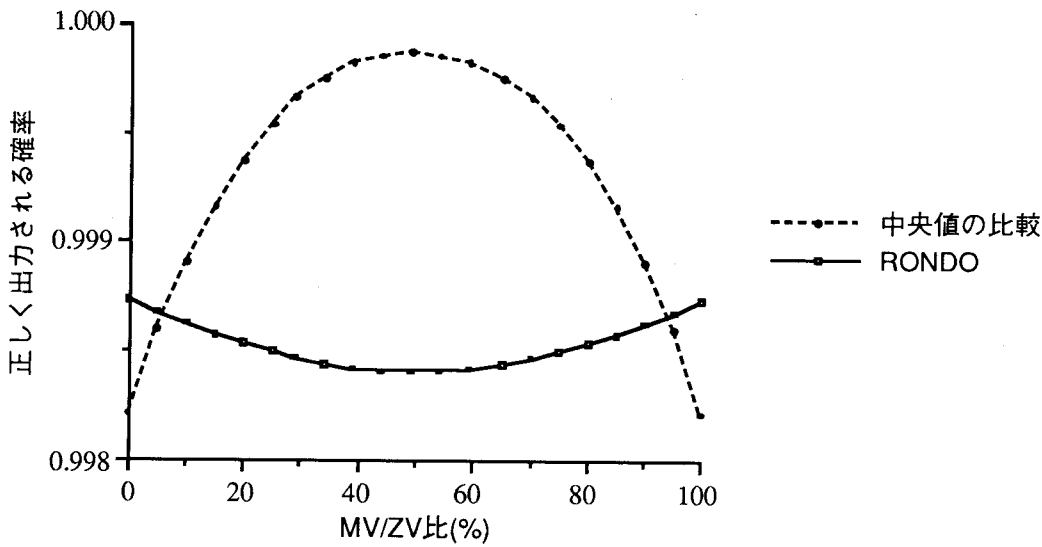


図2-6 ウィンドウの大きさに対する、正しく出力される確率 (ケースAの場合)



(a) $p = 0.1, 0.3, 0.5$



(b) $p = 0.1$ (拡大)

図2-7 MV/ZV比に対する、正しく出力される確率 (ケースAの場合)

図2-6のグラフに、ウィンドウの片側の大きさに対する、正しく出力される確率を表す。ただし、 $p_M = p_Z = 0.1$ であり、 $N_r = N_l$ である。大きいウィンドウサイズの方が雑音除去効果が高いことがわかる。図2-7は $N_r = N_l = 9$ のときの両オペレータのMV/ZV比、すなわち $p_Z / (p_M + p_Z)$ の変化に対する能力を示したものである。これらのグラフから、中央値の比較によるオペレータの能力はMV/ZV比に大きく左右されるが、RONDOはほとんど影響を受けないことがわかる。また、中央値の比較によるオペレータはごましお雑音($p_M = p_Z$)に、RONDOはMVだけによる雑音やZVだけの雑音の除去に適していることがわかる。

ケースB：一様画像からの雑音除去

このケースでは、一様な画素値を持つ画像にインパルス性雑音が重畳している場合の雑音除去能力を調べる。雑音がない場合、一様な画像に対するエッジ出力は0が期待される。したがって、雑音下で出力が0になる確率を求める。ここで、一様な画素値（すなわち背景値）は0より大きい。

中央値の比較によるオペレータの場合、正しく出力される確率は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 p_{B,MC} = & \left[\sum_{C_{B,1,r,MC}} N_r C_M p_M^{M_r} (1-p_M)^{N_r-M_r} \right] \times \left[\sum_{C_{B,1,l,MC}} N_l C_M p_M^{M_l} (1-p_M)^{N_l-M_l} \right] \\
 & + \left[\sum_{C_{B,2,r,MC}} N_r C_Z p_Z^{Z_r} (1-p_Z)^{N_r-Z_r} \right] \times \left[\sum_{C_{B,2,l,MC}} N_l C_Z p_Z^{Z_l} (1-p_Z)^{N_l-Z_l} \right] \\
 & + \left[\sum_{C_{B,3,r,MC}} \frac{N_r!}{Z_r! M_r! (N_r - (Z_r + M_r))!} p_Z^{Z_r} p_M^{M_r} (1-(p_M+p_Z))^{(N_r - (Z_r + M_r))} \right] \\
 & \times \left[\sum_{C_{B,3,l,MC}} \frac{N_l!}{Z_l! M_l! (N_l - (Z_l + M_l))!} p_Z^{Z_l} p_M^{M_l} (1-(p_M+p_Z))^{(N_l - (Z_l + M_l))} \right],
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

$$C_{B,1,r,MC}: \frac{N_r+1}{2} \leq M_r \leq N_r, \quad C_{B,1,l,MC}: \frac{N_l+1}{2} \leq M_l \leq N_l,$$

$$C_{B,2,r,MC}: \frac{N_r+1}{2} \leq Z_r \leq N_r, \quad C_{B,2,l,MC}: \frac{N_l+1}{2} \leq Z_l \leq N_l,$$

$$C_{B,3,r,MC}: 0 \leq Z_r \leq \frac{N_r+1}{2} \text{ and } 0 \leq M_r \leq \frac{N_r+1}{2},$$

$$C_{B,3,l,MC}: 0 \leq Z_l \leq \frac{N_l+1}{2} \text{ and } 0 \leq M_l \leq \frac{N_l+1}{2}.$$

RONDOの場合は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 p_{B,RONDO} = & \sum_{C_{B,RONDO}} \left[\frac{N_r!}{Z_r! M_r! (N_r - (Z_r + M_r))!} p_Z^{Z_r} p_M^{M_r} (1-(p_M+p_Z))^{(N_r - (Z_r + M_r))} \right. \\
 & \left. \times \frac{N_l!}{Z_l! M_l! (N_l - (Z_l + M_l))!} p_Z^{Z_l} p_M^{M_l} (1-(p_M+p_Z))^{(N_l - (Z_l + M_l))} \right],
 \end{aligned} \tag{2-13}$$

$$\begin{aligned}
 C_{B,RONDO}: & 0 \leq M_r \leq N_r, \quad 0 \leq M_l \leq N_l, \quad 0 \leq Z_r \leq N_r - M_r, \quad 0 \leq Z_l \leq N_l - M_l, \\
 & |M_r - M_l| < \beta \text{ and } |(N_r - Z_r) - (N_l - Z_l)| < \beta.
 \end{aligned}$$

図2-8のグラフに、ウィンドウの片側の大きさに対する、正しく出力される確率を表す。ただし、 $p_M=p_Z=0.1$ であり、 $N_r=N_l$ である。この場合でも、大きいウィンドウサイズの方が雑音除去効果が高いことがわかる。図2-9は $N_r=N_l=9$ のときの両オペレータのMV/ZV比の変化に対する能力を示したものである。これらのグラフから、このケースでは、RONDOの能力は中央値の比較によるオペレータを上回っていることがわかる。

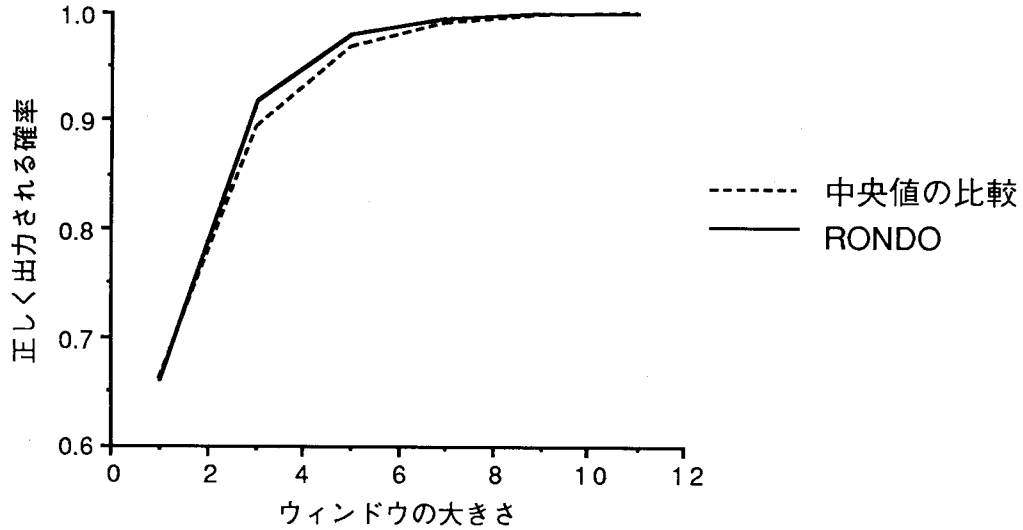
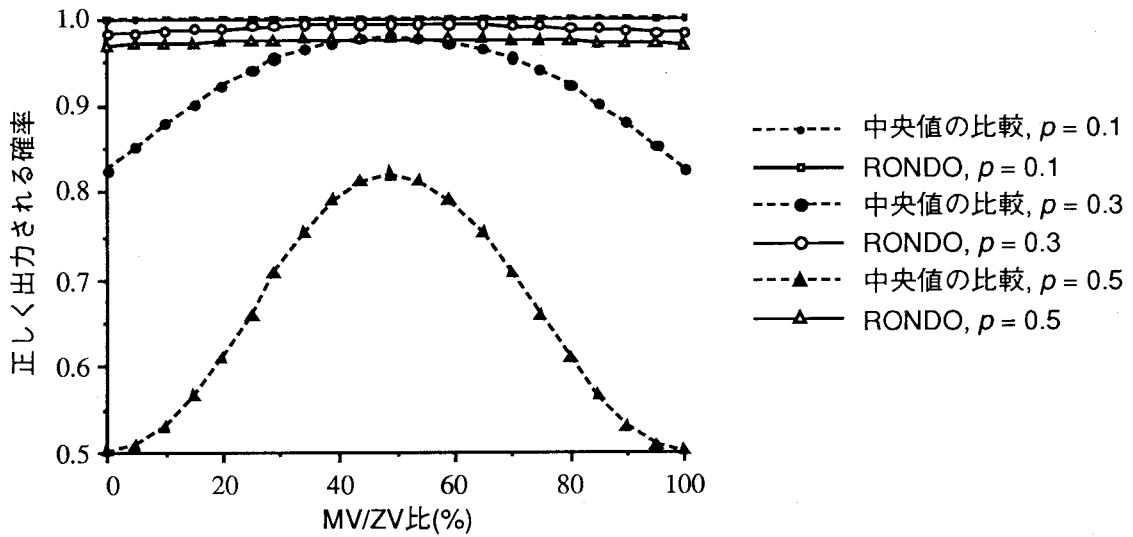
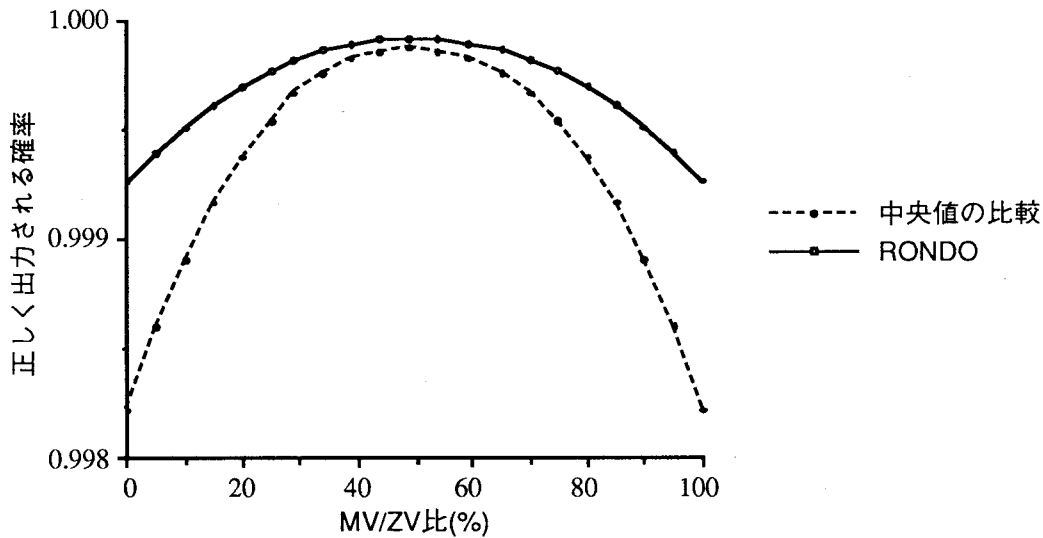


図2-8 ウィンドウの大きさに対する、正しく出力される確率 (ケースBの場合)



(a) $\rho = 0.1, 0.3, 0.5$



(b) $\rho = 0.1$ (拡大)

図2-9 MV/ZV比に対する、正しく出力される確率 (ケースBの場合)

§ 2-4-2 一様でない加重の効果の解析

この解析法では、まず第一に、ウィンドウのうち左右のある一方の側に存在するMV画素の数の、ウィンドウの各画素に割り当てられた加重を加味した加重合計のp. d. f. を計算する。この計算では、2つのランダム変数の合計のp. d. f.は両変数のp. d. f.のたたみ込み積分になる[47]ことを利用する。この節では、 M_L, M_R でウィンドウの左[右]側におけるMV画素の数の加重合計を表す。

しきい値分解された2値画像で考える。 M_L のp. d. f. は次のように表される。

$$f(M_r, x) = \sum_{p \in D_r} s(T(p), x) \quad (2-14)$$

ここで*は全ての $p \in D_r$ に対するたたみ込み積分を示し、 $s(T(p), x)$ は重み $T(p)$ が設定されている画素の加重合計に対する寄与を確率変数としたときのp. d. f.を表している。しきい値分解された2値画像に雑音画素しか含まれていない場合を考えると、MV雑音の場合、 $s(T(p), x)$ は次のように書ける。

$$s(T(p), x) = \begin{cases} p_M, & \text{if } x = T(p), \\ 1-p_M, & \text{if } x = 0, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2-15)$$

M_l のp. d. f. も同様に書ける。

M_r と M_l のp. d. f.が計算されると、RONDOの出力のp. d. f.を求めることができる。いま、解析1のケースAと同様に、ウィンドウが理想エッジのエッジ点上にあるモデルを考える。MV雑音が重畳したエッジ点上にウィンドウがあるとき、RONDOの最終的な出力 $X(P)$ のとりうる値は4種類になる。解析1と同様の議論（付録Bを参照）によって、それぞれの値を取るとき M_r, M_l, N_r についての条件が求められる。この条件を表2-1に示す。それぞれの場合について、出力がその条件を満たす確率は各条件のもとでの $f(M_r) \times f(M_l)$ の総和として与えられる。MV雑音の場合、このモデルでは、しきい値分解によって生成される2値画像の処理でのウィンドウ内の画素値は、エッジの輝度より下のしきい値では常に1で、上のしきい値では確率 p_M で1である。したがって、 $f(M_r)$ あるいは $f(M_l)$ は式(2-15)の $s(T(p), x)$ から求められる。

ここでは、図2-10に示す3種類の加重に対して出力 $X(P)$ のp. d. f.を計算した。その結果を図2-11に示す。エッジ点上にウィンドウがあるときは、いずれの加重も同様の能力を持つことがわかる。

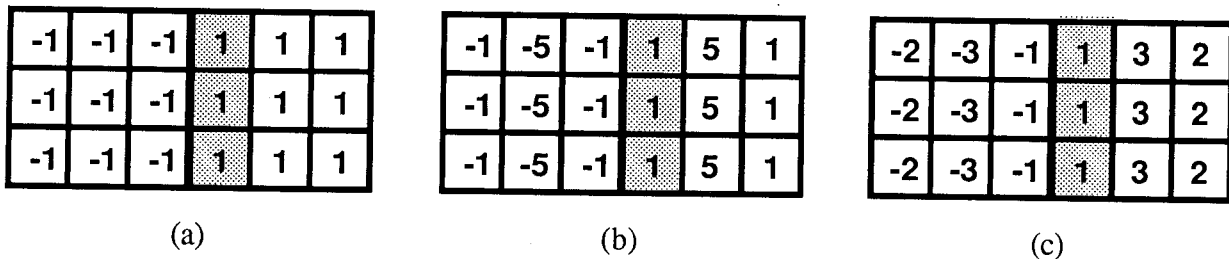


図2-10 重みの例

出力値	記号	条件
最大輝度	++	$M_r - M_l \geq \beta$
無雑音でのエッジ高さ	+	$ M_r - M_l < \beta$ and $N_r - M_l \geq \beta$
0	0	$ M_r - M_l < \beta$ and $0 < N_r - M_l < \beta$
(無雑音での右側の画素値) - (最大輝度)	-	$M_r - M_l \leq -\beta$

表2-1 取りうる出力値とその条件
(ウィンドウがエッジ点上にあるとき)

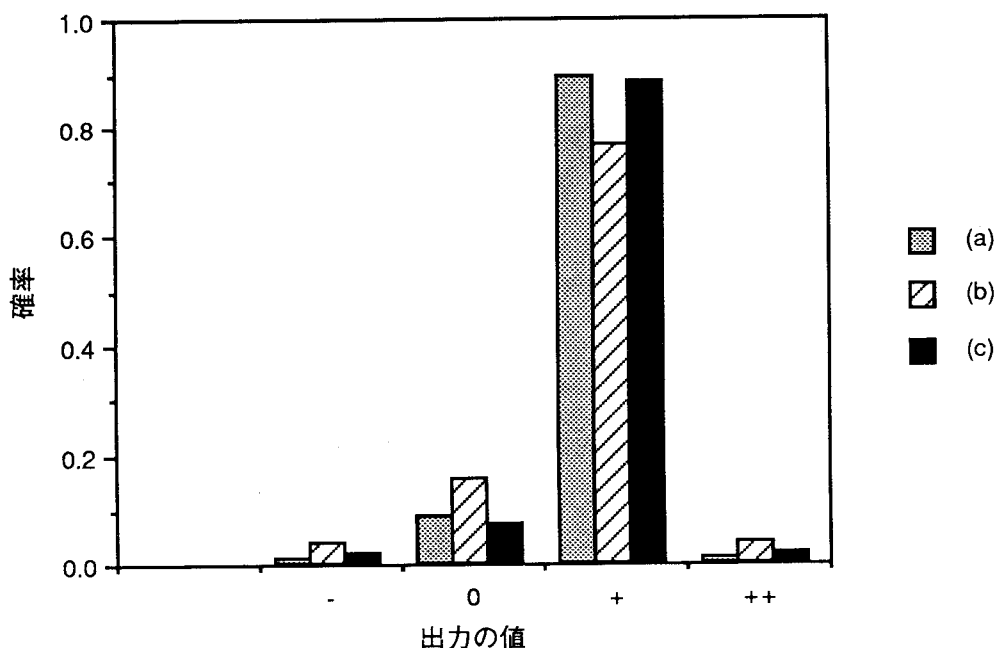


図2-11 図2-10のウィンドウ(a)(b)(c)がエッジ点上にある場合の確率密度関数

ウィンドウがエッジ点から左へ1つ移動した場合も、同様の方法でMV画素数の合計のp. d. f.を求めることができる。この場合、 M_r を2つの部分に分けて考え、 M_{r1} を図2-10の影のついた部分のMV画素数の加重和とし、 M_{r2} をそれ以外の加重和とする。 N_r も同様に N_{r1} と N_{r2} に分ける。フィルタの出力が取りうる値はこの場合5種類になる。その条件を表2-2に示す。ここでも、図2-10に示す3種類の加重に対してp. d. f.を計算した。その結果を図2-12に示す。図2-10に示すウィンドウを持つフィルタは、いずれも、雑音のないステップエッジに対して3画素幅の線を出力することが期待される。このグラフから、一様な加重を持つフィルタは出力線が途切れやすいことがわかる。これに対し、図2-10(b)(c)のような加重を持つフィルタの出力はくっきりしていることがわかる。

出力値	記号	条件
最大輝度	++	$(M_{rr}+M_{mr}) - M_l \geq \beta$
無雑音でのエッジ高さ	+	$ (M_{rr}+M_{mr}) - M_l < \beta \text{ and } (N_{rr}+M_{mr}) - M_l \geq \beta$
0	0	$ (M_{rr}+M_{mr}) - M_l < \beta \text{ and } -\beta < (N_{rr}+M_{mr}) - M_l < \beta$
(無雑音での右側の画素値) -(最大輝度)	-	$(M_{rr}+M_{mr}) - M_l \leq -\beta \text{ and } -\beta < (N_{rr}+M_{mr}) - M_l < \beta$
-(最大輝度)	--	$(N_{rr}+M_{mr}) - M_l \leq -\beta$

表2-2 取りうる出力値とその条件
(ウィンドウがエッジ点の1画素左にあるとき)

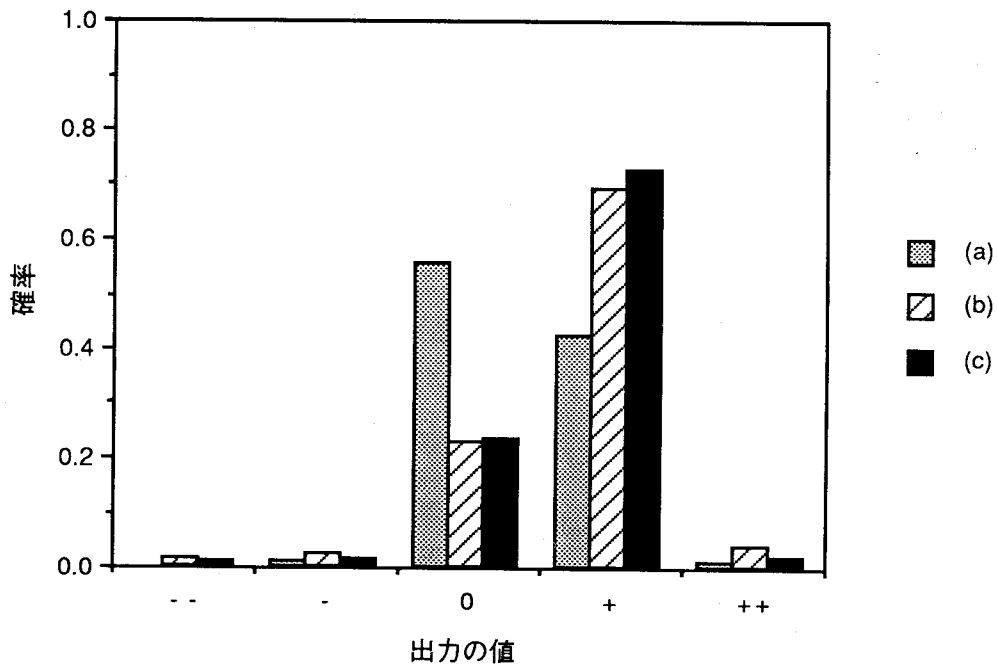


図2-12 図2-10のウィンドウ(a)(b)(c)がエッジ点の1画素左にある場合の確率密度関数

§ 2-5 ハードウェアによる実現法

RONDOは一般のコンピュータソフトウェアでの実現には不向きで、むしろハードウェアによる並列アーキテクチャに適する。RONDOはしきい値分解の手法を用いて定義されている。RONDOを実行するには、階調が256段階ある場合、1画素の処理につき256回の2値処理を必要とするのである。

ここで提案するRONDOのハードウェアは、しきい値処理部、2値処理部、合計処理部の3部分に分けられる。しきい値処理部と合計処理部には、従来の中央値フィルタをしきい値分解で実現するハードウェアの回路がそのまま利用できる (§ 7-5 参照)。一般的には、合計処理部では引き算が必要であるが、単符号性が成立する場合は、合計処理部は引き算や負値を扱う必要はなく、2値処理部の出力の符号を考慮すればよいだけである。

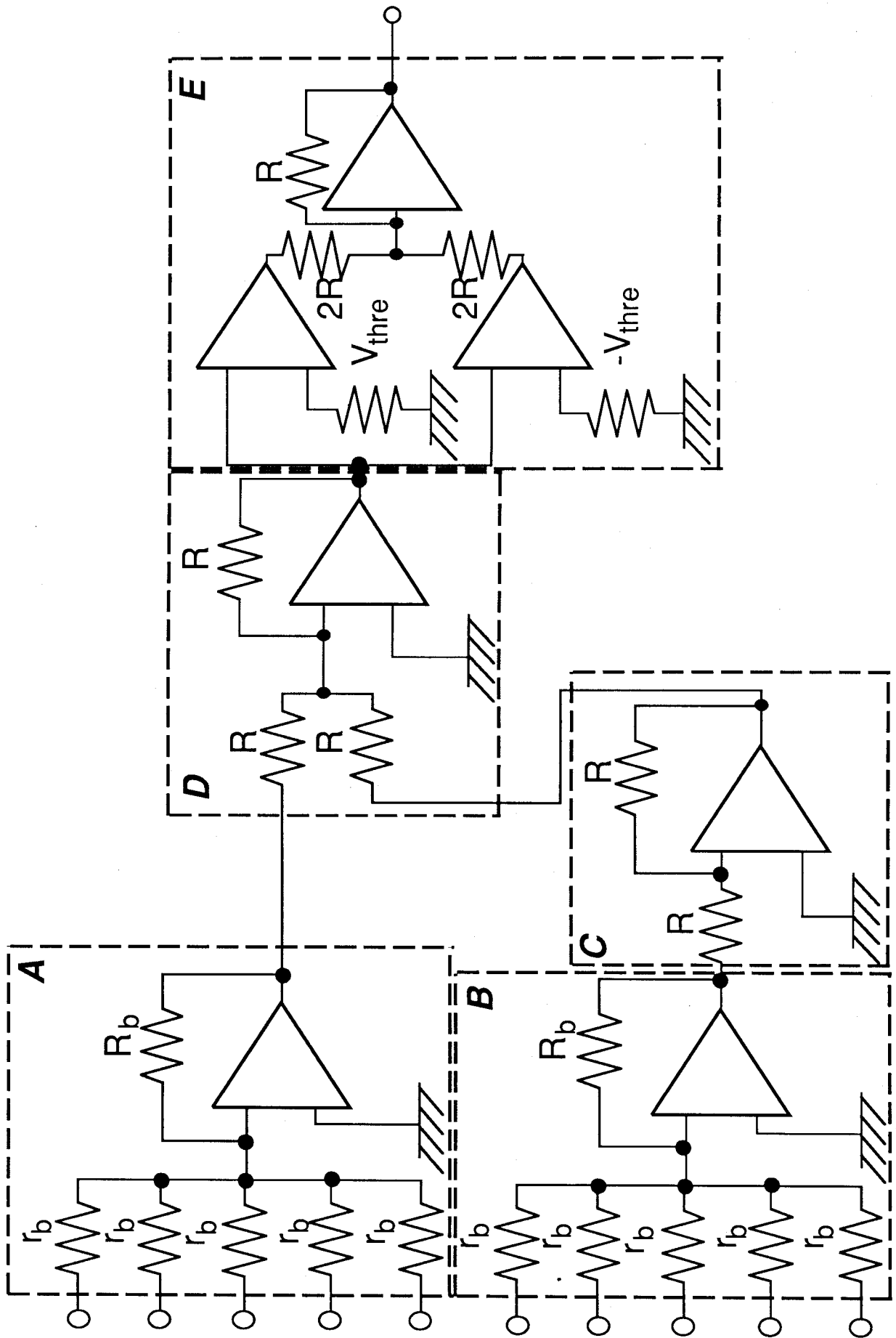


図2-13 ハードウェアによるRONDOの回路図

図2-13は、2値処理部の回路の模式図である。A部とB部が入力部である。各入力端子が1つのウィンドウの1つの画素に対応する。A部は正加重部、B部は負加重部を扱う。両部とも入力の総和を出力する。C部は負加重入力を反転し、D部が正加重部の入力総和と負加重部の反転入力総和を合計する。ここで、正加重部の総和と負加重部の総和の差が求まることになる。E部は2重しきい値処理を行う。ここでは、しきい値が β と $-\beta$ である2つのコンパレータを用いる。両コンパレータからの出力が加算されて2値処理部の出力を得る。

§ 2-6 実験結果

この節では実際の画像にフィルタを適用した場合の結果について述べる。

第1の実験はエッジ方向選択性に関するものである。図2-14に原画像を示す。これは人工的に生成された蜂の巣模様で、 256×256 の8ビットの画素からなる。ここで用いたフィルタの加重は図2-15の通りである。図2-16(a)(b)は線形差分オペレータ及びRONDOによる横方向の差分の結果である。図2-16(c)(d)は縦方向の差分の結果である。これらの結果から、RONDOが明瞭な方向選択性を持っていることがわかる。

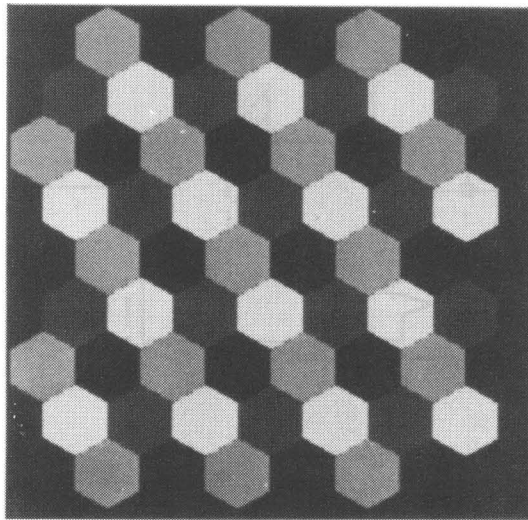
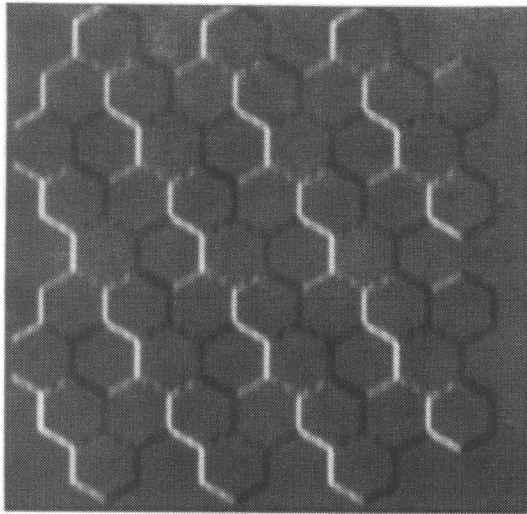


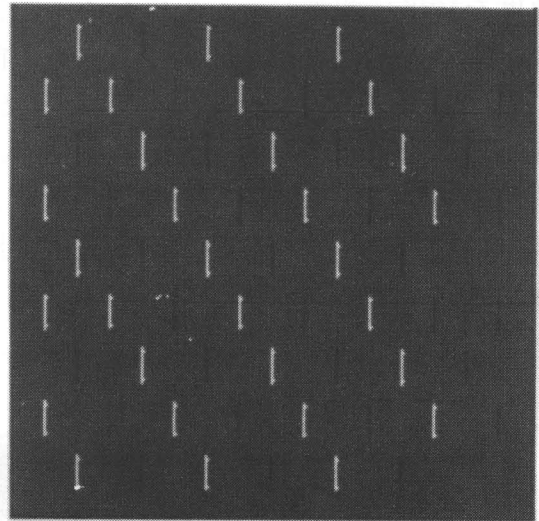
図2-14 第1の実験で用いた原画像

-1	-1	1	1
-1	-1	1	1
-1	-1	1	1
-1	-1	1	1
-1	-1	1	1

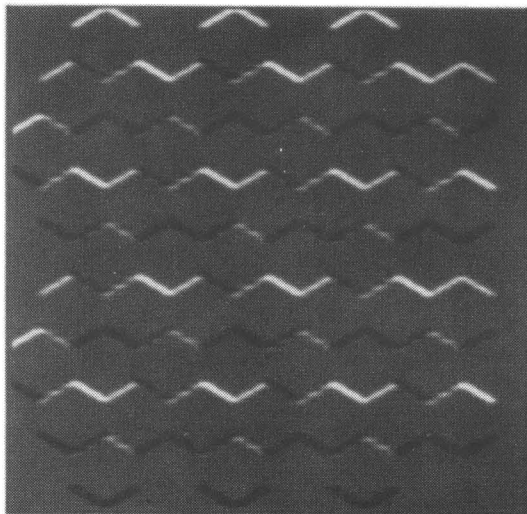
図2-15 第1の実験で用いた加重



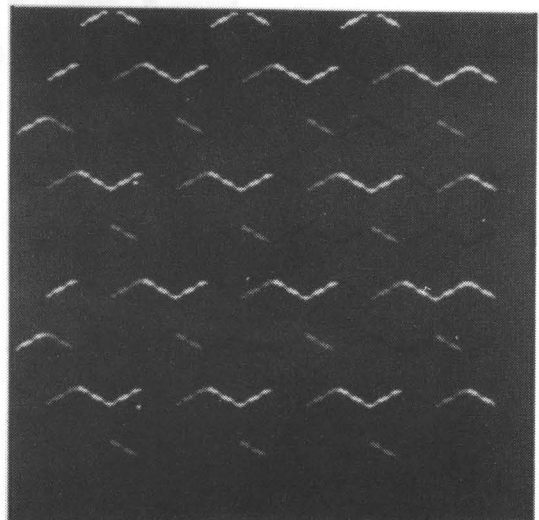
(a)線形差分オペレータによる横方向の差分



(b)RONDOによる横方向の差分



(c)線形差分オペレータによる縦方向の差分



(d)RONDOによる縦方向の差分

図2-16 第1の実験の結果

第2の実験は、雑音が重畳した画像からのエッジの抽出に関するものである。ここでは、§2-4での統計的解析の正当性を確かめるため、インパルス性雑音の除去効果に関する実験を行った。この節では、RONDOを線形差分オペレータ、中央値の比較によるオペレータと比べて説明する。この実験では、縦横両方向の差分を§2-3に示した方法で組み合わせて出力した。線形差分オペレータについては、絶対値の和を取る方法を採用した。図2-17が原画像で、集積回路のパターンの一部を顕微鏡とミノルタ（株）の画像処理装置RAPIDを用いて取り込んだ。画素数・階調数は第1の実験の原画像と同じであり、1画素が $1.6\mu\text{m}^2$ に相当する。図2-18は劣化画像で、輝度がもとの画像に比

べて半分に落ちているうえ、30%のMV雑音が重畳している。以下の実験結果は、すべて輝度を10倍に強調したものである。図2-19(a)は線形オペレータの出力である。このような雑音に対しては、線形オペレータの能力は大変低い。図2-19(b)と(c)は、図2-10(a)に示すウィンドウを持つ、RONDOと中央値の比較によるオペレータの出力である。図2-19(d)は図2-10(c)に示す加重を持つRONDOの出力である。この結果から、(1)MV雑音に対しては、RONDOは中央値の比較によるオペレータよりも雑音をよく抑え、効果的にエッジを抽出するのに対し、中央値の比較によるオペレータは、「猫の足跡」のような特徴のある雑音を残す、(2)適切な加重を持つRONDOは一様な加重のものよりもはつきりと途切れの少ないエッジを出力する、ということがわかる。

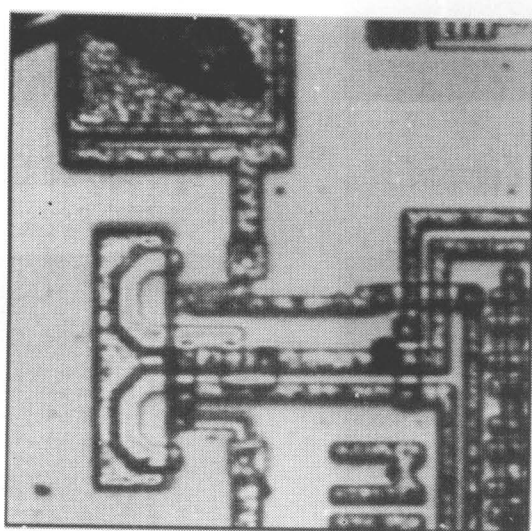


図2-17 第2の実験で用いた原画像

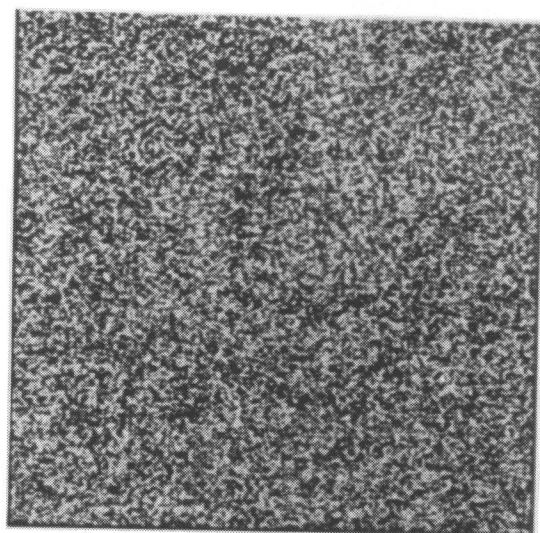
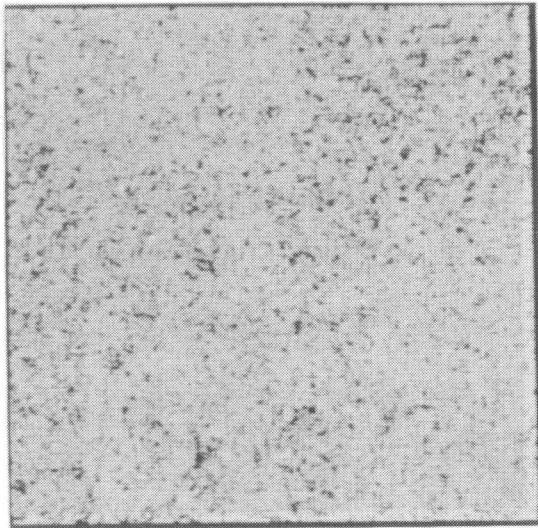
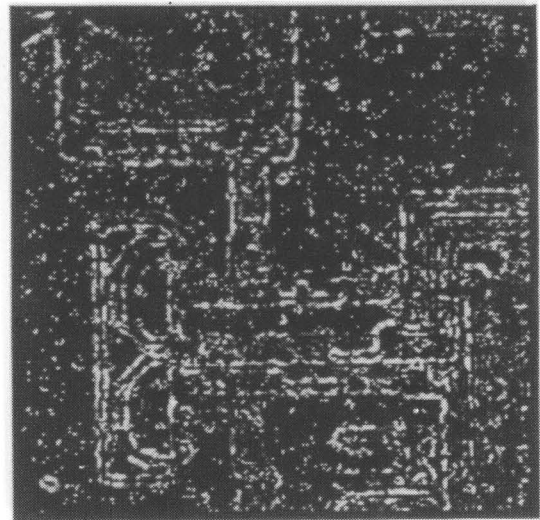


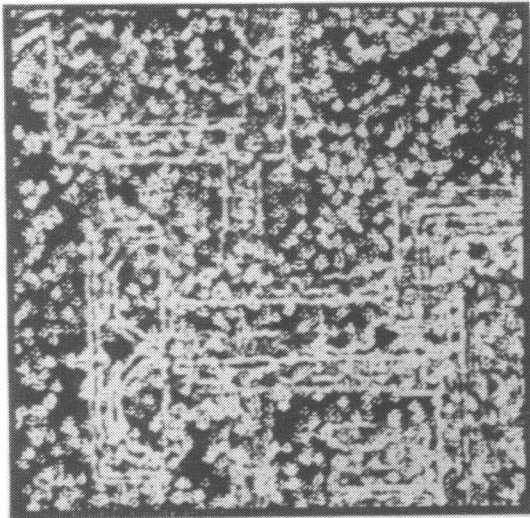
図2-18 MV雑音による劣化画像



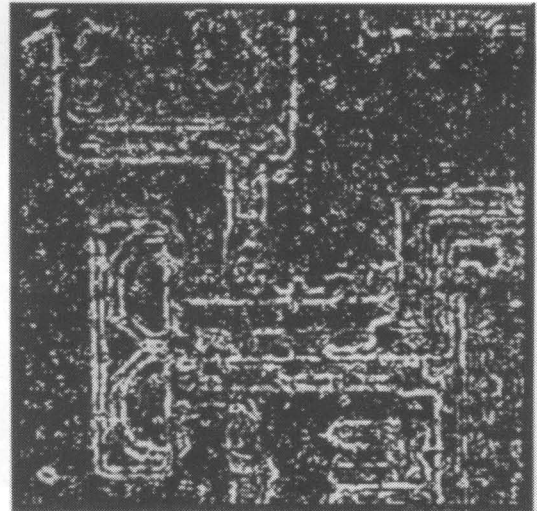
(a) 図2-10(a)のウィンドウを持つ線形フィルタ



(b) 図2-10(a)の加重を持つRONDO



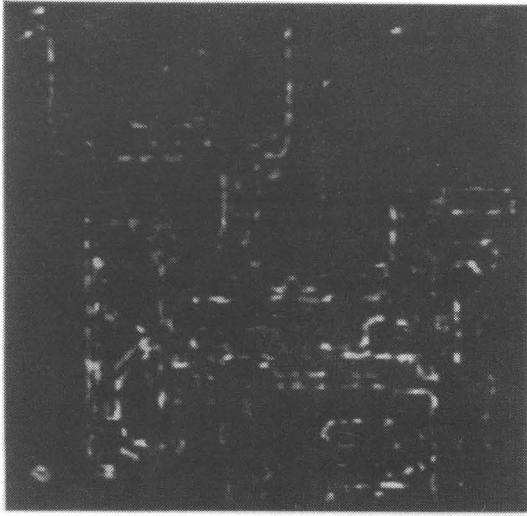
(c) 図2-10(a)のウィンドウを持つ
中央値の比較によるオペレータ



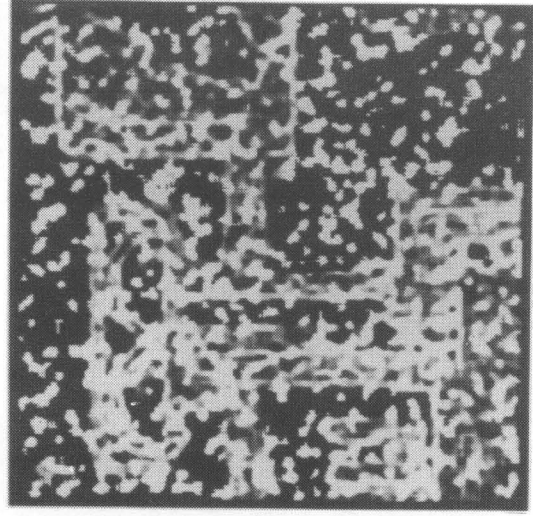
(d) 図2-10(c)の加重を持つRONDO

図 2-19 MV雑音に対する処理結果

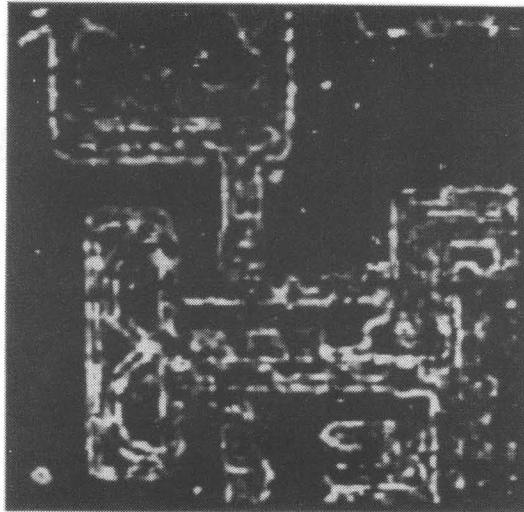
これらの出力にはまだ雑音が残っている。そこで、この出力に、さらに従来の加重中央値フィルタを適用した。図2-20(a)(b)(c)はそれぞれ図2-19(b)(c)(d)をさらに図2-21に示す加重を持つ加重中央値フィルタで処理したものである。「猫の足跡」型の雑音は塊になってしまい取り除きにくいことがわかる。



(a)図2-19(b)を処理



(b)図2-19(c)を処理



(c)図2-19(d)を処理

図 2-20 加重中央値フィルタによる後処理の結果

1	1	3	1	1
1	1	3	1	1
3	3	5	3	3
1	1	3	1	1
1	1	3	1	1

図 2-21 後処理に用いた加重中央値フィルタの重み

同様の実験を、ごましお雑音 (MV/ZV比 1 : 1) の場合について行った。図2-22がその劣化画像である。図2-23, 図2-24は図2-19, 図2-20と同様の実験の、ごましお雑音の場合の結果である。ごましお雑音の場合, RONDOの出力は少々途切れてしまう。しかしながら, RONDOはよりよく雑音を抑えている。この結果は, § 2-4 で得られた計算結果と一致している。

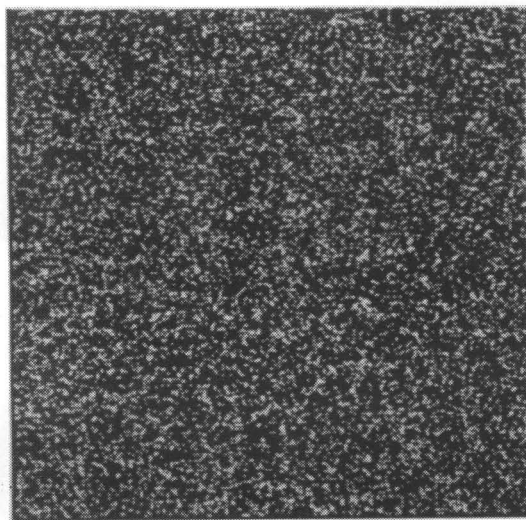
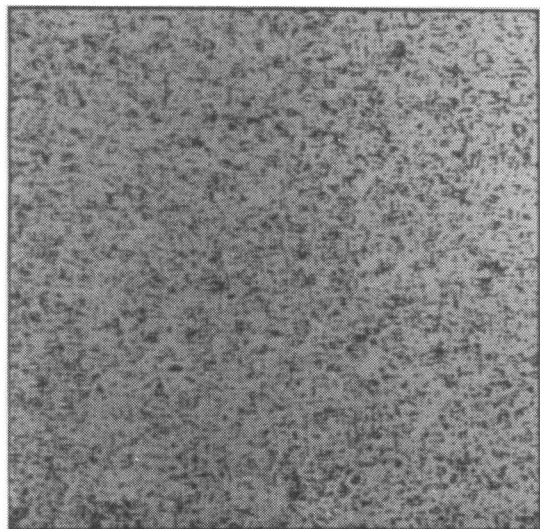
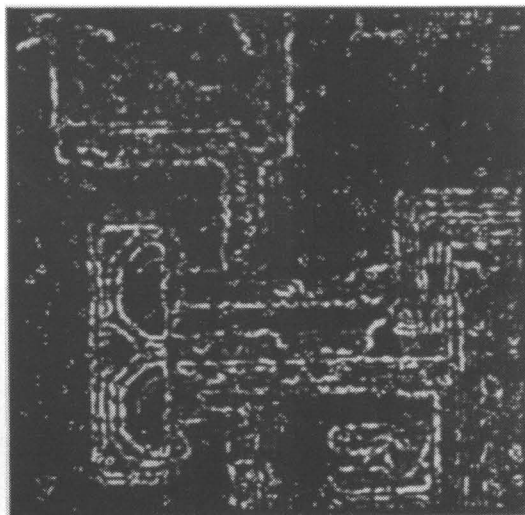


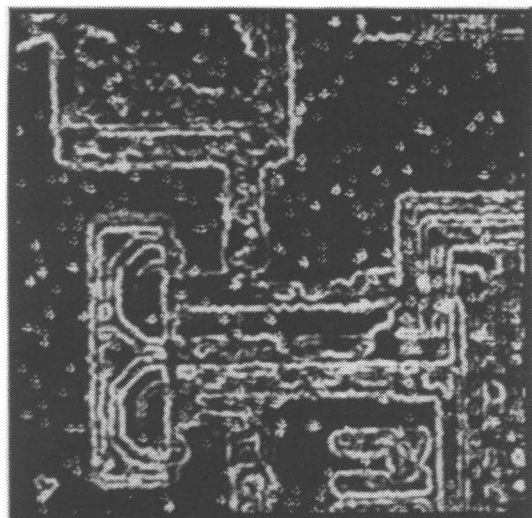
図2-22 ごましお雑音による劣化画像



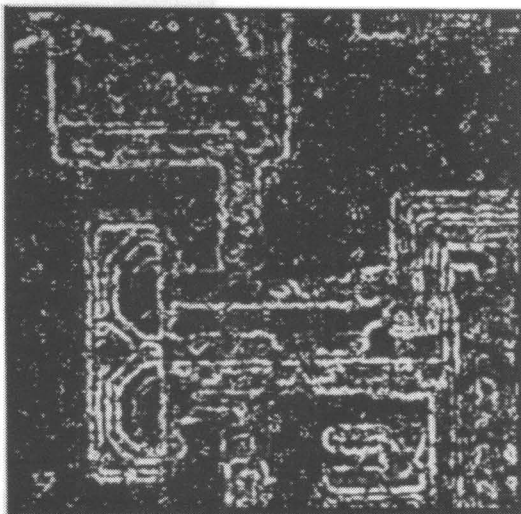
(a) 図2-10(a)のウィンドウを持つ線形フィルタ



(b) 図2-10(a)の加重を持つRONDO

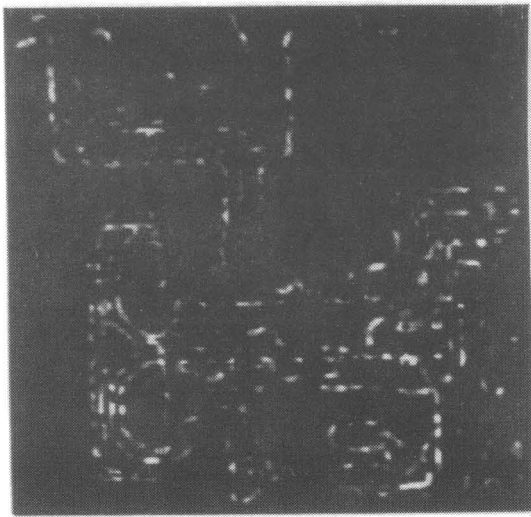


(c) 図2-10(a)のウィンドウを持つ
中央値の比較によるオペレータ

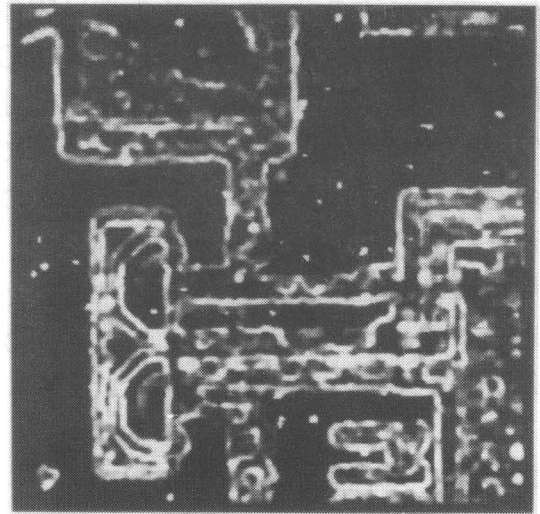


(d) 図2-10(c)の加重を持つRONDO

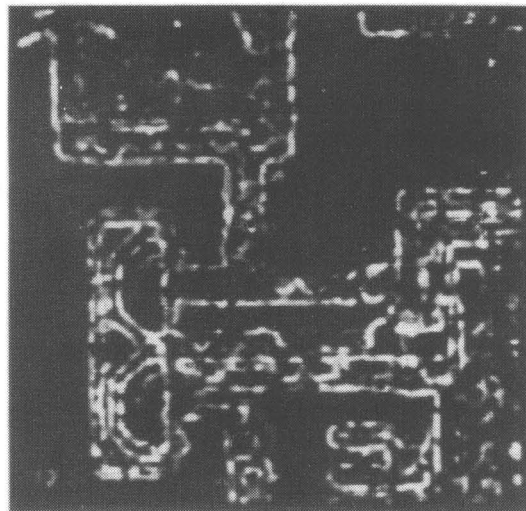
図 2-23 ごましお雑音に対する処理結果



(a)図2-23(b)を処理



(b)図2-23(c)を処理



(c)図2-23(d)を処理

図 2-24 加重中央値フィルタによる後処理の結果

§ 2-7 結言

この章では、順序統計量型差分オペレータRONDOを提案した。このオペレータは加重中央値フィルタを、負の加重も許すように拡張したものである。線形平滑化差分オペレータが線形平滑化フィルタと差分オペレータの両方の性質を持っているように、RONDOも加重中央値フィルタと差分オペレータの両方の性質を持っている。この章では、RONDOの鋭いエッジ選択性やインパルス雑音の除去能力を解析的に、また実験的に示した。

順序統計量フィルタの出力の性質は、線形フィルタのように画素値そのものに依存す

るわけではない。むしろそれは画像中の物体の形状や大きさに依存するといえる。インパルス雑音は大きさが非常に小さい物体と考えることができるので、この性質はインパルス雑音の除去に適している。RONDOもこの性質を受け継いでいるため、インパルス雑音に強く、また鋭いエッジ方向選択性を有している。この観点から言うと、線形差分オペレータが「画素値の差分」を行っているのに対して、RONDOは「形状の差分」を行っていると考えられる。この「形状の差分」については、第3章で数理形態学的な取り扱いについて述べる。

RONDOの最適な加重を決定することは重要な問題である。1つの方法は、加重中央値フィルタとニューラルネットワークの密接な関係を用いて、学習によって加重を最適化することである。これについては第5・6章で述べる。

付録 § 2-4 における式の導出

A：式(2-10)の導出

次のような事象 G を考える。

G ：正（または負）加重部に Z 個の ZV 画素と M 個の MV 画素が存在する。

事象 E が正加重部で起こる確率は独立試行の定理より次のように表される。

$$\begin{aligned}
 P_E &= N_r C_{Z_r} \cdot N_r - Z_r C_{M_r} \cdot p_Z^{Z_r} p_M^{M_r} (1 - (p_M + p_Z))^{(N_r - (Z_r + M_r))} \\
 &= \frac{N_r!}{Z_r! M_r! (N_r - (Z_r + M_r))!} p_Z^{Z_r} p_M^{M_r} (1 - (p_M + p_Z))^{(N_r - (Z_r + M_r))}. \quad (2-A1)
 \end{aligned}$$

正加重部での中央値が、正確に無雑音でのステップエッジの高いほうの画素値になる条件は $Z_r < (N_r + 1)/2$ かつ $M_r < (N_r + 1)/2$ である。中央値の比較によるオペレータが正確に出力するのは、両加重部がそれぞれ正しく無雑音でのステップの画素値を出力するときであるから、式(2-10)が導かれる。

B：式(2-11)の導出

RONDOの出力は2値処理における次の条件が全て満たされるときのみ正しい。ただし、 i はしきい値分解を用いて2値画像を生成するときのしきい値である。

1. i がステップエッジの高いほうよりも大きいとき、2値処理の出力は0である。
2. i がステップエッジの高いほう以下で低いほう以上するとき、出力は1である。
3. i がステップエッジの低いほうよりも小さいとき、出力は0である。

条件1は $|M_r - M_i| < \beta$ のとき、条件2は $(N_r - Z_r) - M_i \geq \beta$ 、条件3は $|(N_r - Z_r) - (N_r - Z_i)| < \beta$ のとき満たされる。Aと同様に、事象 G の確率は式(2-A1)で求められる。したがって式(2-11)が導かれる。

C：式(2-12)の導出

中央値の比較によるオペレータの出力は次のいずれかが満たされるときのみ正しい。

1. 正負両部分の画素値の中央値がいずれも MV である。

2. 両方とも 0 である.

3. 両方とも無雑音での画素値に等しい.

正加重部での中央値は $M_r > (N_r + 1)/2$ のとき MV である. その確率は次のようになる.

$$p_{C1} = \sum_{\frac{N_r+1}{2} \leq M_r \leq N_r} N_r C_M p_M^{M_r} (1-p_M)^{N_r-M_r}. \quad (2-A2)$$

$Z_r > (N_r + 1)/2$ のとき中央値は 0 である. その確率は次の通りである.

$$p_{C2} = \sum_{\frac{N_r+1}{2} \leq Z_r \leq N_r} N_r C_Z p_Z^{Z_r} (1-p_Z)^{N_r-Z_r}. \quad (2-A3)$$

条件 3 については, すでに A で検討済みである. 求める確率はそれらの和で, 式(2-12)の通りである.

D: 式(2-13)の導出

RONDO の出力は 2 値処理について次の条件の両方が満たされるときのみ正しい.

1. i が無雑音での元の画素値よりも大きいとき, 出力が 0 である.

2. i が元の画素値以下のとき, 出力が 0 である.

この条件 1, 2 は B の条件 1, 3 と同じである. ゆえに, B と同様にして式(2-13)が導かれる.

第3章 Bipolar Morphology

§ 3-1 緒言

第2章では、加重中央値フィルタを拡張し、順序統計量型差分オペレータ(RONDO)を導いた。RONDOは、画素値そのものではなく画像中の物体形状や大きさに出力が依存するという、加重中央値フィルタの特性を継承している。加重中央値フィルタなどの順序統計量系フィルタは、§ 1-3で述べた数理形態学的演算としての取り扱いが可能である。そこで、RONDOに対しても、対応する数理形態学的演算が存在することが考えられる。本章で述べるbipolar morphologyは、RONDOを構成する最も単純な数理形態学的演算であり、第2章末で述べた「形状の差分」の基本演算となるものである[48]。本章では、bipolar morphologyの演算を説明し、RONDOとの関係を述べる。

§ 3-2 Bipolar morphology

Bipolar morphologyの基本演算は、bipolar erosionとbipolar dilationである。画像集合(多値)を A 、構成要素を $\langle B \rangle = [B^+, B^-]$ とすると、第1章で説明したミンコフスキー集合差、集合和の定義を用いて、これらの演算は次のように定義される。

$$\text{bipolar erosion: } \begin{cases} [A \ominus \langle B \rangle]^+ = (A \ominus B^+) \setminus (A^c \ominus B^-) \\ [A \ominus \langle B \rangle]^- = (A^c \ominus B^+) \setminus (A \ominus B^-) \end{cases} \quad (3-1)$$

$$\text{bipolar dilation: } \begin{cases} [A \oplus \langle B \rangle]^+ = (A \oplus B^+) \setminus (A^c \oplus B^-) \\ [A \oplus \langle B \rangle]^- = (A^c \oplus B^+) \setminus (A \oplus B^-) \end{cases} \quad (3-2)$$

このように、bipolar morphologyでの演算は構成要素として2つの集合の組をとる。構成要素 B^+ を正要素、 B^- を負要素とよぶ。2つの集合の組が必要なのは、画像の差分を行うには少なくとも2つの画素が必要だからである。ここで、記号 \setminus はファジイ集合演算の一つである限界差を意味し、次のように定義される。

$$\mu_{X \setminus Y}(x) = \max(\mu_X(x) + \mu_Y(x) - 1, 0) \quad (3-3)$$

ここで $\mu_x(x)$ はファジイ集合 X の要素 x のメンバシップ関数を意味する。とくに2値画像の場合は限界差は単なる論理積に帰着される。また、bipolar erosion, bipolar dilationは入力画像集合を2つの集合(+と-)に写像する。これは、画像の差分における正のエッジ出力と負のエッジ出力に対応する。

図3-1はbipolar morphologyの演算結果を模式的に示したものである。Bipolar erosionは構成要素の大きさよりも長く、完全に垂直なエッジのみを出力している。すなわち、bipolar erosionは「最も厳しいエッジ推定」と言うことができる。これに対し、bipolar dilationは、エッジである可能性が全くない部分以外は全て出力する、「最も寛

容なエッジ推定」である。これらの組み合わせによって、適当なエッジ推定が得られることになる。

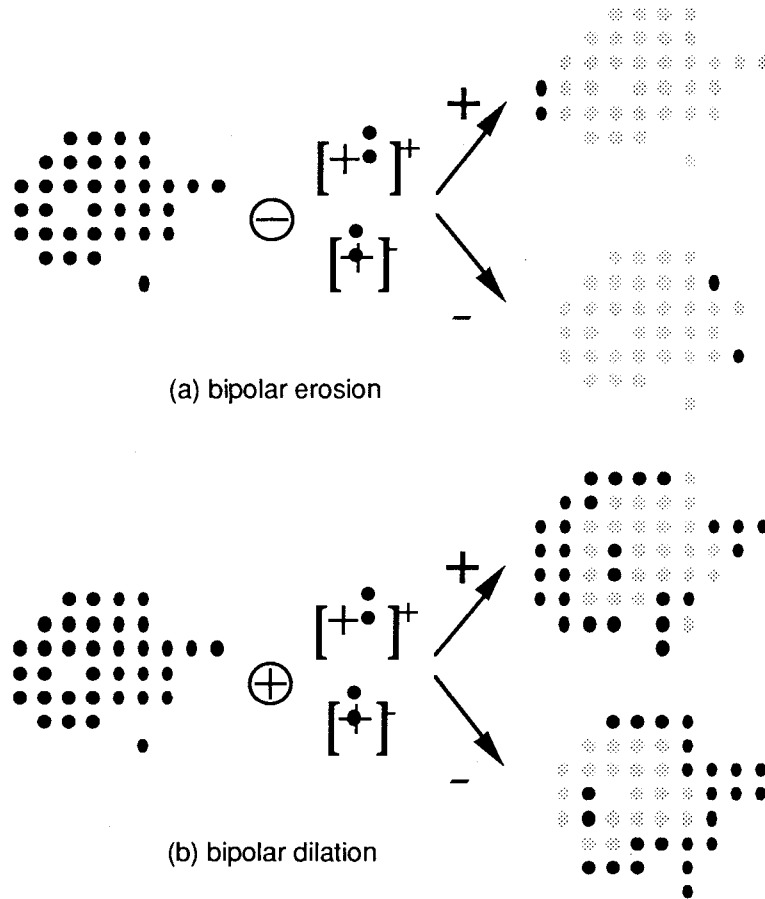


図3-1 Bipolar morphologyの例

§ 3-3 RONDOとの関係

Bipolar erosion/dilationとRONDOの間には密接な関係がある。すなわち、RONDOはbipolar erosion/dilationの「適当な組み合わせ」になっているのである。これは、従来のerosion/dilationと従来の中央値フィルタとの間の関係に相当するものである。この関係はつぎに説明する定理1, 2にまとめられる。

定理3-1 (RONDOとbipolar erosion)

正の加重の合計が S_p 、負の加重の合計が S_n 、しきい値係数が β であるようなRONDOを考える。また、正構成要素がRONDOのウィンドウの正加重部内部にあり、負構成要素が負加重部内部にあるような全てのbipolar erosionを考える。このとき、このRONDOの2値処理の出力(第2章式(2-4)の $x^i(\cdot)$)のうち正のものは、これらのbipolar erosionのうち両構成要素の大きさの合計が $S_n + \beta$ であるようなもの全部の、正側の出力のORである。また、このRONDOの2値処理の出力のうち負のものは、これらのbipolar erosionのうち両構成要素の大きさの合計が $S_p + \beta$ であるようなもの全部の負側の出力のORの-1倍である。

証明：正構成要素の大きさが $S_p - l$, $0 \leq l < S_p$ であり、負構成要素の大きさが $S_n - (S_p - l) + \beta$ である

場合を考える．Bipolar erosionの正側の出力が少なくとも1つの x について1であるならば，RONDOの出力の正の方は必ず1である．これは，以下の理由による．Bipolar erosionの出力は，正構成要素内の全ての画素値が1で，負構成要素内の全ての画素値が0のときのみ1となる．ウィンドウ内の構成要素以外の部分の画素値は1でも0でもかまわない．そこで，式(2-3)の $S^i(\cdot)$ (RONDOの2値処理における加重総和) に関して，次の不等式が成立する．

$$S^i(\cdot) \geq (S_p - l) - \{S_n - [S_n - (S_p - l) + \beta]\} = \beta. \quad (3-4)$$

式(3-4)が成り立つとき，RONDOの2値出力 $x^i(\cdot)$ は1である．したがって，定理の前半が証明された．後半については，式(3-4)を次の式で置き換えれば同様に証明される．

$$S^i(\cdot) \leq \{S_p - [S_p - (S_n - l) + \beta]\} - (S_n - l) = -\beta \quad \text{for } 0 \leq l < n. \quad (3-5)$$

(終)

定理3-2 (RONDOとbipolar dilation)

定理3-1と同様のウィンドウをもつRONDOと，定理3-1のbipolar erosionと同様の構成要素をもつbipolar dilationを考える．RONDOの2値処理の正側の出力は，演算「大きさ $l+1$ の正構成要素と大きさ $S_p - l - \beta + 1$ の負構成要素をもつbipolar dilationの正側の出力のAND」の結果の全ての $l(0 \leq l \leq S_p - \beta)$ についてのORになっている．また，RONDOの2値処理の負側の出力は，次の演算「大きさ $S_n - l - \beta + 1$ の正構成要素と大きさ $l+1$ の負構成要素をもつbipolar dilationの負側の出力のAND」の結果の全ての $l(0 \leq l \leq S_n - \beta)$ についてのORの-1倍になっている．

証明：bipolar dilationの正側の出力がある l について1であるならば，RONDOの出力は1である．その理由は次の通りである．Bipolar dilationの出力は，正構成要素内に少なくとも1個の値1の画素があり，負構成要素内に少なくとも1個の値0の画素があるときのみ1となる．ゆえに，両構成要素がウィンドウ内のどこにあってもbipolar dilationの出力が1ならば，RONDOの正加重側のウィンドウに含まれる値0の画素の数は l 個以下で，負側に含まれる値1の画素の数は $(S_p - \beta - l)$ 個以下である．したがって，次の式が成り立つ．

$$S^i(\cdot) \geq (S_p - l) - (S_p - \beta - l) = \beta. \quad (3-6)$$

式(3-6)が成り立つとき，RONDOの出力は1である．よって，定理の前半が証明された．後半については，式(3-6)を次の式に置き換えることによって同様に証明される．

$$S^i(\cdot) \geq (S_n - \beta - l) - (S_n - l) = -\beta, \quad (3-7)$$

(終)

§ 3-4 結言

この章では、画像差分の新しい基本演算であるbipolar morphologyを提案した。bipolar morphologyには、従来の数理形態学的演算に対応して、「最も厳しいエッジ推定」であるbipolar erosionと、「最も寛容なエッジ推定」であるbipolar dilationがある。ここでは、bipolar morphologyとRONDOとの関係を示し、bipolar morphologyの演算を論理演算で組み合わせることでRONDOが構成できることを示した。RONDOが数理形態学的演算を組み合わせることで構成できることは、RONDOが画像形状に関しての先の2種類のエッジ推定によって構成された形状認識過程であることを示している。

Bipolar morphologyでは負の値を扱わないことは重要である。正負のエッジ出力は別々の画像で表現される。この性質は、RONDOの光学系による実現を考えると有効である。この場合、数多く提案されている従来の数理形態学的演算を行う光学系[49][50]が利用できると思われる。

第4章 順序統計量フィルタの収束性とニューラルネットワーク

§4-1 緒言

順序統計量フィルタの特徴的な性質に、ルート収束性がある。これは、ある画像に対してフィルタを繰り返し適用して処理すると、最終的にそれ以上変化しない画像に収束することを言う[50]。この収束した後の画像をルートという。この画像がルートと言われるのは、雑音などによって様々に変化した画像に対してフィルタリングを行って推定された、根本の画像という意味だからである。したがって、ルートには、そのフィルタの性質が現われており、順序統計量フィルタの解析の1つの手掛かりとしていろいろな研究が行われている。しかし、その前にもう一つ根源的な問題がある。それは、「どのような信号でもそのフィルタは本当に収束するのか?」と言う問題である。

順序統計量フィルタの収束性については、従来様々な研究が行われてきた。とくに、有限長の1次元信号については、Gallagherら[51]およびBednar[9]らによって中央値フィルタおよび他の順位フィルタによる収束が証明されており、ルートに収束する回数やルート信号のパターンなどの研究もほぼ完成されている[52-55]。2次元以上の場合でも、大きさが有限の信号に対しては、順序統計量フィルタの収束性は存在すると経験的に信じられている。しかしながら、はっきりした証明は今だにされていない。分離型中央値フィルタ(1回の2次元フィルタリングを縦方向の1次元フィルタリングとそれに続く横方向の1次元フィルタリングに分けて実行する)については、再帰的な処理についてはMcLoughlinら[56]によって収束が証明されている。また、非再帰的な処理については、収束しない信号が極くまれに存在することがNodesら[57]によって示されている。また、本論文の第7章では、最近値近傍中央値フィルタの収束性について述べている。しかしながら、一般の2次元以上の中央値フィルタについては、収束性の証明がなされていない。

本章では、これまで明らかでなかった2次元のフィルタの収束性について、収束するフィルタの1つの十分条件を示す[58]。ここでは、順序統計量フィルタが実はHopfield型ニューラルネットワークと等価であることを示し、ネットワークの収束条件を用いてフィルタの収束条件を導く。

§4-2 順序統計量フィルタとHopfield型ニューラルネットワークの関係

フィルタとネットワークの関係を知るために、まず、フィルタリングの操作をベクトルからベクトルへの写像の形で表現する。簡単のため、入力値は2値であるとする。しきい値分解によって多値の順序統計量フィルタは2値フィルタで表されるから、この制限は本質的なものではない。

第1章で述べたように、2値の順序統計量フィルタの処理は、ウィンドウ内の画素値の合計とそれに続くしきい値処理と等価である。この性質により、再帰的な順序統計量フィルタリングを次のようなベクトル間写像で表現することが可能である。

入力信号が n 次元であるとする。 v_0^i を n 次元入力信号からある順序によって1次元に引

き伸ばされた長さ N のベクトルとする。長さ N は入力信号中の画素数となる。さらに v_i^k を、 k 回フィルタリングされた後、 l 番目の画素までフィルタリングされた途中の信号とする。このとき、 $l+1$ 番目まで処理された信号は次のように表現できる。

$$v_{l+1, i}^k = \begin{cases} v_{i, i}^k & i \neq l+1, \\ H[\sum_j T_{ij} v_{i, j}^k - c]; & i = l+1, 1 \leq i \leq N. \end{cases} \quad (4-1)$$

ここで H は第1章の式(1-7)で述べたしきい値関数で、 c は出力順位に対応するパラメータである。ここで、変換行列 T を、画素 $v_{i, j}$ が、画素 $v_{i, i}$ に位置するウィンドウに含まれているとき $T_{ij}=1$ 、その他のとき $T_{ij}=0$ とする。ここで、ウィンドウが点対称であれば T の転置行列 T^t は T に等しいこと、また、通常順序統計量フィルタでは $T_{ii}=1$ となる。

全ての画素が処理されると、画像全体に対する $(k+1)$ 回目の処理が終わる。これは次のように表される。

$$v_0^{k+1} = v_L^k. \quad (4-2)$$

この処理はHopfield型ニューラルネットワークの非同期的動作と等価である。変換行列 T はHopfieldモデルの重み行列に相当し、ベクトル v はニューロンの状態に、 H は状態決定時の非線形関数に相当する。

§ 4-3 再帰型順序統計量フィルタの収束性

この節では、Hopfieldモデルの収束性を利用して順序統計量フィルタの収束性を導く。Hopfieldモデルの収束性に関しては、Hopfield[45]によってすでに議論されている。ここでは、Cheungら[59]が2値のHopfieldモデルを連想メモリに応用した際の収束性の議論を参照して、収束条件を導く。

まず、式(4-1)による、一つの画素に対するベクトル-ベクトル変換に対して次のような評価関数を導入する。

$$E_l = -\frac{1}{2} v_l^t T v_l + c^t v_l, \quad (4-3)$$

ここで c は要素が全部 c であるベクトルである。簡単のため繰り返しに関するパラメータ k は省略する。この関数は、Hopfieldモデルでのエネルギー関数に相当する。さらに、 E_l の差分値 ΔE_l を次のように定義する。

$$\Delta E_l = E_{l+1} - E_l. \quad (4-4)$$

式(4-3)を式(4-4)に代入すると、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}\Delta E_l &= -\frac{1}{2}v_{l+1}^t T v_{l+1} + c^t v_{l+1} + \frac{1}{2}v_l^t T v_l - c^t v_l \\ &= -\frac{1}{2}(v_{l+1}^t T v_{l+1} - v_l^t T v_l) + c^t \Delta_l.\end{aligned}\tag{4-5}$$

ここで Δ_l は状態変化ベクトルで次のように定義される.

$$\Delta_l = v_{l+1} - v_l,\tag{4-6}$$

式(4-6)から, 次の式が得られる.

$$v_{l+1} = \Delta_l + v_l.\tag{4-7}$$

式(4-7)を式(4-5)に代入すると次の式が得られる.

$$\Delta E_l = -\frac{1}{2}(\Delta_l^t T \Delta_l + \Delta_l^t T v_l + v_l^t T \Delta_l) + c^t \Delta_l.\tag{4-8}$$

条件 $T^t = T$ が成り立っているとき, 式(4-8)は次のように書ける.

$$\Delta E_l = -\frac{1}{2}(\Delta_l^t T \Delta_l + 2\Delta_l^t T v_l) + c^t \Delta_l.\tag{4-9}$$

ここで, K_l を次のように定義する.

$$K_l = T v_l - c.\tag{4-10}$$

式(4-10)を式(4-9)に代入すると

$$\Delta E_l = -\frac{1}{2}\{\Delta_l^t T \Delta_l + 2\Delta_l^t (K_l + c)\} + c^t \Delta_l.\tag{4-11}$$

が得られる. この式を変形すると

$$\Delta E_l = -\left(\frac{1}{2}\Delta_l^t T \Delta_l + \Delta_l^t K_l\right)\tag{4-12}$$

が得られる.

さて, 式(4-1)から, 次の式が得られる.

$$\Delta_{l,i} = \begin{cases} \text{sgn}[K_{l,i}] & ; i=l+1 \text{ and} \\ & H[\sum_j T_{ij}v_{l,j} - c] \neq v_{l,i} \\ 0 & ; \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4-13)$$

ただし

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0, \\ 0 & \text{if } x = 0, \\ -1 & \text{if } x < 0. \end{cases} \quad (4-14)$$

ある1つの画素の処理によってその画素値が変化しなかったとすれば、明らかに $\Delta E_l = 0$ である。画素値が変化したとすれば、式(4-12)で表される ΔE_l の第1項は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \Delta_l^t T \Delta_l &= [0, \dots, 0, \text{sgn}[K_{l,l+1}], 0, \dots, 0] T \begin{bmatrix} 0, \\ \vdots \\ 0, \\ \text{sgn}[K_{l,l+1}], \\ 0, \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= T_{l+1, l+1}. \end{aligned} \quad (4-15)$$

$\text{sgn}[K_{l,l+1}]$ である要素はどちらも第 $l+1$ 要素であることに注意する必要がある。通常の順序統計量フィルタの場合、 $T_{l+1, l+1} = 1 > 0$ である。 ΔE_l の第2項は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \Delta_l^t K_l &= [0, \dots, 0, \text{sgn}[K_{l,l+1}], 0, \dots, 0] K_l \\ &= |K_{l,l+1}| > 0. \end{aligned} \quad (4-16)$$

ゆえに、画素値が変化するときはいつでも、

$$\Delta E_l < 0, \quad (4-17)$$

となる。画素値は2値であり、画素数は有限である。ゆえに、評価関数 E は離散的で、最小値を持つ。したがって、 $T_{ii} > 0$ かつ $T^t = T$ のとき、有限回のフィルタリングによって E は最小値に到達する。このことは、中心画素がウィンドウに含まれていて、ウィンドウが点対称であるとき、任意の次元の任意の信号は有限回の再帰的順序統計量フィルタリングによってルートに収束することと等価である。画素数は有限であることが要求されるが、とくに境界条件についての制限はない。境界条件としては、画像の周辺に定数領

域を付加する境界条件や、周期的境界条件が考えられる。また、この結果から、点对称に重みを配置した加重中央値フィルタにも同様の収束性があることがわかる。

§ 4-4 結言

この章では、順序統計量フィルタがHopfieldのニューラルネットワークで表現できることを示し、点对称なウィンドウを持つ再帰的順序統計量フィルタがルート収束性を持つことを示した。順序統計量フィルタとニューラルネットワークとの等価性は、第5、6章で述べる学習によるフィルタ設計の基礎となっている。

第5章 加重中央値フィルタの学習による設計

§5-1 緒言

加重中央値フィルタは、順序統計量系フィルタのなかでもとくに重要なフィルタのひとつである。それは、加重の操作によって画像形状に対する効果を変化させられるからである。このフィルタを提案したBrownriggはその論文[7][60][61]のなかで、角の保存、線の保存などの性質を持つ加重の与え方について述べている。また、Prasadら[62]、Yli-Harjaら[63]も、出力が満たすべき条件から重みを決定するという研究を行っている。しかし、これらはウィンドウの内部での形状だけについて述べたものであり、一般的な形状に対する性質に言及したものではない。また、一般的な設計手法があるわけではなく、角、線といった特別の形状に対して個別の推論を行ったに過ぎない。また、加重中央値フィルタと関係の深いStackフィルタについては、線形計画法を用いて入出力関係からフィルタを設計する方法[25][64-66]があるが、これらの方法はウィンドウの大きさが大きくなると計算量が指数的に増えてしまうので、実用的でない。

一般的な設計手法がないことは、加重中央値フィルタの大きな弱点であった。すなわち、加重の決めかたがわからなくては、いくら自由度のある一般的なフィルタといっても使いようがないのである。これは、加重中央値フィルタだけの問題ではなく、非線形フィルタが線形フィルタを上回る能力を持つといわれながらなかなか実用になりにくかった原因でもある。

本章では、この問題点を解決するため、学習の概念を用いた設計法を提案する[67]。第4章では再帰的順序統計量フィルタがHopfieldのネットワークと等価であることを示した。これに対しここでは、非再帰的加重中央値フィルタが、階層型のニューラルネットワークと等価であることを示す。このネットワークは、位置ずれによらない結合を持つものになる。このとき、加重はネットワークの結合重みとして表現される。ネットワークの結合重みを画像の例を用いて学習することによって、フィルタの加重をその画像に最適に設定することができる。この方法による最適化は、大変簡単で明快である。

本章では、加重中央値フィルタがどのようにして階層型ニューラルネットワークに帰着されるかを示し、実際に設計を行った結果を示す。

§5-2 加重中央値フィルタと階層型ニューラルネットワーク

第1・2章で述べたように、多値画像に対する加重中央値フィルタはしきい値分解によって2値処理の組み合わせに置き換えることができる。そこで、2値画像の加重中央値フィルタを考える。加重中央値フィルタが画像 v^1 の位置 Q の画素を処理するとする。このときウィンドウ（これを D とする）内の相対画素位置を q 、その位置に対応する重みを $T(q)$ とすると、加重中央値フィルタの定義から、ウィンドウ内の全ての q に対して、 $v^1(Q+q)$ の $T(q)$ 個の複製を作り、それらによってできる画素値の列（長さ N ）の中央値を出力することになる。しかし、§1-3で述べたように、2値の加重中央値フィルタの処理は、 $v^1(Q+q)$ に重み $T(q)$ を掛けて、それを D 内の全ての q について合計したものを、

しきい値 $N/2$ で0または1にしきい値処理することに置き換えられる。ここで出力画像を $v^2(Q)$ とすると、2値の加重中央値フィルタの処理は次のように書ける。

$$v^2(Q) = H\left[\sum_{q \in D} T(q)v^1(Q+q) - \frac{1}{2}\sum_{q \in D} T(q)\right], \quad (5-1)$$

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0, \\ 0 & \text{if } x < 0. \end{cases} \quad (5-2)$$

ここで、 D の外では $T(q)=0$ とし、 $P=Q+q$ とする。このとき式(5-1)は次のように書き換えられる。

$$v^2(Q) = H\left[\sum_{\forall P} T(P-Q)v^1(P) - \frac{1}{2}\sum_{\forall P} T(P-Q)\right]. \quad (5-3)$$

式(5-3)での操作は、ニューロン $v^1(P)$ の状態と結合重み $T(P-Q)$ によってニューロン $v^2(Q)$ の状態が変化される過程と考えることができる。この操作は、2層の階層型ニューラルネットワークと等価である。図5-1にネットワークのモデルを表す。第1層は入力2値画像を表し、第2層は処理後画像を表す。それぞれのニューロンが、画素に1対1に対応する。式(5-3)で、 $T(P-Q)$ は P と Q の相対位置によってのみ決まる。このことは、このモデルが位置ずれによらない結合重みを持っていることを示している。ネットワークの結合重み $T(P-Q)$ はフィルタの加重 $T(q)$ と同じものであるから、ネットワークの学習を行うことによって加重の最適化が実現される。

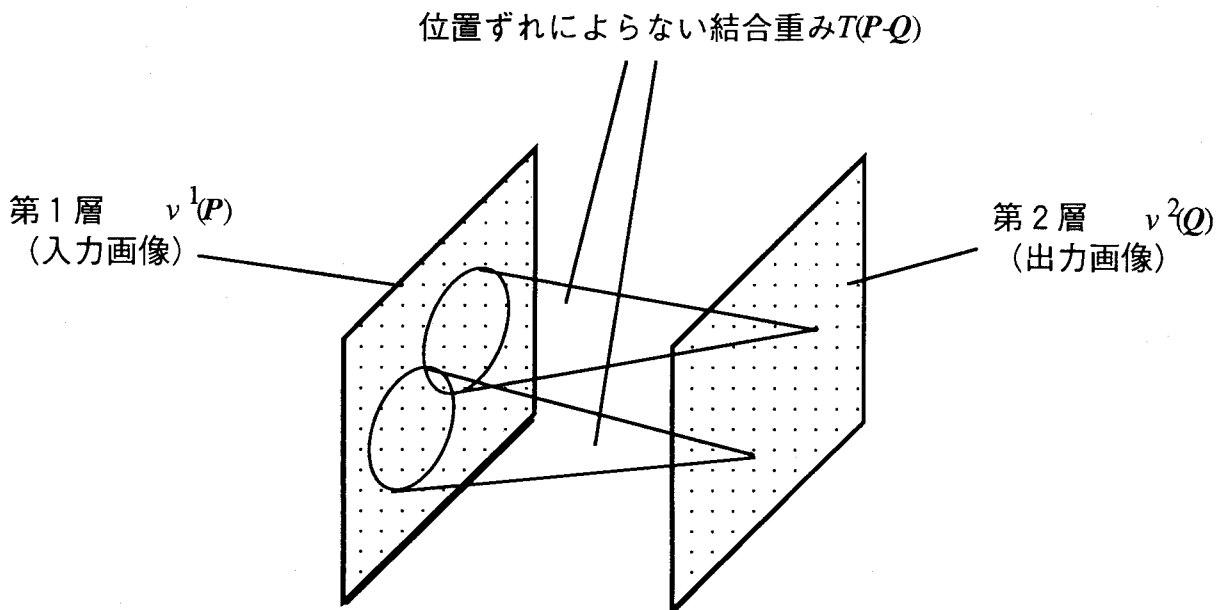


図5-1 ネットワークモデル

結合重み $T(P-Q)$ の学習の目標は、フィルタの出力を理想出力にできるだけ近づけることである。ここでは、第1章で説明した δ ルールを応用して学習を行う[68]。学習の繰り返しの数を t で表す。入力される雑音の重畳した画像を $v^{1,0}$ とし、理想出力を $v^{2,t}$ とする。また、学習途中のネットワークの出力を $v^{2,t}$ とし、 $[0,1]$ の連続値をとるものとする。このとき、学習過程は修正項 $\Delta^t(P-Q)$ を用いて次のように表される。

$$T^{t+1}(P-Q) = T^t(P-Q) + \Delta^t(P-Q). \quad (5-4)$$

修正項は次のように定められる。

$$\Delta^t(P-Q) = \frac{1}{N} \sum_{v_P} \varepsilon(v^{2,t}(Q) - v^{1,0}(P)) v^{1,0}(P). \quad (5-5)$$

ここで N は画像中の全画素数で、 ε は正の学習係数である。位置ずれによらない重みを修正するために、修正項は全画面に対して平均されている。

学習過程においては、式(5-2)を少し修正して用いる。 δ ルールによる学習過程においてはニューロンの状態は連続値を取らなければならないので、しきい値関数を次に示すシグモイド関数に置き換える。

$$H(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda x)}. \quad (5-6)$$

ここで λ は正の値である。実際の2値加重中央値フィルタの定義ではしきい値関数を用いているので、 λ は繰り返しが進むに連れて無限大に近づくようになっていく。第1章で述べたように、 $\lambda \rightarrow \infty$ のとき、式(5-6)は式(5-2)と等価である。

§ 5-3 実験結果

本手法の効果を確かめるために、実際の画像を用いてフィルタを設計した。この実験では、 64×64 画素の2値画像を用いた。図5-2に原画像を示し、図5-3に生起確率5%のごましお雑音が重畳した画像を示す。これらの画像をトレーニングセットとして用いた。計算能力の制限から、第2層の1画素に接続している第1層の画素は 9×9 画素の範囲に限定した。結合重みの初期値は $T(\mathbf{0})$ のみ1とし、他は0とした。また、 $\varepsilon=0.5$ とし、 $\lambda=1+0.01t$ とした。2000回学習した後の重みを図5-4に示す。加重中央値フィルタの重みは正しか許されないため、重みが学習途中で負になった場合は0とした。多値画像に対する加重中央値フィルタの定義に合うように、図5-4の重みを整数化したものが図5-5である。この重みを用いた加重中央値フィルタを、図5-6に示す、別の雑音が重畳した画像に適用した。この画像には図5-3と同じ統計的性質を持つ雑音が重畳している。この画像を学習後のフィルタで処理したのが図5-7である。また、同じ画像を従来の 3×3 の

ウィンドウを持つ中央値フィルタで処理したのが図5-8である。図5-6の原画像は図5-9に示したものである。これらの結果は本手法の有効性を示している。



図5-2 学習用原画像

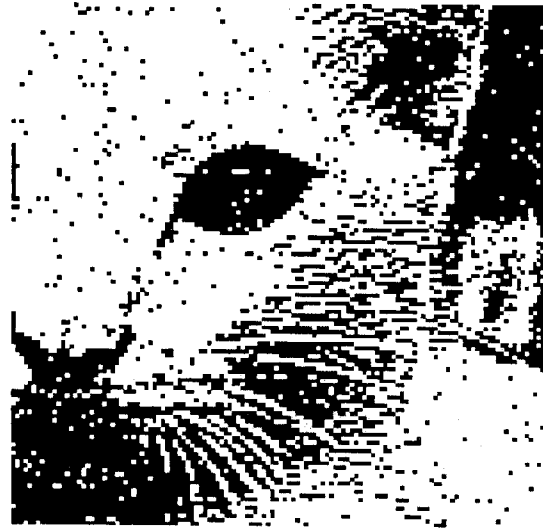


図5-3 学習用劣化画像

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.83	0.02	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.42	0.00	0.00	0.00
0.36	0.61	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.34	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.83	1.70	13.46	36.01	14.31	3.39	0.00	0.28
0.00	0.00	0.00	0.00	1.35	0.80	0.00	0.00	0.00
0.40	0.00	0.00	0.00	1.39	0.00	0.00	0.00	0.00
0.29	0.00	0.00	2.39	0.00	0.00	0.55	0.00	0.00
0.00	0.19	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

図5-4 学習後の重み

0	0	0	0	0	4	0	0	0
0	0	0	0	0	3	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	3	27	72	29	7	0	1
0	0	0	0	3	2	0	0	0
1	0	0	0	4	0	0	0	0
1	0	0	5	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

図5-5 整数化した重み

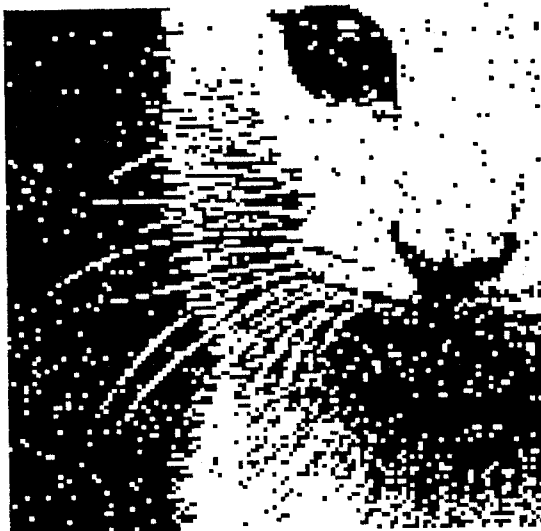


図5-6 処理用劣化画像

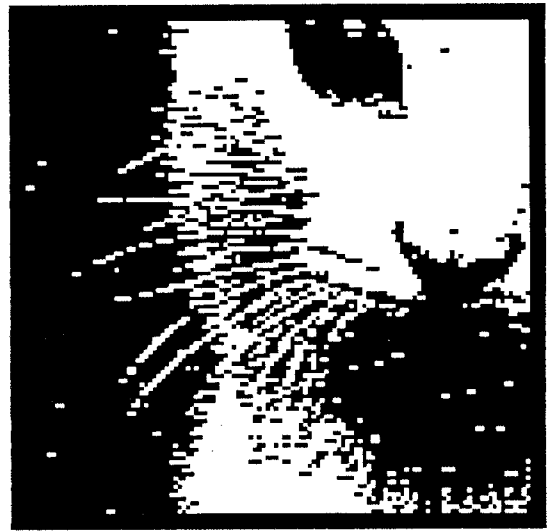


図5-7 学習したフィルタの画像



図5-8 従来の中央値フィルタの出力



図5-9 原画像 (理想出力)

§ 5-4 結言

この章では、加重中央値フィルタを学習によって設計する新しい方法を提案した。この方法は、非再帰的な加重中央値フィルタと階層型ニューラルネットワークの密接な関係を利用している。この方法により、雑音の重畳した画像とその理想出力の例を与えてネットワークに学習を行わせることで、加重中央値フィルタの最適化が行われる。われわれの方法は、線形計画法による方法よりも簡単で、実際の画像を利用できるため実用的である。

今後の問題として、まずウィンドウの大きさの制限の問題がある。より小さいウィンドウで、ほぼ同等の能力が得られれば、小さいウィンドウの方が計算量の点で有利だからである。今回の実験で、学習後の重みのうち中心部だけを用いるフィルタを試してみたが、うまく処理できなかった。この問題を解決するため、学習中にウィンドウを適当な大きさに徐々に制限して行く方法の開発が望まれる。また、この手法は多層ネットワークの学習法を利用することによって、フィルタを連結適用した場合の最適化に応用することができる。これについては、RONDOの学習による設計と併せて、次章で述べる。

第6章 連結適用されたしきい値論理型フィルタの学習による設計

§6-1 緒言

前章では、加重中央値フィルタをニューラルネットワークによって設計する方法について述べた。この方法では、1回のフィルタリングを2層のニューラルネットワークによって表現し、ネットワークの学習能力を用いて設計を行った。しかしながら、現在主に研究されているネットワークは3層以上の多層ネットワークであり、多層ネットワークの学習法については第1章で述べたような数多くの研究がある。そこで本章では、多層ネットワークの学習能力及び学習手法を用いて、フィルタの連結適用による効果を理想出力に近づけるように設計を行う方法を述べる[22]。またこの章では、加重中央値フィルタの設計を、一般のしきい値論理型フィルタの設計に拡張している。このことを用いて、RONDOの設計や、RONDOと加重中央値フィルタを連続適用したフィルタの設計を行う。

§6-2 しきい値論理型フィルタとニューラルネットワーク

しきい値論理型フィルタとは、2値画像フィルタにおける演算をしきい値論理によって定義し、この2値フィルタを用いてしきい値分解によって多値画像の処理を行うフィルタである。しきい値論理とは、1, 0を値として持つ入力変数に対して、それぞれに重みを付けて合計し、その結果をしきい値処理して1, 0の論理出力を得る論理演算である。入力2値画像を v^1 , 出力画像を v^2 , 重みを T とするとき、一般のしきい値論理型フィルタの画素位置 Q における処理は、

$$v^2(Q) = H \left[\sum_{q \in D} T(q) v^1(Q+q) - c \right], \quad (6-1)$$

と表される。ただし D はウィンドウの範囲、 H は何らかのしきい値関数、 c はしきい値である。第5章で述べたように、2値の加重中央値フィルタはこのフィルタの最も基本的な形になる。また、この形式を使ってRONDOを表すには、 $c=0$ として H を式(2-6)の3値2しきい値関数とすればよい。

さて、この式を $P=Q+q$ とし、 $q \notin D$ のとき $T(q)=0$ として書き換えると

$$v^2(Q) = H \left[\sum_{\forall P} T(P-Q) v^1(P) - c \right], \quad (6-2)$$

となる。この式は、層 v^1 から層 v^2 へ重み T と非線形関数 H を通じて信号が伝わるような層型のニューラルネットワークの信号処理を表す式と同じ形になっている。

§ 6-3 フィルタの連結適用と多層型ニューラルネットワーク

式(6-2)によって1回のしきい値処理型フィルタの処理が2層のニューラルネットワークで表された。このネットワークによる出力層をもう一つのネットワークの入力層とすれば、自然に多層のネットワークが得られる。このネットワークは、ある層間結合による出力が次の層間結合への入力になっているわけであるから、フィルタの連結適用による処理と考えることができる。したがって、この多層ネットワークを学習させることによって、フィルタを連結適用して目的の出力を得るように最適化を行うことができる。多層のネットワークの学習法としては、§ 1-5で説明した誤差逆伝播法による方法がすでに各方面で利用されている。本研究でも、この方法を用いる。

誤差逆伝播法をわれわれのネットワークの学習に用いる場合、一つ考慮しなければならない問題がある。それは、誤差逆伝播法を用いる場合、しきい値関数 H は連続で微分可能でなければならないという制限である。したがって、RONDOや、RONDOと加重中央値フィルタの縦列接続をネットワークで設計する場合、それぞれのしきい値関数を微分可能な関数で置き換えなければならない。加重中央値フィルタで用いた単純なステップ関数は、シグモイド関数で置き換えればよいことを前章で述べた。これにならうと、RONDOでもちいる3値2しきい値関数は、次の関数で置き換えればよい。

$$H(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda(x-\beta))} + \frac{1}{1 + \exp(-\lambda(x+\beta))} - 1. \quad (6-3)$$

この関数は $\lambda \rightarrow \infty$ のとき3値2しきい値関数と等価となる。

RONDOと加重中央値フィルタの連結を設計する場合は、第2層と第3層との接続によって加重中央値フィルタを表現する。このとき、第2層のニューロンの状態が $[0,1]$ の範囲でなければ、この接続が加重中央値フィルタを表現することにならない。したがって、第2層でRONDOの出力の絶対値が得られるようにしなければならない。このような関数でかつ微分可能な関数として、次の関数を採用する。

$$H(x) = \frac{1}{f(\beta) - f(-\beta)} \left[\{f(x-\beta) - f(x+\beta)\} + \{f(\beta) - f(-\beta)\} \right]. \quad (6-4)$$

ただし

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda x)} \quad (6-5)$$

である。図6-1に各関数のグラフを示す。

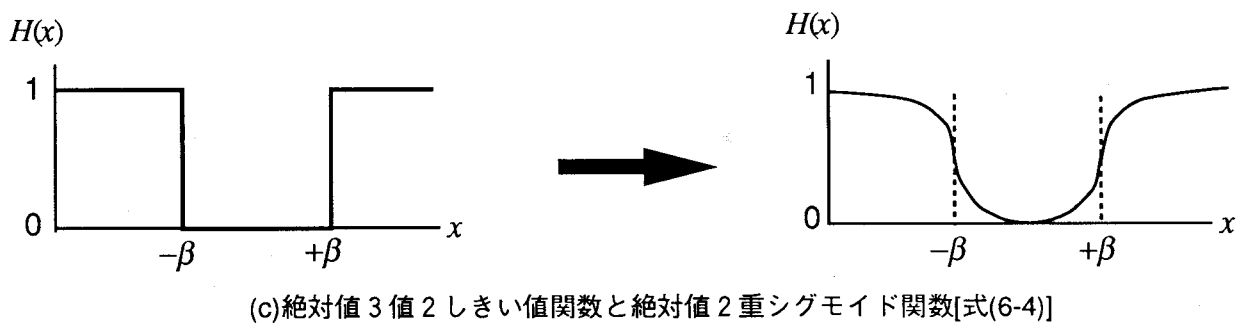
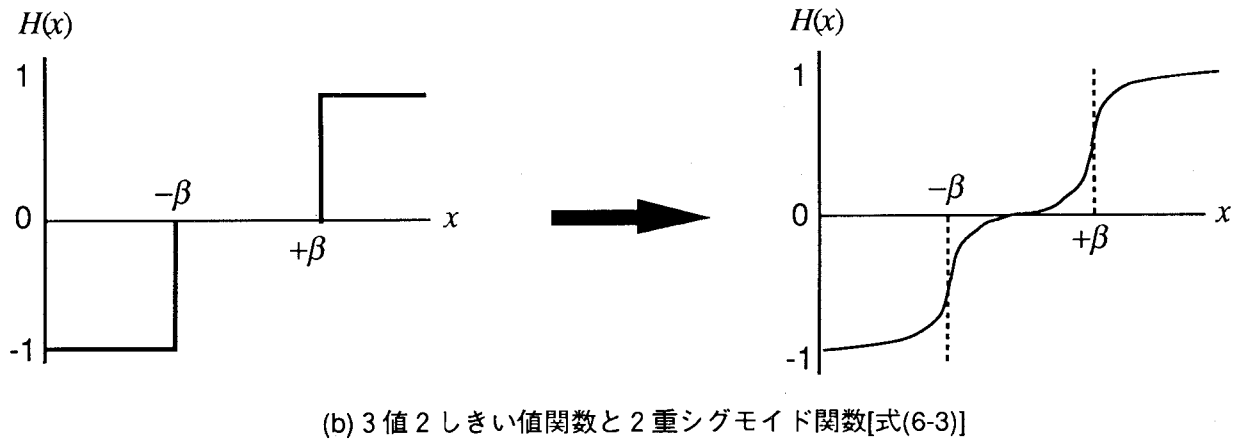
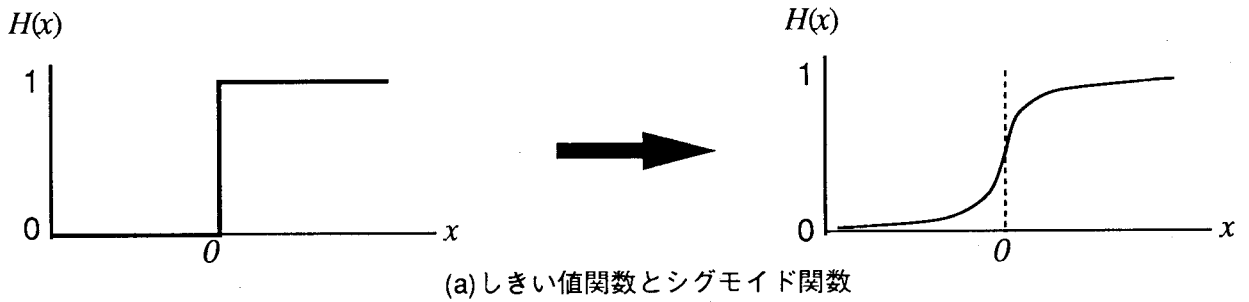


図6-1 各種の非線形関数

§ 6-4 実験結果

ここでは、RONDOおよびRONDOと加重中央値フィルタの連結によるフィルタをネットワークを用いて最適化する実験を行った。この実験では、劣化画像例とその理想出力の双方に二値画像を用いた。ごましお雑音を仮定する場合、2値画像で学習することにより最適化されたフィルタは多値画像に対しても適用可能である。これは、次の理由による。図6-2はエッジ画像の処理の模式図である。しきい値論理型フィルタの処理はしきい値分解された2値画像に対して行われる。図6-2(a)においての、ウィンドウ中の画素の組み合わせの典型的な3つの例は、それぞれ図6-2(b)にも存在する。これに限らず、多値画像モデル(a)をしきい値分解によって2値化した画像のある部分をとると、それは2値画像(b)のどこかに必ず存在する。ごましお雑音の場合、雑音の影響を受けた画素はしきい値分解されたすべての2値画像で共通の画素値を持つから、2値画像(b)を用

いて学習によって最適化されたフィルタは、多値モデル(a)に対してもすでに最適化されている。実際の実験では、図6-3のような2値画像を学習に際して用いた。これは、図6-2(b)よりも多くのエッジを含んでいるからである。

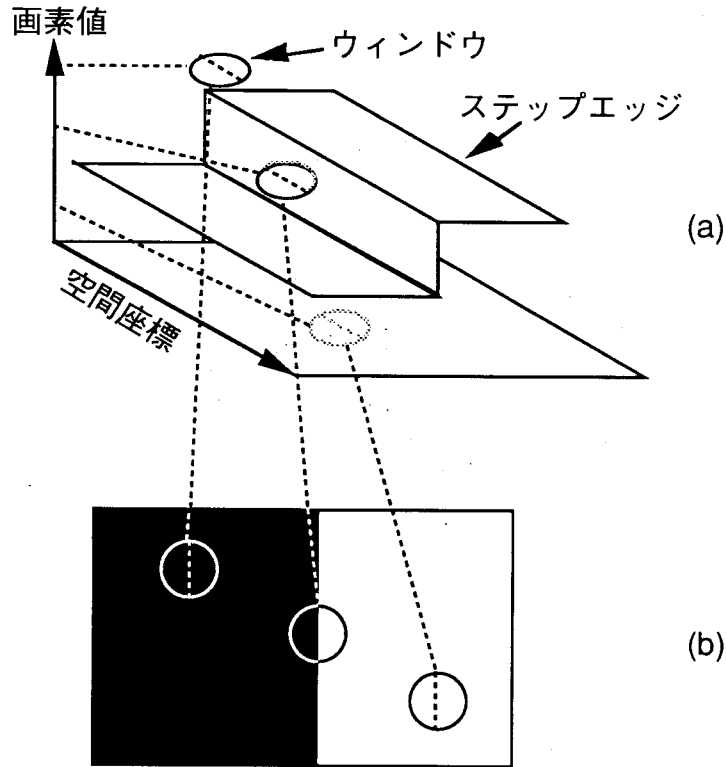


図6-2 ステップエッジモデル
(a)多値画像モデル (b)2値画像モデル

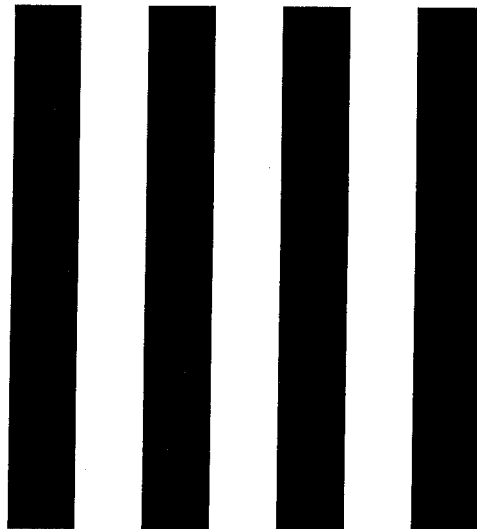


図6-3 学習用エッジ画像

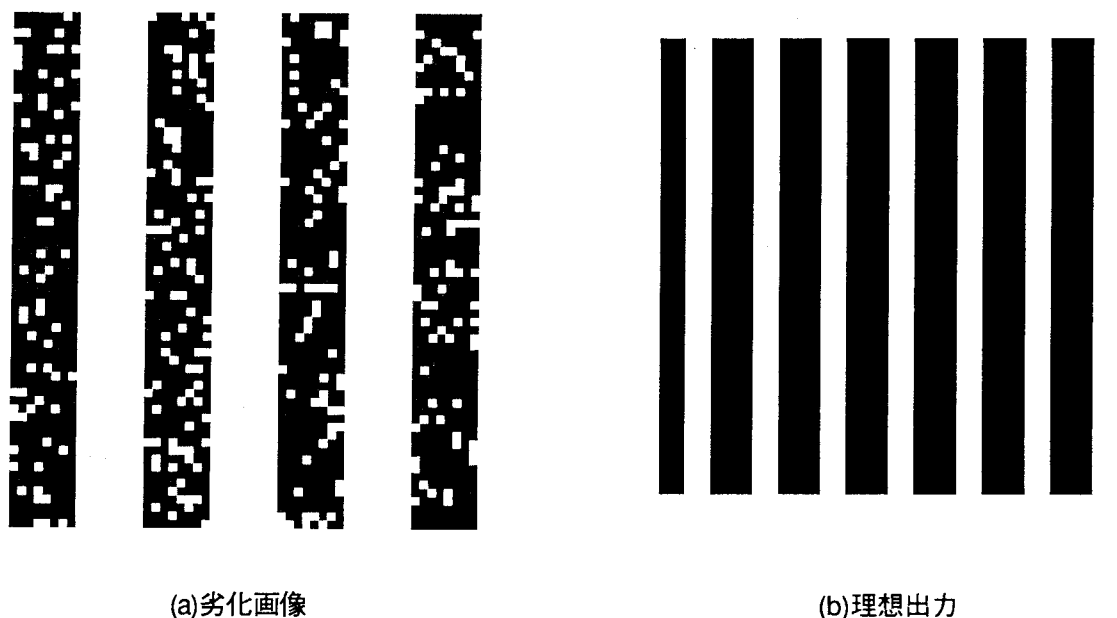


図6-4 学習用入出力画像

第1の実験は白レベル雑音（雑音画素が常に最大画素値を取る雑音，第2章で言うMV雑音）の除去能力を調べるものである．図6-3の上に雑音为重畳した画像を，図6-4(a)に示す．各画素は確率15%で最大画素値に置き換えられている．学習アルゴリズムは，図6-4(a)から図6-4(b)を出力するようにフィルタを最適化する．ここで使用したネットワークは，入力層と中間層の間の結合に対して 7×7 画素の受容野（即ちウィンドウ）を持ち，中間層と出力層の間の結合に対して 3×3 画素の受容野を持つ．このようにして得られた重みを視覚化したものを図6-5に示す．円の位置がウィンドウ内の画素位置を示し，円の直径が重みの絶対値を示す．白い円は正，グレーの円は負の重みを示す．このようにして最適化されたフィルタで，図6-6に示す画像を処理した．この結果を，学習をせず，図6-7に示す重み係数に固定された，RONDOと加重中央値フィルタの連結による処理結果と比較した．図6-8がこれらのフィルタの出力結果である．学習で最適化されたフィルタの有効性が明瞭に示されている．表6-1に出力結果と理想出力の誤差の平均値を示す．ここで誤差とは，誤って出力されている画素数の画面全体の画素数に対する割合を言う．この実験では，同じ性質の雑音を加えた10枚の入力画像を用意し，それらに対する結果の平均を誤差の平均値として表示した．

また，ごましお雑音（雑音画素が1/2の確率で最大画素値または0を取る雑音，第2章で言うMV/ZV比50%の雑音）が重畳した画像を用いて学習したフィルタを作成し，そのフィルタのごましお雑音に対する効果を調べた．得られた重みを図6-9に，処理結果を図6-10と表6-2に示した．この場合も，学習による最適化の有効性が示されている．

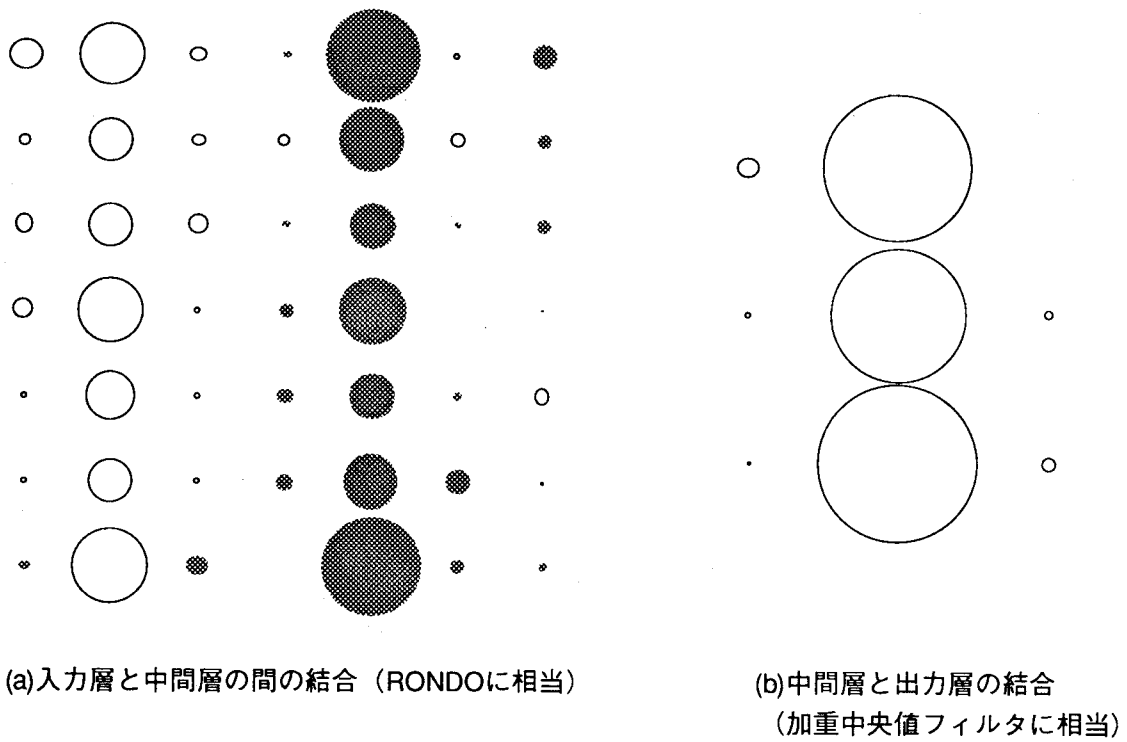


図6-5 白レベル雑音に対して最適化したフィルタの重み

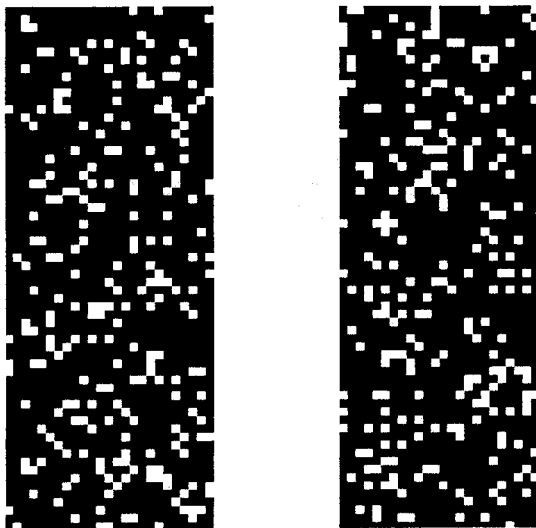


図6-6 処理用劣化画像

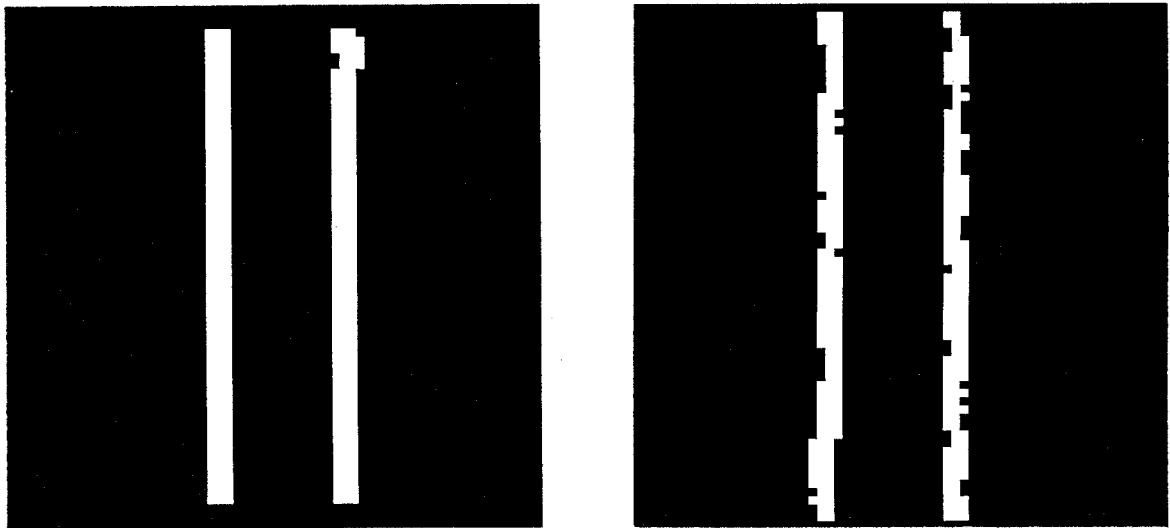
-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1

(a)RONDO

1	1	1
1	3	1
1	1	1

(b)加重中央値フィルタ

図6-7 固定された重み



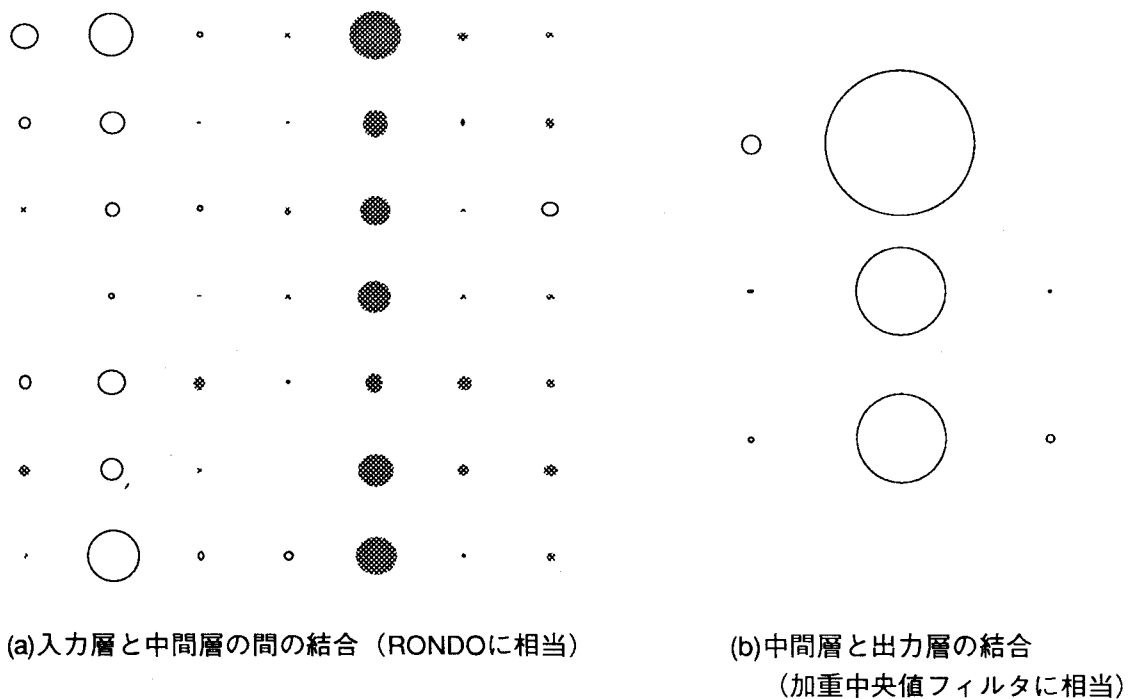
(a)学習したフィルタ

(b)学習していないフィルタ

図6-8 白レベル雑音による劣化画像に対する処理結果

フィルタの種類	平均誤差 (%)	標準偏差 (%)
学習したフィルタ	0.212	0.164
学習していないフィルタ	1.80	0.149

表6-1 白レベル雑音で学習したフィルタを白レベル雑音による劣化画像に適用した場合の平均誤差

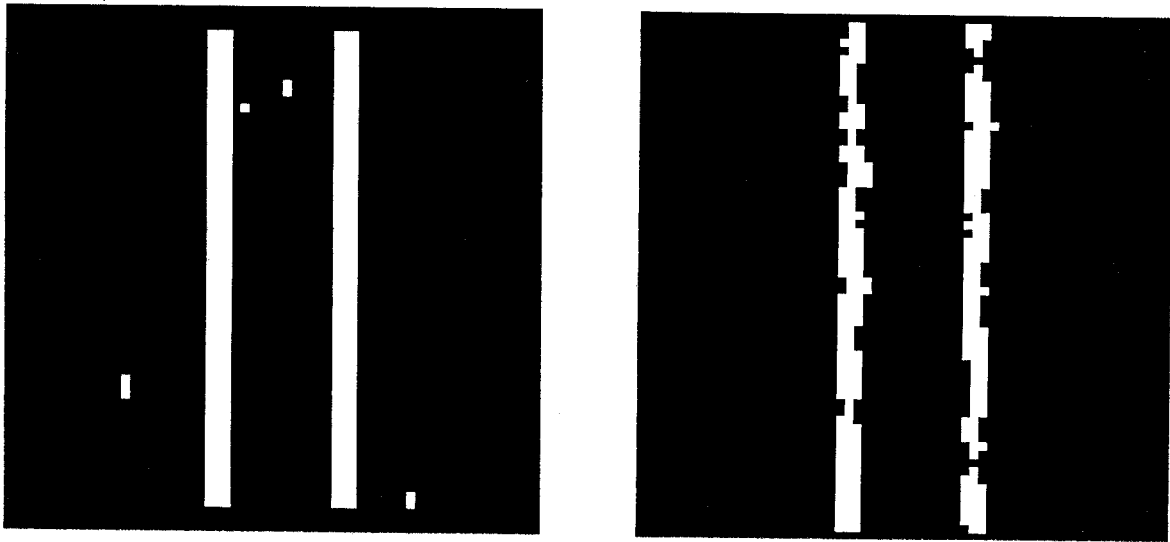


(a)入力層と中間層の間の結合 (RONDOに相当)

(b)中間層と出力層の結合

(加重中央値フィルタに相当)

図6-9 ごましお雑音に対して最適化したフィルタの重み



(a)学習したフィルタ

(b)学習していないフィルタ

図6-10 ごましお雑音による劣化画像に対する処理結果

フィルタの種類	平均誤差 (%)	標準偏差 (%)
学習したフィルタ	0.254	0.0879
学習していないフィルタ	1.80	0.286

表6-2 ごましお雑音で学習したフィルタをごましお雑音による劣化画像に適用した場合の平均誤差

さらに、白レベル雑音を用いて最適化したフィルタを、ごましお雑音が重畳した画像に適用する実験を行った。その結果を図6-11と表6-3に示す。

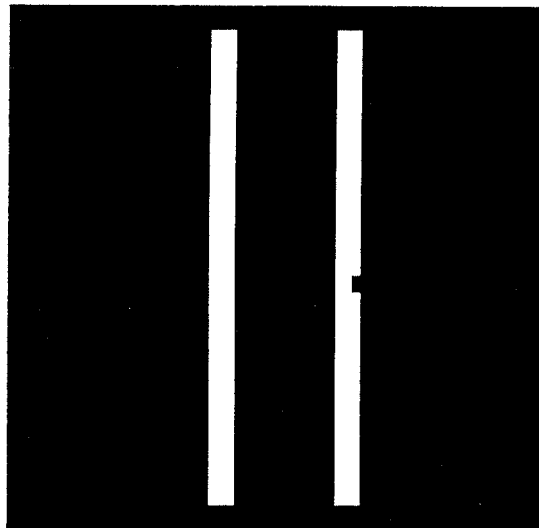


図6-11 ごましお雑音による劣化画像を白レベル雑音に対して最適化したフィルタで処理した処理結果

フィルタの種類	平均誤差 (%)	標準偏差 (%)
白レベル雑音で学習したフィルタ	0.0928	0.00490

表6-3 白レベル雑音で学習したフィルタをごましお雑音による劣化画像に適用した場合の平均誤差

これを見てわかるように、白レベル雑音に対して最適化されたフィルタの方が、ごましお雑音自身で最適化されたフィルタよりもよい結果を示すという結果が得られた。この性質は次に述べる「矛盾」の問題で説明できる。2値のフィルタは、ウィンドウ内の画素のパターンを「0」、「1」の2種類のパターンに分けると考えることができる。ここで、それぞれ別のパターンに分けることができないような2つの画素パターンが学習の際に入力画像に現われたとしよう。このパターンが学習の際の理想出力で「0」、「1」の2つのパターンに分けることが要求されている場合、これは学習用の入出力の組が「矛盾」していると考えられる。矛盾した学習用入出力は、学習の進展を阻害する。ごましお雑音を用いた学習用入出力は、白レベル雑音によるものよりも矛盾を多く含むものと思われる。この仮説を裏付けるため、1つの実験を行った。同じ構造の2つのネットワークを、一方はごましお雑音で、一方は白レベル雑音を用いて学習した。そして、学習過程における、フィルタ出力と理想出力との残差の減少の具合を調べた。この結果を図6-12に示す。ごましお雑音による学習の方が残差が大きいのがわかる。

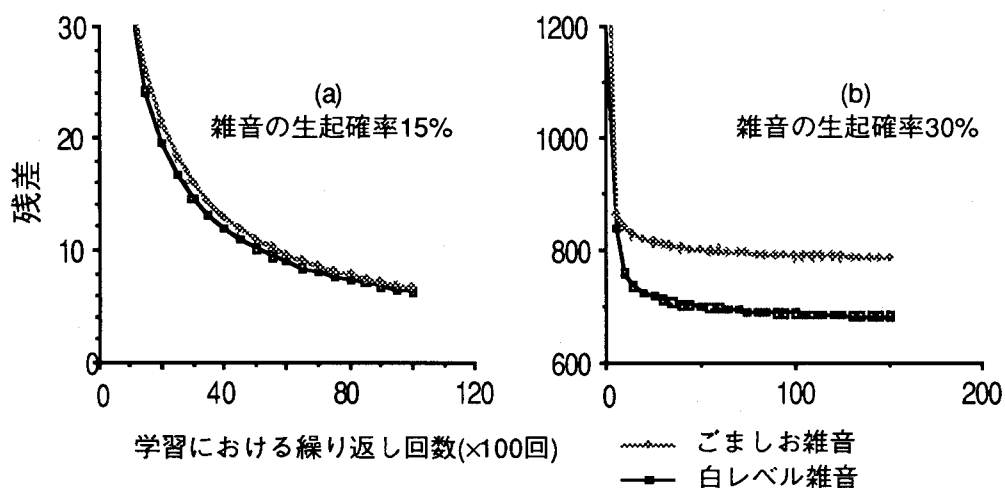


図6-12 学習における残差の減少

また、白レベル雑音を用いて学習したフィルタを多値画像に適用した。原画像 (256×256画素, 8ビット/画素) を図6-13に示す。これに生起確率15%の白レベル雑音が重畳したものを図6-14に示す。白レベル雑音で学習したフィルタと、固定されたウィンドウのフィルタでそれぞれ処理された結果を図6-15に示す。また、ごましお雑音が重畳した画像を図6-16に示す。これをそれぞれのフィルタで処理した結果が図6-17である。こ

これらの結果では、学習により最適化されたフィルタは厳密に縦方向のエッジしか出力していないことがわかる。このことから、学習アルゴリズムにより雑音除去だけでなく、エッジ方向の選択に関しても最適化されていることがわかる。

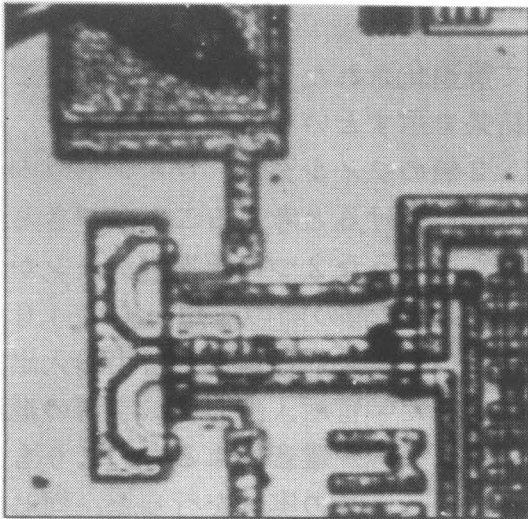


図6-13 原画像

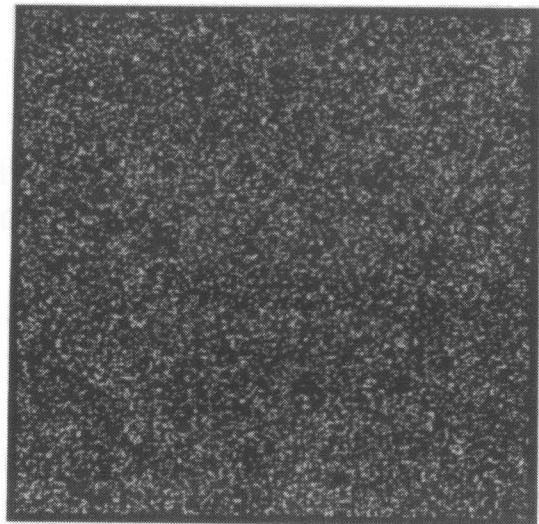
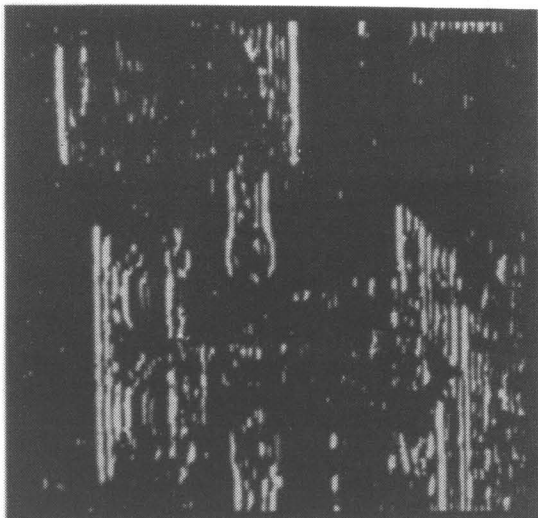
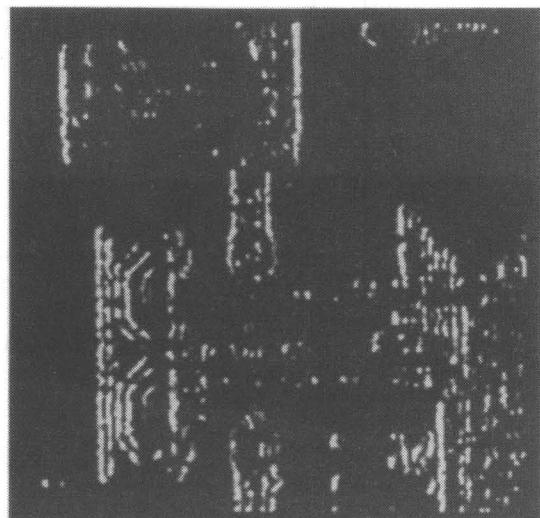


図6-14 白レベル雑音による劣化画像



(a)学習したフィルタ



(b)学習していないフィルタ

図6-15 図6-14の処理結果

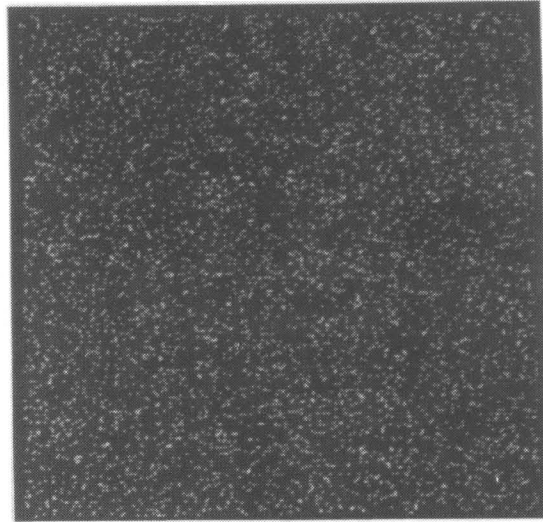
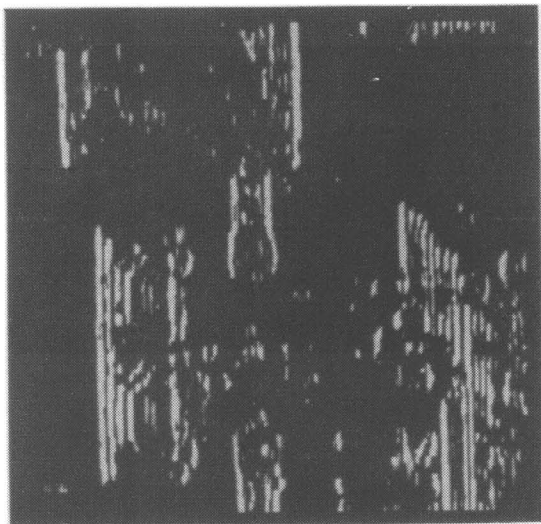
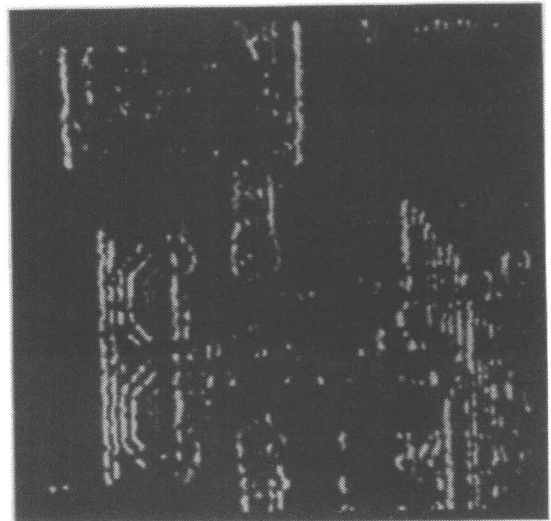


図6-16 ごましお雑音による劣化画像



(a)学習したフィルタ



(b)学習していないフィルタ

図6-17 図6-16の処理結果

§ 6-5 結言

この章では、しきい値論理型フィルタを複数回適用した場合の効果をも、学習によって最適化する方法を提案した。この方法では、しきい値論理型フィルタが層型ニューラルネットワークと等価であり、また繰り返し適用が多層型ネットワークと等価であることを利用している。このネットワークの最適化は、入出力の例を用意して、誤差逆伝播法を利用することにより簡単に行える。この方法の有効性を実験により確かめ、RONDOと加重中央値フィルタの縦列接続を最適化することによって高い能力が得られることを示

した。また、学習後の出力の理想出力との誤差を調べ、白レベル雑音で学習したフィルタの方がごましお雑音で学習したものよりも、ごましお雑音の除去に関しても、高い能力を示すことがわかった。

この方法をさらに発展させるためには、学習用入出力例についてさらに考察検討しなければならないと思われる。本研究では、縦縞状の画像を入出力例に用いた。実験結果によれば、この入出力例で学習したフィルタは、厳密に縦方向のエッジのみを出力することがわかった。ある程度エッジ方向に幅をもって検出させる場合には、幾つかの方向のエッジ画像を入出力例として用意しなければならない。入出力例の選び方を決定する問題は、今後研究する余地があると思われる。

第7章 最近値近傍中央値フィルタの解析的性質

§7-1 緒言

この章では、Itohら[69]によって提案された最近値近傍中央値フィルタの、より詳細な解析を行う[70]。最近値近傍中央値フィルタは、ウィンドウ内の画素値を整列し、中心画素値に順位に近いもの（最近値近傍）を定まった数だけ取り出して、中央値を取るフィルタである。このフィルタは、従来の中央値フィルタよりも画像中の形状を保存する能力が高いため、とくに生起確率の低いインパルス雑音の除去に高い効果を発揮する[71][72]。この章では、まず、第1章で説明したしきい値分解性が、最近値近傍中央値フィルタにもあることを証明する。そして、しきい値分解性を用いて、最近値近傍中央値フィルタと加重中央値フィルタとの関係を明らかにする。また、最近値近傍中央値フィルタを繰り返し適用した場合の収束性について2つの定理を導く。さらに、最近値近傍中央値フィルタをハードウェアで実現する場合の方法を提案する。

§7-2 最近値近傍中央値フィルタのしきい値分解性

最近値近傍中央値フィルタは、ウィンドウの中心に位置する画素値のウィンドウ内での順位によって、ウィンドウの形状が変わるフィルタと考えられる。この節では、まず最近値近傍中央値フィルタの詳細な定義を示す。そして、最近値近傍中央値フィルタの場合のしきい値分解性について述べる。しきい値分解性の存在の証明は付録で述べる。

§7-2-1 最近値近傍中央値フィルタの定義

g 値をとる画像を $A()$ とする。いま、画素 P に対してフィルタリングを行うものとする。ウィンドウ内に入った画素値を $W_p()$ で表わす。また、ウィンドウの中心画素値を $W_p(0)$ で表わす。このとき、 $2N+1$ 個の最近値近傍をとる、ウィンドウサイズ $2M+1$ の最近値近傍中央値フィルタの出力を $X(P)$ とすると、それは次のように定義される。

$$X(P) = \begin{cases} \text{median}(W_p^*(r-N), \dots, W_p^*(r), \dots, W_p^*(r+N)), \\ \quad \text{if } N+1 < r < (2M+1) - (N+1) + 1, \\ \text{median}(W_p^*(1), \dots, W_p^*(N+1), \dots, W_p^*(2N+1)), \\ \quad \text{if } 1 \leq r \leq N+1, \\ \text{median}(W_p^*((2M+1) - (2N+1) + 1), \\ \quad \dots, W_p^*((2M+1) - (N+1) + 1), \dots, W_p^*(2M+1)), \\ \quad \text{if } (2M+1) - (N+1) + 1 \leq r \leq 2M+1. \end{cases} \quad (7-1)$$

ただし、 $W_p()$ を昇順に整列したものを $W_p^*(t)$, $1 \leq t \leq 2M+1$ とする。また、 r は整列された後の $W_p(0)$ の順位である。

§ 7-2-2 最近値近傍中央値フィルタのしきい値分解

最近値近傍中央値フィルタにおけるしきい値分解は、第1章で説明した従来の中央値フィルタの場合と同じ手続きであるが、2値の中央値フィルタではなく当然2値の最近値近傍中央値フィルタを用いることになる。ここで、2値の最近値近傍中央値フィルタがどのようなものかを考える。引数が真の時に値1、偽の時に値0であるような真理値関数 $I()$ を用いると、2値の最近値近傍中央値フィルタの出力 $x^i(\mathbf{P})$ はつぎのように表せる。

$$\begin{cases} \text{If } w_p^i(0) = 0, & x^i(\mathbf{P}) = I(u \leq N+1), \\ \text{If } w_p^i(0) = 1, & x^i(\mathbf{P}) = I(u \leq (2M+1) - (N+1) + 1). \end{cases} \quad (7-2)$$

ただし、点 \mathbf{P} をフィルタリングする際にウィンドウ内に入った画素値から、しきい値分解によって得られた2値画像を $w_p^i(m)$ 、 $-M \leq m \leq M$ で表わし、ウィンドウの中心に位置する2値化された画素値を $w_p^i(0)$ とする。さらに、 $w_p^i(0)$ を昇順に整列したものを $w_p^{i*}(l)$ 、 $1 \leq l \leq 2M+1$ とする。また、 u は $w_p^{i*}(u) = 1$ となる最小の順位である。

式(7-2)を書き直すと、次の式が得られる。

$$\begin{cases} \text{If } w_p^i(0) = 0, & x^i(\mathbf{P}) = I\left(\sum_{j=1}^{2M+1} w_p^i(j) \geq (2M+1) - (N+1) + 1\right), \\ \text{If } w_p^i(0) = 1, & x^i(\mathbf{P}) = I\left(\sum_{j=1}^{2M+1} w_p^i(j) \geq N+1\right). \end{cases} \quad (7-3)$$

従来の2値中央値フィルタが多数決フィルタと考えられるのと同様に、2値最近値近傍中央値フィルタも、ウィンドウの中心に位置する画素値によって多数決の境界が変わる境界が変わる多数決フィルタと考えられることがわかる。このことから、2値の最近値近傍中央値フィルタも従来のものと同様データの整列の必要はない。

§ 7-3 加重中央値フィルタとの関係

ここでは、最近値近傍中央値フィルタと等価になるような加重中央値フィルタの加重を導く。式(7-3)は、次の式にまとめることができる。

$$x^i(\mathbf{P}) = I\left[\left(\sum_{j=1}^{2M+1} w_p^i(j) + T w_p^i(0)\right) \geq c\right]. \quad (7-4)$$

式(7-1)の最近値近傍中央値フィルタの場合、

$$\begin{cases} T = (2M+1) - (2N+1), \\ c = (2M+1) - (N+1) + 1. \end{cases} \quad (7-5)$$

である。 c が $T+(2M+1)$ 個の数値の中央値を表す順位になっている。式(7-4)の2値処理を行い、積み上げによって合成して得られる出力は、ウィンドウの大きさ $2M+1$ 、中央の画素の重み $c+1$ でその他の画素の重み1の加重中央値フィルタの出力に等しいことが Wendtら[24]によって証明されている。したがって、式(7-1)の最近値近傍中央値フィルタはウィンドウの大きさ $2M+1$ 、中央の画素の重み $(2M+1)-(N+1)+1$ でその他の画素の重み1の加重中央値フィルタと等価である。

ここで、従来の中央値フィルタ、最近値近傍中央値フィルタ、それと等価な加重中央値フィルタの計算量を考察する。従来の中央値フィルタの場合、1個の画素を処理するのにウィンドウの大きさ $2M+1$ 個のデータの整列を必要とする。これに対し、最近値近傍中央値フィルタの場合は、 $2N+1$ 個の近傍を取る場合、式(7-1)を次のように書き換えられる。

$$X(P) = \begin{cases} W_P(0) & \text{if } N+1 < r < (2M+1) - (N+1) + 1, \\ W_P^*(N+1) & \text{if } 1 \leq r \leq N+1, \\ W_P^*((2M+1) - (2N+1) + 1) & \text{if } (2M+1) - (N+1) + 1 \leq r \leq 2M+1. \end{cases} \quad (7-6)$$

この式からわかるように、最近値近傍中央値フィルタは、従来の中央値フィルタとほぼ同等の少ない計算量で計算できる。最近値近傍中央値フィルタの処理は $2M+1$ 個の画素の整列と2回の比較を行うだけでよい。一方、これと等価な加重中央値フィルタの場合には、定義通りの計算を行うと $(2(2M+1)-(2N+1))$ 個のデータの整列を必要とする。

§ 7-4 最近値近傍中央値フィルタの収束性

最近値近傍中央値フィルタを繰り返し適用した場合、最終的にどのような画像に達するか、すなわち第4章で述べたルート収束性の問題は、興味のもたれるところである。ここでは、最近値近傍中央値フィルタのルート画像について、しきい値分解を用いて2つの定理を証明したので説明する。

定理7-1：大きさ3の最近値近傍をとる最近値近傍中央値フィルタは、ウィンドウの大きさにかかわらず、孤立点以外の画素値を変化させない。また、1回フィルタリングされた画像は、ウィンドウの大きさに関わらず、このフィルタのルート画像となる。ただし、孤立点とは、多値画像においてウィンドウ中の他の値のどれよりも大きいか、またはどれよりも小さい画素値である。

証明：大きさ3の最近値近傍をとる2値最近値近傍中央値フィルタの出力は、式(7-3)において、 $N=1$ の場合にあたる。すなわち、中心の画素値が1でウィンドウ中の他の画

素値が全部0のときは、中心画素値が1から0に置き換えられる。また中心画素値が0で他の画素値が全部1の時は、中心画素値が0から1に置き換えられる。他の場合は、出力と入力是不わらない。したがって、しきい値分解性から多値画像の場合は画素値の置き換えが起こるのは、孤立点の場合のみであることがわかる。そして、1回フィルタリングすると、先のフィルタリングで置き換えが起こった位置では、しきい値分解されたどの2値画像でもウィンドウ中の画素値は全部1かまたは全部0であるから、再度フィルタリングしても、もはや画素の置き換えは起こらない。したがって、1回フィルタリングした画像は、もはやフィルタリングによって変化を受けない。(終)

定理7-2: ウィンドウ形状が3×3の正方形で、大きさ5の最近値近傍をとる2次元最近値近傍中央値フィルタは、孤立点または線の端以外の画素値を变化させない。したがって、このフィルタを繰り返して画像に適用すると、1画素分の幅を持つ細線が除去されて、ルート画像に収束する。ただし、線の端とは、多値画像において、ある画素を中心に3×3の正方形のウィンドウを設定したとき、中心画素値と他の1つの画素値が、他の7つの画素値のどれよりも大きいか、またはどれよりも小さいものをいう。

証明: 5つの最近値近傍をとる2値最近値近傍中央値フィルタの出力は、式(7-3)において、 $N=2$ の場合にあたる。すなわち、値の置き換えが起こるのは、中心の画素値のみ、または中心ともう1つの画素のみが1で他が0の場合と、中心の画素値のみ、または中心ともう1つの画素が0で他が1の場合のみである。これは、3×3の正方形のウィンドウのフィルタの場合は、ウィンドウの中心画素が孤立点である場合、幅1画素の線の端である場合、あるいは図7-1(a)の場合に相当する。孤立点の場合は、(1)と同じで、再度フィルタリングしても、もはやその位置の画素は変化を受けない。線の端の場合は、1回のフィルタリングで、線が1画素短くなる。図7-1の場合は、1回フィルタリングした以後は、変化を受けない。したがって、多値の画像でも、画像中最大の長さを持つ線の長さの画素数分だけフィルタリングすれば、しきい値分解された各2値信号において幅1画素の線が除去され、ルート画像に収束する。ただし、この場合の線とは、直線、または1度に1画素分しか曲がらない線のことであり、直角又は鋭角に曲がるものは含まない。(終)

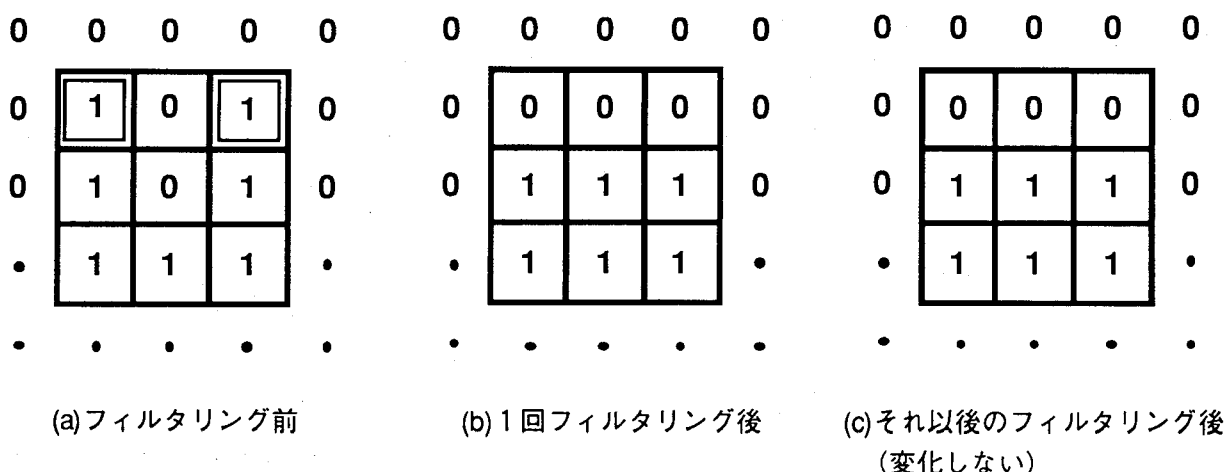


図7-1 最近値近傍中央値フィルタによる画素値の変化の例

§ 7-5 ハードウェアによる実現法

しきい値分解を利用した、従来の中央値フィルタはすでに製作されている[29]。図7-2はその模式的回路図である。この図では、ウィンドウの大きさは3としている。 w_p は、画素の位置 P におけるウィンドウへの入力である。(a)は比較器で、しきい値処理を行って入力信号を2値信号に分解する。 $V_i(i)$ は、各しきい値 i に対応する電圧である。(b)は2値中央値フィルタで、入力のうち1か0か、個数の多い方を出力する。(c)はアナログ電圧加算器で、2値中央値フィルタの出力を合計する。デジタル出力の場合は、積み上げ性を用いることによって、電圧加算器を簡単なデジタル回路に置き換えることができる[29]。しきい値分解を用いた回路は、他の回路に比べて、構成が簡単で、かつ高速である。ここでは、この回路を利用した、最近値近傍中央値フィルタの回路を提案する。それには、(b)の2値中央値フィルタを、図7-3の回路に置き換えればよい。この図では、ウィンドウの大きさが5で、大きさ3の最近値近傍をとる最近値近傍中央値フィルタを仮定している。 w_p^i は1つのウィンドウに対する、2値に分解された入力である。この回路は、(a)部で入力を合計し、ウィンドウの中心に位置する値 $w_p^i(0)$ が1であるか0であるかによって、式(7-3)にしたがい(b)部のしきい値を変えて、(c)部で入力合計と比較し出力を得る。

また、最近値近傍中央値フィルタと加重中央値フィルタの等価性を用いれば、次の図7-4のような回路も考えられる。この回路は、中心画素に $(2M+1)-(2N+1)+1$ 、その他の画素に1の重みをかけて入力値を合計する。(b)部で用いるしきい値は固定されており、その値は $(2M+1)-(N+1)+1$ に相当する。

§ 7-6 結言

この章では、最近値近傍中央値フィルタの解析的性質とハードウェアによる実現法について述べた。まず最近値近傍中央値フィルタにしきい値分解性があることを述べた。そして、このことを用いて、まず最近値近傍中央値フィルタが等価な加重中央値フィルタで置き換えられることを示した。さらに、最近値近傍中央値フィルタの方が計算量の点で有利であることを示した。また、ある種の最近値近傍中央値フィルタを繰り返し画像に適用した場合の効果について述べ、画像形状に言及した収束定理を得た。さらに、最近値近傍中央値フィルタをハードウェアで実現する方法についても述べた。このハードウェアとほぼ同様の方法を用いて、従来の中央値フィルタを、光学的に実現する方法はすでに発表されている[30][32]。最近値近傍中央値フィルタも同様の方法を用いて光学的に実現することができると思われる。

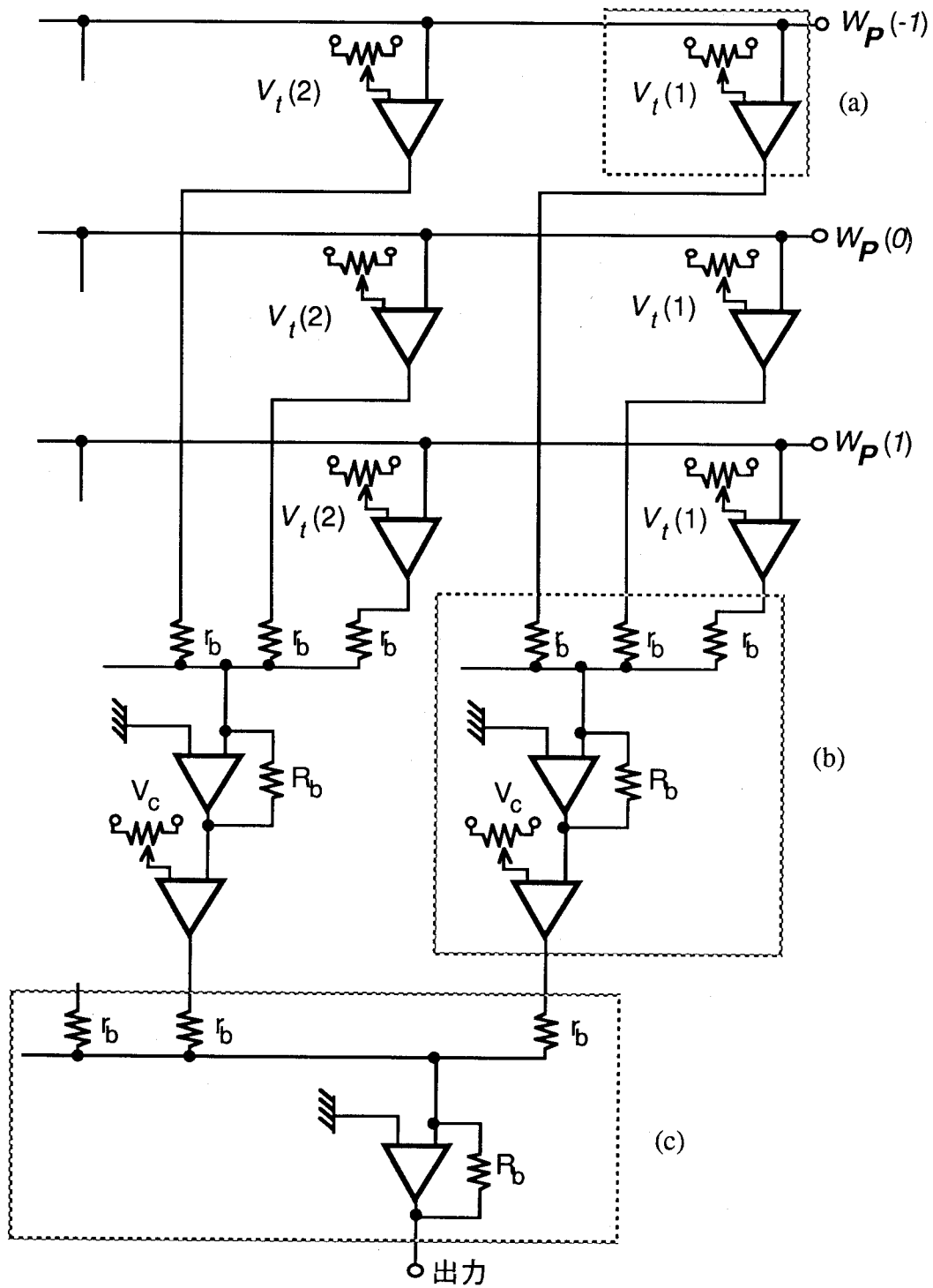


図7-2 しきい値分解を用いた従来の中央値フィルタの回路図

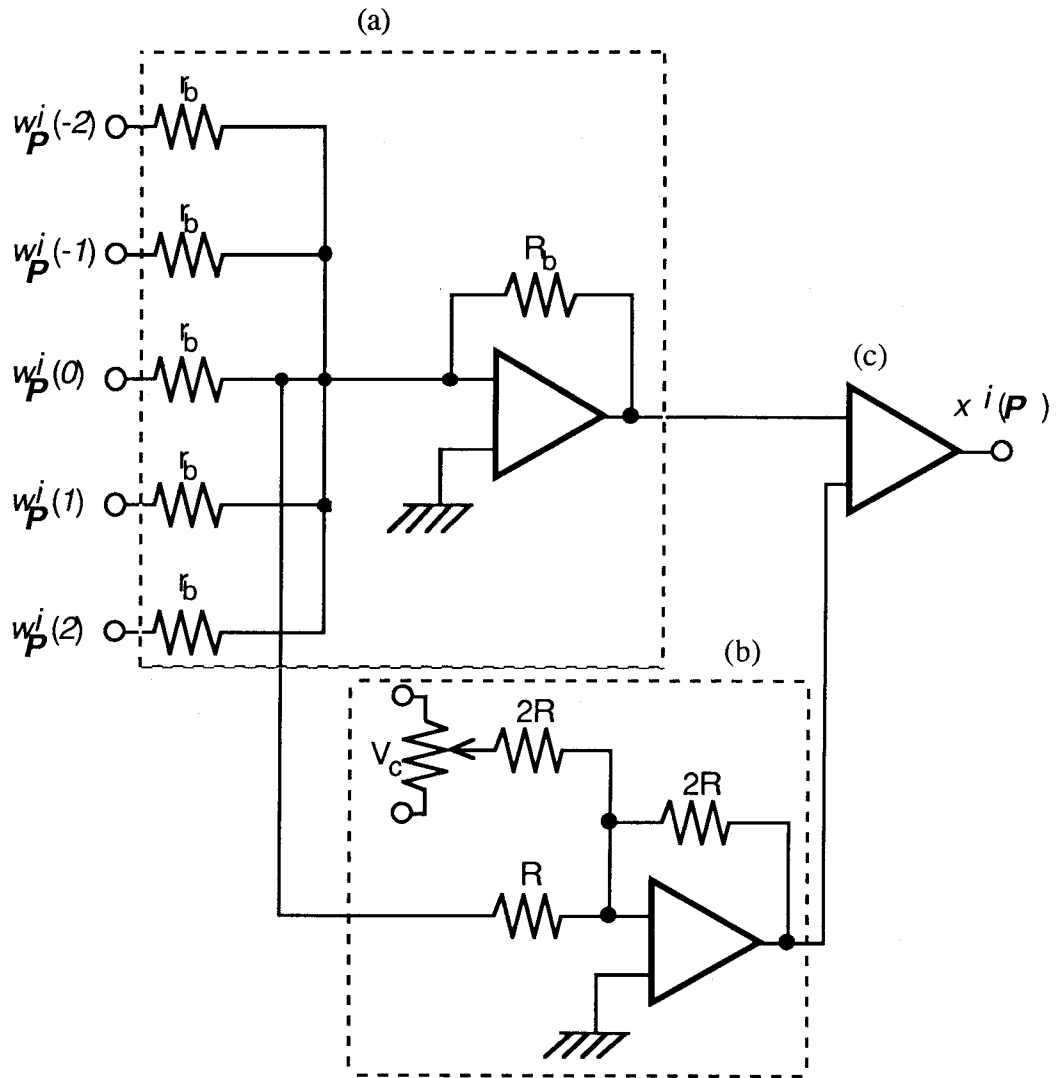


図7-3 2値最近値近傍フィルタを実現する回路

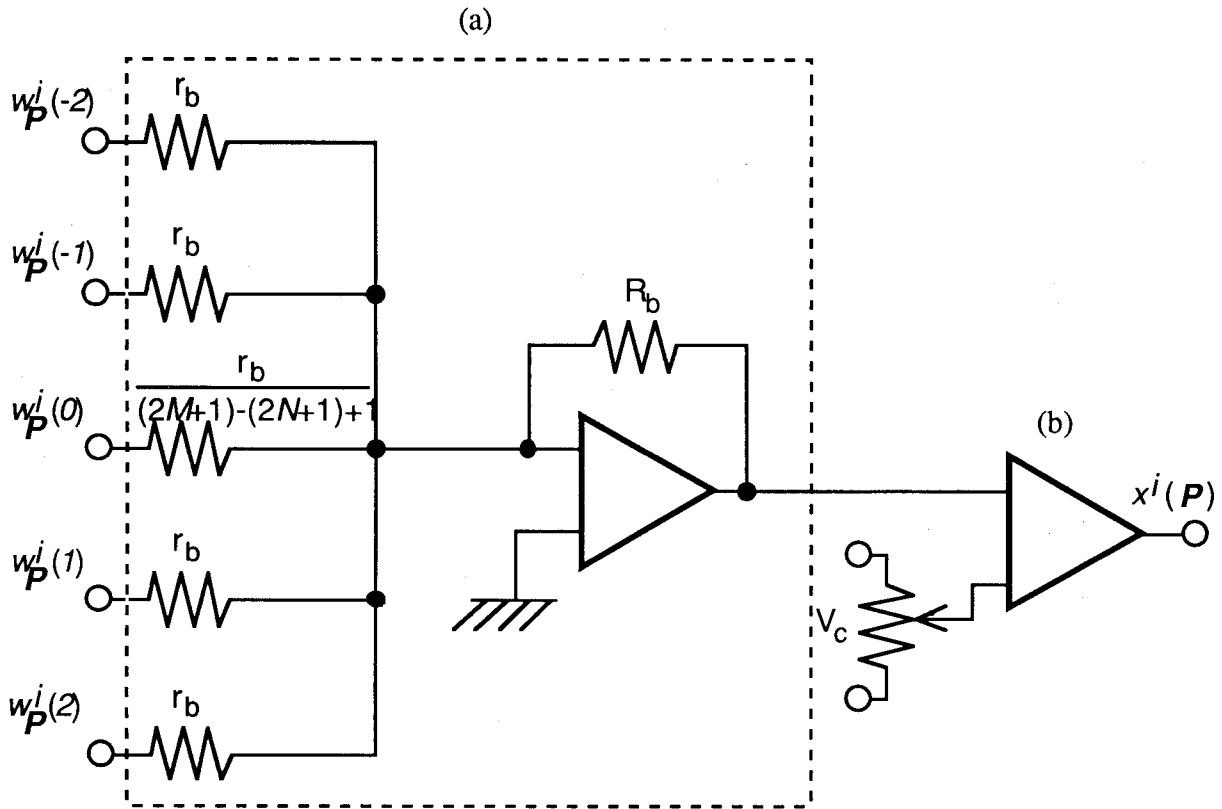


図7-4 2値最近値近傍フィルタを実現するもう1つの方法

付録 最近値近傍中央値フィルタのしきい値分解性と積み上げ性の証明

ここでは非再帰的な最近値近傍中央値フィルタについて考える。したがって、1つのウィンドウ内の画素値に対して証明すればよい。

a) $N+1 < r < (2M+1) - (N+1) + 1$ のとき

$W_p^*(r) > 0$ の場合から始める。 $r \leq i \leq 2M+1$ の範囲に含まれる順位 l は $N+1$ 個以上存在する。 $W_p^*(\cdot)$ は昇順にソートされているから、このような l について $W_p^*(l) \geq W_p^*(r)$ である。したがって、しきい値分解の原理から $w_p^*(l) = 1, 1 \leq i \leq W_p^*(r)$ である。 $w_p^*(r) = 1$ であり、 $w_p^*(l) = 1$ であるような l が $N+1$ 個以上存在するから、式(7-3)より $x^i(P) = 1, 1 \leq i \leq W_p^*(r)$ が得られる。

また、 $1 \leq i < r$ の範囲には $N+1$ 個以上の l が含まれる。このような l に対して、 $W_p^*(l) \leq W_p^*(r)$ である。したがって、上と同様に $w_p^*(q) = 0, W_p^*(r) < i \leq g-1$ である。 $w_p^*(r) = 0$ であり、また $w_p^*(r) = 0$ であるような r が $N+1$ 個以上存在するから、式(7-3)より $x^i(P) = 0, W_p^*(r) < i \leq g-1$ が得られる。

以上から、

$$X^i(P) = \begin{cases} 1 & \text{if } 1 \leq i \leq W_p^*(r) \\ 0 & \text{if } W_p^*(r) < i \leq g-1 \end{cases} \quad (7-A1)$$

である。

$W_p^*(r)=0$ のときは、 $1 \leq l \leq r$ である l について $w_p^*(l)=0$ である。 $w_p^*(r)=0$ であり、また $w_p^*(l)=0$ であるような l が $N+1$ 個以上存在するから、式(7-3)より $x^i(P)=0$, $1 \leq i \leq g-1$ が得られる。

よって

$$\sum_{i=1}^{g-1} X^i(P) = W_p^*(r) \quad (7-A2)$$

である。式(7-1)から

$$X(P) = \text{median}(W_p^*(r-N), \dots, W_p^*(r), \dots, W_p^*(r+N)) = W_p^*(r) \quad (7-A3)$$

が得られる。式(7-A2), (7-A3)がしきい値分解性の成立を、式(7-A1)が積み上げ性の成立を示している。

b) $1 \leq r \leq N+1$ のとき

$W_p^*(N+1) > 0$ の場合から始める。 $N+1 \leq l \leq 2M+1$ の範囲に含まれる順位 l は $(2M+1)-N$ 個存在する。このような l について $W_p^*(l) \geq W_p^*(N+1)$ である。したがって、 $w_p^*(l)=1$, $1 \leq i \leq W_p^*(N+1)$ である。 $w_p^*(l)=1$ であるような l が $(2M+1)-N$ 個存在するから、 $w_p^*(k)=1$ をみたすような k は $N+1$ 個未満しか存在しない。ゆえに $x^i(P)=1$, $1 \leq i \leq W_p^*(N+1)$ が得られる。

また、 $1 \leq l \leq N+1$ の範囲には $N+1$ 個の l が含まれる。このような l に対して、 $W_p^*(l) \leq W_p^*(N+1)$ である。したがって、 $w_p^*(l)=0$, $W_p^*(N+1) < i \leq g-1$ である。 $w_p^*(r)=0$ であり、また $w_p^*(l)=0$ であるような l が $N+1$ 個存在するから、式(7-3)より $x^i(P)=0$, $W_p^*(N+1) < i \leq g-1$ が得られる。

以上から、

$$X^i(P) = \begin{cases} 1 & \text{if } 1 \leq i \leq W_p^*(N+1) \\ 0 & \text{if } W_p^*(N+1) < i \leq g-1 \end{cases} \quad (7-A4)$$

である。

$W_p^*(N+1)=0$ のときは、 $1 \leq l \leq N+1$ である l について $w_p^*(l)=0$ である。 $w_p^*(r)=0$ であり、また $w_p^*(l)=0$ であるような l が $N+1$ 個存在するから、式(7-3)より $x^i(P)=0$, $1 \leq i \leq g-1$ が得られる。

よって

$$\sum_{i=1}^{g-1} X^i(P) = W_p^*(N+1) \quad (7-A5)$$

である。式(7-1)から

$$X(P) = \text{median}(W_P^*(1), \dots, W_P^*(N+1), \dots, W_P^*(2N+1)) = W_P^*(N+1) \quad (7-A6)$$

が得られる。式(7-A4), (7-A5)がしきい値分解性の成立を, 式(7-A6)が積み上げ性の成立を示している。

c) $(2M+1)-(N+1)+1 \leq r \leq 2M+1$ のとき

この場合はb)と同様なので省略する。

以上で, 最近値近傍中央値フィルタについてしきい値分解性と積み上げ性の存在が示された。

第8章 RANKフィルタの統計的性質の実験的評価

§ 8-1 緒言

RANKフィルタ[11]は、Yaroslavskyが提案した各種の非線形画像フィルタを統合する概念である。このフィルタは、適切な空間的近傍を選ぶ過程と、近傍の中の画素値から中心の画素値を推定する過程の、一連の操作からなる。近傍の形は画素値の局所統計量によって決まるため、RANKフィルタは局所的な適応性をすでに持っている。これがRANKフィルタの大きな特長である。この性質は、エッジを保存した平滑化、ノイズが重畳した画像からのエッジの抽出、画像の細部の強調などに効果的である。

RANKフィルタの効果は、特に繰り返しフィルタリングを行った際に現われる。これは、前の回のフィルタリングの結果が次の回の近傍の決定に有効なためである。故に繰り返しフィルタリングの効果进行研究することは重要である。とくに、第4章でも述べたルート画像は繰り返しによって現われるフィルタの性質に関する情報を持っている。ルート画像に対する解析的研究は数多く行われているが、2次元の画像については、その複雑さのために余り研究が進んでいないことは、第4章でも述べた通りである。

この章では、実験的にルート画像を解析する方法を提案する[73]。ここではとくに、無相関雑音だけからなる画像をRANKフィルタで平滑化する際に、繰り返しによってどのようなルート画像が得られるかを考察する。この実験では、まず各画素値が一様独立に分布している(uniformly independently distributed, 以下u. i. d.)ようなランダム画像を用意する。このような画像に対するRANKフィルタの効果調べた結果、RANKフィルタの中には、画像中に内部構造を持つようなルート画像を生じそのヒストグラム中にモードを生じるものが少なからずあることがわかった。内部構造の大きさはフィルタのパラメータで変化する。これは、繰り返しの効果をパラメータを調節することによって変化させられることを示している。すなわち、大きな構造を生じるようなフィルタは小さい構造を消してしまい強く平滑化された画像を生じ、小さい構造を生じたり構造を生じないようなフィルタは画像の細部をよく保存する。

またこの章の研究では、あるランダム画像に対して、それとあるユークリッド距離だけ異なった画像を生成し、それぞれから出力される画像の距離との関係を調べた。その結果、2つの出力画像の相関係数が、パラメータに依存することがわかった。

以下、8-2でRANKフィルタの基本的な考え方を述べる。また、8-3では実験の方法を、8-4では実験結果と考察について述べる。

§ 8-2 RANKフィルタ

RANKフィルタは、処理しようとする画素に対して、なんらかの意味でその画素値と「近い」画素値をいくつか選ぶ。そして、その画素値を用いて、出力する値を推定し、その値で元の画素値を置き換える。RANKフィルタに関する完全な記述は文献[11]に詳しい。ここでは、本実験で用いた近傍と推定法の定義についてのみ述べる。

§ 8-2-1 近傍の定義

ここで用いる記号を次のように定義する.

$A(P)$	画素値
$W_{A,0}$	ウィンドウの中心の画素値
$W_A(r)$	ウィンドウ内での順位が r であるような画素の画素値
$r(W_A)$	画素値が W_A である画素のウィンドウ内での順位
$r(W_{A,0})$	ウィンドウの中心の画素値の順位
D	ある近傍
SIZE(D)	近傍 D の大きさ
$A^D(r)$	近傍 D 中での順位が r であるような画素の画素値

・KNV近傍 (K-Nearest neighbor Value, 定数最近値近傍) : この近傍は, 処理する画素に値がもっとも近い M 個の画素値からなる. 画素の個数 M は定数である. 数式を用いて記述すると

$$KNV() = \left\{ W_A(r) \mid \sum_{r=m}^{m+M} |W_{A,0} - W_A(r)| = \min_m \right\} \quad (8-1)$$

となる.

・KNR近傍 (K-Nearest neighbor Rank, 定数最近順位近傍) : この近傍は, ウィンドウ中の画素値にその大きさによる順位を付けたとき, 処理する画素に順位がもっとも近い, M 個の画素値からなる. 画素の個数 M は定数である. 数式を用いて記述すると

$$KNR() = \left\{ W_A(r) \mid \sum_{r(W_A)=m}^{m+M} |r(W_{A,0}) - r(W_A)| = \min_m \right\} \quad (8-2)$$

となる. 本来KNR近傍は第7章で述べた最近値近傍中央値フィルタの近傍選択操作として提案され, のちにRANKフィルタのひとつに加えられたものである.

・EV近傍 (ϵ -Value, 定値最近値近傍) : この近傍は, 処理する画素との値の差がある定まった範囲に入っている画素全てからなる. すなわち,

$$EV() = \{ W_A(r) \mid |W_A(r) - W_{A,0}| \leq \epsilon_v \} \quad (8-3)$$

であり, ϵ_v は定まった範囲である.

・ER近傍 (ϵ -Range, 定値最近順位近傍) : この近傍は, 処理する画素との順位の差がある定まった範囲に入っている画素全てからなる. すなわち

$$ER() = \{ W_A(r) \mid |r(W_{A,0}) - r(W_A)| \leq \epsilon_r \} \quad (8-4)$$

である。εは定まった範囲である。

§ 8-2-2 評価の方法

・MEAN-評価（平均値処理）：近傍内の画素値の算術平均を出力する。すなわち、

$$MEAN(D) = \frac{\sum_{p \in D} A(P+p)}{SIZE(D)} \quad (8-5)$$

である。

・MED-評価（中央値処理）：近傍内の画素値の中央値を出力する。すなわち、

$$MED(D) = W_A(r), r = \frac{SIZE(D) - 1}{2} \quad (8-6)$$

である。

§ 8-2-3 RANKフィルタの特徴

RANKフィルタのもっとも重要な性質は、画像の局所的形状に対して適応して処理する能力があることである。これは近傍が局所ヒストグラムによって決定されるということによる。近傍の形は処理される画素に近い値を持つまわりの画素の集まりに合わせて自由に変化する。出力は近傍に入っている画素値のみを用いて決定されるので、RANKフィルタは、画像中の似通った値を持つ画素が集まってできた形状をうまく保存することになる。RANKフィルタは、この意味で細部を保存する平滑化を行うのに従来の線形フィルタあるいは中央値フィルタよりも優れているといえる。

なお、ここでRANKフィルタの収束性について少し触れておく。第4章で述べたように、フィルタの収束性の証明は難しい問題で、未だ一部しか解決されていない。RANKフィルタの場合でもそれは同様である。しかし、われわれの実験から観察するところ、どのRANKフィルタでくりかえし処理した場合でも、どのような画像も、ルート画像に達するか、またはほんのわずかず異なるいくつかの画像の間を無限に反復し続ける状態に達する。この無限連鎖をリミットサイクルとよぶ。

§ 8-3 実験手法

ここでは、次の3種類の実験を行った。いずれの実験においても、画像の端の画素は反対側の画素とつながっているものとする。すなわち、周期的境界条件を採用する。この境界条件により、画像の統計的性質は画像の境界を越えて保たれる。

§ 8-3-1 収束過程の観察

第1の実験の目的はランダム画像がRANKフィルタによって収束する過程を観察す

るものである。ここでは、 64×64 画素の、それぞれの画素が $[0,255]$ の範囲でu. i. d.である1枚の画像を用意した。調べたのはMEAN(KNV()), MEAN(EV()), MEAN(ER()), MEAN(KNR()), MED(KNV()), MED(EV()), MED(ER()), MED(KNR())の8種のフィルタである。ウィンドウの大きさは 15×15 に固定した。KNV近傍とKNR近傍については、近傍の大きさ ($2N+1$ であらわす) を159,113,79,57,39,29,19の7種とした。これらの値は初項19, 公比 $\sqrt{2}$ の等比数列をなしている。EV近傍とER近傍については、近傍の範囲をKNV近傍の7種の大きさに対応して $+N \sim -N$ とした。ランダム画像はu. i. d.であるので、SIZE(EV())は $(15 \times 15) \cdot (2N+1)/256$ であることが期待される。ここで256は画素値の量子化レベル数である。ゆえにこの方法で全種類の近傍に対して近傍の大きさをほぼ均等にすることができる。以下、KNV近傍に対する近傍の大きさをもって全種の近傍の大きさを代表することにする。この実験では、ただ1つのランダム画像に対し、それぞれの近傍サイズによるそれぞれのフィルタを、収束するカリミットサイクルに達するまで繰り返し適用した。そして、繰り返し処理の過程のうち16箇所処理途中の画像とそのヒストグラムを記録した。

§ 8-3-2 隔たりを持った画像間でのフィルタのふるまいの観察

この実験の目的は、ある隔たりを持ったランダム画像同士の間での収束の様子の違いを観察するものである。ここでは、実験1と同じ画像をまず用意した（これをベクトル A_0 で表す）。これと別に、 64×64 画素の、それぞれの画素が $[-0.5,0.5]$ の範囲でu. i. d.である画像を用意した（これをベクトル R で表す）。このとき、 A_0 と隔たり x を持つ画像 A_x は次のように定義される。

$$A_x = A_0 + \frac{x}{\|R\|} R, \quad (8-7)$$

ここで $\|\cdot\|$ はベクトルのユークリッドノルムを表す。ただし、 A_x の要素が255を超えたり0未満であるときは、255の剰余で値を置き換え、画素値が $[0,255]$ に入るようにする。このような数値溢れの扱いは大抵の画像処理アーキテクチャで行われている操作である。

ここでは、隔たりを0から15まで1ずつ変えて16枚の画像 A_x を生成した。そして、第1の実験と同じ8種のフィルタを、ウィンドウの大きさを 15×15 とし、近傍の大きさを159,79,39,19と変えて、収束するカリミットサイクルに達するまで繰り返し適用した。そして、それぞれの収束後の画像とそのヒストグラムを記録した。また、ある近傍を持つあるフィルタそれぞれについて、収束後の画像の $x=0$ のものと他の x のものとの相関係数を求めた。

§ 8-3-3 収束に必要な平均繰り返し回数の観察

この実験の目的は、それぞれのフィルタについて、多数のランダム画像に対して収束に必要な繰り返し回数を求め、その平均値を求めて傾向を観察するものである。ここで

は、16枚の独立な、 64×64 画素で画素値が $[0,255]$ でu. i. d. なランダム画像を生成した。そして、実験1と同じ近傍をもつ同じ種類のフィルタを適用し、収束に必要な繰り返し回数を記録した。繰り返しの結果リミットサイクルに到達した場合は、記号 ∞ を記録した。

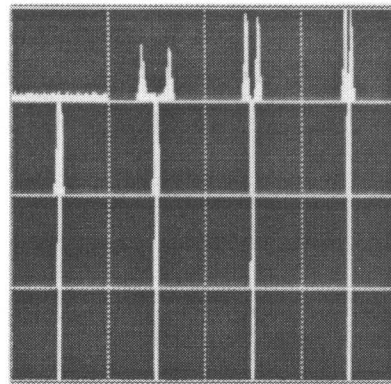
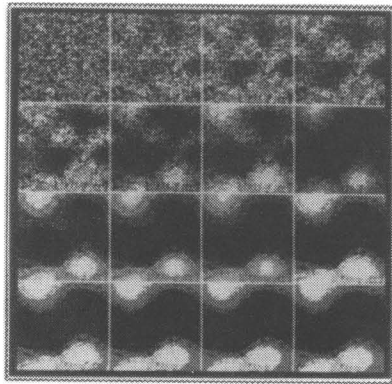
§ 8-4 実験結果

この実験の実験結果は膨大であるので、ここでは重要で特徴的な結果のみについて述べる。なお、表示されている画像はすべて、16階調にヒストグラム平滑化を行った後、 $[0,255]$ にヒストグラム拡張を行っている。これは、画素値のわずかな差を可視化するためである。したがって、実際の画像のイメージとは異なることに注意を要する。

§ 8-4-1 収束過程の観察

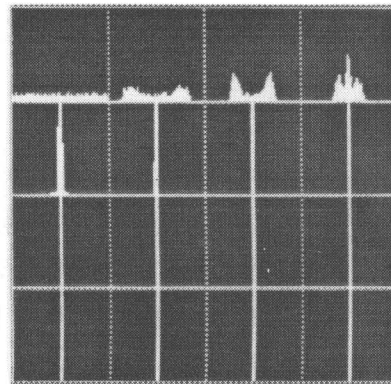
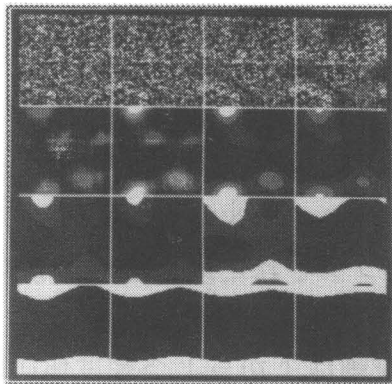
図8-1に8種のフィルタの、近傍の大きさ159（または+79~-79）の場合の出力結果を示す。それぞれのフィルタについて、左側の各図の16個の小部分は、収束過程途中で右の図の対応する場所に記された回数だけ繰り返しフィルタリングされた後の出力画像を示す。また、中央の各図の各小部分はそれぞれの繰り返し回数でのヒストグラムを表す。ヒストグラムの横軸は左から右へ画素値0から255を表し、縦軸は下から上へ頻度値0から255を表す。内部構造を持たないランダム画像をこれらのフィルタで処理することによって得られたルート画像が、内部構造を持つことがわかる。特に、大きな近傍を持つフィルタでこの傾向は顕著である。また、図8-1(b)においてMEAN(EV())フィルタが、ある繰り返し回数の後突然内部構造とヒストグラム中のモードを生じているのがわかる。この現象には、LIFEゲーム[74]におけるカオス的現象[75]との類似を見ることができる。

図8-2は、近傍の大きさ39の場合に、図8-1の中央の図と同様に収束過程におけるヒストグラムを示したものである。この結果によると、4種類の近傍は大きく2つに分けられることがわかる。ひとつは、ERとKNRで、これは「順位に対する近傍」である。これをグループ1とする。もうひとつはEVとKNVで、これは「値に対する近傍」である。こちらをグループ2とする。グループ2は繰り返し処理によってモードをヒストグラム中に生成する。これに対し、グループ1は処理前の画像の一樣なヒストグラム分布を保存し、ヒストグラムの分布する範囲を狭くしてゆく。この傾向は、大きさ39だけでなく、すべての近傍サイズについてみられた。



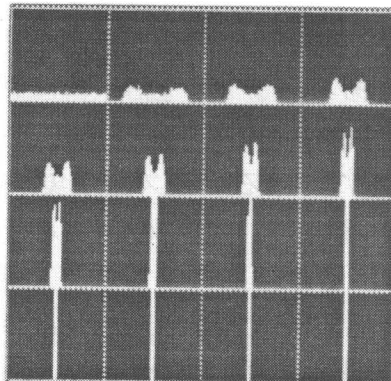
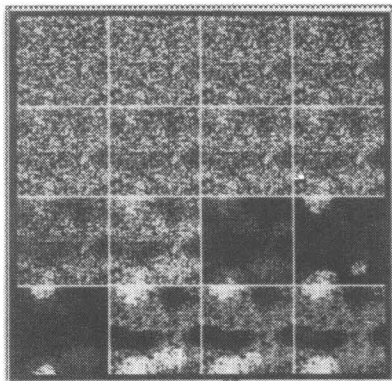
0 1 2 3
4 5 6 7
8 9 10 11
12 15 20 30

(a)MEAN(KNV())



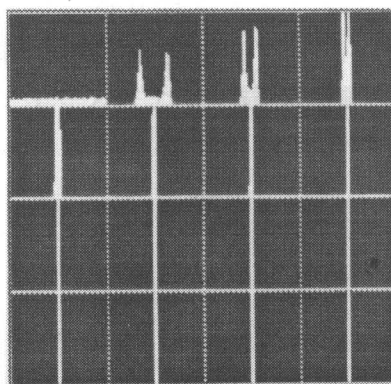
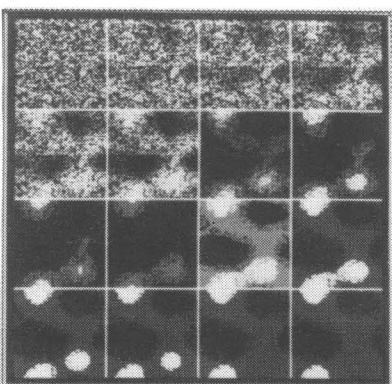
0 1 2 3
4 5 6 7
8 9 10 15
20 25 30 35

(b)MEAN(EV())



0 1 2 3
4 5 6 7
8 10 12 15
20 30 40 49

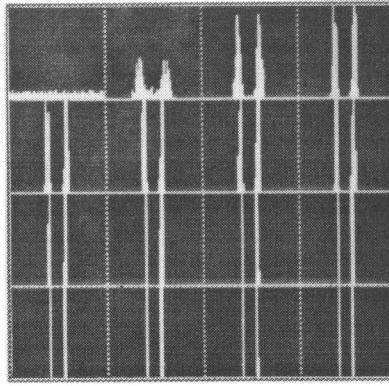
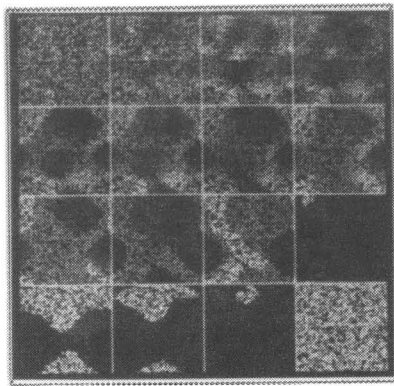
(c)MEAN(ER())



0 1 2 3
4 5 6 7
8 9 10 12
14 16 20 23

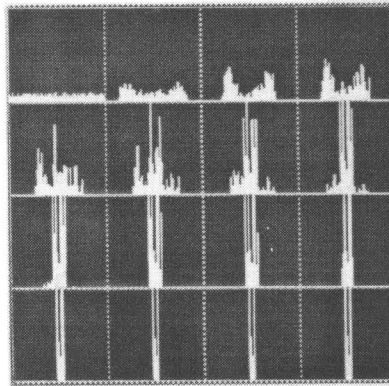
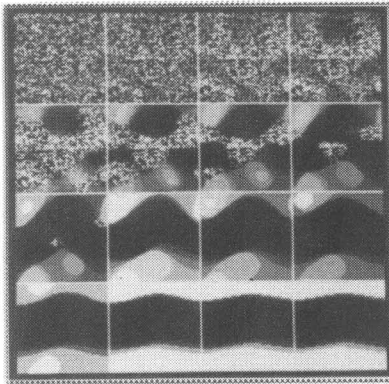
(d)MEAN(KNR())

図8-1 近傍の大きさ159（または+79~-79）のフィルタの出力



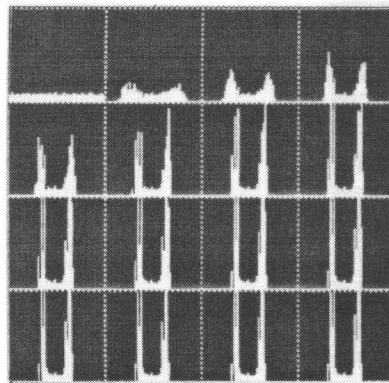
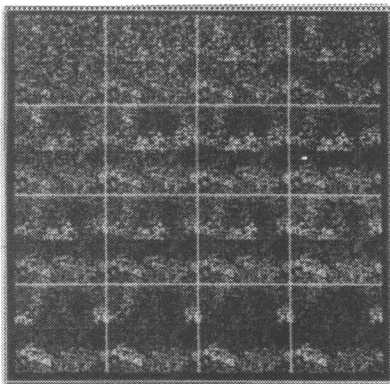
0	1	2	3
4	5	6	8
10	12	15	17
20	22	25	27

(e)MED(KNV())



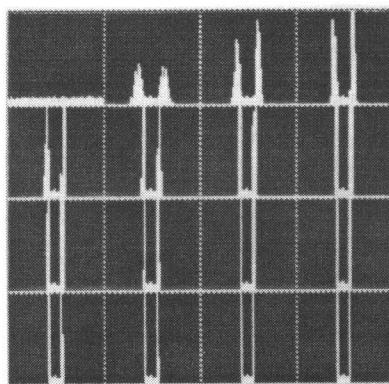
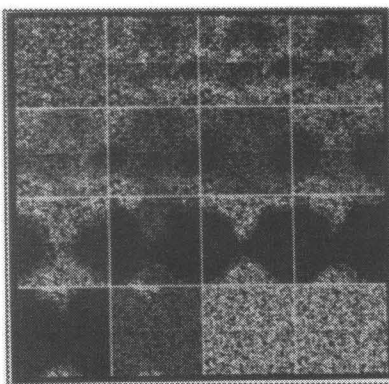
0	1	2	3
4	5	6	7
8	10	12	15
20	25	30	34

(f)MED(EV())



0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	15
20	25	30	36

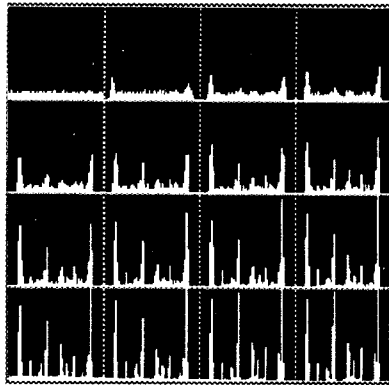
(g)MED(ER())



0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

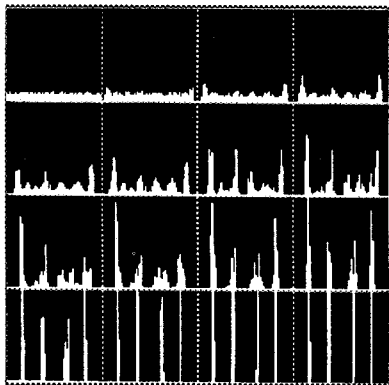
(h)MED(KNR())

図8-1(続) 近傍の大きさ159 (または+79~-79) のフィルタの出力



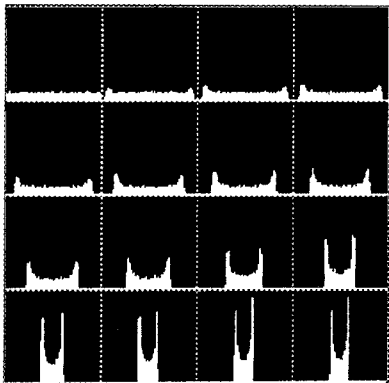
0 1 2 3
4 5 6 7
8 10 12 15
17 20 50 80

(a)MEAN(KNV())



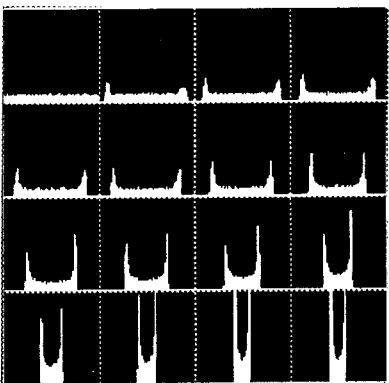
0 1 2 3
4 5 10 15
20 25 30 35
40 50 60 78

(b)MEAN(EV())



0 1 2 3
5 10 15 20
30 40 50 60
80 100 120 146

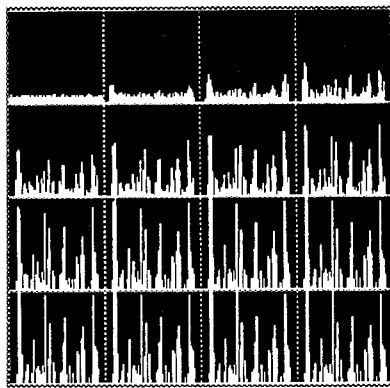
(c)MEAN(ER())



0 1 2 3
4 5 10 15
20 30 40 50
65 80 120 163

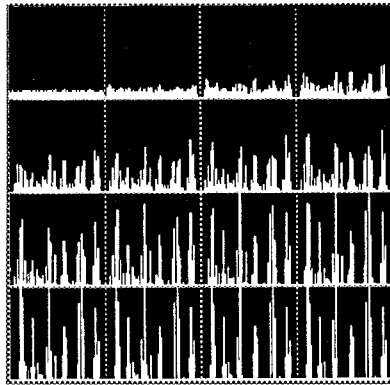
(d)MEAN(KNR())

図8-2 近傍の大きさ39 (または+19~-19) のフィルタの出力のヒストグラム



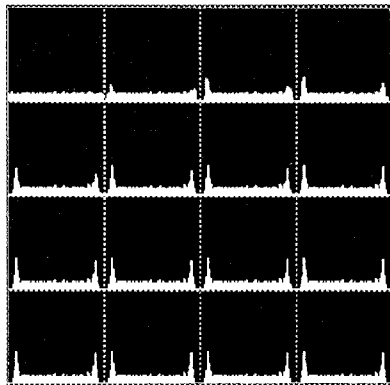
0 1 2 3
 4 5 6 7
 10 12 15 17
 20 25 30 34

(e)MED(KNV())



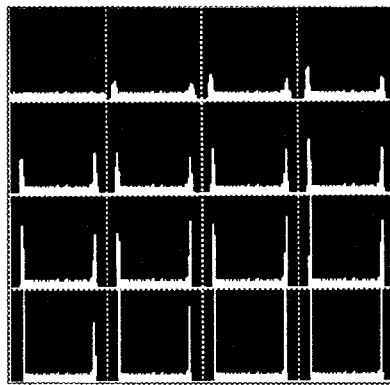
0 1 2 3
 4 5 6 7
 8 10 13 16
 20 20 50 70

(f)MED(EV())



0 1 2 3
 4 5 6 7
 8 9 10 11
 12 13 13 13

(g)MED(ER())



0 1 2 3
 4 5 6 7
 8 9 10 15
 20 25 30 47

(h)MED(KNR())

図8-2(続) 近傍の大きさ39 (または+19~-19) のフィルタの出力のヒストグラム

§ 8-4-2 隔たりを持った画像間でのフィルタのふるまいの観察

図8-3に近傍の範囲+79~-79のMED(EV())フィルタのルート画像を示す。左上の画像が隔たり0のもので、左上から右下へ向かって、隔たりが1ずつ大きくなっている。ルート画像はベルト状の構造を持ち、その方向は縦方向または横方向で隔たりの変化に対して急激に変わっている。図8-4(a)と(b)はMEAN(EV())フィルタの近傍の範囲がそれぞれ+79~-79と+19~-19のものの結果である。ここでは、斜め方向のベルト状構造も観察される。図8-4(b)のような小さい近傍の場合でも、背景にベルト状構造があることが確認される。

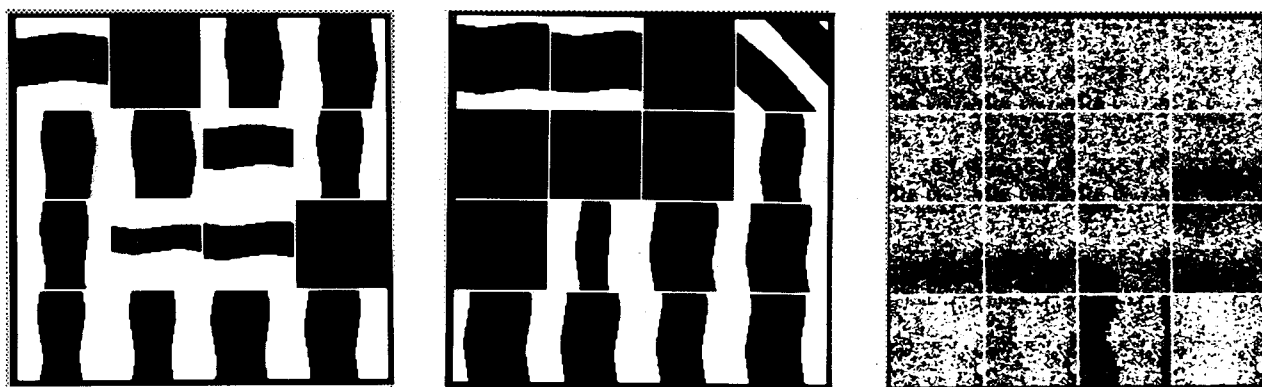


図8-3 MED(EV()),+79--79の
ルート画像

(a)+79--79

(b)+19--19

図8-4 MEAN(EV)のルート画像

図8-5は、MEAN(EV())フィルタの場合の、隔たりを持ったルート画像間の相関係数を示したものである。近傍の大きさが小さくなると、係数の変化が滑らかになることがわかる。どのフィルタに対しても、この傾向は観察された。この事実、小さい近傍を持つフィルタは、ランダム画像を、元のランダム画像自身に近いルート画像に収束させることを示している。

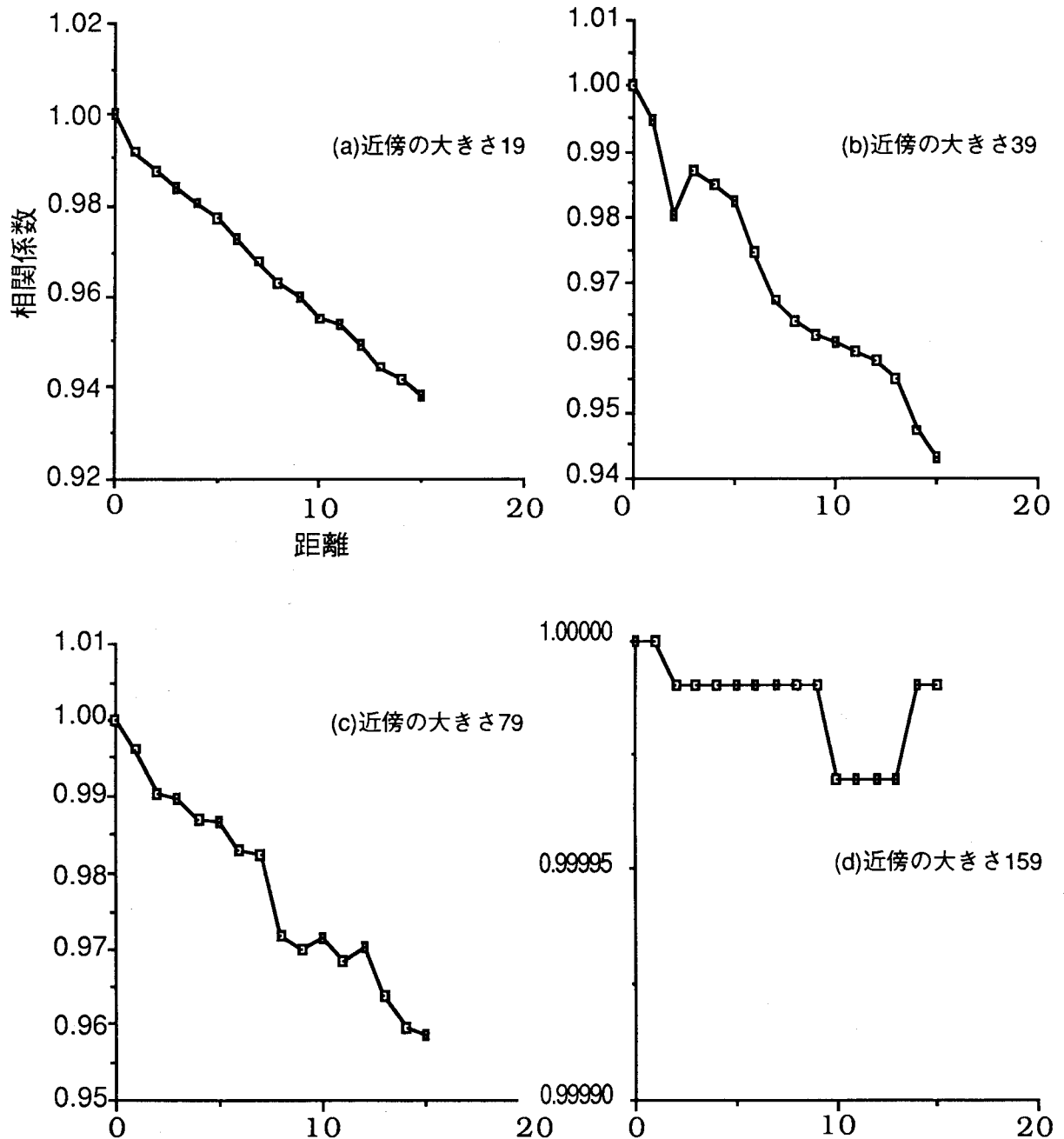


図8-5 MEAN(EV)における距離と相関係数との関係

§ 8-4-3 収束に必要な平均繰り返し回数の観察

図8-6はそれぞれのフィルタについて、近傍の大きさとして収束に必要な繰り返し回数の平均値および標準偏差を示している。これらの値は、有限の繰り返し回数で収束した場合だけから算出している。すなわち、'∞'が記録された場合は除かれている。

MEAN(KNV())フィルタが除かれていることに注意する必要がある。このフィルタはただ1回の例を除いて、有限回でルート画像に収束することがなかった。これはMEAN(KNV())フィルタの特徴的性質である。

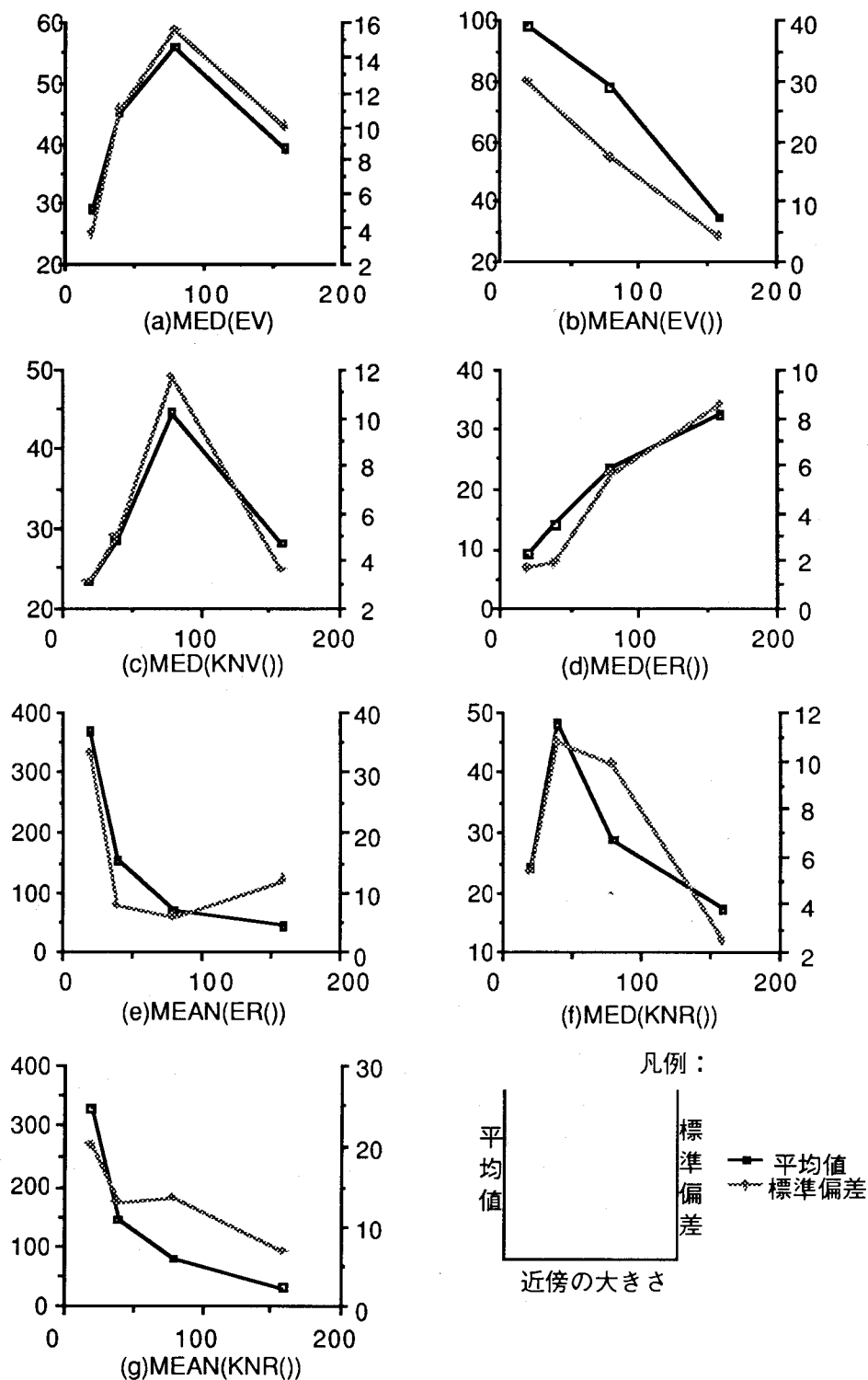


図8-6 近傍の大きさと収束に要する繰り返し関数の関係と相関係数との関係

これらの結果から、次のことがわかる。1) MEANフィルタに対しては、近傍の大きさが大きくなると、収束に必要な繰り返し回数が少なくなる。2) MED(ER())フィルタについては、近傍の大きさが大きくなると、収束に必要な繰り返し回数が多くなる。これはMEANフィルタとは逆である。3) MEAN(ER())フィルタおよび

MEAN(KNR())フィルタについては、グラフが双曲線状であるのに対し、MEAN(EV())フィルタでは直線状になっている。4) MEDフィルタのほうがMEANフィルタよりも速く収束する。

図8-7はMEAN(EV())フィルタとMEAN(ER())フィルタについて、収束後（あるいはリミットサイクルに入ってから）の画像のヒストグラムを示したものである。ヒストグラムの軸は図8-1と同様である。明らかに、EV近傍については近傍の大きさが大きくなるとモードの数が増えるのに対して、ER近傍ではモードを生じないことがわかる。

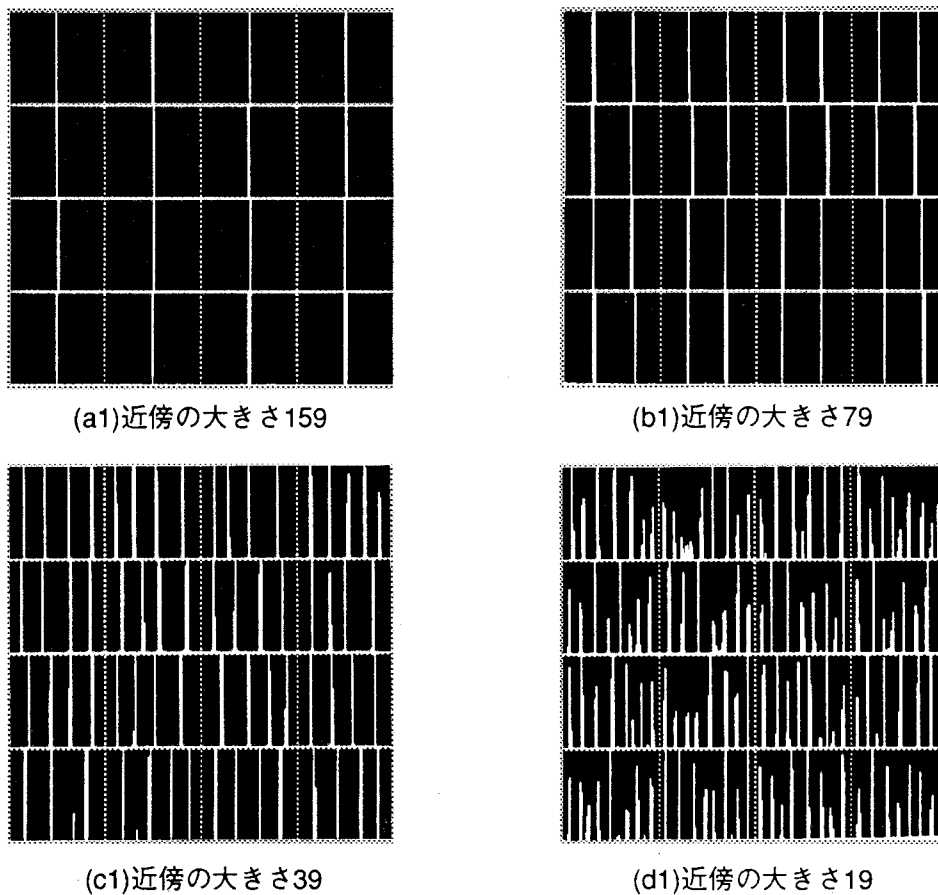


図8-7 収束後画像のヒストグラム MEAN(EV())

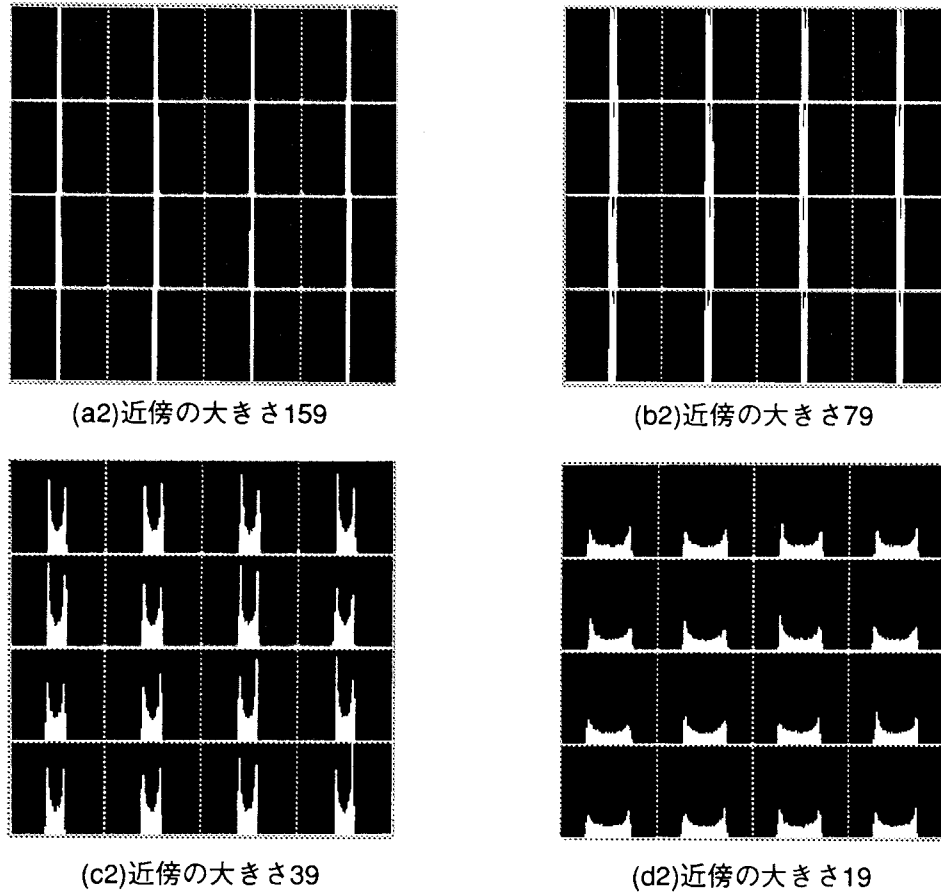


図8-7 (続) 収束後画像のヒストグラム MEAN(ER())

これらの実験結果を総合すると、KNV近傍とEV近傍がよく似ており、またKNR近傍とER近傍がよく似ていることがわかる。この傾向は、MEANフィルタ、MEDフィルタに共通であった。実験結果から、画像の細部を保存するにはKNR,ER近傍の方がふさわしいことを示している。また、KNV,EV近傍は画像中のわずかなモードを強調する性質があることから、Yaroslavskyが提案したモード適応量子化(adaptive mode quantization)[76]と同様の効果があると考えられる。

§ 8-5 結言

この章では、RANKフィルタの繰り返し適用の効果を実験的に調べる方法を述べ、その実験の結果を述べた。この実験では、u. i. d. のランダム画像を用意し、それに対するフィルタの効果を観察した。その結果、(1)RANKフィルタのなかには、本来全く構造を持たないu. i. d.ランダム画像から内部構造を持つ画像を生じるものが数多くあること、(2)EV,KNV近傍とER,KNR近傍とは、ルート画像のヒストグラムにモードを生じさせるかどうかという点で、根本的に異なるものであることがわかった。また、2つのランダム画像間の隔たりという概念を実験に導入した。その結果、近傍の大きさが小さくなると、隔たりの増大に対する、ルート画像同士の相関係数の減少の具合が滑らかになることがわかった。また、収束に必要な繰り返しの回数を各フィルタについて調べ、

いくつかの特徴を抽出した。

この章の研究は、将来の研究のためのいくつかのヒントを与えている。§8-3-3, §8-4-3の実験において、 $\text{MEAN}(\text{KNV}())$ はほとんどの場合画像を収束させないことがわかった。このことは、収束確率がほぼ0であると表現することができる。他のフィルタにおいても、その確率は0から1の間の値で表される。この観点から、次の研究すべき問題が生じる。第1に、各種の近傍や近傍の大きさについて、収束確率を求めてみる。第2に、一様な画像（全画面にわたって画素値が均一）に収束する場合とそうでない場合との割合を求めることである。

また、この章の研究の結果はすべて実験的に得ているが、それらの理論的な説明も将来的にはもちろん必要である。

第9章 非線形フィルタの帰納推論による解析

§9-1 緒言

順序統計量フィルタをはじめとする非線形フィルタには、線形フィルタに用いられたような解析法は適用できない。そこで、さまざまな観点からのフィルタ解析法が行われている。このうちとくに幅広く行われているものは、第4章で述べたルート画像に着目した方法、統計的解析、シミュレーションによる直観的評価である。これらのうち、ルート画像に着目した方法は、厳密な定理が得られるものの、人間の直観には直接結びつかないという欠点がある。統計的手法は、ノイズ軽減の効果を表現できるが、とくに画像においては、個々の画像の視覚的な状態の、フィルタリングによる変化という観点に結びつきにくいという問題がある。また、シミュレーションによる方法は、評価基準があいまいなため、結果を応用しにくいという欠点がある。また、S/N比という評価基準も、時に人間の直観と合わない場合がある。

そこで、ここでは全く新しい解析法を提案する。まず、画像の基本的形状という概念を導入する。基本的形状とは、エッジ、角といった、人間が意味があるとしている画素値の並び方のことである。フィルタリングによって画像が変化を受けるとき、ある特定の形状がかならず一定の変化を起こせば、このことを、「このフィルタは、ある特定の形状をどう変化させる」という形式の定理で表現することができる。これは、あるひとつのフィルタに関する、人間にわかりやすい定理であり、解析結果といえる。このような定理は、客観的であり、かつ直観的にわかりやすいものとなっている。このような結論を自動的に効率よく得るため、本研究では帰納推論[77-82]を導入した。

以下、§9-2で、このアプローチにおける帰納推論について述べる。§9-3では実際のアプローチについて述べ、§9-4でその結果を示す。

§9-2 フィルタ解析と帰納推論

この研究では、フィルタリングの結果を説明する定理を効率的に導くために帰納推論と呼ばれる知識情報処理的手法を用いる。本節では、帰納推論について簡単に述べる。帰納推論とは、具体的な数多くの例から、一般的な性質を計算機を用いて自動的に導く方法である。たとえば、次の例を考える。

$X_1=\{0,4,2,8\}$ と $X_2=\{1,3,7,5\}$ という2つの集合がある。 X_1 には属するが X_2 には属さない数の性質を述べよ。

人はこの問に、「その数は偶数である」と簡単に答えるであろう。もし $X_1=\{0,6,4,2\}$ で $X_2=\{8,3,1,5\}$ であれば、答えは「その数は7より小さい偶数である」となる。この問題では、人はまず X_1 の数の一般的な性質の仮説を立て、つぎにそれが X_1 の数全部にとって正しく、 X_2 の数どれにとっても正しくないことを確かめる。もし仮説が全部の数にとっては正しくない場合は、第2の問の場合のように、仮説を適切に修正するであろう。修正作業は、その人の持つ知識によって行われる。帰納推論プログラムは、人間のこのような思考過程を模倣したものである。このプログラムも、知識を持ち、それを用いて仮

説を生成し、また修正する。

本研究のアプローチでは、ある制限のもとに、フィルタの1つのウィンドウに対する入力と出力の組のすべての具体例を用意した。「角がこのフィルタによって保存される」といった、形状とその変化の関係は、上で述べた仮説に相当する。本研究で作成したプログラムは、仮説がすべての具体例について正しいかを検証する。検証に成功すれば、仮説は定理とみなされる。検証に失敗すれば、プログラムはその知識を用いて仮説を修正しようと試みる。このようにして、フィルタの効果に関する定理、あるいは条件付きの定理が導かれる。

§ 9-3 解析手法

この手法の全体の流れを図9-1に示す。

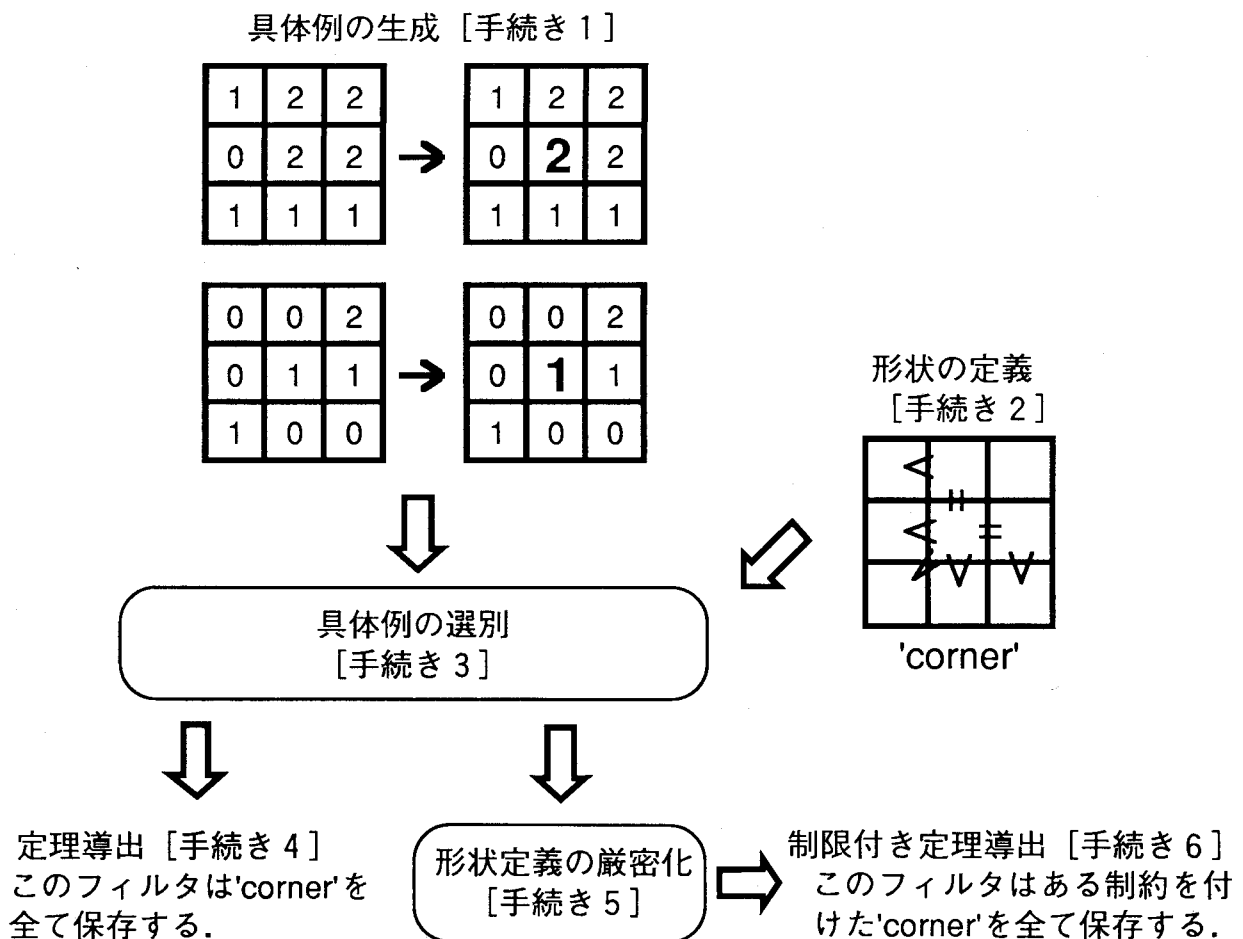


図9-1 全体の流れ

この方法では、具体例と形状の定義を別々に用意し、ある形状の定義が、あるひとつの性質を持つ入出力を満たすとき定理を出力する。満たさない場合は形状の定義に制限を加え、再び定理導出を試みる。以下に、この手法の手続きを詳述する。

[手続き1] : 調べたいフィルタについて、入出力の具体例を用意する (図9-2) .

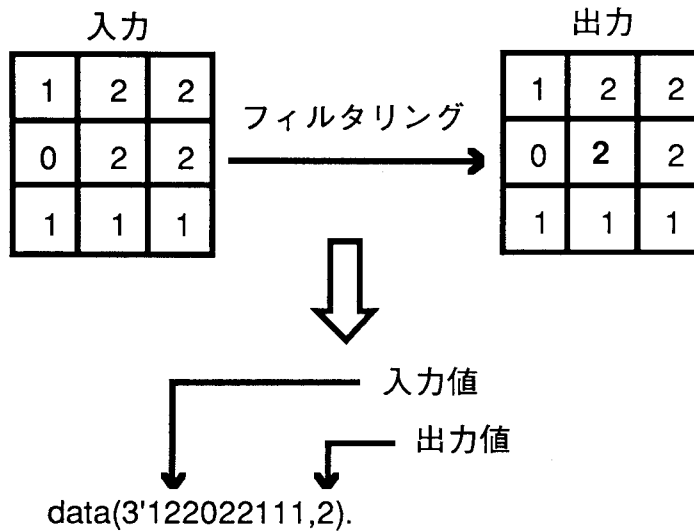


図9-2 手続き1 [具体例の生成]

今回は、 3×3 のウィンドウを持つフィルタに、3値データが入力された場合を考えた。したがって、全部の具体例の数は $3^9=19683$ 個ある。3値というレベル数は、実際の画像が3値しかとらないというものではない。これは、信号形状の複雑さの度合を表す。すなわち、3値データを用いたということは、3レベルで表現できる信号形状を考えることができるということになる。

[手続き2] : 画像の基本的形状の定義を用意する。

形状は、ウィンドウ内の画素値の大小関係で定義されている。図9-3は形状の例である。等号・不等号によって、画素値間の大小関係を表している形状の定義が表されている。

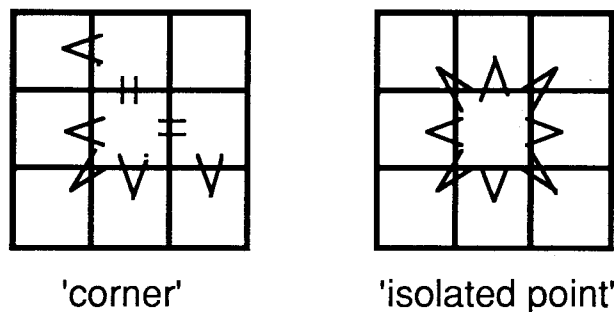


図9-3 形状の例

[手続き3] : [手続き1] で用意した具体例から、入力が [手続き2] で定義された形状に当てはまるものを選び出す (図9-4) .

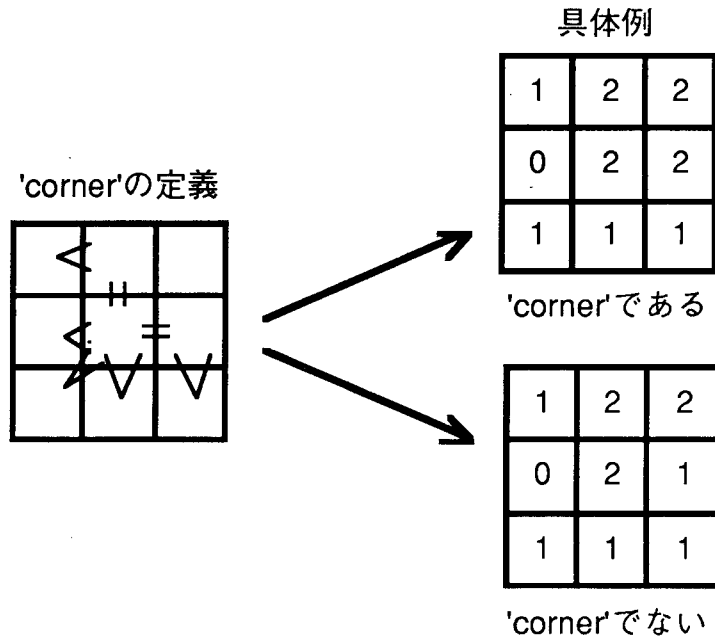


図9-4 手続き3[具体例の選別]

形状は画素値の大小関係で定義されているので、実際の手続きとしては、各具体例について、ひとつの形状を定義する大小関係すべてを満たすかどうかを判別することになる。

[手続き4]：[手続き3]で選びだした具体例が、フィルタリングによって一定の変化（例えば「形状が保存される」）を受ける場合は、「（[手続き2]で定義された）信号形状は、フィルタリングによって共通の（定められた）変化を受ける」という結論を出す。

ここでいう「共通の（定められた）変化」としては、前節で述べたように、「信号形状が保存される」というものを選んだ。これは、「ウィンドウの中心画素値をフィルタの出力で置き換えても、やはり信号形状を定義した画素値の大小関係を満たす」という形で表せる。

[手続き5]：[手続き3]で選びだした具体例のうち、フィルタリングによってひとつの定めた変化を受けるものと、そうでないものとが混じっている場合には、[手続き2]で定めた定義に、画素値間の大小関係を定める条件をさらに付け加えて、条件をより厳しくする。

入力具体例

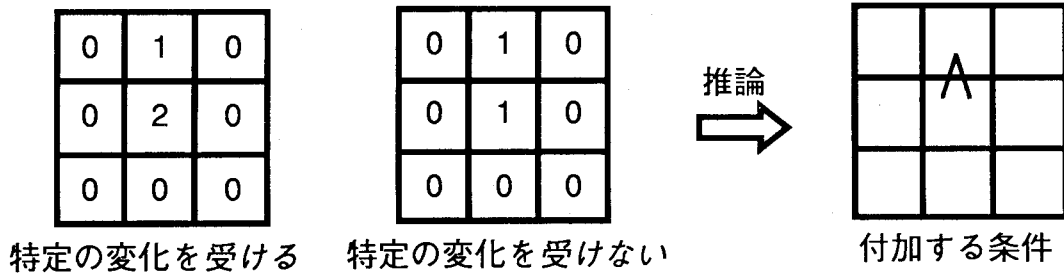


図9-5 手続き5[条件の付加]

条件の付け加えは、次のように行う（図9-5）。[手続き3]で選び出した具体例を、フィルタリングによって[手続き4]で定められたある変化を受けるものと、そうでないものに分ける。そして、変化を受ける入力例をひとつ選び、さらにその例に最もよく似ていながら[手続き4]で定められた変化を受けていないものを選び出す。この2つの例を比べ、定めた変化を受けない例は形状の定義にも当てはまらなくなるように、画素値間の大小関係を定める条件をつけ加える。

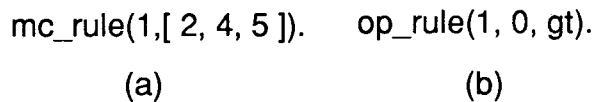


図9-6 知識の記述例

- (a)mc_rule. 第1引数が注目すべき画素の番号、第2引数が条件を付加すべき関係にある画素の番号のリストをさす。
- (b)op_rule. 第1引数が特定の変化を受ける例での注目画素間の画素値の差、第2引数が特定の変化を受けない例での注目画素間の画素値の差、第3引数が付加すべき条件をさす。

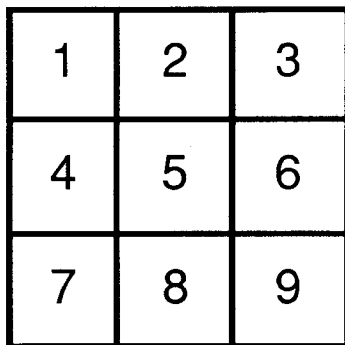


図9-7 ウィンドウ内の画素の番号

条件をつけ加えるために、2種類の知識を用いている（図9-6）。図9-7のようにウィンドウ内の画素には、番号をつけてある。知識mc_ruleは、先ほど選んだ2つの例から、

2つの例の間で値が違っている画素に対して、その画素とどの画素との間に条件をつけ加えればよいかを示す。知識`op_rule`は、知識`mc_rule`によって定められた2つの画素値の間の差が、先ほど選んだ2つの例の間でどう異なっているかによって、つけ加える条件を定める。条件は、等号・不等号を記号で表している。例えば、図9-6の'`gt`'は「より大きい(`greater than, >`)」を意味している。

[手続き6]：[手続き3]で選びだした具体例から、さらに[手続き5]で定められた定義に当てはまるものを選び、それらがフィルタリングによって皆あるひとつの変化を受けるときは、「([手続き2]で定義され、[手続き5]でさらに条件を付加された)形状は、フィルタリングによって共通の(定められた)変化を受ける」という結論を出す。

§ 9-4 実験結果

実験では、ウィンドウ形状が3×3の正方形であるフィルタについて定理の導出を試みた。本研究では、プログラムをProlog言語で記述し、処理系に(株)アイザック製のK-Prologインタプリタver4.28を用いた。まず、第1の実験は、3, 5, 7の最近値近傍をとる最近値近傍中央値フィルタ(`nnm3s3`, `nnm3s5`, `nnm3s7`とあらわす)の効果の違いを見るものである。ここでは、§ 9-3の[手続き2]で説明した、着目すべき形状として、図9-8にあげるものを用いた。以下、形状の名前の意味を示す。

- (i) `isolated point` 孤立点
- (ii) `corner` 角
- (iii) `terminal` 線の端
- (iv) `terminal_slant` 斜めの線
- (v) `projection` 突起
- (vi) `line` 直線
- (vii) `line_slant` 斜めの直線
- (viii) [`line2,center`
(`upper,slant`)] 2本の交差する直線
- (ix) `edge` エッジ
- (x) `edge_slant` 斜めのエッジ

形状名の後についている`_0`, `_1`などの数字は、ある形状にさらに1または2画素の点が付加されていることを示し、数字は図9-7に示した画素番号の位置に付加されていることを意味する。`_0`は付加されていないことを示す。

図9-9は、「形状がフィルタリングによって保存される」ような形状を`nnm3s3`についてあげたものである。ただし、「なし」はその形状は保存されないこと、「全て」はその形状に当てはまるものは全て保存されること、図を付けたものは、図に示す付加条件を付けたものが保存されることを意味する。この例では、「孤立点(`isolated_point`)は

保存されない」「角(corner)が保存される」「突起(projection)で保存されるものには次のような条件を付けられたものがある」などの形式の定理が示されている。この場合は、1つのフィルタを解析するのに要した計算時間は約1時間半であった。

図9-10は、nnm3s5とnnm3s7について、孤立点(isolated point)と角(corner)についての結果をあげたものである。どちらも孤立点を除去するが、nnm3s5がすべての角を保存するのに対し、nnm3s7はすべての角を保存するわけではないことがわかる。Brownriggは、孤立点を除き角を保存する加重中央値フィルタの例として、nnm3s7と等価な図9-11(a)のような重みのものをあげている[7] (加重中央値フィルタと最近値近傍中央値フィルタとの関係については、第7章参照)。しかしながら、本研究の結果から、筆者はnnm3s5と等価な図9-11(b)のような重みのものの方が、「孤立点を除き角を保存する」という要求にかなっていると考える。

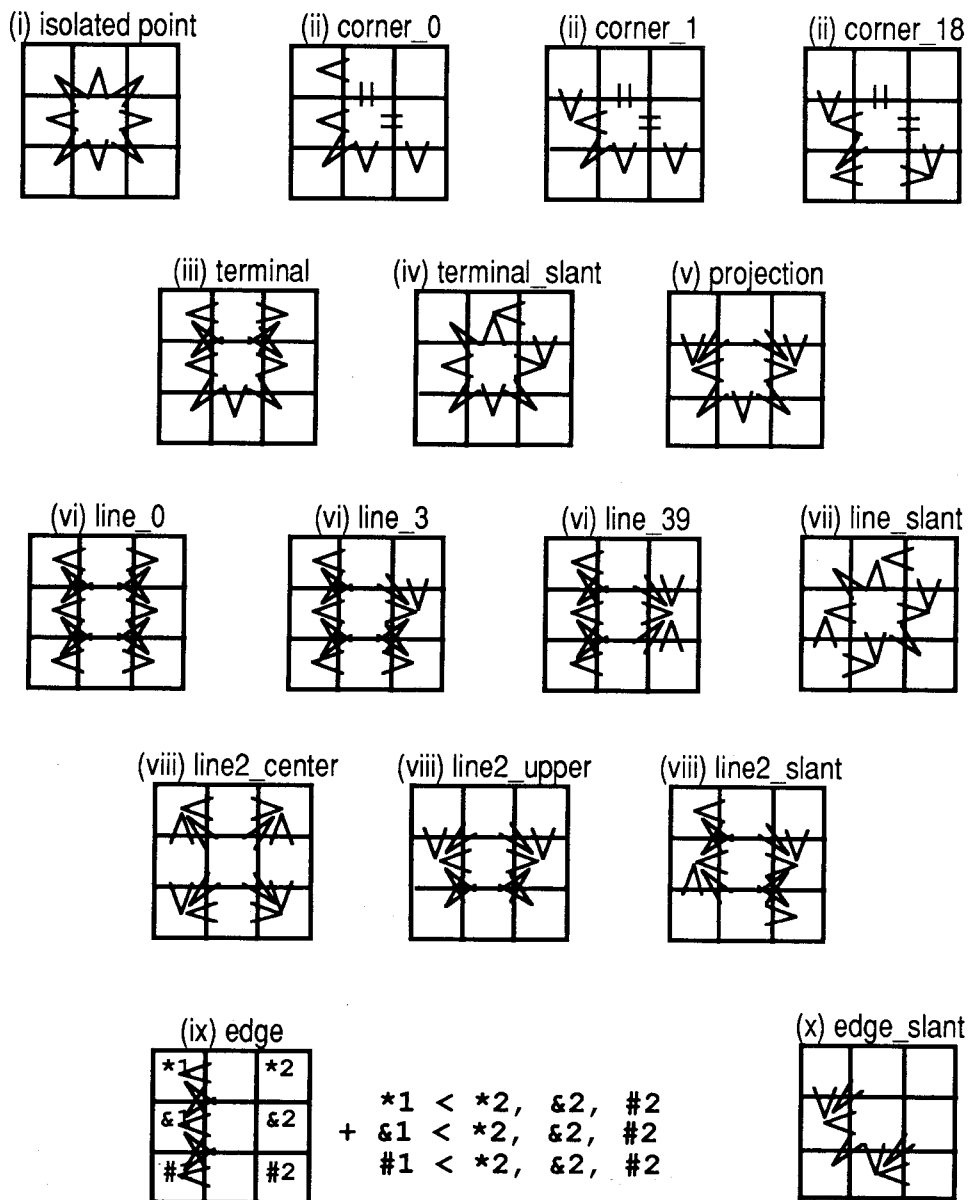
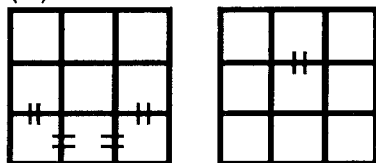


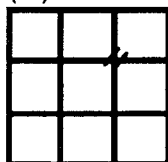
図9-8 第1の実験における形状

- (i) isolated point — なし
- (ii) corner_0 ——— 全て (ii) corner_1 ——— 全て (ii) corner_18 ——— 全て

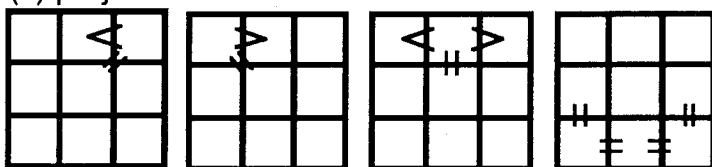
(iii) terminal 次のいずれかの付加条件を付けたもの



(iv) terminal_slant 次のいずれかの付加条件を付けたもの

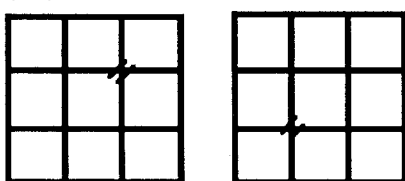


(v) projection 次のいずれかの付加条件を付けたもの



- (vi) line_0 ——— 全て (vi) line_3 ——— 全て (vi) line_39 ——— 全て

(vii) line_slant 次のいずれかの付加条件を付けたもの



- (viii) line2_center — 全て (viii) line2_upper — 全て (viii) line2_slant — 全て

(ix) edge — 全て

(x) edge_slant 次のいずれかの付加条件を付けたもの

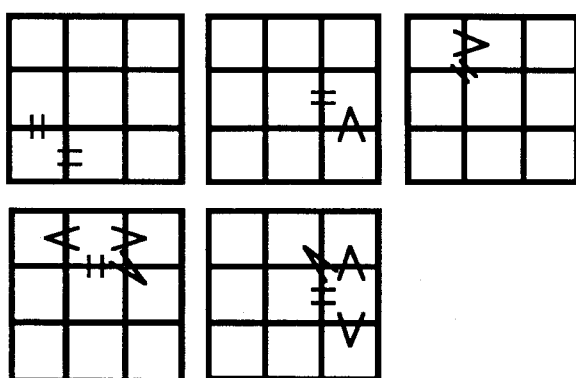


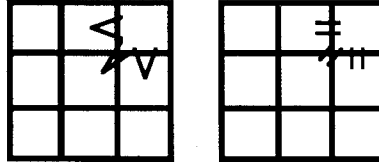
図9-9 nnm3s3に対する解析結果

- (i) isolated point — なし
- (ii) corner_0 — 全て
- (ii) corner_1 — 全て
- (ii) corner_18 — 全て

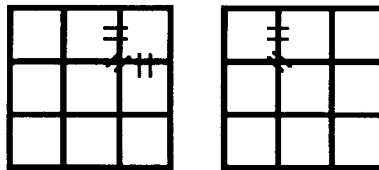
(a) nnm3s5

- (i) isolated point — なし

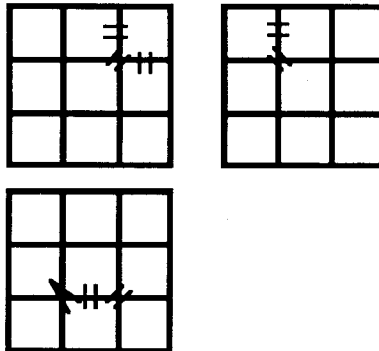
- (ii) corner_0 次のいずれかの付加条件を付けたもの



- (ii) corner_1 次のいずれかの付加条件を付けたもの



- (ii) corner_18 次のいずれかの付加条件を付けたもの



(b) nnm3s7

図9-10 nnm3s5とnnm3s7の比較

1	1	1
1	3	1
1	1	1

(a) Brownriggによるもの

1	1	1
1	5	1
1	1	1

(b)本研究のプログラムによるもの

図9-11 角を保存し孤立点を除去する加重中央値フィルタ

第2の実験は、図9-12に示す重みを持つ加重中央値フィルタ（それぞれ wmf131, wmf1321 という記号で表す）について、形状の方向性に対する効果を調べるものである。この実験に対しては着目すべき形状として、図9-13のように定義したものをを用いた。以下、形状の名前の意味を示す。

- (i) isolated point 孤立点
- (ii) corner 角
- (iii) terminal(_ver, _hor, _slant) 線の端（縦, 横, 斜め）
- (iv) projection(_ver, _hor) 突起（縦, 横, 斜め）
- (v) line(_ver, _hor, _slant) 直線（縦, 横, 斜め）
- (vi) edge(_ver, _hor, _slant) エッジ（縦, 横, 斜め）

図9-14が解析結果である。wmf131, wmf1321のどちらのフィルタも出力は同じであった。したがって、このプログラムで求められる範囲では、この2つのフィルタはまったく同じ効果を持つことがわかった。また、このフィルタは、エッジは縦横とも保存し、線の端は縦横とも保存しない。しかし、横線、斜め線、横突起はまったく保存しないのに対し、縦線、縦突起は保存するものと保存しないものの例が示されている。この2つの加重中央値フィルタは、形状に対する方向選択性があることが予想されたが、本研究で、方向選択性のない形状と方向選択性のある形状があることがわかった。

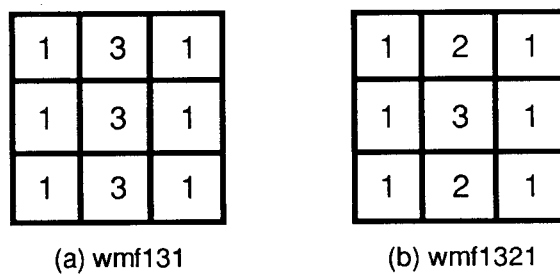
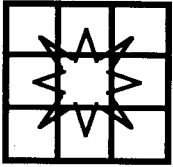
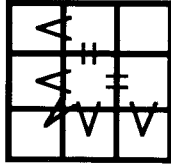


図9-12 第2の実験の加重中央値フィルタの重み

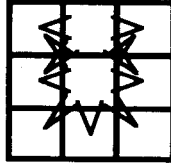
(i) isolated point



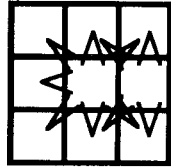
(ii) corner



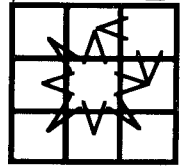
(iii) terminal_ver



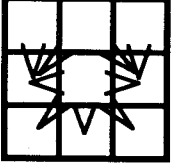
(iii) terminal_hor



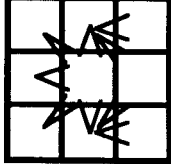
(iii) terminal_slant



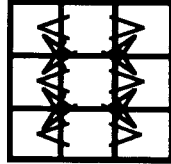
(iv) projection_ver



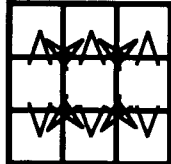
(iv) projection_hor



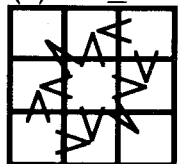
(v) line_ver



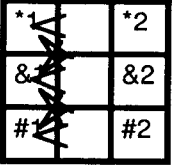
(v) line_hor



(v) line_slant

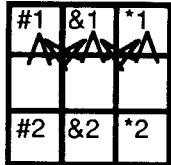


(vi) edge_ver



*1 < *2, &2, #2
 + &1 < *2, &2, #2
 #1 < *2, &2, #2

(vi) edge_hor



#1 &1 *1
 + *1 < *2, &2, #2
 &1 < *2, &2, #2
 #2 &2 *2
 #1 < *2, &2, #2

(vi) edge_slant

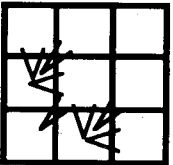
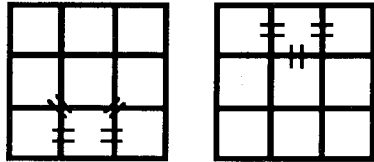


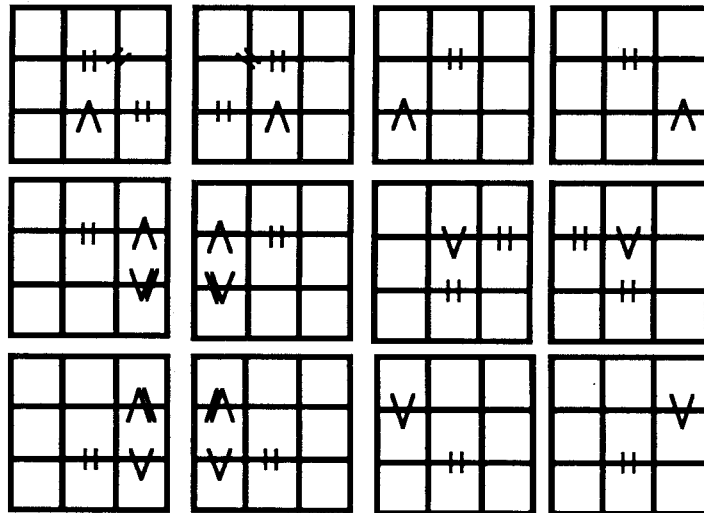
図9-13 第2の実験における形状

- (i) isolated point —— 全て
- (ii) corner —— 全て
- (iii) terminal_ver —— なし (iii) terminal_hor —— なし
- (iv) projection_hor —— なし
- (iv) projection_ver 次のいずれかの付加条件を付けたもの



- (v) line_hor —— なし (v) line_slant —— なし

- (v) line_ver 次のいずれかの付加条件を付けたもの



- (vi) edge_ver —— 全て (vi) edge_hor —— 全て

図9-14 第2の実験の解析結果

§ 9-5 結言

本章では、新しい観点による非線形フィルタのフィルタ解析法を提案した。この方法は、フィルタの操作の具体例から一般的性質を導き出すと言うものである。フィルタの性質は、客観的でかつ理解しやすい形式の定理で記述されている。この定理を自動的に導くために、本研究では帰納推論手法を利用した。この方法により前節のような結果を得、その有用性を示した。

一般的で実用的な定理の表現を生成する際に、適切な知識を記述することは重要である[80]。フィルタ解析プログラムにおいては、解析結果を表現する語彙が重要である。本研究では、局所的形状とその変化に関する語彙を使用した。これらは、直観的にわかりやすいものである。しかしながら、これらはフィルタの全性質を記述するためには十

分ではないのは明らかである。フィルタの性質をさらに効果的に表現する新しい語彙が発明されれば、本研究による方法は、さらに有用な、フィルタ研究の「アシスタント」となることができる。新しい語彙の発明は難しいと言われてきている[82]。しかしこれは今後研究されなければならない問題である。

本研究では、ウィンドウの大きさと画像の輝度レベルを、組合せ爆発（場合の数の急激な増加）を防ぐために制限した。この問題を解決する方法がいくつかある。第1に、本研究では局所的形状とその変化を扱っているので、 3×3 のウィンドウに対して3レベルをとる具体例を用いるとき、 3^9 個の全データを用意する必要はない。すなわち、調べたい基本的形状があるとき、その形状にあてはまる具体例がすべて用意できればよいのである。これを実現するには、形状を定義する知識を用いた「知的」な具体例の生成装置を研究する必要がある。第2に、しきい値分解によって2値フィルタで表現できるフィルタに話を限るならば、2値の具体例を考えればよいから、組合せ爆発の問題はかなり避けることができる。2値フィルタの定理から多値フィルタの効果をしきい値分解に基づいて推論するプログラムを考えれば、有用な結論が得られるであろう。

本研究では、ウィンドウの内部での形状の変化に解析を限定している。ウィンドウの範囲を超えた解析を行うためには、Gabboujら[66]がスタックフィルタの設計に用いたwindow process graphという考え方が有効である。この方法は、グラフによる表現を用いて、移動するウィンドウ中の画素値の変化を表したものである。この方法を用いて、入力画像の全体的な構造をフィルタの局所的なふるまいを組み合わせることで表現することができる。

総括

本論文では、順序統計量フィルタ、数理形態学的フィルタ、しきい値論理型フィルタの一連の非線形画像フィルタについて、解析および設計の方法を提案した。本研究で得られた成果を、以下に各章毎に総括し、今後の研究課題について総括する。

第1章では、本研究の背景となる知識について述べた。まず、順序統計量フィルタとその拡張についてのこれまでの研究を概説した。さらに、本研究の前提として重要な知識として、(1)多値画像に対する処理を2値画像の処理に置き換えるためのしきい値分解、(2)画像の形状に対する操作を系統的に扱うための数理形態学、(3)フィルタの設計に学習の概念を取り入れるためのニューラルネットワークについて説明した。

第2章では、しきい値分解を利用して加重中央値フィルタに負の加重の概念を導入し、エッジ検出オペレータに拡張した順序統計量型差分フィルタ (RONDO) を提案した。さらに、RONDOの性質について解析的・統計的性質を求めた。まず、RONDOが純粋にエッジ検出オペレータとして働くための加重としきい値に関する条件 (単符号性条件) を求めた。さらに、RONDOの出力のエッジ角度依存性を調べ、RONDOが鋭い角度依存性をもつことを示した。また、統計的手法を用いてRONDOの雑音除去能力を調べ、これを中央値の差分によるオペレータと比較した。その結果、ごましお雑音には中央値の差分によるオペレータが、白レベル雑音にはRONDOが適していることを示した。さらに、白レベル雑音の場合、一様でない適当な重みを与えることによってエッジ検出能力が上がることを示した。これらの解析結果は、実際のサンプル画像を処理する実験によって、その正当性が確かめられている。

第3章では、RONDOのエッジ角度依存性・インパルス性雑音の除去能力を、形状に対する操作という点から捉え、数理形態学的な視点を導入した。その結果、数理形態学的エッジ検出の基本演算であるbipolar morphologyを提案した。そして、bipolar erosion/dilationを組み合わせることにより、RONDOが構築できることを示し、bipolar morphologyによって効果的なエッジ検出オペレータが形成できることを示した。

第4章では、ある制限を付けた順序統計量フィルタを繰り返し画像に適用した場合、必ずルート画像に収束することを証明した。ここでは、順序統計量フィルタの収束問題をHopfieldのニューラルネットワークの収束問題に帰着させ、(1)画素数が有限であること、(2)ウィンドウに処理する画素自身が含まれていること、(3)ウィンドウの形が処理する画素に対して点対称であること (加重中央値フィルタの場合は、加重が点対称であること)、(4)フィルタが再帰的に動作すること、以上を満たすときルート収束性があることを証明した。画像フィルタの収束問題は1次元のフィルタに比べて極めて難しく、評価関数の単調減少性を用いたこの方法はその解決への1つの提案となっている。

第5章では、加重中央値フィルタを学習によって最適化する方法を提案した。この方法は、劣化画像とその理想出力を与え、劣化画像をフィルタリングした結果と理想出力の誤差が常に小さくなるように、反復法を用いてフィルタの加重を徐々に変化させてゆくものである。この方法は、2層の階層型ニューラルネットワークの学習法と等価であり、簡単に実行できる。この方法を用いて、従来の中央値フィルタよりも優れた雑音除

去・形状復元能力があるフィルタを設計することができた。

第6章では、第5章で提案した学習法を拡張し、フィルタを連結して実行する場合の効果をも最適化する方法を、多層の階層型ニューラルネットワークをも最適化する方法に帰着させて実現した。さらに、学習の際各ニューロンが行う非線形処理を、一般に用いられるシグモイド関数を2重に組み合わせたものにすることによって、RONDOと加重中央値フィルタを連結して設計する方法を提案した。この結果、RONDOの弱点を補い、ごましお雑音が重畳した画像に対しても優れたエッジ検出能力を持つフィルタが設計できた。また、ごましお雑音が重畳した画像の処理能力が、白レベル雑音による劣化画像で学習したフィルタのほうがごましお雑音自身で学習したものよりも高いことを指摘した。これは、ごましお雑音による学習が、フィルタに矛盾した要求をしているものと考えられる。これについて、学習の過程でのフィルタの出力の理想画像との誤差が、ごましお雑音によるものの方が白レベル雑音によるものよりも大きいことを示し、この考えを裏付けた。

第7章では、順序統計量フィルタの拡張の1つである最近値近傍中央値フィルタについて、解析的性質を導いた。まず、このフィルタのしきい値分解性を証明した。これを用いて、最近値近傍中央値フィルタが加重中央値フィルタで表現できることを示し、計算量の点で最近値近傍中央値フィルタが優れていることを示した。また、最近値近傍中央値フィルタをハードウェアによって実現することは、従来の中央値フィルタのための回路に少しの変更を加えるだけで可能であることを示した。さらに、最近値近傍中央値フィルタのルート収束性について、(1)3画素の近傍を取る最近値近傍中央値フィルタは1回の処理で必ずルート画像を得る、(2)3×3のウィンドウで5画素の近傍を取る最近値近傍中央値フィルタは有限回の処理によって必ずルート画像を得る、という定理を証明した。

第8章では、ウィンドウ内の画素のうち、被処理画素値になんらかの意味で近い画素(近傍)を取り出して処理を行うRANKフィルタの実験的評価を行った。ここでは、無相関ランダム画像を繰り返しフィルタリングし、その過程およびルートに達した後の、画像やそのヒストグラムを調べる方法を考案した。その結果、画素値のウィンドウ内の値が近い画素を取り出す方法では処理後のヒストグラムにモードを生じるが、順位が近い画素を取り出す方法ではモードを生じずヒストグラムの値が存在する範囲が狭まることを示した。また、あるランダム画像に対して、それをベクトルと見たときのユークリッド距離が徐々に変化するランダム画像を作り、それらに対するルート画像と元の画像から得られるルート画像との相関係数の、距離に対する変化を調べた。その結果、近傍の大きさが小さいほうが、距離が大きくなるに対して相関係数が滑らかに小さくなってゆくことがわかった。また、種々のRANKフィルタの中で、MEAN(KNV())は、ほとんどの場合、繰り返し処理された画像がルート画像に達することなくいくつかの画像の間を繰り返し変化し続けることを発見した。

第9章では、知識情報処理手法のひとつ帰納推論を用いて、フィルタの実行の具体例を多数プログラムに与え、それらの具体例全部に対して正しいような言語記述を自動合成して、フィルタの一般的性質を表すことにより、フィルタを解析する方法を提案した。

また、簡単な記述で具体例全部に対して正しい記述が得られない場合、その矛盾点を用いて記述に制約を自動的に生成し、新しい記述を生成する方法を考案した。この方法で、最近値近傍中央値フィルタおよび加重中央値フィルタの解析を行い、この方法が実際に適用可能であることを示した。

本論文の内容は、新しいエッジ検出オペレータを提案した第2・3章、しきい値論理型フィルタとニューラルネットワークの関係を利用してフィルタの解析・設計を行った第4～6章、および各種の個別のフィルタ解析法を提案した第7～9章に分れる。第7～9章については、各章末で個別に今後の課題を述べたので、前2者について今後研究すべき課題を述べる。

第2・3章で提案したRONDOおよびbipolar morphologyは、形状の差分という概念をもたらす方法であることがわかったが、この概念はまだ完成していない。とくに、§1-4で説明したフィルタ定理に相当する基本定理を整備することが重要である。また、bipolar erosion/dilationを、最適なフィルタを得るために具体的に組み合わせる方法を考えなければならない。従来のしきい値関数に代わって、(bipolar) erosion/dilationを基本演算とする、morphologicalネットワークともいべきものが構築できれば、学習の概念を導入してこの分野の一層の発展が期待できる。

第4章ではフィルタの収束性に関する定理を導いたが、これにはかなり厳しい制約条件がついている。この条件をより緩いものにするためには、ネットワークの力学系としての取り扱いを通じて、フィルタに適用可能な、ネットワークのより緩い収束条件を見つけなければならない。また、第6章で異種のフィルタの連結適用の設計を行ったが、同じフィルタを連結して設計すれば、これはフィルタの繰り返しの設計となる。このとき、1回のフィルタの処理で可能な処理の範囲が明らかになれば、どのようなとき繰り返し処理を行わなければならないかが明確になる。このためには、しきい値関数の理論の一層の研究が必要である。

各手法が今後一層の発展を遂げることにより、順序統計量フィルタ、数理形態学的フィルタ、しきい値論理フィルタの一群が、線形フィルタに匹敵する一大勢力としてその能力をいかんなく発揮することができるようになると考えられる。

謝辞

謝辞

本論文は、大阪大学工学部応用物理学科において、一岡芳樹教授の指導の下に行った研究をまとめたものです。本論文の最後にあたり、つねに懇切丁寧にご指導、ご激励頂いた一岡芳樹教授に深く感謝の意を表します。

本学工学部南茂夫教授ならびに樹下行三教授には本論文作成に関して細部にわたって検討して頂き、貴重な助言を頂きました。深く感謝致します。

研究の遂行、各発表論文の執筆、学会発表など、常に親身にご指導を頂いた本学工学部伊東一良助教授には、心から厚く御礼申し上げます。

本学工学部助手谷田純博士には、常に親切な指導、指摘を頂きました。また、本学工学部助手井上卓氏には、とくに電子計算機について親切にご指導頂きました。また、一岡研究室の卒業生の野村孝徳博士（現神戸大学工学部助手）には、大学院の先輩として、常に温かい助言を頂きました。各先生には深く御礼申し上げます。

一岡研究室の卒業生の張偉博士（現米国シカゴ大学博士研究員）には、第4章で共同研究者としてご協力頂いたのをはじめ、第5、6章についても貴重な助言を頂きました。また、一岡研究室の本学大学院後期課程長谷川玲氏には、画像処理とニューラルネットワークという、同じ分野を研究する研究者として、ご助言、ご討論を頂きました。両氏に厚く御礼申し上げます。

本研究で用いましたソフトウェアに関して、張氏、長谷川氏をはじめ、一岡研究室の卒業生の林篤司氏（現東燃システムプラザ株式会社）、山形道弘氏（現松下電器産業株式会社）、山下浩樹氏（現株式会社テレビ朝日）、大西伊久雄氏（現株式会社クラレ）の御協力を得ました。各氏に深く感謝の意を表します。

筆者は、1990年9、10月の2か月間、モスクワのソ連科学アカデミー情報伝達問題研究所に滞在し、Leonid P. Yaroslavsky教授と共同研究を行う機会を得ました。この成果は第8章にまとめています。Yaroslavsky教授には、モスクワ滞在中の住居や生活費の提供をはじめ、同研究所のセミナーでの発表の機会を頂くなど、多大な御協力を賜りました。ソ連科学アカデミーならびに同教授に深く感謝の意を表します。また、同研究所滞在中大変親切にお世話頂きました、研究所長Nikolai A. Kuznetsov教授、副所長Joseph A. Ovseevich教授、学術監督Vladimir I. Neiman教授、ならびに同研究所デジタル光学研究部門の皆様に厚く御礼申し上げます。

第7章の研究では、山下氏と、同じく一岡研究室卒業生の山本忍氏（現リコー株式会社）に、親切にご討論頂きました。両氏に厚く感謝致します。

本研究を始めるきっかけとなったのは、筆者の大阪大学工学部応用物理学科での同級生で一岡研究室卒業生の巳浪達也氏（現株式会社東洋情報システム）の卒業論文でした。この論文なくしては本研究はありえませんでした。巳浪氏にはとくに感謝いたします。

本研究の遂行にあたっては、日本育英会より奨学金を、日本学術振興会より研究奨励金を、文部省より科学研究費補助金を受けました。ここで深く感謝致します。

最後に、本研究を行った5年間の大学院前・後期課程の生活において、さまざまな御協力、御援助をいただいた研究室内外の皆様に深く感謝させていただきます。

参考文献

- [1] 原島博, 荒川薫, 藤井竜也, "非線形デジタルフィルタと信号処理," 信学論A, J71-A, 2, 143-154 (1988).
- [2] J. W. Tukey, *Exploratory data analysis*, Addison-Wesley, Reading, Mass. (1971).
- [3] B. R. Frieden, "A new restoring algorithm for the preferential enhancement of edge gradients," *J. Opt. Soc. Am.*, **66**, 280-283 (1976).
- [4] 長尾真, *画像認識論*, コロナ社(1987).
- [5] T. S. Huang, Ed., *Topics in Applied Physics, Two-Dimensional Digital Signal Processing II*, Berlin, Germany: Springer-Verlag (1981).
- [6] T. A. Nodes and N. C. Gallagher, "Median Filters: Some Modifications and Their Properties," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-30**, 5, 739-746 (1982).
- [7] D. R. K. Brownrigg, "The Weighted Median Filter," *Commun. ACM*, **27**, 8, 807-818 (1984).
- [8] A. C. Bovik, T. S. Huang and D. C. Munson, Jr., "A Generalization of Median Filtering Using Linear Combinations of Order Statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-31**, 6, 1342-1349 (1983).
- [9] J. B. Bednar and T. L. Watt, "Alpha-trimmed means and their relationship to median filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-32**, 1, 230-240 (1984).
- [10] Y. H. Lee and S. A. Kassam, "Generalized Median Filtering and Related Nonlinear Filtering Techniques," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-33**, 3, 672-682 (1985).
- [11] V. Kim and L. Yaroslavskii, "Rank Algorithms for Picture Processing," *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **35**, 2, 234-258 (1986).
- [12] A. C. Bovik and D. C. Munson, Jr., "Edge Detection Using Median Comparisons," *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **33**, 377-389 (1986).
- [13] F. Palmieri and C. G. Boncelet, Jr., "L1-Filters — A New Class of Order Statistics Filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **37**, 5, 691-701 (1989).
- [14] Y.-H. Lee and S. Tantaratana, "Decision-Based Order Statistic Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **38**, 3, 406-420 (1990).
- [15] 藤井竜也, 荒川薫, 原島博, "拡張順序統計フィルタとその雑音除去特性," 信学論A, J73-A, 7, 1216-1224 (1990).
- [16] R. J. Crinon, "The Wilcoxon filter: a robust filtering scheme," *Proc. ICASSP*, Tampa, FL, 18.5.1-18.5.4 (1985).
- [17] P. P. Gandhi, I. Song and S. A. Kassam, "Nonlinear Smoothing Filters Based on Rank Estimates of Location," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **37**, 9, 1359-1379 (1989).

- [18] P. Heinonen and Y. Neuvo, "FIR-Median Hybrid Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-35, 6, 832-838 (1987).
- [19] Y. Neuvo, P. Heinonen and I. Defée, "Linear-Median Hybrid Edge Detectors," *IEEE Trans. Circuit Syst, CAS-34*, 11, 1337-1343 (1987).
- [20] A. Nieminen, P. Heinonen and Y. Neuvo, "A New Class of Detail-Preserving Filters for Image Processing," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, PAMI-9, 1, 74-90 (1987).
- [21] A. Hasegawa, K. Itoh and Y. Ichioka, "An algorithm for detecting string-like structures," *Proc. SPIE*, 1359, 351-352 (1990).
- [22] A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Optimization of cascaded threshold logic filters for grayscale image processing," *Opt. Commun*, in press.
- [23] K. Preston, Jr., " Ξ -Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-31, 4, 861-876 (1983).
- [24] P. D. Wendt, E. J. Coyle and N. C. Gallagher, Jr., "Stack Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-34, 4, 898-911 (1986).
- [25] J.-H. Lin and E. J. Coyle, "Minimum Mean Absolute Error Estimation over the Class of Generalized Stack Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 38, 4, 663-678 (1990).
- [26] E. J. Coyle, J.-H. Lin and M. Gabbouj, "Optimal Stack Filtering and the Estimation and Structural Approaches to Image Processing," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 37, 12, 2037-2066 (1989).
- [27] J. P. Fitch, E. J. Coyle and N. C. Gallagher, Jr., "Median Filtering by Threshold Decomposition," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, ASSP-32, 6, 1183-1188 (1984).
- [28] J. P. Fitch, E. J. Coyle and N. C. Gallagher, Jr., "Threshold Decomposition of Multidimensional Ranked Order Operations," *IEEE Trans. Circuit Syst, CAS-32*, 5, 445-450 (1985).
- [29] R. G. Harber, S. C. Bass and G. W. Neudeck, "VLSI Implementation of a Fast Rank Order Filtering Algorithm," *Proc. IEEE ICASSP*, Tampa, FL, 1396-1399 (1985).
- [30] E. Ochoa, J. P. Allebach and D. W. Sweeney, "Optical Median Filter Using Threshold Decomposition," *Appl. Opt.*, 26, 2, 252-260 (1987).
- [31] P. A. Ramamoorthy, S. Antony and T. A. Grogan, "Symbolic-Substitution-Based Median Filters," *Opt. Eng.*, 27, 5, 409-412 (1988).
- [32] A. A. S. Awwal and M. A. Karim, "Median Filtering Using Polarization-Encoded Optical Shadow Casting," *Appl. Opt.*, 28, 7, 1436-1440 (1989).
- [33] 木村正行, 水野尚, *しきい値論理とその応用*, 昭光堂(1987).
- [34] S. Muroga, *Threshold Logic and Its Applications*, Wiley Interscience, New York (1971). あるいは 室賀三郎, 茨木俊秀, 北橋忠宏, *しきい論理*, 産業図書 (1976).

- [35] J. Serra, *Image analysis and mathematical morphology*, Academic Press, London (1982).
- [36] 間瀬 茂, 上田修功, "モルフォロジーと画像解析(I)," *信学誌*, **74**, 2, 168-174 (1991).
- [37] 間瀬 茂, 上田修功, "モルフォロジーと画像解析(II)," *信学誌*, **74**, 3, 271-279 (1991).
- [38] R. M. Haralick, S. R. Sternberg and X. Zhuang, "Image Analysis Using Mathematical Morphology," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, **PAMI-9**, 4, 532-550 (1987).
- [39] J. Serra, "Introduction to Mathematical Morphology," *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **35**, 3, 283-305 (1986).
- [40] S. R. Sternberg, "Grayscale Morphology," *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **35**, 3, 333-355 (1986).
- [41] P. Maragos and R. W. Schafer, "Morphological Filters- Part I: Their Set-Theoretic Analysis and Relations to Linear Shift-Invariant Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-35**, 8, 1153-1169 (1987).
- [42] P. Maragos and R. W. Schafer, "Morphological Filters- Part II: Their Relations to Median, Order-Statistic, and Stack Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-35**, 8, 1170-1184 (1987).
- [43] 麻生英樹, *ニューラルネットワーク情報処理*, 産業図書(1988).
- [44] D. E. Rumelhart, J. L. McClelland and PDP Research Group, *Parallel Distributed Processing*, The MIT Press, Cambridge, Mass. (1986) 日本語版 甘利俊一監訳, *PDPモデル*, 産業図書(1989).
- [45] J. J. Hopfield, "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities," *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **79**, 2554-2558, 1982.
- [46] A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "RONDO: Rank-Order based Nonlinear Differential Operator," *Pattern Recognition*, in press.
- [47] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill (1965).
- [48] A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Bipolar Morphology and Its Applications," *Jpn. J. Appl. Phys. Part 2*, **29**, 7, 1270-1273 (1990).
- [49] L. Liu, "Optoelectronic implementation of mathematical morphology," *Opt. Lett.* **14**, 10, 482-484 (1989).
- [50] P. Cambon and J.-L. Bougrenet de la Tocnaye, "Mathematical morphology processor using ferroelectric liquid crystal light valves: principle," *Appl. Opt.*, **28**, 15, 3456-3460 (1989).
- [51] N. C. Gallagher, Jr. and G. L. Wise, "A Theoretical Analysis of the Properties of Median Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, **ASSP-29**, 6, 1136-1141 (1981).

参考文献

- [52] P. D. Wendt, E. J. Coyle and N. C. Gallagher, Jr., "Some Convergence Properties of Median Filters," *IEEE Trans. Circuit Syst, CAS-33*, 3, 276-286 (1986).
- [53] J. P. Fitch, E. J. Coyle and N. C. Gallagher, Jr., "Root Properties and Convergence Rates of Median Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-33*, 1, 230-240 (1985).
- [54] M. P. McIoughlin and G. R. Arce, "Deterministic Properties of the Recursive Separable Median Filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-35*, 1, 98-106 (1987).
- [55] T. A. Nodes and N. C. Gallagher, Jr., "Two-Dimensional Root Structures and Convergence Properties of the Separable Median Filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-31*, 6, 1350-1365 (1983).
- [56] J. Astora, P. Heinonen and Y. Neuvo, "On Root Structures of Median and Median-Type Filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-35*, 8, 1199-1201 (1987).
- [57] D. H. Yom and S. Ann, "Directed Graph Representation for Root-Signal Set of Median Filters," *Proc. IEEE*, 75, 11, 1542-1544 (1987).
- [58] A. Asano, W. Zhang, K. Itoh and Y. Ichioka, "Convergence properties of rank-order filter and neural network," *Pattern Recognit. Lett.*, 11, 8, 557-560 (1990).
- [59] K. F. Cheung, L. E. Atlas and R. J. Marks II, "Synchronous vs Asynchronous behavior of Hopfield's CAM Neural Net," *Appl. Opt.*, 26, 22, 4808-4813 (1987).
- [60] D. R. K. Brownrigg, "Generation of Representative Members of an RrSst Weighted Median Filter Class," *IEE Proc. Pt. F*, 133, 5, 445-448 (1986).
- [61] D. R. K. Brownrigg, "Lattice Partitions th a Straight Line," *Canad. Math. Bull*, 29, 3, 287-294 (1986).
- [62] M. K. Prasad and Y. H. Lee, "Weighted Median Filters: Generation and Properties," *Proc. IEEE ISCAS*, 425-428 (1989).
- [63] O. Yli-Harja, J. Astola and Y. Neuvo, "Analysis of the Properties of Median and Weighted Median Filters Using Threshold Logic and Stack Filter Representation," *IEEE Trans. Signal Processing*, 39, 2, 395-410 (1991).
- [64] E. J. Coyle and J.-H. Lin, "Stack Filters and the Mean Absolute Error Criterion," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-36*, 8, 1244-1254 (1988).
- [65] J.-H. Lin, T. M. Sellke and E. J. Coyle, "Adaptive Stack Filtering Under the Mean Absolute Error Criterion," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-38*, 6, 938-954 (1990).
- [66] M. Gabbouj and E. J. Coyle, "Minimum Mean Absolute Error Stack Filtering with Structural Constraints and Goals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-38*, 6, 955-968 (1990).
- [67] A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Optimization of the weighted median filter by learning," *Opt. Lett.*, 16, 3, 168-170 (1991).

参考文献

- [68] W. Zhang, K. Itoh, J. Tanida and Y. Ichioka, "Parallel Distributed Processing Model with local space-invariant interconnection and its optical architecture," *Appl. Opt.*, **29**, 4790-4797 (1987).
- [69] K. Itoh, Y. Ichioka and T. Minami, "Nearest neighbor median filter," *Appl. Opt.*, **27**, 3445-3450 (1988).
- [70] A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "The Nearest Neighbor Median Filter: Some Deterministic Properties and Implementations," *Pattern Recognition*, **23**, 10, 1059-1066 (1990).
- [71] 山下浩樹, "最近近傍順位中央値フィルタの画像ノイズ除去効果," 大阪大学工学部応用物理学科特別研究報告(1988).
- [72] 山本忍, "最近値近傍メディアンフィルタの解析," 大阪大学工学部応用物理学科特別研究報告(1989).
- [73] A. Asano and L. P. Yaroslavsky, "Experimental study of the fixed points of the RANK filter," *Opt. Commun.* in press.
- [74] M. Gardner, *Mathematical Puzzles and Diversions*, Penguin (1971).
- [75] L. P. Yaroslavsky and I. F. Siverguina, "Textures, the Game "LIFE" and Non-linear Dynamic Systems," *Problems of Control and Information Theory*, **19**, 4, 349-372 (1990).
- [76] L. P. Yaroslavsky, *Digital Picture Processing, An Introduction*, Springer-Verlag, Berlin (1985).
- [77] R. S. Michalski, "Pattern Recognition as Rule-Guided Inductive Inference," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, **PAMI-2**, 4, 349-361 (1980).
- [78] D. Angluin and C. H. Smith, "Inductive Inference: Theory and Methods," *Comput. Surv.*, **15**, 3, 237-269 (1983).
- [79] N. Ford, *How Machines Think*, Wiley, New York (1987). 日本語版 中村克彦訳, 100万人の人工知能入門, オーム社(1987).
- [80] P. H. Winston, Ed., *The Psychology of Computer Vision*, McGraw-Hill, New York (1975). 日本語版 白井良明, 杉原厚吉訳, コンピュータビジョンの心理, 産業図書(1979).
- [81] R. S. Michalski, J. G. Carbonell and T. M. Mitchell, Ed., *Machine Learning Vol. I*, Tioga Publishing Company, Palo Alto (1983). 日本語版 電総研人工知能研究グループ訳, 知識獲得入門 帰納学習と応用, 共立出版(1987).
- [82] P. R. Cohen and E. A. Feigenbaum, Ed., *The handbook of artificial intelligence Vol. III*, William Kaufmann, Inc., Los Altos (1982). 日本語版 田中幸吉, 淵一博監訳, 人工知能ハンドブック第III巻, 共立出版(1984).

著者発表論文

学術論文誌

1. 一本木真史, 浅野晃, 上原邦昭, 豊田順一, " 黒板モデルを導入した階層的な知識分割に基づく日本語意味解析システム, " 信学論D, **J-70D**, 11, 2294-2299 (1987).
2. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Bipolar Morphology and Its Applications," *Jpn. J. Appl. Phys. Part 2*, **29**, 7, 1270-1273 (1990).
3. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "The Nearest Neighbor Median Filter: Some Deterministic Properties and Implementations," *Pattern Recognition*, **23**, 10, 1059-1066 (1990).
4. A. Asano, W. Zhang, K. Itoh and Y. Ichioka, "Convergence properties of rank-order filter and neural network," *Pattern Recognit. Lett.*, **11**, 8, 557-560 (1990).
5. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Optimization of the weighted median filter by learning," *Opt. Lett.*, **16**, 3, 168-170 (1991).
6. A. Asano and L. P. Yaroslavsky, "Fixed Points of Recursive Rank Filters for Image Processing," *Angewandte Optik Annual Report 1990, Univ. Erlangen*, 21 (1991).
7. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Analysis of Nonlinear Filters Using Inductive Inference," *Tech. Rep. Osaka Univ.* **41**, 2056, 221-233 (1991).
8. A. Asano and L. P. Yaroslavsky, "Experimental study of the fixed points of the RANK filter," *Opt. Commun.*, in press.
9. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Optimization of cascaded threshold logic filters for grayscale image processing," *Opt. Commun.*, in press.
10. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "RONDO: Rank-Order based Nonlinear Differential Operator," *Pattern Recognition*, in press.

会議抄録

1. 浅野晃, 伊東一良, 一岡芳樹, "加重中央値フィルタの拡張", 第20回画像工学コンファレンス論文集, 2-10, 71-74 (第20回画像工学コンファレンス実行委員会, 東京, 1989).
2. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Bipolar morphology and its applications," *Conference Record of 1990 International Topical Meeting on Optical Computing* (OC'90 実行委員会, 東京, 1990) ; *Proc. SPIE*, **1359**, 333-334 (1990).
3. A. Asano, K. Itoh and Y. Ichioka, "Optimization of nonlinear filter by learning" in *Proc. 9th Kobe International Symposium on Electronics and Information Sciences*, Kobe, 23-1 - 23-4 (1991).